

# João Gabriel Carvalho de Siqueira

# Modelagem de gotas dispersas em escoamento anular vertical

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadora: Prof. Angela Ourivio Nieckele

Co-orientador: Dr. João Neuenschwander Escosteguy Carneiro

> Rio de Janeiro Setembro de 2019



# João Gabriel Carvalho de Siqueira

# Modelagem de gotas dispersas em escoamento anular vertical

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pósgraduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

> Prof. Angela Ourivio Nieckele Orientadora Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

> Dr. João Neuenschwander Escosteguy Carneiro Co-orientador

ISdB FlowTech

Dr. Hendy Tisserant Rodrigues Petrobras

José Alberto dos Reis Parise

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de setembro de 2019.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial sem autorização da universidade, do autor e dos orientadores

## João Gabriel Carvalho de Siqueira

Graduou-se em Engenharia de Petróleo (Universidade Federal do Rio de Janeiro) em 2011 e trabalha desde 2012 na Petrobras, onde ocupa o cargo de Engenheiro de Petróleo.

Ficha Catalográfica

Siqueira, João Gabriel Carvalho de

Modelagem de gotas dispersas em escoamento anular vertical / João Gabriel Carvalho de Siqueira ; orientadora: Angela Ourivio Nieckele ; co-orientador: João Neuenschwander Escosteguy Carneiro. – 2019.

101 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2019. Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Bifásico. 3. Modelo de dois fluidos. 4. Entranhamento de gotículas. 5. Escoamento anular. 6. Ondas de grande amplitude. I. Nieckele, Angela Ourivio. II. Carneiro, João Neuenschwander Escosteguy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

## Agradecimentos

Aos meus orientadores, Prof<sup>a</sup>. Angela Nieckele e Dr. João Carneiro, pelos valiosos ensinamentos, pela dedicação ao colaborar com tanto trabalho e pela paciência.

À PUC-Rio e à CAPES, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Ao Prof. José Alberto Parise e ao meu colega de Petrobras, Dr. Hendy Rodrigues, por participarem da Comissão Examinadora e contribuírem com a revisão deste trabalho.

A minha amada esposa Christiane, por insistentemente me incentivar ao longo de uma longa jornada. Apesar de inúmeros desafios pessoais, sempre se manteve ao meu lado com muita paciência.

Aos meus Pais e minhas Irmãs, por consolidarem os valores que carrego comigo.

Aos meus amigos e familiares, por compreenderem minha ausência em tantos momentos.

A José Ricardo, Cezar Paulo, Rafael Nascimento, Milena Maciel, João Pedro, Spinelli e Galileu, por acreditarem em mim e pelo incentivo, em nome da Petrobras.

Aos meus colegas, pelas dicas e por muitas vezes se sacrificarem para me apoiar, em especial a Ivan Noville, Gustavo Vinícius, Fabiano Edson e Anna Luiza.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, pelos ensinamentos e pela ajuda.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

#### Resumo

Siqueira, João Gabriel Carvalho de; Nieckele; Angela Ourivio (Orientadora); Carneiro, João Neuenschwander Escosteguy (Co-orientador). **Modelagem de gotas dispersas em escoamento anular vertical**. Rio de Janeiro, 2019. 101p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O escoamento anular é caracterizado por um núcleo gasoso fluindo a alta velocidade com um filme líquido no seu entorno, molhando a parede do duto. A presença de gotículas líquidas no núcleo gasoso resulta em impacto relevante em características do escoamento anular, como gradiente de pressão e propriedades das ondas presentes no filme líquido. A formação de gotículas se dá usualmente na crista das ondas de perturbação presentes na interface líquido-gás. No presente trabalho, é realizado um estudo do regime anular com presença de gotículas em tubulações verticais utilizando o Modelo de Dois Fluidos unidimensional. Um modelo de transferência de massa das gotículas é desenvolvido e acoplado ao modelo de Dois Fluidos. O modelo resultante permite capturar a evolução automática da interface gás-líquido e a formação de ondas de filme líquido e sua influência no desprendimento e deposição de gotículas. Analisa-se o desempenho de três modelos de entranhamento de gotículas disponíveis na literatura, além de um modelo de deposição de gotículas. Considerando que gotículas são criadas por cisalhamento nas cristas das ondas de perturbação, modificações dos modelos são propostas com a finalidade de melhor capturar a influência das ondas do filme líquido nos processos de entranhamento e deposição de gotículas. Parâmetros do escoamento como gradiente de pressão, espessura do filme do líquido e variáveis relacionadas com as ondas interfaciais são avaliados, mostrando boa concordância com dados experimentais disponíveis na literatura.

## Palavras-chave

Bifásico; modelo de dois fluidos; entranhamento de gotículas; escoamento anular; ondas de grande amplitude.

### Abstract

Siqueira, João Gabriel Carvalho de; Nieckele; Angela Ourivio (Advisor); Carneiro, João Neuenschwander Escosteguy (Co-advisor). **Modelling of dispersed droplets in vertical annular two-phase flow**. Rio de Janeiro, 2018. 101p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Annular flow is characterized by a high velocity gas core flow, with a thin liquid film around it, wetting the pipe wall. The presence of liquid droplets in the gas core has relevant impact on annular flow characteristics, such as pressure drop and liquid film wave properties. Droplets are usually created by shear at disturbance wave crests, along the gas-liquid interface. At the present work, vertical annular flow with droplet entrainment is studied using the 1-D Two-Fluid model. A droplet mass transfer model is developed and coupled to the Two-Fluid model. The resulting model allows capturing the automatic evolution of the gas-liquid interface, liquid film wave formation and the waves' influence on droplet entrainment and deposition. A performance analysis in carried out for three droplet entrainment models available in literature, as well as one deposition model. Taking into account that droplets are created by disturbance wave crest shearing, model modifications are proposed, aiming to better capture the influence of liquid film waves on droplet entrainment and deposition mechanisms. Flow parameters such as pressure drop, film thickness and wave features are evaluated, showing good agreement with experimental data found in literature.

## Keywords

Two phase; two-fluid model; droplet entrainment; annular flow; disturbance waves.

# Sumário

1 Introdução	17
1.1 Objetivo	18
1.2 Organização do Trabalho	19
2 Revisão Bibliográfica	20
2.1 Escoamento Anular e Entranhamento de Gotículas	20
2.2 Simulação Numérica de Escoamento Anular	25
3 Modelo Matemático	29
3.1 Conservação de Massa	32
3.2 Conservação de Quantidade de Movimento Linear	33
3.3 Entranhamento e Deposição de Gotículas	37
3.3.1 Propriedades das Gotículas	37
3.3.2 Taxas de Entranhamento e Deposição de Gotículas	39
3.4 Condições de Contorno e Iniciais	43
4 Método Numérico	44
4.1 Fração Volumétrica	45
4.2 Velocidades	46
4.3 Pressão	48
4.4 Procedimento de Execução	50
5 Resultados	52
5.1 Seleção de Casos	53
5.1.1 Definição de Parâmetros Numéricos	56
5.1.2 Malha Computacional e Passo de Tempo	57
5.1.3 Tamanho do Domínio	58
5.2 Influência do Fator de Atrito Interfacial	60

5.3 Avaliação de Modelos de Entranhamento			
5.4 Características das Ondas de Perturbação			
5.5 Influência das Velocidades Superficiais			
5.5.1 Influência da Vazão de Gás			
5.5.2 Influência da Vazão de Líquido			
5.6 Influência da Pressão			
6 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros			
Referências Bibliográficas			
Apêndice A			
A.1. Termo de Escorregamento nas Equações de Conservação de Quantidade de Movimento Linear			
A.2. Discretização da Equação da Pressão			
A.3. Mapa de Padrões de Escoamento de Mishima & Ishii (1984)			
A.4. Modelo de Ishii & Grolmes (1975) para Região de Entranhamento	99		
A.5. Velocidade de Estrutura de Onda			
A.6. Frequência de Ondas Grandes			

# Lista de figuras

Figura 2.1: Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais e verticais (Carneiro, 2006)	20
Figura 2.2: Mapa de padrão de escoamento segundo modelo de Mishima & Ishii (1984). Ar-água; vertical ascendente; <i>P</i> =1 bar; <i>D</i> =50,8 mm	21
Figura 2.3: Escoamento anular com entranhamento de gotículas (adaptada de Azzopardi (2006))	21
Figura 2.4: Ondas de perturbação em duto com diâmetro interno de 125 mm (Azzopardi & Gibbons, 1983)	22
Figura 2.5: Mecanismos de entranhamento de gotículas (Ishii & Grolmes, 1975)	23
Figura 2.6: Representação esquemática das forças atuantes em uma onda de perturbação (vista lateral) (Ishii & Grolmes, 1975)	24
Figura 2.7: Representação esquemática do critério de Ishii & Grolmes (1975) para transição entre escoamento anular sem e com entranhamento de gotículas (adaptado de Ishii & Grolmes (1975))	24
Figura 2.8: Representação da transferência de massa entre bolhas dispersas golfada e bolha alongada no padrão de golfadas (Bonizzi & Issa, 2003)	26
Figura 4.1: Arranjo de malha. a) Volume de controle escalar. b) Volume de controle vetorial (Fontalvo, 2016)	45
Figura 5.1: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Fore & Dukler (1995); $D = 50,8$ mm.	54
Figura 5.2: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Schadel (1988); $D = 42$ mm.	54
Figura 5.3: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Zhao (2014); $D = 34,5$ mm.	55

Figura 5.4: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Sawant, <i>et al.</i> (2008a; 2008b); $Psaída = 1,2$ bar; $D = 9,4$ mm.	55
Figura 5.5: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Sawant, <i>et al.</i> (2008a; 2008b); $Psaída = 4,0$ bar; $D = 9,4$ mm	56
Figura 5.6: Velocidade de onda em função do refinamento de malha e número de Courant (Fore & Dukler (1995); <i>ReL</i> =1500; <i>USG</i> =27,3 m/s; modelo U)	57
Figura 5.7: Velocidade de onda em função do refinamento de malha e número de Courant (Sawant, <i>et al.</i> (2008a; 2008b); $P=1,2$ bar; $ReL=1480$ ; $USG=23,8$ m/s; modelo Umod)	58
Figura 5.8: Perfil de fração de entranhamento para domínio com tamanho original e com tamanho aumentado para um dado instante de tempo (Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500; <i>USG</i> =53 m/s; modelo Umod; $\Delta x/D = 0,1$ ).	59
Figura 5.9: Gradiente de pressão em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500).	61
Figura 5.10: Velocidade da estrutura em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500).	61
Figura 5.11: Fração de entranhamento em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500).	62
Figura 5.12: Comparação entre gradiente de pressão, espessura do filme líquido, velocidade de estrutura da onda e frequência de ondas grandes numérico versus experimental ( $D=34\sim51$ mm; $ReL=600\sim3000$ ; $USG=19\sim72$ m/s).	64
Figura 5.13: Comparação entre gradiente de pressão e espessura do filme líquido numérico e experimental ( $D=34\sim51$ mm; $ReL=600\sim3000$ ; $USG=19\sim72$ m/s).	66
Figura 5.14: Comparação entre a velocidade de estrutura e a frequência de ondas grandes numérico e experimental (aproximação nos pontos mais próximos à origem; $D=34~51$ mm; $ReL=600~3000$ ; $USG=19~72$ m/s).	67
Figura 5.15: Comparação entre fração de entranhamento numérica e experimental ( $D=34\sim51$ mm; $ReL=600\sim3000$ ; $USG=19\sim72$ m/s).	68

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1621759/CA

,

Figura 5.16: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Zhao (2014); <i>ReL</i> =603; <i>USG</i> =23,8 m/s; modelo Umod).		
Figura 5.17: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500; <i>USG</i> =36,5 m/s; modelo Umod).		
Figura 5.18: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Schadel (1988); $ReL$ =1500; $USG$ =72 m/s; modelo Umod).		
Figura 5.19: Espessura de filme líquido adimensional em função do tempo na posição $x=0,26$ m (Zhao (2014); $ReL = 603$ ; $USG = 40,1$ m/s; modelo SE, modelo U e modelo Umod).		
Figura 5.20: Espessura de filme líquido adimensional em função do tempo na posição $x=1,98$ m (Zhao (2014); $ReL = 603$ ; $USG = 40,1$ m/s; modelo SE, modelo U e modelo Umod ).		
Figura 5.21: Espessura média de filme líquido ao longo do domínio (Zhao (2014); <i>ReL</i> =603; <i>USG</i> =40,1 m/s).		
Figura 5.22: Frequência de ondas grandes ao longo do domínio (Zhao (2014); $ReL$ =603; $USG$ =40,1 m/s).		
Figura 5.23: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido e taxa de entranhamento (Zhao (2014); $ReL$ =603; $USG$ =40,1 m/s; modelo U e modelo Umod).	76	
Figura 5.24: Gradiente de pressão e espessura do filme de líquido em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); $ReL$ =1500).	78	
Figura 5.25: Velocidade da estrutura em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500).	79	
Figura 5.26: Fração de entranhamento em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988); <i>ReL</i> =1500).	80	
Figura 5.27: Gradiente de pressão em função da velocidade superficial de gás (Zhao (2014); <i>ReL</i> =603).	80	
Figura 5.28: Gradiente de pressão e espessura do filme de líquido em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995); $USG \approx 36 \text{ m/s}$ ).	81	
Figura 5.29: Velocidade de estrutura em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995); $USG \approx 36$ m/s).	82	

Figura 5.30: Fração de entranhamento em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995); $USG \approx 36$ m/s).	82
Figura 5.31: Espessura média dia filme líquido em função da velocidade superficial de gás (Sawant, <i>et al.</i> (2008b); <i>ReL</i> =950; modelo Umod). (a): <i>Psaída</i> =1,2 bar. (b): <i>Psaída</i> =4,0 bar.	83
Figura 5.32: Espessura média de filme líquido (numérico versus experimental; <i>ReL</i> =950~3100; <i>USG</i> =17~58 m/s; modelo Umod).	84
Figura 5.33: Velocidade de estrutura das ondas e frequência de ondas grandes (numérico versus experimental; $ReL=950\sim3100$ ; $USG=17\sim58$ m/s; modelo Umod).	85
Figura A.1: Mapa de padrão de escoamento segundo modelo de Mishima & Ishii (1984)	98
Figura A.2: Correlação cruzada para uma série temporal (Fontalvo, 2016)	100

# Lista de tabelas

Tabela 3.1: Fases selecionadas para cada conjunto de equações e trabalho	31
Tabela 5.1: Correlações de entranhamento e deposição apresentadas neste capítulo	52
Tabela 5.2: Propriedades das configurações selecionadas	53
Tabela 5.3: Influência do aumento de domínio nos gradiente de pressão no intervalo entre $x=3,883,88$ m e $x=4,88$ m (Schadel (1988) ; <i>ReL</i> =1500; <i>USG</i> =53 m/s; $\Delta x/D = 0,1$ ).	60
Tabela 5.4: Erros médios encontrados para cada modelo.	69

# Nomenclatura

Α	Área da seção transversal da tubulação, [m²]		
$\mathbb{C}$	Parâmetro de fluxo de quantidade de movimento, [-]		
$C_D$	Coeficiente de arraste de gotículas, [-]		
Со	Número de Courant, [-]		
$C_w$	Velocidade da estrutura, [m/s]		
$C_{\sigma}$	Coeficiente de escoamento interno à onda		
D	Diâmetro do duto, [m]		
$d_D$	Diâmetro da gotícula, [m]		
Ε	Fração de entranhamento, [-]		
F	Força de atrito por unidade de volume, [Pa/m]		
F <sub>drag</sub>	Força de arraste de gotículas		
f	Fator de atrito, [-]; Frequência, [Hz]		
g	Aceleração da gravidade, [m/s <sup>2</sup> ]		
$h_b$	Espessura do filme base, [m]		
$h_L$	Espessura do filme líquido, [m]		
$N_{\mu}$	Número de viscosidade		
p	Pressão, [Pa]		
r	Parâmetro da função limitadora de fluxo		
$R_e$	Taxa de entranhamento de gotículas, [kg/s/m]		
$R_d$	Taxa de deposição de gotículas, [kg/s/m]		
$R_G$	Constante dos gases, [m²/s²/K]		
Re	Número de Reynolds, [-]		
S	Perímetro molhado, [m <sup>2</sup> ]		
t	Tempo, [s]		
Т	Temperatura, [K]		
U	Velocidade, [m/s]		
U <sub>onda</sub>	Velocidade de onda, [m/s]		
We	Número de Weber. [-]		

*x* Coordenada axial, [m]

∀ Volume, [m<sup>3</sup>]

# Símbolos gregos

Δ	Variação de uma grandeza
α	Fração volumétrica da fase, [-]
β	Ângulo de inclinação da tubulação em relação à horizontal, [°]
γ	Fator de sub relaxação, [-]
μ	Viscosidade dinâmica, [Pa s]
$\overline{\nu^2}$	Média quadrática da flutuação de velocidade, [m²/s²]
ξ	Parâmetro de ajuste, [-]
ρ	Massa específica, [kg/m <sup>3</sup> ]
σ	Tensão superficial, [N/m]
τ	Tensão cisalhante, [Pa]
$\varphi$	Grandeza genérica $\chi$ Concentração volumétrica, [-]
$\psi$	Função limitadora de fluxo, [-]
$\phi$	Termo fonte (fluxo mássico), [kg/s/m <sup>2</sup> ]

## Subscritos

В	Bolhas = gás disperso	
d	Deposição de gotículas	
D	Gotículas (droplets) = líquido disperso	
dyn	Referente à pressão dinâmica	
е	Entranhamento de gotículas; referente à face leste do volume de controle	
principal		
Ε	Referente ao centro do volume de controle escalar a leste	
G	Gás = gás contínuo	
GD	Mistura gás-gotículas = gás contínuo $(G)$ + líquido disperso $(D)$	
GT	Gás total = gás contínuo ( $G$ ) + gás disperso ( $B$ )	
i	Interface	
k	Referente a uma das fases	
L	Líquido = líquido contínuo	

LB	Mistura líquido-bolhas = líquido contínuo $(L)$ + gás disperso $(B)$	
LT	Líquido total = líquido contínuo $(L)$ + líquido disperso $(D)$	
т	Mistura	
тах	Máximo	
Р	Referente ao centro do volume de controle principal	
S	Escorregamento	
S	Superficial	
sm	Média de Sauter	
W	Parede; referente à face oeste do volume de controle principal	
W	Referente ao centro do volume de controle escalar a oeste	

## Sobrescritos

- 0 Referente ao passo de tempo anterior
- m Máximo valor
- \* Referente à iteração anterior

## 1 Introdução

Diversas áreas da engenharia estudam o escoamento de fluidos. Frequentemente o escoamento se dá com a presença de mais de uma fase de fluidos iguais ou diferentes ou com fluidos imiscíveis. O escoamento multifásico consiste no escoamento simultâneo de duas ou mais fases, sendo o escoamento bifásico gáslíquido o mais estudado. A depender, principalmente, da geometria (inclinação e diâmetro), propriedades dos fluidos e velocidades, as fases escoando no interior de um duto circular podem assumir diferentes regimes de escoamento, por exemplo: estratificado, bolhas dispersas (*bubbly flow*), golfadas (*slug flow*), anular e caótico (*churn flow*) (Ishii & Hibiki, 2011; Andreolli, 2016).

Dentre os diversos padrões de escoamento, o escoamento anular é caracterizado por um núcleo gasoso fluindo a alta velocidade com um filme líquido no seu entorno, molhando a parede do duto. O efeito do núcleo gasoso sobre o filme líquido pode levar a formação de ondas de perturbação na interface do filme. Essas ondas transportam massa de líquido a velocidades mais elevadas em relação ao restante do filme líquido, apesar de ainda fisicamente unidos.

Em situações de alto cisalhamento na interface gás-líquido, gotículas líquidas podem ser formadas e transportadas pelo núcleo gasoso, levando ao escoamento anular com entranhamento de gotículas. Ao mesmo tempo, a agitação e tridimensionalidade inerentes ao escoamento anular fazem com que uma parcela das gotículas presentes no núcleo gasoso seja deslocada em direção à parede e volte a compor o filme líquido em processo denominado deposição de gotículas.

O escoamento multifásico em dutos ocorre frequentemente nas indústrias de petróleo, nuclear, química, dentre outras. Na produção de petróleo, o escoamento anular pode ocorrer, por exemplo, em escoamentos com elevada razão gás-líquido (RGL), na produção de gás natural com condensado, assim como no escoamento em gasodutos de exportação. Em poços produtores de gás escoando no regime anular, por exemplo, com a redução da vazão de gás, a capacidade do núcleo gasoso "arrastar" o filme líquido é reduzida. O acúmulo de líquido no poço, associado a

brusco aumento no gradiente de pressão, pode levar à interrupção da produção (Turner, *et al.*, 1969; Belt, *et al.*, 2010; Waltrich, *et al.*, 2013). Assim, a modelagem adequada do escoamento multifásico é capaz de melhorar as previsões de fenômenos físicos (produção contínua, variações de vazões, fechamento de válvulas, etc.), contribuindo assim para manter operações seguras e eficientes em instalações industriais.

Com exceção de casos bastante específicos, o escoamento multifásico é um fenômeno sempre transiente e tridimensional. Essa complexidade, associada aos interesses da indústria e pesquisadores, faz com que o seu estudo – incluindo teoria, experimento e modelagem – se mantenha em constante evolução. Apesar da complexidade mencionada, as propriedades médias do escoamento multifásico em dutos usualmente podem ser adequadamente representadas em modelos unidimensionais em regime permanente ou regime transiente, a depender dos fenômenos que se deseja avaliar.

Nesse contexto, um modelo numérico é utilizado neste trabalho para estudar o escoamento gás-líquido anular vertical com gotículas, considerando a interação do fenômeno de entranhamento com as ondas de perturbação. Têm-se como ponto de partida o código de Modelo de Dois Fluidos 1D transiente desenvolvido em linguagem Fortran pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM) na PUC-Rio. Esse modelo é capaz de capturar pequenas perturbações na interface gás-líquido, incluindo a formação e propagação de ondas de perturbação, assim como prever a transição entre diversos regimes de escoamento, incluindo estratificado, golfadas e anular.

## 1.1 Objetivo

Com a intenção de aprimorar as previsões para escoamento anular sujeito a entranhamento de gotículas, este trabalho possui como principais objetivos:

 a) Estudar os fenômenos de entranhamento e deposição de gotículas em regime de escoamento bifásico anular.

 b) Investigar correlações para taxas de entranhamento e deposição de gotículas disponíveis na literatura.

c) Com base nessas correlações, propor modificações de forma a melhor

representar a relação entre o fenômeno de entranhamento de gotículas e as cristas das ondas de perturbação na interface gás-líquido.

 d) Aprimorar a previsão no cálculo de grandezas do escoamento, incluindo espessura de filme líquido, gradiente de pressão, velocidade de estrutura de ondas, frequência de ondas grandes e fração de entranhamento.

e) Validar os resultados com dados disponíveis na literatura.

#### 1.2 Organização do Trabalho

No Capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica, incluindo as contribuições de trabalhos anteriores. São abordados, principalmente, o escoamento em regime anular com entranhamento de gotículas e a modelagem desse tipo de escoamento.

No Capítulo 3 é apresentado o modelo matemático utilizado neste trabalho. São apresentadas as equações do Modelo de Dois Fluidos, nas quais são representadas grandezas referentes ao entranhamento de gotículas.

O método numérico utilizado neste estudo é apresentado no Capítulo 4. As equações de conservação apresentadas no capítulo anterior são representadas na forma discretizada e é exposto o procedimento de execução do código, mencionando quais algoritmos foram utilizados.

No Capítulo 5, são apresentados resultados de simulação para o modelo. As caraterísticas dos casos selecionados para o estudo são apresentadas. São definidos os parâmetros numéricos utilizados nas simulações. Na sequência, são avaliadas as influências dos modelos de entranhamento de gotículas e grandezas físicas, como velocidades superficiais das fases na entrada e pressão na saída.

Por fim, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.

## 2 Revisão Bibliográfica

A revisão bibliográfica é dividida em duas partes. Na primeira, apresenta-se uma revisão relacionada à caracterização do escoamento anular com entranhamento de gotículas e experimentos, seguida de uma revisão sobre estudos numéricos de escoamento anular.

## 2.1 Escoamento Anular e Entranhamento de Gotículas

O entendimento sobre escoamento multifásico em tubulações vem sendo aprimorado há algumas décadas, o que é evidenciado pelo aumento significativo das publicações e eventos científicos relacionados ao assunto. Conforme mencionado no Capítulo 1, a inclinação e diâmetro do duto, propriedades dos fluidos e velocidades superficiais de cada fase contribuem para definir o padrão de escoamento em um duto. Os padrões de escoamento gás-líquido são representados na Figura 2.1.



Figura 2.1: Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais e verticais (Carneiro, 2006)

O modelo de Mishima & Ishii (1984) estabelece critérios de transição entre regimes de escoamento bifásico em dutos verticais a partir de propriedades dos fluidos, características do duto e condições de contorno. Na Figura 2.2 é apresentado um mapa de padrão de escoamento segundo o modelo de Mishima & Ishii (1984) para ar e água escoando à pressão de 1 bar em duto vertical com diâmetro interno de 50,8 mm. As curvas delimitam a transição entre padrões de escoamento em função das velocidades superficiais das fases. No entanto, devido à complexa natureza do escoamento multifásico, muitos estudos abordam especificamente um regime de escoamento, como é o caso deste trabalho.



Figura 2.2: Mapa de padrão de escoamento segundo modelo de Mishima & Ishii (1984). Ar-água; vertical ascendente; *P*=1 bar; *D*=50,8 mm

Os mecanismos físicos dominantes no escoamento anular com entranhamento (Figura 2.3) – relacionados ao núcleo gasoso, filme líquido e gotículas líquidas (introduzidos no Capítulo 1 e detalhados a seguir) – são relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.



Figura 2.3: Escoamento anular com entranhamento de gotículas (adaptada de Azzopardi (2006))

No escoamento anular, o filme líquido atua como uma parede rugosa, contribuindo para o aumento do gradiente de pressão devido ao atrito (Azzopardi, 1997). A importância dessa rugosidade fica evidente na visualização das ondas de perturbação no escoamento anular, como as mostradas na Figura 2.4.



Figura 2.4: Ondas de perturbação em duto com diâmetro interno de 125 mm (Azzopardi & Gibbons, 1983)

Entranhamento e deposição de gotículas no escoamento anular causam impacto significativo em caraterísticas do escoamento (Oliemans, *et al.*, 1986), podendo ser relevantes para grandezas de suma importância (gradiente de pressão, fração de líquido, forças exercidas em equipamentos, etc.) para projetos de instalações que operam com escoamento multifásico. Fore & Dukler (1995) afirmam que a transferência de massa de gotículas pode ser responsável por 20% do gradiente de pressão. Por envolver a transferência de massa de líquido entre o filme líquido e o núcleo gasoso, o entendimento do fenômeno de entranhamento de gotículas passa por uma visão ampla sobre esses elementos que compõem o escoamento anular.

Ishii & Grolmes (1975) descreveram que a interação do núcleo gasoso com as ondas de perturbação dependem de características do padrão de escoamento e da forma das ondas, apresentando cinco mecanismos básicos para entranhamento de gotículas (Figura 2.5). No primeiro tipo, o cisalhamento da crista das ondas ocorre devido à tensão cisalhante na interface associada à diferença de velocidades entre as fases que pode deformar as ondas, superar a tensão interfacial e levar ao desprendimento de gotículas. O segundo mecanismo ocorre quando o filme líquido é cortado por um fluxo de gás. O terceiro tipo está associado à ruptura de bolhas que podem se formar no filme líquido. Quando essas bolhas se aproximam da interface, a parcela do filme que a separa do núcleo gasoso pode romper, formando gotículas. No quarto tipo, a formação de gotículas é causada pelo impacto de massa de líquido, oriunda de ondas que "quebram" sobre o filme ou de gotículas colidindo com o mesmo. Já o quinto tipo está associado à ocorrência de escoamento de líquido no sentido contrário ao escoamento principal, quando protuberâncias no filme líquido que so núcleo gasoso) que se encontram com o núcleo gasoso fluindo a altas velocidades.



Figura 2.5: Mecanismos de entranhamento de gotículas (Ishii & Grolmes, 1975)

No mesmo trabalho, Ishii & Grolmes (1975) também propuseram um modelo amplamente utilizado na literatura (Azzopardi, 1997; Sawant, *et al.*, 2008a; Ishii & Hibiki, 2011) para prever a transição entre escoamento anular sem a presença de gotículas e escoamento anular com entranhamento de gotículas. O critério baseiase no cisalhamento das ondas de perturbação (primeiro mecanismo da Figura 2.5). A partir da geometria das ondas de perturbação, considera-se no equacionamento do critério as forças de arraste de cisalhamento atuando nas ondas em oposição à tensão interfacial, conforme ilustrado na Figura 2.6. O critério de Ishii & Grolmes (1975) é representado na Figura 2.7, onde são identificadas três regiões no plano de número de Reynolds do filme líquido versus velocidade de gás. Segundo o modelo, existe um valor para número de Reynolds de líquido abaixo do qual não há entranhamento (Regime de número de Reynolds de líquido mínimo). Aumentando a vazão de líquido, passa-se pelo regime de transição, no qual a velocidade crítica de gás (abaixo da qual não é possível a ocorrência de entranhamento) depende do número de Reynolds do líquido. Para valores elevados de número de Reynolds, existe uma velocidade crítica de gás praticamente constante. Nessa condição, denominada regime turbulento rugoso, a hidrodinâmica do filme líquido é principalmente definida pelas condições na interface (Ishii & Grolmes, 1975).



Figura 2.6: Representação esquemática das forças atuantes em uma onda de perturbação (vista lateral) (Ishii & Grolmes, 1975)



Número de Reynolds do líquido

Figura 2.7: Representação esquemática do critério de Ishii & Grolmes (1975) para transição entre escoamento anular sem e com entranhamento de gotículas (adaptado de Ishii & Grolmes (1975))

Estudos mostram que as condições requeridas para ocorrência de ondas de perturbação estão fortemente relacionadas às condições mínimas necessárias para que se observe o entranhamento de gotículas (Azzopardi, 1997). Essas conclusões foram posteriormente corroboradas por Schadel (1988). Esse entendimento foi corroborado por Han, *et al.* (2006), que afirmaram que "é amplamente aceito que

as ondas de perturbação desempenham um papel fundamental no processo de entranhamento de líquido". Posteriormente, Berna, *et al.* (2014) afirmaram que as ondas de perturbação são o mecanismo dominante na geração de gotículas para fluidos de baixa viscosidade, conforme representado pelo cisalhamento das ondas de perturbação ilustrado nas Figuras 2.3, 2.5 e 2.6. Conforme detalhado anteriormente, para velocidades de gás suficientemente elevadas, as forças devido ao cisalhamento da interface superam a tensão superficial e o entranhamento de gotículas passa a ser observado (Berna, *et al.*, 2014).

Diversos autores, sendo alguns elencados a seguir, se empenharam em obter dados experimentais para escoamento anular. Esses dados têm sido importantes no desenvolvimento de modelos numéricos para representar esse tipo de escoamento e foram utilizados para validar o modelo apresentado neste trabalho. Schadel (1988) concentrou seus esforços em medir grandezas características do entranhamento de gotículas em escoamento anular, como taxas de entranhamento/deposição e fração de entranhamento. Fore & Dukler (1995) apresentaram resultados experimentais para grandezas relativas a entranhamento e ao escoamento anular, como espessura de filme líquido, gradiente de pressão, velocidade de estrutura de onda, taxa de entranhamento/deposição de gotículas, fração de entranhamento e diâmetro de gotícula. Sawant et al. (2008a) avaliaram o efeito da pressão, além das velocidades das fases, na fração de entranhamento. Da forma análoga, Sawant, et al. (2008b) avaliaram o efeito das mesmas variáveis em características das ondas de perturbação. Posteriormente, Zhao (2014) contribuiu com dados experimentais para o comportamento transiente e médio das ondas de perturbação ao longo da tubulação.

#### 2.2 Simulação Numérica de Escoamento Anular

O Modelo de Dois Fluidos (Ishii & Hibiki, 2011) tem sido utilizado em muitos trabalhos de simulação numérica de escoamento multifásico em dutos. Consiste na solução de equações de conservação de massa, quantidade de movimento e, eventualmente, energia para as fases, assim como relações de fechamento para representar os termos interfaciais nas equações. O Modelo de Dois Fluidos é apresentado por Ishii & Hibiki (2011) como "o modelo de formulação macroscópica de termofluidodinâmica de sistemas bifásicos mais detalhado e preciso". Nieckele & Carneiro (2017) apresentaram a versatilidade do desse tipo de modelo ao mostrar que é capaz de apresentar bons resultados em diversos padrões de escoamento, incluindo estratificado, anular e golfadas. Em seus trabalhos, Silva (2015) e Fontalvo (2016), ao avaliar seus resultados para escoamento anular, destacaram que é desejável incorporar os fenômenos de entranhamento e deposição de gotículas no Modelo de Dois Fluidos ao representar o escoamento em padrão anular.

Bonizzi & Issa (2003) propuseram, em seu modelo de captura de golfadas, uma abordagem para incorporar o entranhamento de bolhas para o regime de golfadas, representando a aeração localmente, na posição da frente da golfada de líquido, onde bolhas dispersas são geradas a partir de gás da bolha alongada à sua frente, assim como na traseira das golfadas, onde as bolhas são desprendidas para a bolha alongada que a sucede (Figura 2.8).



Figura 2.8: Representação da transferência de massa entre bolhas dispersas golfada e bolha alongada no padrão de golfadas (Bonizzi & Issa, 2003)

Liu & Bai (2017) afirmam que a maioria dos modelos de entranhamento disponíveis na literatura consideram propriedades globais na sua formulação, ao invés de propriedades locais. O modelo a ser apresentado no presente trabalho (Capítulo 3) faz uma analogia à abordagem de Bonizzi & Issa (2003), propondo um modelo que prevê o entranhamento de gotículas no escoamento anular, também localmente, a partir do cisalhamento das ondas de perturbação, mecanismo apontado como dominante na formação de gotículas por trabalhos anteriores (Ishii & Grolmes, 1975; Berna, *et al.*, 2014; Liu & Bai, 2017). Por fim, em estudo recente, Cherdantsev (2018) comenta que modelos para taxa de entranhamento e deposição de gotícula representam de forma muito simplificada os processos existentes no escoamento anular , concluindo que a influência de ondas de menor amplitude e características tridimensionais também deveriam ser levadas em consideração. Uma modelagem 3D e com malha ainda mais refinada que as utilizadas em Modelos de Dois Fluidos 1D, apesar de contribuir para representação mais rigorosa da física

que se deseja modelar, certamente resulta em modelos mais complexos e tempos de simulação muito maiores.

Conforme relatado na introdução, este trabalho tem como ponto de partida o código de modelo dois-fluidos 1D transiente desenvolvido em linguagem Fortran pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do DEM, PUC-Rio. Em seu trabalho referente ao regime de golfadas, Carneiro (2006) descreve a modelagem matemática, focando no "desenvolvimento do regime de golfadas, a partir do escoamento estratificado, em tubulações horizontais levemente inclinadas". Recentemente, Silva (2015) avaliou o uso de equações de estado para modelar o comportamento real do gás, em condições operacionais típicas de padrão anular. Posteriormente, Fontalvo (2016) avaliou o uso de modelos de pressão dinâmica também para escoamento anular e descreveu o processo de obtenção de grandezas estatísticas características do escoamento anular a partir dos perfis de variáveis resultantes das simulações, sendo utilizado também para pós-processar os resultados avaliados no Capítulo 5 do presente trabalho.

Além dos mencionados no parágrafo anterior, outros autores têm atuado na modelagem de fases dispersas em escoamento multifásico. Conforme comentado anteriormente, o entranhamento de bolhas de gás na fase líquida foi estudado por Bonizzi & Issa (2003) para representar a aeração do pistão de líquido no regime de escoamento em golfadas em dutos horizontais e levemente inclinados. Neste caso as equações que representam a fase líquida foram substituídas por equações representado a mistura líquido-bolhas. Adicionalmente, foi incluída uma terceira equação de continuidade para as bolhas. Foram consideradas relações de fechamento baseadas em correlações existentes, por exemplo, para a velocidade do pistão de líquido e para as taxas de entranhamento na frente do pistão de líquido. Issa *et al.* (2006) proporcionou um aprimoramento ao trabalho de Bonizzi & Issa (2003), apresentando novas relações de fechamento para forças de atrito em interface gás-líquido e para taxas de entranhamento.

Em discussão mais próxima do escopo deste trabalho, Bonizzi, *et al.* (2009) apresentaram um modelo que considera a presença de bolhas de gás na fase líquido e gotículas de líquido na fase gás. Emamzadeh (2012) modelou o escoamento em regime anular com entranhamento de gotículas tanto em dutos horizontais quanto em dutos verticais. Analogamente ao considerado por Bonizzi & Issa (2003), as equações que representam a fase gás são substituídas por equações representando a

mistura gás-gotas, além de ser incluída uma equação de continuidade para fase gotas.

Correlações para taxas de entranhamento e deposição de gotículas, necessárias para modelos como o modelo a ser apresentado no presente trabalho (Capítulo 3), foram desenvolvidas em diversos trabalhos anteriores. Pode-se citar alguns modelos para a taxa de entranhamento, frutos dos trabalhos anteriores. Ueda (1979) propôs uma correlação empírica na qual a taxa de entranhamento depende da tensão cisalhante na interface, velocidade do filme líquido e as propriedades do líquido. Sugawara (1990) apresentou uma correlação baseada no equilíbrio de forças na interface gás-liquido. Kataoka, *et al.* (2000) propuseram um modelo no qual a taxa de entranhamento é proporcional ao número de Weber e velocidade do filme líquido. Bertodano, *et al.* (2001) propôs uma taxa de entranhamento dependente das velocidades das fases e massa específica do gás. Já Liu & Bai (2017) apresentaram uma correlação que depende da tensão cisalhante atuando na superfície do filme líquido, além da velocidade do filme líquido e propriedades dos fluidos.

Da mesma forma, outros autores se empenharam em desenvolver correlações para taxas de deposição de gotículas. Primeiramente Paleev & Filippovich (1966) apresentaram um modelo para taxa de deposição de gotículas dependente da concentração de gotículas e velocidade do gás. Posteriormente, Sugawara (1990) apresentou uma correlação para taxa de deposição cuja força motriz é o mecanismo de difusão turbulenta. Okawa, *et al.* (2002) propuseram uma correlação para a qual a taxa de deposição é aproximadamente proporcional à razão entre força de cisalhamento interfacial e tensão superficial atuando na interface. Já Pan & Hanratty (2002) apresentaram um modelo no qual a taxa de deposição é proporcional à média quadrática da flutuação de velocidade de gotículas, além da concentração de gotículas.

O presente trabalho tem o objetivo incorporar a modelagem de gotículas no núcleo gasoso para um código existente, baseado no Modelo de Dois Fluidos capaz de capturar ondas de perturbação no escoamento anular. Pretende-se avaliar e aprimorar modelos de taxa de entranhamento e deposição de gotículas ao longo do escoamento, considerando a interação desses modelos com as variações de espessura de filme líquido devido às ondas de perturbação.

## 3 Modelo Matemático

Para determinar o campo de velocidades, pressão e frações volumétricas de um escoamento bifásico vertical no padrão anular selecionou-se o Modelo de Dois Fluidos unidimensional (Ishii & Hibiki, 2011). Este modelo é baseado na determinação de todas as grandezas relevantes médias nas fases e na seção transversal.

Apesar do nome Modelo de Dois Fluidos, na verdade o modelo muitas vezes é referenciado como modelo de Multi-Fluido ou Multi-Campo, pois equações de conservação são resolvidas para diversas "fases" (ou campos Eulerianos) que podem estar presentes no escoamento, tal que a seguinte restrição seja atendida

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha_k = 1 \tag{3.1}$$

onde o subscrito *k* representa a fase. A principal característica de um escoamento no padrão anular pode ser descrita como um filme líquido escoando junto à parede, circunscrito a um núcleo gasoso. No entanto, observa-se a presença de gotículas de líquido dispersas no gás e/ou bolhas de gás dispersas no líquido. As bolhas, assim como as gotículas podem ser consideradas como fases adicionais. Pode-se então, considerar a existência das seguintes "fases": líquido contínuo (*L*), gás contínuo (*G*), líquido disperso (*D*, gotículas ou *droplets*) e gás disperso (*B* ou bolhas). Combinando-se mais de uma fase, pode-se definir: líquido total (LT = L + D), gás total (GT = G + B), mistura líquido-bolhas (LB = L + B) e mistura gás-gotículas (GD = G + D).

Com base nisso, são definidas as frações volumétricas de cada fase, onde ∀ é volume:

Fração de gás total

$$\alpha_{GT} = \frac{\forall_{GT}}{\forall} = \frac{\forall_G}{\forall} + \frac{\forall_B}{\forall}$$
(3.2)

Fração de líquido total

$$\alpha_{LT} = \frac{\forall_{LT}}{\forall} = \frac{\forall_L}{\forall} + \frac{\forall_D}{\forall}$$
(3.3)

• Fração de gás contínuo

$$\alpha_G = \frac{\forall_G}{\forall} \tag{3.4}$$

• Fração de líquido contínuo (*liquid film*)

$$\alpha_L = \frac{\forall_L}{\forall} \tag{3.5}$$

• Fração de bolhas (bubbles)

$$\alpha_B = \frac{\forall_B}{\forall} \tag{3.6}$$

• Fração de gotículas (*droplets*)

$$\alpha_D = \frac{\forall_D}{\forall} \tag{3.7}$$

onde:

$$\begin{cases} \alpha_G + \alpha_B = \alpha_{GT} ; \quad \alpha_L + \alpha_D = \alpha_{LT} \\ \alpha_G + \alpha_B + \alpha_L + \alpha_D = 1 ; \quad \alpha_{GT} + \alpha_{LT} = 1 \end{cases}$$
(3.8)

Como uma primeira aproximação, no presente trabalho, considerou-se somente a existência de gotículas de líquido dispersas no núcleo gasoso, isto é, desprezou-se a existência de bolhas no filme líquido, logo

$$\alpha_G + \alpha_L + \alpha_D = 1 \quad ou \quad \alpha_G + \alpha_{LT} = 1 \tag{3.9}$$

As equações de continuidade e de quantidade de movimento linear (QML) podem ser escritas representando cada fase ou uma mistura de duas ou mais fases. Considerando que este trabalho foca em modelar o escoamento em regime anular, as seguintes fases serão representadas: líquido contínuo (alternativamente denominada L, filme líquido ou líquido), gás contínuo (alternativamente denominada G, núcleo gasoso ou gás) e gotículas (alternativamente denominada D, gotas ou líquido disperso). A Tabela 3.1 a seguir, apresenta quais fases são representadas nas equações de conservação neste trabalho e em trabalhos de outros autores. Note que tanto Bonizzi, *et al.* (2009) quanto Emamzadeh (2012) optaram por resolver N equações de continuidade para N fases, enquanto no presente trabalho optou-se resolver o sistema de equações utilizando uma equação de

continuidade a menos. A abordagem adotada pelos autores citados não garante que, após solução das equações de continuidade, as frações volumétricas das fases somem 100%, o que requer algum tipo de normalização ou correção posterior.

No modelo apresentado a seguir, escolheu-se resolver as equações de continuidade para as fases que possuem menor fração volumétrica no escoamento anular (filme líquido e gotículas), com a finalidade de minimizar o esforço computacional mantendo a qualidade da solução do método empregado. Para tanto, a fração volumétrica do núcleo gasoso é dado pelo complemento das demais. De forma semelhante aos demais autores, é resolvida uma equação de QML para cada fase contínua ou mistura, incluindo na mesma equação a fase nela dispersa, quando aplicável. As equações de conservação são descritas neste capítulo.

		Equações de quantidade de
Trabalho	Equações de continuidade	movimento linear
Bonizzi, <i>et al.</i> -(2009)	D, B, LT, GT	LB, GD
Emamzadeh (2012)	GD, L, D	GD, L
presente trabalho	<i>L</i> , <i>D</i>	L, GD

Tabela 3.1: Fases selecionadas para cada conjunto de equações e trabalho

Uma vez tendo sido selecionado analisar a mistura gasosa com gotículas de líquido dispersas é conveniente definir a fração volumétrica correspondente a esta mistura

$$\alpha_{GD} = \alpha_G + \alpha_D \tag{3.10}$$

Assim como a concentração de gotículas na mistura gás-gotas

$$\chi_D = \frac{\alpha_D}{\alpha_{GD}} \tag{3.11}$$

Logo:

$$\frac{\alpha_G}{\alpha_{GD}} = \frac{\alpha_{GD} - \alpha_D}{\alpha_{GD}} = 1 - \chi_D \tag{3.12}$$

O presente problema consiste de 7 incógnitas. Deste total, tem-se 3 frações volumétricas ( $\alpha_L$ ,  $\alpha_G$ ,  $\alpha_D$ ), duas das quais são obtidas através de suas respectivas equações de conservação de massa, e a última de forma a atender a condição de restrição, Eq. (3.9). Das três velocidades ( $U_L$ ,  $U_G$ ,  $U_D$ ), duas são obtidas através de

suas equações de conservação de quantidade de movimento e a terceira com uma correlação empírica. Finalmente a última incógnita, correspondendo a pressão é obtida de forma a garantir conservação de massa global. Essas equações de conservação são apresentadas nas próximas seções.

É importante ressaltar que nos modelos de Bonizzi, *et al.* (2009) e Emamzadeh (2012) não se garante que a solução das equações de conservação de massa resulte em valores de fração volumétrica que somem 100%, o que pode ser solucionado com uma normalização posterior. No entanto, ao resolver uma equação a menos, como no presente trabalho, além de não ocorrer essa situação, há um ganho adicional devido à redução no esforço computacional requerido para solução do sistema de equações.

#### 3.1 Conservação de Massa

As frações volumétricas são obtidas a partir da solução das equações de conservação de massa. A equação de continuidade para determinar a fração volumétrica do filme líquido (L) é

$$\frac{\partial(\rho_L \,\alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \,\alpha_L \,U_L)}{\partial x} = -(\phi_e - \phi_d) \tag{3.13}$$

e para as gotículas (D) é

$$\frac{\partial(\rho_L \,\alpha_D)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \,\alpha_D \,U_D)}{\partial x} = (\phi_e - \phi_d) \tag{3.14}$$

onde  $\rho$  é a massa específica, U é a velocidade, x e t são as coordenadas espacial e o tempo, respectivamente. Os termos fonte presentes no lado direito das equações representam a diferença entre as vazões mássicas (por unidade de volume) de entranhamento ( $\phi_e$ ) e deposição ( $\phi_d$ ) de gotículas. Como esperado, esses termos aparecem nas duas equações com sinais inversos, pois a transferência de massa corresponde ao desprendimento de gotículas de líquido do filme, entranhando no núcleo gasoso, enquanto que a deposição de gotículas consiste na saída de gotículas da mistura gasosa e depositando no filme líquido.

A fração de gás da fase gasosa  $\alpha_G$  é obtida a partir da equação de restrição, Eq.(3.9).

## 3.2 Conservação de Quantidade de Movimento Linear

Equações de conservação de quantidade de movimento linear (Q.M.L.) são resolvidas para obter as velocidades do filme de liquido  $U_L$  e da mistura gasosa com gotículas  $U_{GD}$ . Neste trabalho, optou-se por determinar as velocidades das gotículas  $(U_D)$  e do núcleo gasoso  $(U_G)$  a partir de  $U_{GD}$  em conjunto com uma correlação empírica para a velocidade de escorregamento entre gás e gotas, procedimento que será descrito no item 3.3.1.

Para o filme líquido (*L*) tem-se:

$$\frac{\partial(\rho_L \,\alpha_L \,U_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbb{C}_L \,\rho_L \,\alpha_L \,U_L \,U_L)}{\partial x} = -\alpha_L \frac{\partial \,p_i}{\partial x} - \frac{\partial \,\alpha_L \,\Delta p_{dyn}}{\partial x} - \rho_L \,\alpha_L \,g - F_{wL} - F_i - \phi_e U_L + \phi_d \,U_D$$
(3.15)

onde  $\mathbb{C}_L$  é o parâmetro de distribuição para o filme líquido sendo definido por:

$$\mathbb{C}_L = \frac{\int \alpha_L \, U_L^2 \, d \, A}{\alpha_L \, U_L^2} \tag{3.16}$$

Song (2003) recomenda a utilização do parâmetro de distribuição do líquido igual a  $\mathbb{C}_L = 1,05$ , valor utilizado neste trabalho.

Neste trabalho, assumimos que a pressão na interface  $(p_i)$  é igual para ambas fases contínuas. O termo  $\Delta p_{dyn}$  denominado pressão dinâmica representa a diferença entre a pressão média no filme líquido  $(p_L)$  e a pressão na interface  $(p_i)$ , devido a diferença entre a velocidade do filme líquido e velocidade de translação das ondas na interface e conforme apresentado por Fontalvo *et al.* (2018) é:

$$\Delta p_{dyn} = (p_L - p_i) = 0.02 \ \rho_L \ (U_L - U_{onda})^2 \tag{3.17}$$

Conforme recomendado por Fontalvo *et al.* (2018), a velocidade das ondas na interface pode ser calculada usando o modelo proposto por Berna, *et al.* (2014):

$$U_{onda} = 50 \frac{\sqrt{\rho_{GD}} U_{SGD} + \sqrt{\rho_L} U_{SL}}{\sqrt{\rho_{GD}} + \sqrt{\rho_L}} R e_{SGD}^{-0,38} R e_{SL}^{0,16} C_{\sigma}^{-0,13}$$
(3.18)

onde:

$$C_{\sigma} = \begin{cases} 0.028 \ N_{\mu}^{-4/5} & N_{\mu} \le 1/15 \\ 0.25 & N_{\mu} > 1/15 \end{cases}$$
(3.19)

$$N_{\mu} = \mu_L / \left[ \rho_L \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g (\rho_L - \rho_G)}} \right]^{0,5}$$
(3.20)

As forças de cisalhantes por unidade de volume atuando na parede e na interface entre o líquido e a mistura gasosa são calculadas por:

$$F_{wL} = \frac{\tau_{wL} S_{wL}}{A} \quad ; \quad \tau_{wL} = \frac{1}{2} f_{wL} \rho_L U_L |U_L| \quad (3.21)$$

$$F_{i} = \frac{\tau_{i} S_{i}}{A} \quad ; \quad \tau_{i} = \frac{1}{2} f_{i} \rho_{G} (U_{L} - U_{GD}) |U_{L} - U_{GD}|$$
(3.22)

onde os perímetros molhados da parede e interface são  $S_{wL} = \pi D$  e  $S_i = \pi (D - 2 h_L)$ , sendo  $h_L$  a espessura do filme líquido e  $A = \pi D^2/4$  é a área da seção transversal, sendo D o diâmetro da seção transversal.

O fator de atrito para o líquido é calculado pela correlação de Kosky & Staub (1971):

$$f_{wL} = \begin{cases} \frac{16}{Re_{SL}} & \text{if } Re_{SL} < 50\\ \frac{12,7937}{Re_{SL}^{0,9428}} & \text{if } 50 \le Re_{SL} \le 1483\\ 0,081 Re_{SL}^{-0,25} & \text{if } Re_{SL} > 1483 \end{cases}$$
(3.23)

Para o fator de atrito na interface é usada a correlação de Whalley & Hewitt (1978):

$$f_i = \left[1 + 12\left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/3} \left(1 - \sqrt{\alpha_G}\right)\right] 0,079 \, Re_{SG}^{-0,25} \tag{3.24}$$

Os números de Reynolds superficiais são definidos com base no diâmetro do duto e velocidades superficiais  $U_{SL}$ ,  $U_{SG}$  e  $U_{SGD}$ , que são definidas como se fossem

as únicas fases escoando no duto  $(U_{Sk} = \dot{\forall}_k / A = U_k \alpha_k$ , sendo  $\dot{\forall}_k$  a vazão volumétrica da fase k)

$$Re_{SL} = \frac{\rho_L U_{SL} D}{\mu_L}$$
;  $Re_{SG} = \frac{\rho_G U_{SG} D}{\mu_G}$ ;  $Re_{SGD} = \frac{\rho_G U_{SGD} D}{\mu_G}$  (3.25)

Para obter a equação de conservação de quantidade de movimento linear (Q.M.L.) da mistura gás-gotas (*GD*), deve-se somar as equações de conservação de Q.M.L. de gás e de gotas. A equação Q.M.L. para a fase gasosa é

$$\frac{\partial(\rho_G \alpha_G U_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbb{C}_G \rho_G \alpha_G U_G U_G)}{\partial x}$$

$$= -\alpha_G \frac{\partial p_i}{\partial x} - \rho_G \alpha_G g + F_i - F_{drag_D}$$
(3.26)

Nesta equação,  $F_{drag_D}$  é a força de arraste das gotículas. Note que para um escoamento anular, a fase contínua gasosa não tem contato com a parede, i.e., não existe atrito com a parede ( $F_{wG} = 0$ ). De acordo com Fowler & Lisseter (1992), parâmetro de distribuição da fase gasosa deve ser unitário  $\mathbb{C}_G = 1$ .

A equação de Q.M.L. para as gotículas é

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_D U_D)}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbb{C}_D \rho_L \alpha_D U_D U_D)}{\partial x}$$

$$= -\alpha_D \frac{\partial p_i}{\partial x} - \rho_L \alpha_D g + F_{drag_D} + \phi_e U_L - \phi_d U_D$$
(3.27)

Observe que o arraste das gotícula possui sinal aposto ao da equação de Q.M.L para a fase gasosa, assim como o sinal das transferências na interface possuem sinal oposto as transferências para a fase líquida, Eq. (3.15). Aqui, parâmetro de fluxo das gotículas também foi considerado como unitário,  $\mathbb{C}_D = 1$ . Somando-se as duas equações de Q.M.L. para o gás e gotículas, a força de arraste das gotículas ( $F_{drag_D}$ ) se torna uma força interna do sistema, resultando na seguinte equação

$$\frac{\partial(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD} U_{GD})}{\partial x}$$

$$= -\alpha_{GD} \frac{\partial p_i}{\partial x} - \rho_{GD} \alpha_{GD} g + F_i + \phi_e U_L - \phi_d U_D \qquad (3.28)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\rho_G \rho_L \chi_D (1 - \chi_D) \alpha_{GD}}{\rho_{GD}} \right) U_{s_D}^2 \right]$$

onde a massa específica da mistura gás-gotas pode ser obtida pela média volumétrica:

$$\rho_{GD} = \frac{(\alpha_G \, \rho_G + \alpha_D \, \rho_L)}{\alpha_{GD}} = (1 - \chi_D) \, \rho_G + \chi_D \, \rho_L \tag{3.29}$$

Assume-se que o líquido é incompressível e o gás é modelado pela lei dos gases ideais:

$$\rho_G = \frac{p_G}{(R_G T_{ref})} \approx \frac{p_i}{(R_G T_{ref})}$$
(3.30)

onde  $R_G$  é a constante dos gases e  $T_{ref}$  é uma temperatura de referência para o escoamento, considerado isotérmico, e pressão média do gás na seção transversal é considerada como aproximadamente igual a pressão na interface.

A velocidade da mistura gás-gotas é definida pela velocidade do centro de massa:

$$U_{GD} = \frac{(\alpha_G \,\rho_G \,U_G + \alpha_D \,\rho_L \,U_D)}{\rho_{GD} \,\alpha_{GD}} = \frac{(1 - \chi_D) \,\rho_G \,U_G + \chi_D \,\rho_L \,U_D}{\rho_{GD}}$$
(3.31)

O último termo da Eq. (3.28) é obtido utilizando a seguinte manipulação (vide Apêndice A.1)

$$\frac{\partial(\rho_{G} \alpha_{G} U_{G} U_{G})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{L} \alpha_{D} U_{D} U_{D})}{\partial x} - \frac{\partial(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD} U_{GD})}{\partial x}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\rho_{G} \rho_{L} \chi_{D} (1 - \chi_{D}) \alpha_{GD}}{\rho_{GD}} \right) U_{S_{D}}^{2} \right]$$
(3.32)
sendo a velocidade relativa definida como

$$U_{s_D} = U_G - U_D \tag{3.33}$$

Para finalizar a definição de todos os parâmetros necessários para as soluções das equações de Q.M.L é necessário introduzir relações de fechamento para a velocidade relativa  $U_{s_D}$  e para os termos de fonte relacionados com os fenômenos de entranhamento e deposição,  $\phi_e e \phi_d$ , o que é realizado na seção 3.3.

### 3.3 Entranhamento e Deposição de Gotículas

Para resolução das equações de conservação apresentadas, são necessárias relações de fechamento para prever a transferência de massa entre as fases filme líquido e gotículas. Para tanto, é necessário estimar algumas propriedades das gotículas. Neste trabalho, a metodologia para cálculo das propriedades de gotículas é baseada no trabalho de Emamzadeh (2012).

#### 3.3.1 Propriedades das Gotículas

Para a determinação da velocidade das gotículas optou-se neste trabalho, como já mencionado, pela utilização de uma correlação empírica. Esta é determinada através da equação de velocidade de escorregamento como apresentado por Emamzadeh (2012). Para a definição da velocidade relativa entre gás e gotículas (ou velocidade de escorregamento), considerou-se equilíbrio entre as forças de arrasto (devido ao escoamento do gás), gravitacional e de pressão. Para um escoamento vertical (Emamzadeh (2012), tem-se:

$$U_{s_D} = \sqrt{\frac{4 d_D}{3 C_D \rho_G} \left(\rho_L g - \frac{\partial p}{\partial x}\right)}$$
(3.34)

sendo  $d_D$  o diâmetro das gotículas e  $C_D$  o coeficiente de arraste.

Para estimar o coeficiente de arraste  $C_D$ , considerou-se que as gotículas são aproximadamente esféricas, e utilizou-se o modelo para o coeficiente de arraste de Sommerfeld (2008):

$$C_D = \frac{24}{Re_d} \left( 1 + 0,186 Re_d^{0,653} + \frac{0,437}{1 + 7185/Re_d} \right)$$
(3.35)

onde o número de Reynolds da gota  $Re_d$ , baseado no diâmetro das gotículas  $d_D$  é

$$Re_d = \frac{\rho_G \, U_{s_D} \, d_D}{\mu_m} \tag{3.36}$$

sendo a viscosidade da mistura dada por  $\mu_m = \mu_G \times (1 - \alpha_D)^{-2.5}$ .

Para determinar o diâmetro da gotícula, torna-se necessário estimar diâmetro médio de Sauter, diâmetro máximo e diâmetro crítico. O diâmetro médio de Sauter das gotículas é calculado a partir do modelo de Al-Sarkhi & Hanratty (2002):

$$d_{sm} = \left(\frac{\sigma}{U_{SG}^2 \rho_G}\right)^{0.55} D^{0.45} \left(29.5 \frac{\alpha_D U_D}{U_{SG}} + 0.072\right)$$
(3.37)

onde  $\sigma$  é a tensão superficial entre o gás e o líquido da gota.

O diâmetro máximo de gotículas pode ser calculado pelo modelo de Hinze (1975):

$$d_{max,o} = 1,88 W e_G^{-0,6} R e_G^{0,08} D \left(\frac{\rho_{GD}}{\rho_G (1 - \alpha_D)}\right)^{-0,4}$$
(3.38)

sendo  $We_G$ , o número de Weber (representa a relação entre forças de inércia e a tensão interfacial) e  $Re_G$  o número de Reynolds do gás dados por

$$We_G = \frac{\rho_G U_G^2 D}{\sigma}, \quad Re_G = \frac{\rho_G U_G D}{\mu_G}$$
(3.39)

No entanto, conforme descrito por Brauner (2001), o modelo de Hinze prevê diâmetros máximos de gotícula para sistemas com baixa concentração de fase dispersa. Conforme a concentração de gotículas aumenta, outros fenômenos surgem, como a coalescência, o que pode levar a diâmetros maiores. Com esse argumento, Brauner (2001) propôs o seguinte modelo:

$$d_{max,\epsilon} = 7.61 C_H^{0,6} W e_G^{-0,6} R e_G^{0,08} D \left(\frac{\rho_{GD}}{\rho_G (1-\alpha_D)}\right)^{-0,4} \left(\frac{\alpha_D}{1-\alpha_D}\right)^{0,6}$$
(3.40)

onde  $C_H \cong 1$ . Assim, o diâmetro máximo de gotícula é dado por:

$$d_{max} = \max[d_{max,o}, d_{max,\epsilon}]$$
(3.41)

Brauner (2001) argumenta que o diâmetro máximo de gotícula deve ser menor que o diâmetro crítico, acima do qual ocorre deformação das gotículas e transição para o regime de névoa (*mist*). Para escoamento vertical, o mesmo pode ser calculado pelo modelo de Brodkey (1967):

$$d_{crit} = 2 \sqrt{\frac{0.4 \sigma}{(\rho_D - \rho_G) g}}$$
(3.42)

Finalmente, podemos combinar as definições acima para calcular o diâmetro das gotículas  $d_D$ :

$$d_D = \min[d_{sm}, d_{max}, d_{crit}] \tag{3.43}$$

## 3.3.2 Taxas de Entranhamento e Deposição de Gotículas

Para calcular os termos-fonte de entranhamento e deposição presentes nas equações de conservação, as taxas de entranhamento e deposição (por unidade de volume) são escritas em função dos fluxos mássicos (kg/s/m<sup>2</sup>) de entranhamento ( $R_e$ ) e deposição ( $R_d$ ):

$$\phi_e = \frac{S_i}{A} R_e \; ; \; \phi_d = \frac{S_i}{A} R_d \tag{3.44}$$

onde  $S_i$  é o perímetro da interface gás-líquido e A a área transversal do duto.

Dentre os diversos modelos disponíveis na literatura, escolheu-se avaliar os modelos de Ueda (1979), Bertodano, *et al.* (2001) e Liu & Bai (2017) para entranhamento, além do modelo de Pan & Hanratty (2002) para deposição. A partir desses modelos, a contribuição deste trabalho consiste em propor modificações de forma a melhorar seus resultados e reforçar no modelo o mecanismo de formação de gotículas por cisalhamento das cristas das ondas de perturbação.

O modelo de Ueda (1979) para taxa de entranhamento possui como principais forças-motrizes a tensão interfacial e a velocidade do filme líquido:

$$R_e^{Ueda} = 3,54 \times 10^{-3} \left[ \frac{\tau_i}{\sigma} \left( \frac{U_L \,\alpha_L}{\sigma} \right)^{0,6} \right]^{0,57} \tag{3.45}$$

Neste modelo a tensão cisalhante na interface  $\tau_i$  é determinada pela Eq. (3.22), com o fator de atrito na interface dado pela correlação de Whalley & Hewitt (1978), Eq. (3.24).

Segundo o modelo de Bertodano, *et al.* (2001), a taxa de entranhamento é proporcional à vazão do filme líquido e à tensão interfacial (através do número de Weber do gás  $We_G$ , de acordo com

$$R_{e}^{Bert} = 0.5 \times 10^{-7} \frac{\mu_{L}}{D} \left( Re_{SL} - Re_{SLC} \right) We_{G} \sqrt{\frac{\mu_{L}}{\mu_{G}}}$$
(3.46)

onde  $Re_{SL}$  é o número de Reynolds superficial do filme líquido (eq. 3.25) e  $We_G$  é o número de Weber do gás (eq. 3.39).  $Re_{SLC}$  representa o número de Reynolds superficial crítico do filme líquido, relacionado à vazão de filme líquido a partir da qual são formadas gotículas, calculado pela correlação proposta por Owen & Hewitt (1986) e apresentada por Govan (1990):

$$Re_{SLC} = \exp\left(5,8504 + 0,4249 \frac{\mu_G}{\mu_L} \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_G}}\right)$$
 (3.47)

Recentemente, Liu & Bai (2017) propuseram um modelo para taxa de entranhamento que possui como principais forças-motrizes a tensão interfacial,  $\tau_i$ , Eq. (3.22), a velocidade do filme líquido, através do número de Reynolds superficial do líquido  $Re_{SL}$ , além da espessura do filme líquido  $(h_L)$ :

$$R_{e}^{Liu} = \frac{4,347 \times 10^{-6} \rho_L R e_{SL}^{0,548}}{\left(D / \sqrt{\frac{\sigma}{(g (\rho_L - \rho_G))}}\right)^{0,291}} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{0,0561} \left(\frac{\tau_i h_L}{\sigma}\right)^{1,045}$$
(3.48)

onde *D* é o diâmetro da seção transversal. O modelo de Pan & Hanratty (2002) para taxa de deposição possui como forças-motrizes a velocidade da fase gás através da média quadrática da flutuação de velocidade de gotículas na direção perpendicular à parede,  $\overline{\nu_p^2}$ , além da concentração de gotículas:

$$R_d^{PH} = \sqrt{\frac{\overline{\nu_p^2}}{2\pi}} \frac{\alpha_D \,\rho_L}{\alpha_G} \tag{3.49}$$

onde  $\overline{\nu_p^2}$  pode ser calculada usando o modelo de Lee, *et al.* (1989):

$$\overline{\nu_p^2} = \frac{\beta \,\tau_{lf}}{0.7 + \beta \,\tau_{lf}} \,\overline{\nu_G^2} \tag{3.50}$$

sendo  $\overline{\nu_G^2}$  é a média quadrática da flutuação de velocidade de gás,  $\tau_{lf}$  é a escala de tempo Lagrangeana do meio contínuo e  $\beta$  é a constante de tempo da fase dispersa:

$$\tau_{lf} = \frac{0,046 \, D}{U_G^*} \tag{3.51}$$

$$\beta = \frac{3 C_D \rho_G U_{s_D}}{4 d_{max} \rho_L} \tag{3.52}$$

$$\overline{v_G^2} = (0.9 \, U_G^*)^2 \tag{3.53}$$

Para as expressões acima,  $d_{max}$  é dado pela Eq. (3.41), o coeficiente de arrasto conforme Eq. (3.35), e a velocidade de escorregamento dada pela Eq (3.34). Por último,  $U_G^*$  a velocidade de atrito do gás, dada por:

$$U_G^* = U_G \sqrt{f_i/2}$$
(3.54)

onde  $f_i$  é o fator de atrito calculado conforme a Eq.(3.24).

## 3.3.2.1 Proposta de Taxas de Entranhamento e Deposição de Gotículas

O modelo proposto neste trabalho para entranhamento de gotículas no regime de escoamento anular com ondas de perturbação faz analogia ao modelo de Bonizzi & Issa (2003) para entranhamento no regime de golfadas (descrito no Capítulo 2). Com base em observações anteriores que apontam que o cisalhamento das cristas das ondas de perturbação é um importante mecanismo de geração de gotículas (Ishii & Grolmes, 1975; Liu & Bai, 2017; Cherdantsev, 2018), este trabalho propõe modificações e modelos de entranhamento e deposição de gotículas existentes. Essas modificações buscam concentrar os fenômenos de entranhamento e deposição de gotículas nas cristas das ondas de perturbação do filme líquido. Essa dependência é introduzida através de um parâmetro de ajuste ( $\xi$ ) e de um critério associado à inclinação do filme líquido ( $dh_L / dx$ ).

$$\xi = \sqrt{\frac{h_L}{h_b}} \tag{3.55}$$

onde  $h_L$  é a espessura local do filme e  $h_b$  é a espessura do filme base, calculada através do modelo de Schubring (2009):

$$h_b = 4.8 \, D \, Re_{SG}^{-0.6} \tag{3.56}$$

Note que, como a espessura de filme das cristas é maior que a espessura do filme base (por definição), temos  $\xi > 1$  nas ondas de perturbação, com máximo na crista, e  $\xi \approx 1$  no filme base. A espessura do filme base poderia ser calculada usando a distribuição geométrica instantânea do filme líquido no decorrer da simulação transiente. No entanto, essa abordagem exigiria um esforço computacional adicional para classificar cada ponto da malha como pertencente ao filme base ou a uma onda de perturbação. Para diversos casos simulados, a previsão de espessuras de filme base usando a eq. (3.56) foi avaliada qualitativamente, apresentando resultados coerentes com a distribuição de filme líquido calculada. Portanto, utilizar o modelo de Schubring (2009) para fornecer a espessura do filme base ao parâmetro de ajuste ( $\xi$ ) fornece resultados satisfatórios sem comprometer o desempenho do método numérico implementado. Dessa forma, para taxa de entranhamento de gotículas, temos:

$$R_{e_{nova}} = \begin{cases} \xi R_e & \text{se} & \frac{dh_L}{dx} > 0\\ 0 & \text{se} & \frac{dh_L}{dx} \le 0 \end{cases}$$
(3.57)

E para taxa de deposição de gotículas:

$$R_{d_{nova}} = \xi^2 R_d^{PH} \tag{3.58}$$

Note que, conforme a eq. (3.57), o critério associado a inclinação do filme líquido  $(dh_L / dx)$  tem o efeito de tornar o entranhamento existente apenas nas ondas de perturbação, especificamente na face sobre a qual a incidência de gás é dominante, incluindo também a crista da onda de perturbação, i.e., onde espera-se que as taxas de cisalhamento na interface do núcleo gasoso com o filme líquido sejam máximas. Já o efeito do parâmetro de ajuste nas eqs. (3.57) e (3.58) é de amplificar as taxas de entranhamento e deposição localmente nas cristas das ondas de perturbação.

# 3.4 Condições de Contorno e Iniciais

Para todos os casos analisados e apresentados no capítulo 5, a condição de contorno na entrada considera velocidades superficiais constantes para a fase gasosa ( $U_{SG}$ ) e para o filme líquido ( $U_{SL}$ ), além de fração de gotículas ( $\alpha_D$ ) nula. Na saída, a pressão é constante e igual a pressão atmosférica (a não ser quando explicitamente informada outra pressão).

As simulações foram realizadas com o interesse em avaliar apenas a solução estatisticamente permanente, não importando o transiente inicial até alcançar essa condição. Portanto, a condição inicial imposta não é relevante neste trabalho. No entanto, para iniciar a solução numérica, são necessárias condições inicias, as quais consistiram em impor velocidades superficiais constantes, frações volumétricas constantes e distribuição de pressão calculada considerando apenas a componente gravitacional do gradiente de pressão e desconsiderando o escorregamento entre fases.

Partindo das condições iniciais e de contorno, resolve-se o conjunto de equações de conservação conforme método numérico apresentado no Capítulo 4. Após transiente inicial, que depende das condições iniciais impostas, a solução atinge uma condição estatisticamente permanente que independe do estado inicial, que é o que se busca avaliar no Capítulo 5.

# 4 Método Numérico

A modelagem da presença de gotículas, assim como seu entranhamento e deposição, foi introduzida em um código em linguagem Fortran desenvolvido pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica na PUC-Rio (Carneiro, 2006; Inácio, 2012; Silva, 2015; Fontalvo, 2016) . Neste trabalho, foi incluída a fase representando as gotículas, resultando em mudanças no conjunto de equações de conservação a serem resolvidas, além da inclusão de modelos de entranhamento, deposição e propriedades de gotículas, através de termos fontes nas equações de conservação.

Para resolver o sistema de equações de conservação do Modelo de Dois Fluidos unidimensional (eqs. 3.13, 3.14, 3.15 e 3.28), optou-se por discretizar as equações usando o método de volumes finitos, conforme apresentado por Patankar (1980). Este método consiste em integrar as equações de conservação no tempo e volume, visando garantir conservação de todas as grandezas relevantes.

As variáveis escalares (frações volumétricas, massas específicas e pressão) foram armazenadas nos pontos nodais, enquanto as velocidades são armazenadas em posição deslocada (faces dos volumes de controle escalares). Seguindo a mesma notação de Patankar (1980), os símbolos maiúsculos *P*, *W* e *E* fazem referência aos pontos nodais do volume de controle escalar e seus vizinhos da esquerda (ou oeste) e direita (ou leste), respectivamente (Figura 4.1a). Já para as faces dos volumes de controle escalares (e pontos nodais dos volumes de controle vetoriais), são usados os símbolos minúsculos *w*, *ww* e *e* para a face imediatamente à esquerda do ponto *P*, e as faces vizinhas à esquerda e direita, respectivamente (Figura 4.1b). Foi utilizada uma malha espaçada uniformemente, onde  $\Delta x$  representa o espaçamento da malha. A única exceção são as fronteiras, onde foram utilizados meios-volumes de controle.

Para integração no tempo, empregou-se o esquema implícito de Euler de primeira ordem (Versteeg & Malalasekera, 2007). Já para a integração no espaço, empregou-se o esquema TVD (*total variation diminishing*), de segunda ordem, o

qual minimiza a falsa difusão, e apresenta boas características de estabilidade (Versteeg & Malalasekera, 2007). Neste esquema, os valores nas faces dos volumes de controle são estimados em função de dois pontos vizinhos a montantes e a jusante, juntamente com uma função limitadora. No presente trabalho utilizou-se a função limitadora de fluxo  $\psi$  de van Leer (1974) (Versteeg & Malalasekera, 2007)

$$\psi(r) = \frac{r + |r|}{1 + r} \tag{4.1}$$

onde o parâmetro r na face é dado por

$$r_{\varphi_e} = \left[ \operatorname{sinal}(U_{K_e}), 0 \right] \frac{(\varphi_P - \varphi_W)}{(\varphi_E - \varphi_P)} + \left[ -\operatorname{sinal}(U_{K_e}), 0 \right] \frac{(\varphi_{EE} - \varphi_E)}{(\varphi_E - \varphi_P)} \quad (4.2)$$



Figura 4.1: Arranjo de malha. a) Volume de controle escalar. b) Volume de controle vetorial (Fontalvo, 2016)

# 4.1 Fração Volumétrica

A fração volumétrica de gotículas é obtida a partir da solução da equação de conservação de massa da fase gotículas (eq. 3.14). Assim, a equação discretizada resultante para a fração de gotículas é:

$$a_P \alpha_{D_P} = a_E \alpha_{D_E} + a_W \alpha_{D_W} + b \tag{4.3}$$

Visando a determinação de coeficientes sempre positivos, estes foram definidos como:

$$a_{E} = \left[\!\left[ -\tilde{F}_{D_{e}}, 0 \right]\!\right] ; \quad a_{W} = \left[\!\left[ \tilde{F}_{D_{W}}, 0 \right]\!\right] ; \quad a_{P}^{0} = \rho_{L}^{0} \, \frac{A \, \Delta x}{\Delta t} \tag{4.4}$$

$$a_P = \rho_{L_P} \frac{A \,\Delta x}{\Delta t} + \left[\!\left[\tilde{F}_{D_e}, 0\right]\!\right] + \left[\!\left[-\tilde{F}_{D_w}, 0\right]\!\right] + \left[\!\left[\frac{-(R_e - R_d)}{\alpha_{D_P}}\right], 0\right]\!\right] S_i \,\Delta x \qquad (4.5)$$

$$b = a_P^0 \, \alpha_{D_P}^0 + \left[ \left( R_e - R_d \right), 0 \right] S_i \, \Delta x + b_{TVD} \tag{4.6}$$

$$b_{TVD} = -\frac{1}{2} \left| \tilde{F}_{D_e} \right| \psi(r_{\alpha_e}) \left( \alpha_{D_E} - \alpha_{D_P} \right) -\frac{1}{2} \left| \tilde{F}_{D_W} \right| \psi(r_{\alpha_W}) \left( \alpha_{D_W} - \alpha_{D_P} \right)$$
(4.7)

O símbolo [a, b] representa o máximo entre  $a \in b$ . O termo fonte  $b_{TVD}$  é referente à contribuição dos nós vizinhos, conforme esquema TVD. Os pseudo-fluxos de massa  $\tilde{F}_{De} \in \tilde{F}_{Dw}$  são definidos como:

$$\tilde{F}_{D_e} = \rho_L U_{D_e} A \; ; \quad \tilde{F}_{D_w} = \rho_L U_{D_w} A \tag{4.8}$$

A equação de continuidade para o filme líquido (eq. 3.13) é obtida de forma análoga.

# 4.2 Velocidades

As velocidades do filme líquido e da mistura gás-gotículas são obtidas a partir da solução das equações de quantidade de movimento linear 3.15 e 3.28, respectivamente. Assim como foi feito no item 4.1, precisamos integrar no tempo e no espaço para discretizar as equações, desta vez dentro do volume vetorial (Figura 4.1b). As equações discretizadas resultantes para ambas fases ( $K = \{L, GD\}$ ) assumem a seguinte forma:

$$\frac{a_{w}}{\gamma} U_{K_{w}} = a_{ww} U_{K_{ww}} + a_{e} U_{K_{e}} + b + (1 - \gamma) \frac{a_{w}}{\gamma} U_{K_{w}}^{*} - \alpha_{K_{w}} A (p_{P} - p_{W})$$
(4.9)

onde  $U_{K_W}^*$  é o valor da velocidade da fase *K* na iteração anterior e  $\gamma = 0,7$  é o fator de sub-relaxação introduzido em função da não-linearidade das equações. Os coeficientes são dados por:

$$a_{ww} = \mathbb{C}_{K} [\![F_{K_{W}}, 0]\!] ; \quad a_{e} = \mathbb{C}_{K} [\![-F_{K_{P}}, 0]\!] ; \quad a_{w}^{0} = \rho_{K_{W}}^{0} \alpha_{K_{W}}^{0} A \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
(4.10)

$$a_{W} = \rho_{K_{W}} \alpha_{GD_{W}} \frac{A \Delta x}{\Delta t} + \mathbb{C}_{K} \llbracket F_{K_{P}}, 0 \rrbracket + \mathbb{C}_{K} \llbracket -F_{K_{W}}, 0 \rrbracket - S_{P} \Delta x$$
(4.11)

$$b = a_w^0 U_K^0 + S_C \Delta x + b_{TVD}$$
(4.12)

$$b_{TVD} = -\frac{\mathbb{C}_{K}}{2} |F_{K_{e}}| \psi(r_{U_{e}}) (U_{K_{E}} - U_{K_{P}}) -\frac{\mathbb{C}_{K}}{2} |F_{K_{W}}| \psi(r_{U_{W}}) (U_{K_{W}} - U_{K_{P}})$$
(4.13)

Os fluxos mássicos da fase K nos nós P e W são obtidos a partir dos fluxos mássicos nas faces vizinhas. Por exemplo para o ponto P

$$F_{K_P} = \frac{\left(F_{K_W} + F_{K_e}\right)}{2} \quad ; \quad F_{K_w} = \hat{\rho}_{K_w} \, U_{K_w} \, \alpha_{K_w} \, A \tag{4.14}$$

sendo a massa específica e a fração volumétrica estimadas com a aproximação *upwind* ( $\varphi = \{\rho, \alpha\}$ ):

$$\hat{\varphi}_{K_W} = \hat{\varphi}_{K_W} \left[ \operatorname{sinal}(U_{K_W}), 0 \right] - \hat{\varphi}_{K_P} \left[ -\operatorname{sinal}(U_{K_W}), 0 \right]$$
(4.15)

As equações 4.9 a 4.12 são aplicáveis ao filme líquido (*L*) e à mistura gásgotas (*GD*). No entanto, os termos fonte  $S_P$  e  $S_C$  são diferentes para cada uma das fases. Para o filme líquido, temos:

$$S_{P_L} = -b_{parede} - b_{interface} \quad ; \quad b_{parede} = \frac{1}{2} f_{L_W} \tilde{\rho}_{L_W} \left| U_{L_W} \right| S_{L_W} \tag{4.16}$$

$$S_{C_L} = b_{grav} + b_{interface} U_{GD} + b_{dyn} + b_{entranhamento}$$
(4.17)

$$b_{grav_L} = -\tilde{\rho}_{L_W} \,\tilde{\alpha}_{L_W} \,A \,g \tag{4.18}$$

$$b_{interface} = \frac{1}{2} f_{i_{W}} \tilde{\rho}_{G_{W}} \left| U_{GD_{W}} - U_{L_{W}} \right| S_{i_{W}}$$
(4.19)

$$b_{dyn} = 0.02 \,\rho_L \,A \,\left[\alpha_{L_P} \left(U_{L_P} - U_{onda_P}\right)^2 - \alpha_{L_W} \left(U_{L_W} - U_{onda_W}\right)^2\right] \quad (4.20)$$

$$b_{entranhamento} = -S_{i_w} R_{e_w} U_{L_w} + S_{i_w} R_{d_w} U_{D_w}$$
(4.21)

Para a mistura gás-gotículas, os termos fonte são:

$$S_{P_{GD}} = -b_{interface} \tag{4.22}$$

$$S_{C_{GD}} = b_{grav} + b_{interface} U_L + b_{slip} - b_{entranhamento}$$
(4.23)

$$b_{grav_{GD}} = -\tilde{\rho}_{G_W} \,\tilde{\alpha}_{G_W} \,A \,g \tag{4.24}$$

$$b_{slip} = -\frac{A \rho_L}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\rho_{G_P} \alpha_{D_P} \alpha_{G_P}}{\rho_{GD_P} \alpha_{GD_P}} \right) U_{s_{D_P}}^2 - \left( \frac{\rho_{G_W} \alpha_{D_W} \alpha_{G_W}}{\rho_{GD_W} \alpha_{GD_W}} \right) U_{s_{D_W}}^2 \right]$$
(4.25)

Após resolver as equações de Q.M.L. para  $U_L$  e  $U_{GD}$ , a velocidade do gás  $U_G$ é obtidas a partir da definição de  $U_{GD}$  (eq. 3.31) e  $U_{s_D}$  (eq. 3.33):

$$U_G = U_{GD} + \frac{\alpha_D \rho_L}{\alpha_{GD} \rho_{GD}} U_{s_D}$$
(4.26)

Em seguida, obtém-se a velocidade das gotículas  $U_D$  usando novamente a definição de  $U_{s_D}$ :

$$U_D = U_G - U_{S_D} (4.27)$$

# 4.3 Pressão

A pressão pode ser obtida indiretamente a partir das equações de conservação de massa. Combinando as equações de continuidade para o filme líquido e para a mistura gás-gotas, ponderadas pelas respectivas massas específicas de referência, de acordo com recomendação de Issa & Kempf (2003) e Carneiro (2006) obtemos:

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_L U_L)}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left[ \frac{\partial (\rho_{GD} \alpha_{GD})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD})}{\partial x} \right]$$

$$= \left[ \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_L} \right] S_{ed_L}$$
(4.28)

onde a massa específica da mistura gás-gotas ( $\rho_{GD} = \alpha_D \rho_L + \alpha_G \rho_G$ ) pode ser reescrita em função da pressão. A pressão é incorporada na equação da velocidade reescrita, conforme o método PRIME:

$$U_{K_{W}} = \hat{U}_{K_{W}} + d_{w} \left( p_{W} - p_{P} \right) \quad ; \quad d_{w} = \frac{\alpha_{K_{W}} A}{a_{w} / \gamma} \tag{4.29}$$

onde:

$$\widehat{U}_{K_{W}} = \frac{a_{ww} U_{k_{WW}} + a_{e} U_{K_{e}} + b + (1 - \gamma)(a_{w}/\gamma) U_{K_{W}}^{*}}{a_{w}/\gamma}$$
(4.30)

As expressões para  $U_{K_e}$ ,  $\hat{U}_{K_e}$  e  $d_e$  são análogas. Por último, utilizando a lei dos gases ideais ( $\rho_G = p/(RT)$ ) podemos introduzir a dependência da massa específica na pressão. Assim, a equação discretizada para a pressão é (ver Apêndice A.2):

$$a_P \, p_P = a_E \, p_E + a_W \, p_W + b \tag{4.31}$$

onde os coeficientes são dados por:

$$a_W = \left[ \alpha_{L_W} d_{L_W} + \frac{\rho_{GD_W} \alpha_{GD_W}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_W} \right] A \tag{4.32}$$

$$a_E = \left[ \alpha_{L_e} d_{L_e} + \frac{\rho_{GD_e} \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_e} \right] A \tag{4.33}$$

$$a_P = a_E + a_W - S_P A \Delta x \quad ; \quad S_P = -\frac{\alpha_{G_P} T_{ref}}{T p_{ref} \Delta t}$$
(4.34)

$$b = \left[ \left( \alpha_{L_{W}} \, \widehat{U}_{L_{W}} + \frac{\rho_{GD_{W}} \, \alpha_{GD_{W}}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_{W}} \right) - \left( \alpha_{L_{e}} \, \widehat{U}_{L_{e}} + \frac{\rho_{GD_{e}} \, \alpha_{GD_{e}}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_{e}} \right) \right] A$$

$$- \left[ \left( \alpha_{L_{P}} - \alpha_{L_{P}}^{0} \right) + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left( \alpha_{D_{P}} \, \rho_{L} - \rho_{GD_{P}}^{0} \, \alpha_{GD_{P}}^{0} \right) \right] \frac{A \, \Delta x}{\Delta t}$$

$$+ \left( \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_{L}} \right) \left( R_{e} - R_{d} \right) S_{i} \, \Delta x$$

$$(4.35)$$

# 4.4 Procedimento de Execução

O sistema de equações consiste em duas equações para determinar frações volumétricas, duas para velocidades e uma para a pressão. A não-linearidade e acoplamento das equações do sistema requer que seja usado um método iterativo. Foi empregada uma metodologia baseada no algoritmo PRIME (Simões, *et al.*, 2014). O procedimento de execução consiste resumidamente nos seguintes passos:

- Inicialização (definir um campo de frações volumétricas, velocidades e pressão).
- 2. Avançar passo de tempo e calcular  $\Delta t$ .
- 3. Calcular grandezas de entranhamento de gotículas  $(d_D, U_{s_D}, R_e \in R_d)$ .
- 4. Calcular  $U_L$ .
- 5. Calcular  $U_{GD}$ .
- 6. Calcular *p*.
- 7. Correção de velocidades.
- 8. Calcular  $\alpha_L$ .
- 9. Calcular  $\alpha_D$ .
- 10. Calcular resíduo máximo: se menor que tolerância, voltar para passo2, caso contrário, voltar para passo 3.

Considera-se convergência quando o resíduo de todas as equações for inferior a uma tolerância, conforme a seguinte expressão:

$$Res_{max} = \max(|a_P \varphi_P - a_E \varphi_E - a_W \varphi_W - b|) \le tol$$
(4.36)

onde  $\varphi$  é uma das grandezas calculadas pelo método dos volumes finitos

 $(\alpha_L, \alpha_D, U_L, U_{GD}, P) \in a_P, a_E, a_W \in b$  são os coeficientes de sua equação discretizada. No presente trabalho foi utilizada uma tolerância igual a  $10^{-6}$ .

# 5 Resultados

Os modelos de entranhamento e deposição de gotículas, descritos no Capítulo 4 e desenvolvidos neste trabalho para prever escoamento anular em geometria ascendente são avaliados neste capítulo. Investiga-se a influência dos modelos de entranhamento de gotículas nas previsões de grandezas do escoamento, como gradiente de pressão, espessura de filme líquido e propriedades das ondas de perturbação, além de avaliar a capacidade de prever frações de entranhamento. Um amplo conjunto de casos, com dados experimentais, foi selecionado para avaliar os modelos de entranhamento e deposição de gotículas.

Os modelos de entranhamento selecionados para investigação, assim como os modelos propostos encontram-se listados na Tabela 5.1. A convenção apresentada na primeira coluna da tabela foi adotada para rotular resultados gerados com cada modelo, por simplicidade. Quando disponíveis, resultados experimentais foram rotulados com o texto "EXP".

Legenda	Correlação <i>R<sub>e</sub></i>	Correlação <i>R<sub>d</sub></i>		
SE	Sem entranhamento	Sem entranhamento		
U	Ueda (1979) Eq. 3.45			
В	Bertodano, <i>et al.</i> (2001) Eq. 3.46	Pan & Hanratty (2002) Eq. 3.49		
L	Liu & Bai (2017) Eq. 3.48			
Umod	Ueda (1979) modificado Eqs. 3.45 e 3.57	Pan & Hanratty (2002)		
Bmod	Bertodano, <i>et al.</i> (2001) modificado Eqs. 3.46 e 3.57	modificado Egs. 3.49 e 3.58		
Lmod	Liu & Bai (2017) modificado Eqs 3.48 e 3.57			

Tabela 5.1: Correlações de entranhamento e deposição apresentadas neste capítulo

Neste capítulo, inicialmente apresentam-se os casos selecionados para serem investigados. Na sequência, discute-se a definição de parâmetros numéricos a serem

empregados nas análises. Após uma comparação entre os diferentes modelos de entranhamento e deposição selecionados para a investigação, características do escoamento são discutidas, assim como a influência de diferentes parâmetros como fator de atrito interfacial, velocidades superficiais e pressão.

#### 5.1 Seleção de Casos

Com o intuito de avaliar diferentes correlações de entranhamento e deposição de gotículas em escoamento anular ascendente, selecionou-se um conjunto de casos com dados experimentais disponíveis na literatura, cujas geometrias e condições operacionais são apresentadas na Tabela 5.2. Estes casos foram selecionados visando abranger uma ampla gama de configurações geométricas e de velocidades e pressão. Para todos os casos avaliados, os fluidos são ar e água mantidos a temperatura ambiente. As condições de contorno impostas nas simulações (ver item 3.4) coincidem com as condições de contorno dos experimentos realizados pelos diversos autores, i.e., velocidades superficiais de líquido e gás constantes na entrada e pressão constante na saída.

	Fore & Dukler (1995)	<b>Schadel</b> (1988)	<b>Zhao</b> (2014)	<b>Sawant, <i>et al.</i></b> (2008a; 2008b)	
<i>D</i> (mm)	50,8	42	34,5	9,5	
<i>L</i> (m)	<i>L</i> (m) 3,5		2,0	3,7	
Re <sub>L</sub>	750 – 3000	600 – 2670	603	950 – 3100	
U <sub>SG</sub> (m/s)	24 – 36	19 – 72	24 – 40	17 – 75	
$p_{saida}$ (kPa)	101	101	101	120 – 400	

Tabela 5.2: Propriedades das configurações selecionadas

Para a seleção dos casos correspondentes a cada configuração selecionada, utilizou-se mapas de padrão de escoamento, visando garantir escoamento no padrão anular na presença de entranhamento (Figura 5.1 a Figura 5.5). Em cada mapa, incluiu-se as curvas de transição entre padrões, segundo o modelo de Mishima & Ishii (1984) (Apêndice A.397), utilizando linhas contínuas, e uma curva tracejada para delimitar a região onde ocorre entranhamento de gotículas, de acordo com o modelo de Ishii & Grolmes (1975) (Apêndice A.4). Os pontos apresentados nas Figura 5.1 à Figura 5.5 são associados a dados experimentais da literatura. Apenas marcadores preenchidos representam pontos selecionados para as simulações realizadas neste trabalho.

A Figura 5.1 apresenta o mapa de padrão de escoamento correspondente ao experimento de Fore & Dukler (1995). Todos os pontos selecionados dos dados de Fore & Dukler (1995) se encontram dentro da região com entranhamento.



Figura 5.1: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Fore & Dukler (1995); D = 50,8 mm.

Analogamente, a Figura 5.2 e Figura 5.3 apresentam o mapa de padrão de escoamento correspondentes aos experimentos de Schadel (1988), Zhao (2014). Observa-se que todos os pontos selecionados para ambos os casos também se encontram na região com entranhamento.



Figura 5.2: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Schadel (1988); D = 42 mm.



Figura 5.3: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Zhao (2014); D = 34,5 mm.

Sawant, *et al.* (2008a; 2008b) investigaram a influência da pressão no entranhamento de gotículas. Para esta configuração, dois mapas foram traçados, correspondendo aos diferentes níveis de pressão dos experimentos. Os pontos selecionados dentre os dados de Sawant, *et al.* (2008a; 2008b) se encontram dentro da região com entranhamento de gotículas, tanto para pressão na saída igual a 1,2 bar quanto para pressão igual a 4,0 bar. Cabe ressaltar que, além da variação da pressão, o aparato experimental de Sawant, *et al.* (2008a; 2008b) possui diâmetro consideravelmente menor que os demais avaliados, o que fica evidenciado na diferença perceptível nos mapas de padrão de escoamento.



Figura 5.4: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Sawant, *et al.* (2008a; 2008b);  $P_{saida} = 1,2$  bar; D = 9,4 mm.

55



Figura 5.5: Mapa de padrão de escoamento (linha contínua) e limite da região de entranhamento para os dados experimentais de Sawant, *et al.* (2008a; 2008b);  $P_{saida} = 4,0$  bar; D = 9,4 mm

#### 5.1.1 Definição de Parâmetros Numéricos

Tendo selecionado os casos a serem avaliados, é preciso definir os parâmetros numéricos necessários para a simulação, em especial a discretização espacial e temporal a ser utilizada, de forma a garantir solução independente destes parâmetros.

É importante ainda, ressaltar que o escoamento anular apresenta ondas intermitentes em sua interface e os resultados experimentais correspondem a dados estatisticamente estáveis e desenvolvidos. Dessa forma, visando comparar os resultados das simulações realizadas com os dados experimentais, determinou-se a condição estatisticamente permanente. Para tanto, foram necessários entre 100 e 130 segundos para os casos apresentados e os resultados foram pós-processados após descartar o transiente inicial. A menos se explicitamente informado, as grandezas apresentadas ao longo deste capítulo são médias temporais de grandezas obtidas na região de escoamento desenvolvido (estatisticamente), as quais são compatíveis com os dados medidos nos aparatos experimentais utilizados pelos autores que originaram os dados.

Adicionalmente, visando avaliar se a condição de escoamento estatisticamente desenvolvido foi obtida, foi realizada uma análise para avaliar o impacto no tamanho do domínio nos resultados obtidos.

#### 5.1.2 Malha Computacional e Passo de Tempo

O parâmetro selecionado para os testes de independência de malha computacional  $\Delta x$  e passo de tempo  $\Delta t$ , corresponde a velocidade de estrutura da onda  $C_w$ , a qual foi determinada conforme indicado no Apêndice A.5. Utilizou-se 2 passos de tempo  $\Delta t$  diferentes, correspondendo a números de Courant,  $Co = U_{\text{max}} \Delta t / \Delta x$  iguais a 0,1 e 0,5, sendo  $U_{\text{max}} = \max(U_{GD}, U_L, U_D)$ , a velocidade de mistura, a qual corresponde a soma das velocidades superficiais de cada fase.

Para os casos com diâmetros entre 34,5 e 50,8 mm, selecionou-se como caso representativo deste conjunto, o caso de Fore & Dukler (1995);  $Re_L$ =1500;  $U_{SG}$ =27,3 m/s; utilizando o modelo U. Na Figura 5.6 pode-se observar que, para este caso, os resultados convergem com o refinamento de malha a partir de  $\Delta x/D =$ 0,1 e número de Courant igual a 0,5. Dessa forma, esses valores foram utilizados para a obtenção dos resultados apresentados ao longo deste capítulo para casos de Fore & Dukler (1995), Schadel (1988) e Zhao (2014).



Figura 5.6: Velocidade de onda em função do refinamento de malha e número de Courant (Fore & Dukler (1995);  $Re_L$ =1500;  $U_{SG}$ =27,3 m/s; modelo U)

Em função da diferença significativa de diâmetro, foi conduzido um teste de malha representativo para os casos de Sawant, *et al.* (2008a; 2008b). Neste caso o modelo de entranhamento modificado de Ueda (Umod) foi selecionado A Figura 5.7 mostra que os resultados convergem com o refinamento a partir de  $\Delta x/D = 0.4$  e número de Courant igual a 0,5, coerente com a diferença de diâmetro da tubulação em comparação aos demais casos. Além dos casos apresentados na Figura 5.6 e Figura 5.7, foram também avaliadas outras variáveis e casos, que apresentaram convergência semelhante.

57



Figura 5.7: Velocidade de onda em função do refinamento de malha e número de Courant (Sawant, et al. (2008a; 2008b); P=1,2 bar;  $Re_L=1480$ ;  $U_{SG}=23,8$  m/s; modelo Umod)

# 5.1.3 Tamanho do Domínio

O comportamento observado no escoamento em dutos, seja experimental ou numérico, sofre influência das condições de contorno impostas. Por exemplo, aparatos experimentais contam com equipamentos responsáveis por misturar as fases gás e líquido antes da seção de teste que, a depender das suas características, podem afetar a região de desenvolvimento do escoamento. No entanto, espera-se que a partir de uma distância mínima da entrada, as características do escoamento dependam apenas das velocidades superficiais impostas na entrada e da pressão imposta na saída, conforme descrito por Galleni (2017). A natureza intermitente da mistura líquido-gás, faz com que não exista um conceito preciso para escoamento anular desenvolvido. No entanto, neste contexto, o termo escoamento "desenvolvido" é utilizado para se referir a uma região do escoamento que não sofre impacto da forma como as duas fases são misturadas na entrada. Portanto, é feita uma análise variando o tamanho domínio, de modo a avaliar se os pontos de amostragem de resultados se encontram na região de escoamento numericamente "desenvolvido", i.e., independente das condições impostas nas fronteiras $(0,8 \le$  $\frac{x}{L} \leq 1,0$ . Este teste foi realizado utilizando o modelo modificado de Ueda (1979), Umod.

A Figura 5.8 apresenta a distribuição ao longo do domínio da fração de entranhamento *E*, definida como

$$E = \frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_{LT}} \tag{5.1}$$

onde  $\dot{m}_D$  e  $\dot{m}_{LT}$  são as vazões em massa de gotículas e total de líquido,

$$\dot{m}_{LT} = \dot{m}_D + \dot{m}_L \quad ; \quad \dot{m}_D = \rho_L U_D \alpha_D A \quad ; \quad \dot{m}_L = \rho_L U_L \alpha_L A \tag{5.2}$$

As distribuições apresentadas na Figura 5.8 permitem avaliar o impacto de aumentar o domínio (de 4,88 m para 7,32 m) na fração de entranhamento. Note que *E* possui comportamento serrilhado em função da presença de ondas no filme líquido, pois a vazão mássica de filme líquido próxima às cristas das ondas é muito maior que no filme base. Conforme esperado, *E* é nulo para x = 0 e, com a presença de ondas pouco após a entrada, *E* aumenta até oscilar em torno do valor de equilíbrio. A condição de contorno imposta na entrada do domínio para a fração volumétrica de gotículas ( $\alpha_D^{entrada} = 0$ ) faz com que a taxa de entranhamento  $R_e$  seja superior à taxa de deposição  $R_d$  no trecho inicial. Dessa forma, no início do domínio, a fração de gotículas tende a crescer. A partir de um comprimento suficientemente longo, os processos de entranhamento e deposição de gotículas atingem o equilíbrio (Kataoka, *et al.*, 2000; Berna, *et al.*, 2015).

Ao comparar os resultados com o domínio com comprimento original e comprimento dobrado, constatou-se que aumentar o domínio não afeta as distribuições encontradas na região de escoamento "desenvolvido".



Figura 5.8: Perfil de fração de entranhamento para domínio com tamanho original e com tamanho aumentado para um dado instante de tempo (Schadel (1988);  $Re_L$ =1500;  $U_{SG}$ =53 m/s; modelo Umod;  $\Delta x/D = 0,1$ ).

Complementando a informação obtida com a análise da taxa de entranhamento, apresenta-se na Tabela 5.3 que o aumento do comprimento do duto não influencia na determinação do gradiente de pressão determinado na região de

escoamento estabilizado. Aqui, compara-se os modelos SE (sem entranhamento), U (Ueda, 1979) e o modelo modificado Umod, apresentando também dados experimentais para o caso selecionado. Esses resultados reforçam que a escolha dos pontos de obtenção de dados foi adequada e que os mesmos se encontram na região de escoamento "desenvolvido".

	dp/dx (Pa/m)			
Modelo	L = 4,88  m	L = 7,32  m		
SE	1757	1782		
U	2359	2288		
Umod	2162	2157		
Exp	2319	N/A		

Tabela 5.3: Influência do aumento de domínio nos gradiente de pressão no intervalo entre x=3,883,88 m e x=4,88 m (Schadel (1988);  $Re_L=1500$ ;  $U_{SG}=53$  m/s;  $\Delta x/D = 0,1$ ).

# 5.2 Influência do Fator de Atrito Interfacial

O modelo de Dois Fluidos faz uso de diversas relações de fechamento que podem impactar nos resultados obtidos. Dentre essas relações de fechamento, uma que fortemente influi nos modelos de taxa de entranhamento de gotículas avaliados neste trabalho é o fator de atrito interfacial, do qual os modelos L e U dependem diretamente e B indiretamente. Nesse contexto, foi conduzida uma análise de sensibilidade à correlação de fator de atrito interfacial utilizado. Conforme descrito no item 3.2, a correlação de Whalley & Hewitt (1978) foi o modelo escolhido para o presente trabalho. Para a presente avaliação, selecionou-se a correlação de Belt, *et al.* (2009) para fator de atrito interfacial, a qual é definida por:

$$f_i = 2 \times \left[3,413 \times 10^{-4} + 0,5790 \left(1 - \sqrt{\alpha_G}\right)\right]$$
(5.3)

Esta correlação foi selecionada, pois também tem sido utilizada na literatura apresentando um desempenho razoável (Fontalvo, *et al.*, 2018). Para esta investigação, selecionou-se o modelo Umod.

A influência do fator de atrito interfacial no gradiente de pressão para diversas velocidades superficiais do gás, utilizando o modelo de entranhamento Umod é apresentada na Figura 5.9. Percebe-se que a correlação de Belt, *et al.* (2009) tende a aumentar o gradiente de pressão para altas velocidades de gás, quando

comparamos com o modelo utilizando a correlação de Whalley & Hewitt (1978). Assim, ao combinar a correlação de atrito de Belt, *et al.* (2009) com o modelo de entranhamento Umod (Umod+Belt), nota-se piora significativa nos resultados de gradiente de pressão.

Ao avaliar o efeito do modelo de atrito interfacial na velocidade de estrutura da onda (Figura 5.10), observa-se que ocorre efeito semelhante, com a correlação de Belt, *et al.* (2009) resultando em maiores valores de  $C_w$  para elevadas velocidades. Nota-se uma melhora na previsão de  $C_w$  no intervalo de  $U_{SG}$  entre 27 m/s e 36 m/s. Porém, há uma piora significativa nos resultados de velocidade de estrutura para altas vazões de gás.



Figura 5.9: Gradiente de pressão em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).



Figura 5.10: Velocidade da estrutura em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).

Por fim, ao avaliar o efeito da correlação de fator de atrito interfacial na fração de entranhamento (Figura 5.11), nota-se uma piora nos resultados para  $U_{SG}$ <40 m/s ao utilizar o modelo de Belt, *et al.* (2009), sem melhorar significativamente os resultados no intervalo de velocidades mais elevadas.

Diante dos resultados apresentados, o comportamento geral das variáveis de escoamento justifica manter o modelo de Whalley & Hewitt (1978), usando como fundamento adicional as análises feitas anteriormente por Fontalvo, *et al.* (2018).



Figura 5.11: Fração de entranhamento em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).

#### 5.3 Avaliação de Modelos de Entranhamento

Nesta seção são apresentados todos os resultados das simulações obtidas utilizando os modelos de entranhamento listados na Tabela 5.1, para os casos selecionados de Fore & Dukler (1995), Schadel (1988) e Zhao (2014), conforme elencados da Figura 5.1 à Figura 5.5. Vale informar, que nem todos os casos foram simulados com todos os modelos de entranhamento.

Inicialmente, analisa-se o desempenho dos três modelos de entranhamento disponíveis na literatura (Modelos B, L, U) com o modelo sem entranhamento (SE) e com dados experimentais. Avalia-se na Figura 5.12, a previsão do gradiente de pressão dp/dx, da espessura do filme líquido  $h_L$ , da velocidade de estrutura da onda  $C_w$  e da frequência de ondas grandes  $f_{OG}^{NUM}$ . Para calcular  $f_{OG}^{NUM}$  utilizou-se a metodologia descrita por Fontalvo (2016) (ver Apêndice A.6) e foi utilizado o mesmo valor para limite de onda grande citado por Zhao (2014), i.e., são consideradas "ondas grandes"

aquelas cuja espessura seja superior a 1,6 vezes a espessura média do filme líquido. As linhas tracejadas na Figura 5.12 delimitam os erros de 5% e 25%.

Observa-se na Figura 5.12 uma melhora significativa na previsão do gradiente de pressão com os modelos L e U, e uma piora com o modelo B, com relação a ausência de modelagem do entranhamento. No entanto, o efeito é contrário com relação a previsão da espessura do filme, com o modelo sem entranhamento apresentando a melhor concordância com relação aos dados experimentais. Novamente o modelo B apresenta o pior desempenho. Os diferentes modelos apresentaram um erro maior na previsão na velocidade de estrutura das ondas,  $C_w$ , porém os resultados obtidos podem ser considerados superiores aos dados correspondentes a modelagem sem entranhamento. A previsão da frequência das ondas grandes  $f_{OG}^{NUM}$ é bem mais difícil de ser obtida e um grande espalhamento com relação aos dados experimentais pode ser observado, sem uma conclusão clara com relação ao melhor modelo.



Figura 5.12: Comparação entre gradiente de pressão, espessura do filme líquido, velocidade de estrutura da onda e frequência de ondas grandes numérico versus experimental ( $D=34\sim51$  mm;  $Re_L=600\sim3000$ ;  $U_{SG}=19\sim72$  m/s).

Na Figura 5.13 e Figura 5.14, apresentamos uma comparação de grandezas características do escoamento anular com entranhamento, avaliando o efeito da introdução da modificação proposta neste trabalho. Em cada gráfico, compara-se os modelos originais (B, L, U) e os modelos modificados neste trabalho (Bmod, Lmod e Umod) com os dados experimentais.

Os resultados apresentados na Figura 5.13 mostram que quase a totalidade dos casos avaliados apresentam erros de gradiente de pressão inferiores a 25%. Nota-se ainda que os modelos modificados de entranhamento apresentam uma melhor previsão do gradiente de pressão do que os modelos originais. Os modelos L, U, Lmod e Umod apresentam os melhores resultados, com erros próximos a 5%, principalmente para vazões mais elevadas (dp/dx maiores).

Os modelos com a modificação proposta (Bmod, Lmod e Umod) melhoram

a previsão da espessura do filme de líquido (Figura 5.13) em comparação com os demais modelos, com exceção de alguns pontos com menores valores de  $h_L$ . Apesar da dependência de  $h_L$  com  $Re_L$  mostrar-se mais acentuada que nos dados experimentais, pode-se destacar que as variações de  $h_L$  em função das condições de contorno ocorrem no sentido esperado. Esse ponto será mais explorado nas seções subsequentes.

Na Figura 5.14 é apresentada a comparação dos resultados numérico versus experimental de todos os modelos para a velocidade de estrutura das ondas no filme líquido  $C_w$  e para frequência de ondas grandes  $f_{OG}^{NUM}$ . Observa-se que erros inferiores a 25% foram obtidos com relação a velocidade de estrutura  $C_w$  para a maioria dos casos. Novamente, os modelos com o parâmetro de ajuste (Bmod, Lmod e Umod) tendem a melhorar os resultados quando comparados aos demais, com destaque para o modelo Umod, principalmente a elevadas velocidades. Para esta variável, também pode ser observada uma melhor concordância com os dados experimentais para os valores maiores de  $C_w$ , os quais correspondem às vazões mais elevadas.

Com relação aos dados obtidos para a frequência de ondas grandes  $f_{OG}^{NUM}$ , Figura 5.14, observa-se uma maior discrepância entre os resultados numéricos e experimentais, sendo que o modelo Umod apresenta os melhores resultados, apesar de apresentar alguns casos com erros superiores a 25%.



Figura 5.13: Comparação entre gradiente de pressão e espessura do filme líquido numérico e experimental ( $D=34\sim51$  mm;  $Re_L=600\sim3000$ ;  $U_{SG}=19\sim72$  m/s).



Figura 5.14: Comparação entre a velocidade de estrutura e a frequência de ondas grandes numérico e experimental (aproximação nos pontos mais próximos à origem;  $D=34\sim51$  mm;  $Re_L=600\sim3000$ ;  $U_{SG}=19\sim72$  m/s).

A Figura 5.15 apresenta resultados para fração de entranhamento E, a qual apresenta um espalhamento maior com relação aos dados experimentais do que as outras variáveis. Cabe lembrar que uma possível fonte de diferenças é a metodologia utilizada para medir experimentalmente a fração de entranhamento de gotícula, a qual introduz perturbação no escoamento, pois consiste em drenar o filme líquido (com espessura inferior a 0,4 mm) através de uma parede porosa, enquanto no modelo numérico é obtida a partir da fração de gotículas calculada. Interessante observar que o modelo B que não conseguiu prever bem as demais variáveis, apresenta um melhor desempenho do que os outros modelos para esta grandeza.

Uma vez que, dependendo da variável e das características do escoamento, o desempenho do modelo é alterado, concluir qual modelo apresenta o melhor resultado de forma global é difícil. Portanto, visando quantificar do desempenho de cada modelo, foram calculados os erros médios para cada variável ( $h_L$ , dp/dx,  $C_w$ ,  $f_{OG}$  e E).



Figura 5.15: Comparação entre fração de entranhamento numérica e experimental ( $D=34\sim51$  mm;  $Re_L=600\sim3000$ ;  $U_{SG}=19\sim72$  m/s).

O erro médio é definido conforme a seguinte expressão:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m |\varepsilon_{rel_i}| \tag{5.4}$$

onde *m* é o número de casos analisados e  $\varepsilon_{rel_i}$  é o erro relativo da variável  $\phi$  para cada caso *i* 

$$\varepsilon_{rel_i} = \frac{\phi_{num_i}}{\phi_{exp_i}} - 1 \tag{5.5}$$

Adicionalmente, para avaliar o conjunto de variáveis como um todo, foi também calculado um erro global, combinando as mesmas variáveis, da seguinte forma:

$$\varepsilon_{tot} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \left( \sqrt[n_{m_i}]{\prod_{i=1}^{n_{m_i}} \varepsilon_{rel_i}} \right)$$
(5.6)

Aqui  $\prod_{i=1}^{n} \varepsilon_{rel_i}$  representa o produto dos erros relativos correspondendo a cada caso, sendo  $n_{m_i}$  o número total de variáveis que contribui para a avaliação do erro da variável *m* do caso *i*. No cálculo do erro global para o modelo sem entranhamento SE, é desconsiderada a taxa de entranhamento, já que não é calculada pelo mesmo. Cabe ressaltar que, ao calcular os erros médios e erros globais, apenas foram incluídos os casos que dispunham de resultados para os sete modelos avaliados. Os erros são apresentados na Tabela 5.4, na qual é grifado o valor mínimo do erro médio encontrado para cada variável e para do erro global.

	В	Bmod	L	Lmod	U	Umod	SE
$h_L$	60.2%	48.0%	49.7%	42.5%	43.2%	35.5%	18.7%
dp/dx	22.8%	15.7%	6.9%	9.7%	8.3%	10.7%	18.3%
Cw	16.1%	15.4%	13.6%	13.8%	9.8%	9.2%	18.2%
fog	83.7%	75.1%	56.0%	75.4%	70.5%	64.6%	57.1%
Ε	11.2%	19.1%	19.9%	19.0%	27.3%	13.1%	N/A
Global	20.7%	20.4%	15.6%	17.9%	16.3%	11.7%	17.6%

Tabela 5.4: Erros médios encontrados para cada modelo.

Conforme comentado anteriormente, nenhum modelo mostrou-se o melhor em todas as variáveis individualmente, mas pode-se destacar o modelo Umod possui o menor erro global, por estar entre os melhores resultados para todas as variáveis. Além disso, os resultados mostram que a inclusão do modelo de entranhamento no Modelo de Dois Fluidos traz benefícios para a previsão de grandezas relevantes do escoamento anular na presença de gotículas, visto que o modelo SE destacou-se apenas na previsão da espessura de filme líquido. Por fim, a partir dos resultados apresentados até aqui, as seções subsequentes aprofundam a análise de resultados focando mais nos modelos U, Umod e SE.

#### 5.4 Características das Ondas de Perturbação

Nesta seção, analisa-se o desenvolvimento das ondas de perturbação do escoamento anular, e a influência da taxa de entranhamento de gotículas na evolução das ondas interfaciais. A análise é realizada utilizando os modelos de entranhamento baseados na correlação de Ueda (1979), modelos U e Umod. Compara-se também com as previsões obtidas na ausência da modelagem do entranhamento, modelo SE. Quando disponíveis, dados experimentais são incluídos na análise. As configurações de Zhao (2014) e Schadel (1988) foram selecionadas para esta análise, as quais apresentam diâmetros semelhantes, intermediários com relação aos diâmetros das configurações selecionadas para teste neste trabalho.

Inicialmente, analisa-se a evolução ao longo da tubulação da espessura do filme de líquido para um instante de tempo particular, selecionado após o transiente inicial, i.e., após a obtenção do regime estatisticamente estável. As Figuras 5.16, 5.17 e 5.18 mostram perfis instantâneos de espessura de filme líquido ao longo do duto para diferentes valores de  $Re_L$  e  $U_{SG}$ , nas quais um *zoom* de uma das ondas do perfil é destacada.

Note nas Figuras 5.16, 5.17 e 5.18 que, a partir da interface lisa próximo à entrada do duto, as ondas são formadas, crescem e se propagam ao longo do duto. As ondas possuem inicialmente frequências elevadas e amplitudes baixas. Conforme se propagam em direção à saída, a frequência de ondas reduz e a amplitude das mesmas aumenta. Observa-se ainda em todos os casos uma elevação suave da onda com uma queda abrupta após a crista.



Figura 5.16: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Zhao (2014);  $Re_L$  =603;  $U_{SG}$ =23,8 m/s; modelo Umod).



Figura 5.17: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Schadel (1988);  $Re_L$  =1500;  $U_{SG}$ =36,5 m/s; modelo Umod).



Figura 5.18: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido (Schadel (1988);  $Re_L$  =1500;  $U_{SG}$ =72 m/s; modelo Umod).

A influência do número de Reynolds do filme líquido e velocidade superficial de gás na espessura do filme líquido está em concordância com as relações descritas por Han, *et al.* (2006), i.e., a amplitude média do filme líquido, dos picos e do filme base reduzem com o aumento de  $U_{SG}$ . Note que o volume ocupado pelas ondas reduz em proporção ao volume total de filme líquido conforme aumento  $U_{SG}$ ; e, o espaçamento entre ondas grandes reduz com o aumento de  $U_{SG}$ , sinalizando aumento na frequência das mesmas.

A evolução temporal da espessura do filme líquido, correspondente a um dos casos de Zhao (2014), é apresentada na Figura 5.19 e na Figura 5.20, em uma coordenada próxima à entrada (x=0,26 m) e próxima à saída (x=1,98 m), respectivamente. Em cada uma das figuras, a espessura instantânea do filme de líquido  $h_L$  é normalizada pela espessura média no tempo e no espaço correspondente a condição estatisticamente estável e "desenvolvido",  $\overline{h_L}$ . Em cada figura, os dados experimentais são comparados com a modelagem sem entranhamento SE e com os modelos de entranhamento U e Umod.

Ao comparar a espessura de filme líquido medida por Zhao (2014) com os resultados numéricos gerados, pode-se verificar a capacidade do modelo numérico em representar qualitativamente, o sinal de espessura de filme líquido ao longo do domínio, independentemente das correlações de entranhamento/deposição. Nota-se que os resultados obtidos com o modelo numérico apresentam o mesmo comportamento que o medido experimentalmente, i.e., comparando-se os sinais da Figura 5.19 e Figura 5.20, observa-se que a amplitude da crista das ondas aumenta ao longo da coordenada axial, enquanto a espessura do filme base e a frequência de ondas grandes reduz.


Figura 5.19: Espessura de filme líquido adimensional em função do tempo na posição x=0,26 m (Zhao (2014);  $Re_L = 603$ ;  $U_{SG} = 40,1$  m/s; modelo SE, modelo U e modelo Umod).

Na coordenada x=0,26 m (Figura 5.19), a previsão do modelo sem entranhamento SE concorda muito bem com os dados experimentais, devido a pequena geração de gotículas na região de entrada, uma vez que não existem gotas entrando no domínio. Claramente o modelo de entranhamento modificado Umod consegue prever melhor a espessura do filme do que o modelo U, o qual superestima a amplitude das ondas.



Figura 5.20: Espessura de filme líquido adimensional em função do tempo na posição x=1,98 m (Zhao (2014);  $Re_L = 603$ ;  $U_{SG} = 40,1$  m/s; modelo SE, modelo U e modelo Umod ).

No entanto, ao comparar os resultados para x=1,98 m (Figura 5.20), as diferenças entre os modelos numéricos e dados experimentais são mais pronunciadas. Apesar da amplitude haver crescido e frequência diminuído como observado experimentalmente, as amplitudes das ondas previstas numericamente são maiores do que as medidas experimentalmente, especialmente após a inclusão dos modelos de entranhamento, o que ocasiona uma redução no nível base da espessura do líquido. No entanto, pode-se afirmar que a modificação proposta para os modelos de entranhamento e deposição de gotículas melhora a concordância das amplitudes e frequências de ondas em comparação com os dados experimentais.

A partir do sinal instantâneo de espessura de filme líquido  $h_L$ , calculou-se a sua espessura média ( $\overline{h_L}$ ) e a frequência de ondas grandes ( $f_{OG}$ ) para diversas posições ao longo do duto, considerando os mesmos modelos citados acima. Na Figura 5.21, novamente confirma-se que a espessura de filme líquido decresce ao longo do escoamento, conforme esperado. Neste caso, como já observado, a inclusão do modelo de entranhamento teve pouco impacto na espessura de filme líquido, tendo o modelo sem entranhamento (SE) apresentado resultados mais próximos aos dados experimentais.



Figura 5.21: Espessura média de filme líquido ao longo do domínio (Zhao (2014);  $Re_L$  =603;  $U_{SG}$ =40,1 m/s).

Na Figura 5.22, novamente percebe-se que a frequência de ondas grandes reduz ao longo do domínio. Os três modelos conseguem prever a mesma tendência que a observada a partir dos experimentais. A inclusão dos modelos de entranhamento de gotículas aproxima os resultados dos dados experimentais, sendo que para esta grandeza, o modelo U foi o que apresentou melhores resultados neste caso.



Figura 5.22: Frequência de ondas grandes ao longo do domínio (Zhao (2014);  $Re_L$  =603;  $U_{SG}$ =40,1 m/s).

Conforme argumentado no item 3.3.2.1, o modelo proposto neste trabalho foi idealizado com o objetivo de tornar a geração de gotículas existente apenas nas

cristas das ondas (através do critério proposto para  $R_e$ ), além de amplificar as taxas de entranhamento e deposição nas cristas das ondas de perturbação. Visando interpretar os efeitos da modificação proposta nos modelos de entranhamento, a Figura 5.23 apresenta a espessura de filme líquido ( $h_L$ ) instantânea e a taxa de entranhamento ( $R_e$ ) ao longo do trecho final da tubulação em um dado instante de tempo, após a obtenção do regime estatisticamente estável.



Figura 5.23: Perfil instantâneo de espessura de filme líquido e taxa de entranhamento (Zhao (2014);  $Re_L$  =603;  $U_{SG}$ =40,1 m/s; modelo U e modelo Umod).

Ao comparar os dados obtidos com os modelos U e Umod, verifica-se que ambos os modelos apresentam picos no valor de  $R_e$  alinhados com as cristas das ondas de perturbação (picos de  $h_L$ ). Esse comportamento é esperado porque a força motriz dos modelos de  $R_e$  está tipicamente associada à tensão cisalhante na interface ou à velocidade do filme líquido. Nota-se com relação ao modelo U, que a taxa de entranhamento encontra-se diretamente alinhada com a espessura do filme líquido (Figura 5.23), apresentando picos menores em comparação ao modelo Umod. Nota-se também que o filme base também é uma fonte importante de geração de gotículas. Já o modelo Umod amplifica os picos de  $R_e$  observados no modelo U, além de tornar nula a taxa de entranhamento no filme base. Além disso, percebe-se que há geração de gotículas apenas na face montante das ondas e que  $R_e=0$  no filme base, como estabelece a Eq. 3.57. O comportamento obtido com o modelo Umod corresponde ao esperado, explicando porque o modelo modificado apresenta um melhor desempenho na previsão das características das ondas interfaciais.

#### 5.5 Influência das Velocidades Superficiais

Os resultados experimentais dos casos citados na Tabela 5.2 englobam uma vasta faixa de velocidades de gás e de líquido. A influência da velocidade superficial de gás no escoamento foi avaliada para um subconjunto desses casos, abordando  $Re_L$ =1500 e  $Re_L$ =603. Adicionalmente, a influência da velocidade superficial de líquido foi avaliada para dados com velocidade superficial do gás próxima a 36 m/s. As previsões com o modelo de entranhamento Umod são comparados com as previsões do modelo sem entranhamento SE e com dados experimentais.

## 5.5.1 Influência da Vazão de Gás

Para avaliar a influência da velocidade superficial do gás no escoamento, os casos com  $Re_L$ =1500 foram selecionados, e estes englobam dois banco de dados: Fore & Dukler (1995) para  $U_{SG}$ <36 m/s e Schadel (1988) para  $U_{SG}$ >36 m/s. Cabe ressaltar que, o diâmetro interno do duto é ligeiramente menor para os dados com velocidades mais elevadas. A Figura 5.24 apresenta a previsão do gradiente de pressão e espessura média do filme de liquido, enquanto as Figuras 5.25 e 5.26 ilustram a velocidade de estrutura da onda  $C_w$  e a fração de entranhamento *E*.

Na Figura 5.24, percebe-se o aumento do gradiente de pressão com o aumento da velocidade superficial de gás, o que é esperado. Este comportamento é devidamente captado pelos modelos, independentemente do modelo de entranhamento selecionado. Os resultados confirmam que a modelagem de gotículas no escoamento aumenta o gradiente de pressão, melhorando as previsões. O modelo Umod apresenta os melhores resultados, especialmente para velocidades mais elevadas, enquanto o modelo sem entranhamento tende a subestimar o gradiente de pressão. Com relação a determinação da espessura média do filme de líquido, observa-se um comportamento contrário do gradiente de pressão, como já mencionado, i.e., a inclusão do modelo de entranhamento não melhorou a concordância com os dados experimentais, porém a dependência com o aumento da velocidade superficial do gás foi captada corretamente. A descontinuidade observada em dp/dx e  $h_L$  está relacionada ao fato de os pontos com  $U_{SG} < 36$  m/s estarem associados a D = 50,8 mm enquanto os demais estão associados a D = 42mm.



Figura 5.24: Gradiente de pressão e espessura do filme de líquido em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).

Para avaliar a capacidade do modelo em prever a formação e evolução das ondas de perturbação no escoamento anular, mostra-se aqui uma comparação de previsões de velocidade da estrutura das ondas com dados experimentais. Na Figura 5.25, nota-se que a velocidade de estrutura tende a aumentar com o aumento da velocidade de gás, conforme previsto. No entanto, ao comparar com os dados experimentais, ficam evidentes diferenças maiores para  $U_{SG}$  entre 30 m/s e 36 m/s, intervalo que corresponde a D=50,8 mm e no qual os maiores erros oscilam entre 20% e 30%. Ao avaliar as velocidades de gás mais elevadas, novamente o modelo sem entranhamento tende a subestimar os valores medidos. Por outro lado, os modelos U e Umod apresentam boa concordância nesse intervalo.



Figura 5.25: Velocidade da estrutura em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).

As duas referências selecionadas também dispunham de valores medidos de fração de entranhamento, os quais foram usados para avaliar a capacidade dos modelos U e Umod prever tal grandeza. Na Figura 5.26, pode-se perceber que a tendência crescente de *E* com a velocidade de gás é seguida pelos modelos para velocidades inferiores a 36 m/s, onde o modelo Umod apresenta os resultados mais próximos dos dados experimentais. No entanto, para velocidades superiores a 36 m/s (D=42 mm), os modelos tendem a subestimar a fração de entranhamento.

A causa da previsão sub-estimada da fração de entranhamento para altas velocidades superficiais de gás  $U_{SG}$  ainda é desconhecida. Sugere-se investigar, dentre outros aspectos, o uso de outros modelos para  $R_e$  e  $R_d$ . Sugere-se ainda investigar se um esquema de segunda ordem de discretização temporal pode apresentar algum impacto no desempenho no modelo para altas velocidades, em face das variações temporais serem maiores.



Figura 5.26: Fração de entranhamento em função da velocidade superficial de gás (Fore & Dukler (1995) & Schadel (1988);  $Re_L$ =1500).

A influência da velocidade de gás no gradiente de pressão foi avaliada também para uma vazão de filme líquido menor,  $Re_L$ =603 (Zhao, 2014). Conforme apresentado na Figura 5.27, o gradiente de pressão previsto pelo modelo numérico apresenta bons resultados em comparação com dados experimentais. Novamente, ao considerar a modelagem de gotículas no escoamento os resultados apresentam melhora, enquanto o modelo sem entranhamento tende a subestimar o gradiente de pressão. Neste caso, dados da fração de entranhamento não foram disponibilizados pela referência.



Figura 5.27: Gradiente de pressão em função da velocidade superficial de gás (Zhao (2014);  $Re_L$ =603).

#### 5.5.2 Influência da Vazão de Líquido

A influência da vazão de líquido nos parâmetros de escoamento foi avaliada para uma velocidade superficial de gás próxima a 36 m/s. Na Figura 5.28, o gradiente de pressão e a espessura média do filme de líquido são comparados com os dados experimentais. Pode-se observar que todos os modelos conseguem capturar a dependência correta do gradiente de pressão e espessura média do filme de líquido com o aumento da velocidade superficial de líquido (ou Reynolds do líquido). Apesar da tendência dos modelos em subestimar os valores de gradiente de pressão, a inclusão de modelos de entranhamento tende a aumentar o gradiente de pressão, aproximando os resultados dos dados experimentais. Percebe-se que a espessura média de filme líquido cresce com o aumento de  $Re_L$ , conforme esperado. No entanto, a dependência com  $Re_L$  é mais acentuada do que a observada nos dados experimentais, tornando os modelos avaliados equivalentes entre si.



Figura 5.28: Gradiente de pressão e espessura do filme de líquido em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995);  $U_{SG} \approx 36$  m/s).

A Figura 5.29 mostra que o modelo numérico prevê corretamente um crescimento da velocidade de estrutura da onda em função de  $Re_L$ , porém o crescimento é um pouco mais acentuado do que o previsto nos dados experimentais.



Figura 5.29: Velocidade de estrutura em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995);  $U_{SG} \approx 36$  m/s).

Na Figura 5.30, percebe-se que o modelo prevê valores de *E* decrescentes com  $Re_L$ , enquanto os dados experimentais indicam sutil aumento de *E* para baixos valores de  $Re_L$ , tendendo a estabilizar em um valor constante para valores de  $Re_L$ mais elevados. Apesar de a ordem de grandeza das discrepâncias com os dados experimentais ser aceitável, resta um questionamento com relação a necessidade de aprimorar os modelos de entranhamento para a captura adequada das tendências esperadas para a fração de entranhamento.



Figura 5.30: Fração de entranhamento em função do número de Reynolds do filme líquido (Fore & Dukler (1995);  $U_{SG} \approx 36$  m/s).

Como conclusão destes teses, pode-se afirmar que, ao variar a vazão de

líquido (através de  $Re_L$ ), o modelo prevê o comportamento adequado para o gradiente de pressão e espessura média do líquido, mas é necessário investigar o comportamento de  $h_L$ ,  $C_w$  e E em função do Reynolds do filme líquido, em especial quando as velocidades superficiais do gás são elevadas.

#### 5.6 Influência da Pressão

Utilizando os resultados experimentais obtidos por Sawant, *et al.* (2008a; 2008b), podemos avaliar a influência do nível de pressão nos resultados obtidos pelo modelo Umod. Enquanto os casos apresentados anteriormente consideram a pressão na saída do duto próxima à pressão atmosférica, os casos apresentados a seguir consideram  $p_{saída}$ =4,0 bar além de  $p_{saída}$ =1,2 bar. A Figura 5.31 apresenta valores de espessura média de filme líquido para as duas pressões. Conforme destacado por (Sawant, *et al.*, 2008b), os dados experimentais de  $\overline{h_L}$  apresentados na figura devem ser utilizados para avaliar apenas as tendências devido a variações nas condições de contorno. Assim, os resultados apresentados mostram que o comportamento decrescente de  $\overline{h_L}$  é capturado adequadamente pelo modelo.



Figura 5.31: Espessura média dia filme líquido em função da velocidade superficial de gás (Sawant, *et al.* (2008b);  $R_{e_L}$ =950; modelo Umod). (a):  $P_{saida}$ =1,2 bar. (b):  $P_{saida}$ =4,0 bar.

A Figura 5.32 exibe uma comparação entre resultados numéricos e experimentais para  $\overline{h_L}$ , considerando valores de  $Re_L$  entre 950 e 3100 e valores de  $U_{SG}$  entre 17 m/s e 58 m/s. Levando em conta as incertezas na medição de  $\overline{h_L}$ , podese destacar que o modelo Umod apresenta uma boa captura do fenômeno físicos.



Figura 5.32: Espessura média de filme líquido (numérico versus experimental;  $Re_L$ =950~3100;  $U_{SG}$ =17~58 m/s; modelo Umod).

Analogamente, a Figura 5.33 apresenta resultados para velocidade de estrutura das ondas do filme líquido  $C_w$  e frequência de ondas grandes  $f_{OG}$ . Neste caso a tendência crescente com  $Re_L$  e  $U_{SG}$  também é capturada, porém com diferenças nos valores absolutos. Com relação às frequências de ondas grandes, a tendência de crescimento de  $f_{OG}$  com  $U_{SG}$  e  $Re_L$  também é bem capturada, apresentando erros inferiores a 25% para a maioria dos pontos, indicando um bom desempenho do presente modelo de Dois Fluidos com o modelo de entranhamento Umod.





Figura 5.33: Velocidade de estrutura das ondas e frequência de ondas grandes (numérico versus experimental;  $Re_L$ =950~3100;  $U_{SG}$ =17~58 m/s; modelo Umod).

# 6 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Visando avaliar o escoamento anular sujeito a entranhamento de gotículas e sua relação com ondas de perturbação, neste trabalho foi utilizado o Modelo de Dois Fluidos unidimensional transiente incluindo a modelagem de gotículas dispersas no núcleo gasoso. A representação de taxas de entranhamento e deposição de gotículas contribuiu para melhorar as previsões de grandezas relevantes do escoamento, incluindo gradiente de pressão e velocidade de estrutura, em comparação com o modelo numérico sem entranhamento. O modelo mostrou-se capaz de reproduzir características importantes do escoamento anular, como a formação e evolução de ondas de perturbação ao longo do domínio.

Foi proposta uma modificação a correlações de taxa de entranhamento existentes, baseada em amplificar as taxas de entranhamento e deposição na crista das ondas. A modificação tem os efeitos de tornar o entranhamento existente apenas nas ondas de perturbação e de amplificar as taxas de entranhamento e deposição localmente nas cristas das ondas de perturbação. A principal contribuição deste trabalho consiste em apresentar um modelo mais "físico" para os processos de entranhamento e deposição de gotículas, relacionando-os diretamente com as ondas de perturbação. Pode-se destacar também a aplicação do Modelo de Dois Fluidos com um número menor de equações de conservação de massa (em relação a outros trabalhos na literatura), reduzindo assim o esforço computacional.

Para os casos avaliados, o modelo é capaz de qualitativamente reproduzir o comportamento esperado nos dados experimentais. Em geral, o modelo proposto para taxas de entranhamento e deposição resulta em melhores previsões de gradiente de pressão em comparação com o modelo sem entranhamento. No entanto, a previsão de taxas de entranhamento, frequências de grandes ondas, fração de entranhamento e espessura de filme líquido podem ser aprimoradas.

Com objetivo de melhorar a acurácia do modelo apresentado, algumas investigações podem ser feitas. Primeiramente, sugere-se avaliar o desempenho do modelo utilizando um conjunto maior de correlações de taxa de entranhamento e deposição de gotículas. Recomenda-se também aprofundar a avaliação da influência das demais relações de fechamento no modelo, incluindo diâmetro de gotícula, e fatores de atrito com a parede e interfacial. Pode-se avaliar se a resolução de uma equação de quantidade de movimento para as gotículas poderia trazer melhores resultados. Conforme mencionado previamente, sugere-se investigar se um esquema de segunda ordem de discretização temporal pode apresentar algum impacto no desempenho no modelo para altas velocidades, em face das variações temporais serem maiores. Por fim, é proveitoso avaliar resultados em comparação a um número maior de pontos experimentais.

# Referências Bibliográficas

AL-SARKHI, A.; HANRATTY, T. J. Effect of pipe diameter on the drop size in a horizontal annular gas–liquid flow. International journal of multiphase flow, n. 28(10), p. 1617-1629, 2002.

ANDREOLLI, I. Introdução à Elevação e Escoamento Monofásico e Multifásico de Petróleo. 1<sup>a</sup>. ed. [S.I.]: Interciência, 2016.

AZZOPARDI, B. J. **Drops in annular two-phase flow**. International Journal of Multiphase Flow, n. 23(7), 1997. 1-53.

AZZOPARDI, B. J. Gas-liquid flows. New York: Begell house, 2006.

AZZOPARDI, B. J.; GIBBONS, D. B. **Mechanisms of entrainment in annular two phase flow**. UKAEA Atomic Energy Research Establishment. [S.I.]. 1983. (AERE-R 11068).

BELT, R. J.; VAN'T WESTENDE, J. M. C.; PORTELA, L. M. **Prediction of the interfacial shear-stress in vertical annular flow**. International journal of multiphase flow, n. 35(7), 2009. 689-697.

BELT, R. J.; VAN'T WESTENDE, J. M. C.; PRASSER, H. M.; PORTELA, L. M. Time and spatially resolved measurements of interfacial waves in vertical annular flow. International Journal of Multiphase Flow, n. 36(7), p. 570-587, 2010.

BERNA, C.; ESCRIVÁ, A.; MUÑOZ-COBO, J. L.; HERRANZ, L. E. **Review** of droplet entrainment in annular flow: Interfacial waves and onset of entrainment. Progress in Nuclear Energy, n. 74, 2014. 14-43.

BERNA, C.; ESCRIVÁ, A.; MUÑOZ-COBO; J.L.; HERRANZ, L. E. Review of droplet entrainment in annular flow: Characterization of the entrained droplets. Progress in Nuclear Energy, n. 79, 2015. 64-86.

BERTODANO, M. A. L. D.; ASSAD, A.; BEUS, S. G. **Experiments for entrainment rate of droplets in the annular regime**. International journal of multiphase flow, n. 27(4), p. 685-699, 2001.

BERTODANO, M. A. L. D.; ASSAD, A.; BEUS, S. G. **Experiments for entrainment rate of droplets in the annular regime**. International journal of multiphase flow, n. 27(4), p. 685-699, 2001.

BONIZZI, M.; ANDREUSSI, P.; BANERJEE, S. Flow regime independent, high resolution multi-field modelling of near-horizontal gas–liquid flows in pipeline. International Journal of Multiphase Flow, n. 35(1), 2009. 34-46. BONIZZI, M.; ISSA, R. I. A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow. International Journal of Multiphase Flow, n. 29(11), 2003. 1685-1717.

BRAUNER, N. The prediction of dispersed flows boundaries in liquidliquid and gas-liquid systems. International Journal of Multiphase Flow, n. 27(5), p. 885-910, 2001.

BRODKEY, R. S. **The phenomena of fluid motions**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1967.

CARNEIRO, J. N. E. **Simulação numérica de escoamentos bifásicos no regime de golfadas em tubulações horizontais e levemente inclinadas (Dissertação de mestrado)**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2006.

CHERDANTSEV, A. V. Overview of physical models of liquid entrainment in annular gas-liquid flow, 1939, 2018.

EMAMZADEH, M. Modelling of annular two-phase flow in horizontal and vertical pipes including the transition from the stratified flow regime (PhD Thesis). London: Imperial College London, 2012.

FONTALVO, E. M. G. Avaliação da Pressão Dinâmica no Modelo de Dois Fluidos Unidimensional Aplicado ao Escoamento Anular Vertical (Dissertação de mestrado). Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2016.

FONTALVO, E. M. G.; CARNEIRO, J. N. E.; NIECKELE, A. O. Vertical annular gas/liquid flows with a 1D two-fluid model: evaluation of interfacial friction models. International Heat Transfer Conference, n. 16, 2018.

FORE, L. B.; DUKLER, A. E. **The distribution of drop size and velocity in gas-liquid annular flow**. International Journal of Multiphase Flow, n. 21(2), 1995. 137-149.

FOWLER, A. C.; LISSETER, P. E. **Flooding and flow reversal in annular two-phase flows**. SIAM Journal on Applied Mathematics, n. 52(1), p. 15-33, 1992.

GALLENI, F. Numerical simulation of vertical intermittent flows (PhD thesis). London: Imperial College London, 2017.

GOVAN, A. H. Modelling of vertical annular and dispersed two-phase flows (Ph. D thesis). London: Imperial College, 1990.

HAN, H.; ZHU, Z.; GABRIEL, K. A study on the effect of gas flow rate on the wave characteristics in two-phase gaseliquid annular flow. Nucl. Eng. Des., 2006. 2580-2588.

HINZE, J. Turbulence. [S.I.]: [s.n.], 1975.

INÁCIO, J. D. R. G. Simulação do Regime Intermitente em Tubulações Verticais Utilizando o Modelo de Dois Fluidos com Diferentes Relações de Fechamento. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012.

ISHII, M.; GROLMES, M. A. Inception criteria for droplet entrainment in two-phase concurrent film flow. AIChE Journal, n. 21(2), p. 308-318, 1975.

ISHII, M.; HIBIKI, T. **Thermo-fluid dynamics of two-phase flow**. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 2011.

ISSA, R. I.; BONIZZI, M.; BARBEAU, S. Improved closure models for gas entrainment and interfacial shear for slug flow modelling in horizontal pipes. International journal of multiphase flow, n. 10(32), 2006. 1287-1293.

ISSA, R. I.; KEMPF, M. H. W. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. International journal of multiphase flow, n. 29(1), 2003. 69-95.

KATAOKA, I.; ISHII, M.; NAKAYAMA, A. Entrainment and desposition rates of droplets in annular two-phase flow. International Journal of Heat and Mass Transfer, 43(9), 2000. 1573-1589.

KOSKY, P. G.; STAUB, F. W. Local condensing heat transfer coefficients in the annular flow regime. AIChE Journal, n. 17(5), 1971.

LEE, M. M.; HANRATTY, T. J.; ADRIAN, R. J. The interpretation of droplet deposition measurements with a diffusion model. International journal of multiphase flow, n. 15(3), p. 459-469, 1989.

LIU, L.; BAI, B. Generalization of droplet entrainment rate correlation for annular flow considering disturbance wave properties. Chemical Engineering Science, n. 164, 2017. 279-291.

MISHIMA, K.; ISHII, M. Flow regime transition criteria for upward twophase flow in vertical tubes. International Journal of Heat and Mass Transfer, n. 27(5), p. 723-737, 1984.

NIECKELE, A. O.; CARNEIRO, J. N. E. . On the Numerical Modeling of Slug and Intermittent Flows in Oil and Gas Production. ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, 2017.

OKAWA, T.; KITAHARA, T.; YOSHIDA, K.; MATSUMOTO, T.; KATAOKA, I. New entrainment rate correlation in annular two-phase flow applicable to wide range of flow condition. International Journal of Heat and Mass Transfer, n. 45(1), p. 87-98, 2002.

OLIEMANS, R. V. A.; POTS, B. F. M.; TROMPE, N. **Modelling of annular dispersed two-phase flow in vertical pipes**. International journal of multiphase flow, n. 12(5), 1986. 711-732.

OWEN, D. G.; HEWITT, G. F. **A proposed entrainment correlation** (AERE-R--12279). UKAEA Atomic Energy Research Establishment. United Kingdom. 1986.

PALEEV, I. I.; FILIPPOVICH, B. S. **Phenomena of liquid transfer in twophase dispersed annular flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, n. 9(10), p. 1089-1093, 1966.

PAN, L.; HANRATTY, T. J. **Correlation of entrainment for annular flow in horizontal pipes**. International journal of multiphase flow, 28(3), 2002. 385-408.

PATANKAR, S. Numerical heat transfer and fluid flow. [S.I.]: CRC press, 1980.

SAWANT, P.; ISHII, M.; HAZUKU, T.; TAKAMASA, T.; MORI, M. **Properties of disturbance waves in vertical annular two-phase flow**. Nuclear Engineering and Design, n. 238(12), p. 3528-3541, 2008b.

SAWANT, P.; ISHII, M.; MORI, M. **Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow**. Nuclear Engineering and Design, n. 238(6), p. 1342-1352, 2008a.

SCHADEL, S. A. Atomization and deposition rates in vertical annular two-phase flow (PhD thesis). Urbana, IL: Illinois Univ., 1988.

SCHUBRING, D. Behavior interrelationships in annular flow (PhD thesis). [S.I.]: The University of Wisconsin - Madison, 2009.

SILVA, I. S. F. D. Simulação Numérica de Escoamento Anular em Tubulações Horizontais Utilizando o Modelo de Dois Fluidos (Dissertação de mestrado). Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

SIMÕES, E. F.; CARNEIRO, J. N.; NIECKELE, A. O. Numerical prediction of non-boiling heat transfer in horizontal stratified and slug flow by the Two-Fluid Model. International Journal of Heat and Fluid Flow, n. 47, 2014.

SOMMERFELD, M.; VAN WACHEM, B.; OLIEMANS, R. Best practice guidlines for computational fluid dynamics of dispersed multiphase flows. [S.I.]. 2008.

SONG, J. H. The remedy for the ill-posedness of the one-dimensional two-fluid model. Nucl. Eng. Des., 2003. 40-53.

SUGAWARA, S. Droplet deposition and entrainment modeling based on the three-fluid model. Nuclear Engineering and Design, n. 122(1-3), p. 67-84, 1990.

TURNER, R. G.; HUBBARD, M. G.; DUKLER, A. E. Analysis and prediction of minimum flow rate for the continuous removal of liquids from gas wells. Journal of Petroleum Technology, n. 21(11), p. 1475-1482, 1969.

UEDA, T. Entrainment rate and size of entrained droplets in annular two-phase flow. Bulletin of JSME, n. 22(171), 1979. 1258-1265.

VAN LEER, B. Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme. Journal of computational physics, n. 14(4), p. 361-370, 1974.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics:** the finite volume method. [S.I.]: Pearson education, 2007.

WALTRICH, P. J.; FALCONE, G.; BARBOSA JR, J. R. Axial development of annular, churn and slug flows in a long vertical tube. International Journal of Multiphase Flow, n. 57, p. 38-48, 2013.

WHALLEY, P. B.; HEWITT, G. F. The Correlation of Liquid Entrained Fraction and Entrainment Rate in Annular Two-Phase Flow. [S.I.]. 1978.

ZHAO, Y. **Wave behaviour in vertical multiphase flow (PhD thesis)**. London: Imperial College London, 2014.

## **Apêndice A**

#### A.1.

# Termo de Escorregamento nas Equações de Conservação de Quantidade de Movimento Linear

Chamemos a diferença no lado esquerdo da eq. 3.32 de  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\partial (\mathbb{C}_{G} \rho_{G} \alpha_{G} U_{G} U_{G})}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbb{C}_{D} \rho_{L} \alpha_{D} U_{D} U_{D})}{\partial x}$$
(A.1)  
$$- \frac{\partial (\mathbb{C}_{GD} \rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD} U_{GD})}{\partial x}$$
$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} [\mathbb{C}_{G} \rho_{G} \alpha_{G} U_{G} U_{G} + \mathbb{C}_{D} \rho_{L} \alpha_{D} U_{D} U_{D}$$
$$- \mathbb{C}_{GD} \rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD} U_{GD} ]$$

Substituindo-se a definição de  $U_{GD}$  no segundo termo

 $\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mathbb{C}_{G} \rho_{G} \alpha_{G} U_{G} U_{G} + \mathbb{C}_{D} \rho_{L} \alpha_{D} U_{D} U_{D} \right]$   $- \mathbb{C}_{GD} \rho_{GD} \alpha_{GD} \frac{(\alpha_{G} \rho_{G} U_{G} + \alpha_{D} \rho_{L} U_{D}) (\alpha_{G} \rho_{G} U_{G} + \alpha_{D} \rho_{L} U_{D})}{\rho_{GD} \alpha_{GD}} \right]$   $\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho_{GD}}{\rho_{GD}} (\mathbb{C}_{G} \rho_{G} \alpha_{G} U_{G} U_{G} + \mathbb{C}_{D} \rho_{L} \alpha_{D} U_{D} U_{D}) - \mathbb{C}_{GD} \frac{(\alpha_{G} \rho_{G} U_{G} + \alpha_{D} \rho_{L} U_{D}) (\alpha_{G} \rho_{G} U_{G} + \alpha_{D} \rho_{L} U_{D})}{\rho_{GD} \alpha_{GD}} \right]$ (A.3) (A.4)

Substituindo-se a definição de  $\alpha_{GD}$  no numerador do primeiro termo

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{(\rho_G \, \alpha_G + \rho_L \, \alpha_D)}{\rho_{GD} \, \alpha_{GD}} (\mathbb{C}_G \, \rho_G \, \alpha_G \, U_G \, U_G + \mathbb{C}_D \, \rho_L \, \alpha_D \, U_D \, U_D) - \mathbb{C}_{GD} \, \frac{(\alpha_G \, \rho_G \, U_G + \alpha_D \, \rho_L \, U_D)(\alpha_G \, \rho_G \, U_G + \alpha_D \, \rho_L \, U_D)}{\rho_{GD} \, \alpha_{GD}} \right]$$
(A.5)

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\rho_{GD} \ \alpha_{GD}} \left\{ \left( \mathbb{C}_{G} \ \rho_{G}^{2} \ \alpha_{G}^{2} \ U_{G} \ U_{G} + \mathbb{C}_{D} \ \rho_{G} \ \alpha_{G} \ \rho_{L} \ \alpha_{D} \ U_{D} \ U_{D} \right. \right. \\ \left. + \mathbb{C}_{G} \ \rho_{G} \ \alpha_{G} \ \rho_{L} \ \alpha_{D} \ U_{G} \ U_{G} + \mathbb{C}_{D} \ \rho_{L}^{2} \ \alpha_{D}^{2} \ U_{D} \ U_{D} \right) \\ \left. - \mathbb{C}_{GD} \ \left( \alpha_{G}^{2} \ \rho_{G}^{2} \ U_{G}^{2} + 2 \ \alpha_{G} \ \rho_{G} \ U_{G} \ \alpha_{D} \ \rho_{L} \ U_{D} \right) \\ \left. + \alpha_{D}^{2} \ \rho_{L}^{2} \ U_{D}^{2} \right) \right\} \right]$$
(A.6)

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\rho_{GD} \alpha_{GD}} \{ (\mathbb{C}_D \rho_G \alpha_G \rho_L \alpha_D U_D U_D + \mathbb{C}_G \rho_G \alpha_G \rho_L \alpha_D U_G U_G) - \mathbb{C}_{GD} (2 \alpha_G \rho_G U_G \alpha_D \rho_L U_D) + [(\mathbb{C}_G - \mathbb{C}_{GD}) \rho_G^2 \alpha_G^2 U_G U_G + [(\mathbb{C}_D - \mathbb{C}_{GD}) \rho_L^2 \alpha_D^2 U_D U_D] \right]$$

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho_G \alpha_G \rho_L \alpha_D (\mathbb{C}_D U_D U_D + \mathbb{C}_G U_G U_G - 2 \mathbb{C}_{GD} U_G U_D)}{\rho_{GD} \alpha_{GD}} + \frac{1}{\rho_{GD} \alpha_{GD}} [(\mathbb{C}_G - \mathbb{C}_{GD}) \rho_G^2 \alpha_G^2 U_G U_G - 1 + [(\mathbb{C}_D - \mathbb{C}_{GD}) \rho_L^2 \alpha_D^2 U_D U_D] \right]$$
(A.7)
(A.7)
(A.7)
(A.7)

Se  $\mathbb{C}_G = \mathbb{C}_D = \mathbb{C}_{GD}$ , temos:

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mathbb{C}_{GD} \,\rho_G \,\rho_L \,\alpha_D \,\alpha_G \,(U_G - U_D)^2}{\rho_{GD} \,\alpha_{GD}} \right] \tag{A.9}$$

Por fim, usando as definições de  $U_{s_D}$  e  $\chi_D$ :

$$\lambda = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mathbb{C}_{GD} \rho_G \, \rho_L \, \mathcal{C}_D \, (1 - \chi_D) \, U_{S_D}^2 \, \alpha_{GD}}{\rho_{GD}} \right] \tag{A.10}$$

# A.2. Discretização da Equação da Pressão

Analogamente ao apresentado por Carneiro (2006) e Fontalvo (2016), podemos integrar a equação 4.28 no volume e no tempo, obtendo:

$$\begin{bmatrix} \left(\alpha_{L_P} - \alpha_{L_P}^{0}\right) + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left(\rho_{GD_P} \alpha_{GD_P} - \rho_{GD_P}^{0} \alpha_{GD_P}^{0}\right) \end{bmatrix} \frac{A \Delta x}{\Delta t} \\ + \begin{bmatrix} \left(\alpha_L U_L\right)_e - \left(\alpha_L U_L\right)_w \\ + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left(\left(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD}\right)_e - \left(\rho_{GD} \alpha_{GD} U_{GD}\right)_w\right) \end{bmatrix} A \\ = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_L} \end{bmatrix} S_{ed_L} A \Delta x$$
(A.11)

Assumindo  $\rho_{GD}^{ref} = \rho_{G}^{ref}$  e reescrevendo  $\rho_{GD}$  em função da pressão:

$$\rho_{GD} \alpha_{GD} = \alpha_G \rho_G^{ref} \frac{P}{P_{ref}} + \alpha_D \rho_L \tag{A.12}$$

$$\frac{\rho_{GD} \,\alpha_{GD}}{\rho_{GD}^{ref}} = \alpha_G \,\frac{P}{P_{ref}} + \alpha_D \frac{\rho_L}{\rho_{GD}^{ref}} \tag{A.13}$$

Substituindo  $P_{ref} = \rho_{GD}^{ref} R T$ :

$$\frac{\rho_{GD} \,\alpha_{GD}}{\rho_{GD}^{ref}} = \alpha_G \,\frac{P}{\rho_{GD}^{ref} R T} + \alpha_D \frac{\rho_L}{\rho_{GD}^{ref}} \tag{A.14}$$

Logo,

$$\frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left( \rho_{GD_P} \, \alpha_{GD_P} - \rho_{GD_P}^{\ 0} \, \alpha_{GD_P}^{\ 0} \right) \\
= \alpha_{G_P} \, \frac{P_P}{\rho_{GD}^{ref} \, R \, T} + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left( \alpha_{D_P} \, \rho_L - \rho_{GD_P}^{\ 0} \, \alpha_{GD_P}^{\ 0} \right) \tag{A.15}$$

Reescrevendo as velocidades em função da pressão, conforme o método PRIME:

$$(\alpha_L U_L)_e - (\alpha_L U_L)_w$$
  
=  $\alpha_{L_e} \widehat{U}_{L_e} + \alpha_{L_e} d_{L_e} (P_P - P_E) - \alpha_{L_w} \widehat{U}_{L_w}$  (A.16)  
 $- \alpha_{L_w} d_{L_w} (P_W - P_P)$ 

e  

$$\frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} ((\rho_{GD} \ \alpha_{GD} \ U_{GD})_e - (\rho_{GD} \ \alpha_{GD} \ U_{GD})_w)$$

$$= \frac{\rho_{GD_e} \ \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} \widehat{U}_{GD_e} + \frac{\rho_{GD_e} \ \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_e} (P_P - P_E) \quad (A.17)$$

$$- \frac{\rho_{GD_w} \ \alpha_{GD_w}}{\rho_{GD}^{ref}} \ \widehat{U}_{GD_w} - \frac{\rho_{GD_w} \ \alpha_{GD_w}}{\rho_{GD}^{ref}} \ d_{GD_w} (P_W - P_P)$$

Assim, os termos na eq. A.11:

$$\begin{split} \left[ \left( \alpha_{L_P} - \alpha_{L_P}^{0} \right) + \alpha_{G_P} \frac{P_P}{\rho_{GD}^{ref} R T} + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left( \alpha_{D_P} \rho_L - \rho_{GD_P}^{0} \alpha_{GD_P}^{0} \right) \right] \frac{A \Delta x}{\Delta t} \\ &+ \left[ \alpha_{L_e} \, \widehat{U}_{L_e} + \alpha_{L_e} \, d_{L_e} \left( P_P - P_E \right) - \alpha_{L_W} \, \widehat{U}_{L_W} \right. \\ &- \alpha_{L_W} \, d_{L_W} \left( P_W - P_P \right) + \frac{\rho_{GD_e} \, \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_e} \\ &+ \frac{\rho_{GD_e} \, \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} \, d_{GD_e} \left( P_P - P_E \right) - \frac{\rho_{GD_W} \, \alpha_{GD_W}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_W} \\ &- \frac{\rho_{GD_W} \, \alpha_{GD_W}}{\rho_{GD}^{ref}} \, d_{GD_W} \left( P_W - P_P \right) \right] A \end{split}$$

$$&= \left[ \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_L} \right] S_{ed_L} A \, \Delta x \end{split}$$

Rearrumando, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{G_P}}{\rho_{GD}^{ref} R T} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \alpha_{L_e} d_{L_e} + \alpha_{L_w} d_{L_w} + \frac{\rho_{GD_e} \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_e} \\ &+ \frac{\rho_{GD_w} \alpha_{GD_w}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_w} \bigg] A P_P \\ &= \bigg[ \alpha_{L_w} d_{L_w} + \frac{\rho_{GD_w} \alpha_{GD_w}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_w} \bigg] A P_W \\ &+ \bigg[ \alpha_{L_e} d_{L_e} + \frac{\rho_{GD_e} \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_e} \bigg] A P_E \\ &- \bigg[ \alpha_{L_e} \widehat{U}_{L_e} + -\alpha_{L_w} \widehat{U}_{L_w} + \frac{\rho_{GD_e} \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} \widehat{U}_{GD_e} \\ &- \frac{\rho_{GD_w} \alpha_{GD_w}}{\rho_{GD}^{ref}} \widehat{U}_{GD_w} \bigg] A \\ &- \bigg[ (\alpha_{L_P} - \alpha_{L_P}^0) + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} (\alpha_{D_P} \rho_L - \rho_{GD_P}^0 \alpha_{GD_P}^0) \bigg] \frac{A \Delta x}{\Delta t} \\ &+ \bigg[ \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_L} \bigg] S_{ed_L} A \Delta x \end{aligned}$$

Por fim, reescrevendo na forma  $a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + b$ :

$$a_W = \left[ \alpha_{L_W} d_{L_W} + \frac{\rho_{GD_W} \alpha_{GD_W}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_W} \right] A \tag{A.20}$$

$$a_E = \left[ \alpha_{L_e} d_{L_e} + \frac{\rho_{GD_e} \alpha_{GD_e}}{\rho_{GD}^{ref}} d_{GD_e} \right] A \tag{A.21}$$

$$a_P = a_E + a_W - S_P A \Delta x ; \quad S_P = -\frac{\alpha_{G_P}}{\rho_{GD}^{ref} R T} \frac{1}{\Delta t}$$
(A.22)

$$b = \left[ \left( \alpha_{L_{W}} \, \widehat{U}_{L_{W}} + \frac{\rho_{GD_{W}} \, \alpha_{GD_{W}}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_{W}} \right) - \left( \alpha_{L_{e}} \, \widehat{U}_{L_{e}} + \frac{\rho_{GD_{e}} \, \alpha_{GD_{e}}}{\rho_{GD}^{ref}} \, \widehat{U}_{GD_{e}} \right) \right] A$$

$$- \left[ \left( \alpha_{L_{P}} - \alpha_{L_{P}^{0}} \right) + \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} \left( \alpha_{D_{P}} \, \rho_{L} - \rho_{GD_{P}^{0}} \, \alpha_{GD_{P}^{0}} \right) \right] \frac{A \, \Delta x}{\Delta t}$$

$$+ \left[ \frac{1}{\rho_{GD}^{ref}} - \frac{1}{\rho_{L}} \right] S_{ed_{L}} A \, \Delta x$$

$$S_{ed_{L}} = (\phi_{eL} - \phi_{dL})$$
(A.24)

# A.3. Mapa de Padrões de Escoamento de Mishima & Ishii (1984)

O modelo de Mishima & Ishii (1984) para mapa de padrões de escoamento se aplica a escoamento bifásico vertical em dutos e é ilustrado na Figura A.1. As curvas destacadas por cores na figura representam a delimitação, no plano  $U_{SL}$ versus  $U_{SG}$ , entre regiões nas quais cada padrão de escoamento é previsto de ocorrer.



Figura A.1: Mapa de padrão de escoamento segundo modelo de Mishima & Ishii (1984)

A curva A é dada por:

$$U_{SL} = \left(\frac{3,33}{C_0} - 1\right) U_{SG} - \frac{0,76}{C_0} \left(\frac{\sigma \ g \ \Delta \rho}{\rho_L^2}\right)^{1/4}$$
(A.25)

Onde  $C_0 = 1, 2 - 0, 2 \sqrt{\rho_G / \rho_L}$  para dutos com seção circular. A curva B é dada por:

$$\alpha \ge 1 - 0.813 \times \left\{ \frac{(C_0 - 1)(U_{SL} + U_{SG}) + 0.35 \sqrt{\Delta\rho g \frac{D}{\rho_L}}}{U_{SL} + U_{SG} + 0.75 \sqrt{\Delta\rho g \frac{D}{\rho_L}} \left(\Delta\rho g \frac{D^3 \rho_L}{\mu_L^2}\right)^{\frac{1}{18}}} \right\}^{0.75}$$
(A.26)

onde

$$\alpha = \frac{U_{SG}}{C_0 (U_{SL} + U_{SG}) + 0.35 \left(\Delta \rho \ g \frac{D}{\rho_L}\right)}$$
(A.27)

Já a curva C é dada por:

$$U_{SG} = \sqrt{\frac{\Delta \rho \ g \ D}{\rho_G}} \left(\alpha - 0, 11\right) \tag{A.28}$$

onde  $\alpha$  é calculado da mesma forma que para a curva B.

Por fim, a curva D é obtida com a seguinte expressão:

$$U_{SG} \ge \left(\frac{\Delta \rho \ g \ \sigma}{\rho_G^2}\right)^{\frac{1}{4}} N_{\mu}^{-0,2} \tag{A.29}$$

onde

$$N_{\mu} = \frac{\mu_L}{\sqrt{\rho_L \,\sigma \,\sqrt{\frac{\sigma}{g \,\Delta\rho}}}} \tag{A.30}$$

# A.4. Modelo de Ishii & Grolmes (1975) para Região de Entranhamento

O critério de Ishii & Grolmes (1975) para transição entre escoamento anular sem e com entranhamento de gotículas foi apresentado na Figura 2.7 e utilizado nas Figuras 5.1 a 5.5.

O regime rugoso ( $Re_{SL} > 1635$ ) é modelado pela seguinte expressão:

$$\begin{cases} \frac{\mu_L U_{SG}}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \ge N_{\mu}^{0,8} & \text{para } N_{\mu} < \frac{1}{15} , Re_{SL} > 1635 \\ \frac{\mu_L U_{SG}}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \ge 0,1146 & \text{para } N_{\mu} > \frac{1}{15} , Re_{SL} > 1635 \end{cases}$$
(A.31)

Onde o número de viscosidade é dado por

$$N_{\mu} = \frac{\mu_L}{\sqrt{\rho_L \,\sigma \,\sqrt{\frac{\sigma}{g \,\Delta\rho}}}} \tag{A.32}$$

Já o regime de transição (Figura 2.7) é modelado pela seguinte expressão ( $160 < Re_{SL} < 1635$  para escoamento vertical ascendente):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\mu_L \, U_{SG}}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \ge 11,78 \, N_\mu^{0,8} \, R e_{SL}^{-1/3} & \text{para} \, N_\mu \le \frac{1}{15} \\ \frac{\mu_L \, U_{SG}}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \ge 1,35 \, R e_{SL}^{-1/3} & \text{para} \, N_\mu > \frac{1}{15} \end{array} \right.$$
(A.33)

Para  $Re_{SL} < 160$  em escoamento vertical ascendente, tem-se

$$\frac{\mu_L U_{SG}}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \ge 1,5 \ Re_{SL}^{-1/2} \tag{A.34}$$

Por fim, o número de Reynolds mínimo é dado por

$$(Re_{SL})_{\min} = \left(\frac{y^{+}}{0,347}\right)^{3/2} \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{3/4} \left(\frac{\mu_G}{\mu_L}\right)^{3/2}$$
(A.35)

onde  $y^+ \approx 10$ .

#### A.5. Velocidade de Estrutura de Onda

Conforme apresentado por Fontalvo (2016), a velocidade de estrutura é definida como o tempo que uma estrutura (no caso deste trabalho, uma onda de grande amplitude) leva para se transladar entre duas posições. O sinal de espessura de filme líquido é comparado nas duas posições. Ao identificar a defasagem temporal entre os dois sinais, tem-se o tempo de deslocamento da estrutura entre os dois pontos ( $\Delta t$ ). Considerando que a distância entre os pontos que geram os dois sinais é conhecida, a velocidade da estrutura é dada por  $C_w = \Delta L/\Delta t$ .



Figura A.2: Correlação cruzada para uma série temporal (Fontalvo, 2016)

Na prática, a correlação cruzada entre os dois sinais é obtida através da Transformada de Fourier em software comercial de computação numérica. Cuidado especial é necessário com o espaçamento entre sondas  $\Delta L$ , pois não pode ser pequeno demais, de forma que resulte em  $\Delta t$  muito pequeno, nem grande demais, de tal forma que a distância que as características das ondas se alterem entre as duas sondas (através de coalescência, por exemplo).

#### A.6. Frequência de Ondas Grandes

O cálculo de frequência de ondas grandes é feito conforme apresentado por Zhao (2014) e Fontalvo (2016). Para uma dada posição no duto, o sinal de espessura de filme líquido é primeiramente adimensionalizado usando a espessura de filme média no tempo  $(h_L/\overline{h_L})$ . Ao observar o sinal da espessura de filme adimensionalizada no tempo, os picos maiores representam as ondas grandes. Foi utilizado o mesmo valor para limite de onda grande citado por Zhao (2014), i.e., são

consideradas "ondas grandes" aquelas cuja espessura seja superior a 1,6 vezes a espessura média do filme líquido. Utiliza-se um software comercial de computação numérica para identificar os picos nas posições desejadas para um intervalo de tempo determinado. Por fim, a partir da quantidade de picos e do intervalo de tempo considerado, calcula-se a frequência de ondas grandes dos resultados numéricos.