3
Objeto Gráfico 2D

A maioria das pesquisas voltadas para visualização em tempo-real de grande volume de dados busca soluções que são específicas para um determinado tipo de dado. Esta visão particular impossibilita uma boa formulação teórica para o problema. Conseqüentemente, isto torna difícil correlacionar o problema estudado com outros problemas já resolvidos que podem servir de base para se obter uma boa solução. Encontrar essa interseção que existe entre os problemas é essencial. Por esta razão, este trabalho utiliza como base um modelo teórico de gerenciamento de memória formulado para os sistemas operacionais para criar um sistema específico para lidar com dados gráficos que possuem um conjunto de características semelhantes.

O conceito de objeto gráfico tem como objetivo propor uma conceituação comum para dados gráficos n-dimensionais, independentemente do seu tipo ou representação. Isto permite que técnicas e soluções já desenvolvidas para um tipo de problema possam ser utilizadas para resolver outros. A metodologia de estudo de objeto gráfico é baseada no *paradigma dos quatro universos*[9]. Nesse paradigma, os objetos gráficos e os problemas relacionados com eles são estudados separadamente em quatro níveis de abstração.

O primeiro nível de abstração é o *universo físico*. Nesse nível, os objetos estão no mundo real. O segundo nível é o *universo matemático*, onde são utilizadas ferramentas matemáticas que descrevem os objetos do mundo real. Este nível é denotado por M. Em seguida, tem-se o *universo de representação* que é responsável por descrever os elementos definidos em M a partir de um número finito de símbolos. E finalmente, o *universo de implementação* onde as descrições simbólicas em R são implementadas nos sistemas computacionais a partir do mapeamento do conjunto finito de símbolos nas estruturas de dados mais adequadas.

3.1 Conceito de Objeto Gráfico

Um objeto gráfico [21] consiste de toda entidade que pode ser processada a partir de sistemas gráficos como, por exemplo, curvas, superfícies, pontos, imagens e etc. Matematicamente, define-se um objeto gráfico, do espaço euclidiano $\mathbb{R}^n$, como um subconjunto $\mathbf{U} \subset \mathbb{R}^n$ e uma função $f : \mathbf{U} \to \mathbb{R}^p$. O conjunto $\mathbf{U}$ é definido por uma função $g : \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^k \to \mathbf{U}$. O símbolo utilizado para denotar um objeto gráfico é $\mathcal{O}(\mathbf{U}, f)$. O conjunto $\mathbf{U}$ é chamado de *suporte geométrico* e a função f é chamada de *função de atributos*.

O conjunto $\mathbf{U}$ representa a geometria e a topologia do objeto gráfico. A dimensão do objeto gráfico é definida por $\mathbf{U}$. A função f representa as diferentes propriedades do objeto gráfico, como cor, textura, campos vetoriais, campos escalares e etc. Cada uma das propriedades pode ser definida por uma função diferente $f_i : \mathbf{U} \to \mathbb{R}^{p_i}, i = 1, \ldots, k$, onde $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_k$. A função de atributos f é definida como

$$f : \mathbf{U} \to \mathbb{R}^{p_1} \otimes \mathbb{R}^{p_2} \otimes \ldots \otimes \mathbb{R}^{p_k} = \mathbb{R}^p.$$

Intuitivamente, equivale dizer que cada função de atritbuto f_i define uma coordenada de f, ou seja, $f = (f_1, f_2, \ldots, f_k)$.

Um objeto gráfico 2D tem um suporte geométrico descrito por uma função g cujo domínio é um subconjunto do $\mathbb{R}^2$, isto é, $g : \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbf{U}$. Intuitivamente, isto quer dizer que o conjunto $\mathbf{U}$ é construído utilizando-se apenas dois graus de liberdade do espaço onde o mesmo está inserido. Os objetos gráficos 2D mais conhecidos são as superfícies e as imagens.

Seja um objeto gráfico $\mathcal{O}(G, f)$, onde f é uma função de atributos qualquer e o suporte geométrico G é definido a partir de uma função contínua $h : \mathbf{R} \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbf{G}$, onde $\mathbf{R} = [a, b] \times [c, d]$ é um domínio retangular. Este trabalho assume que os objeto gráficos 2D são formados a partir de um ou uma coleção de objetos gráficos $\mathcal{O}(G, f)$. Ou seja,

$$\mathcal{O}(U, f) = \mathcal{O}(G_1, f_1) \cup \mathcal{O}(G_2, f_2) \cup \ldots \cup \mathcal{O}(G_n, f_n).$$

Esta forma de definição permite criar objetos gráficos mais complexos a partir de objetos gráficos mais simples. Este tipo de descrição é conhecido na literatura como *descrição por partes*. Está fora do escopo deste trabalho discutir ou lidar com os problemas topológicos e de continuidade relacionados com as operações de junção entre essas partes.

Existem basicamente duas maneiras de descrever tanto o suporte geométrico como a função de atributos de um objeto gráfico. Uma forma é descrever o objeto gráfico a partir de equações matemáticas. A outra consiste em descrever o objeto gráfico a partir de amostras retiradas do mundo real ou de uma simulação. A forma como um objeto gráfico deve ser descrito depende de fatores que envolvem tanto a natureza do objeto gráfico como as características da aplicação que se deseja desenvolver.

A vantagem de descrever os objetos gráficos a partir de equações matemáticas é que essas descrições podem ser armazenadas utilizando-se uma pequena quantidade de memória. A desvantagem é que este tipo de descrição se torna muito complexa a medida em que se tenta simular os fenômenos do mundo real com realismo, sobrecarregando o sistema de processamento. Em aplicações de tempo real é necessário limitar a complexidade dessas descrições, já que se tem pouco tempo para o processamento de dados, o que conseqüentemente, limita o realismo das simulações.

A vantagem da descrição por amostragem é que a sua complexidade de descrição independe do grau de realismo, permitindo que fenômenos do mundo real sejam simulados com perfeição sem sobrecarregar o sistema de processamento. A desvantagem é que esse tipo de descrição utiliza muito recurso de armazenamento para descrever o objeto gráfico. Para realizar a visualização em tempo-real desses objetos gráficos é necessário desenvolver um sistema de gerenciamento de memória para que a interatividade não seja comprometida. Este trabalho se concentrará em descrever e discutir técnicas de discretização e visualização para objetos gráficos descritos por técnicas de amostragem.

3.2 Geometria×Atributos

Um objeto gráfico é constituído por um suporte geométrico e por um conjunto de funções definidas sobre esse suporte. Em geral, as funções que definem a forma do objeto são descritas paramétrica ou implicitamente. Este tipo de descrição é chamada de *descrição analítica*.

Na descrição implícita, a forma $\mathbf{U} \subset \mathbb{R}^n$ é definida como $\mathbf{U} = \{p \in \mathbb{R}^n; g(p) \in \mathbf{A}\}$, onde $g : \mathbf{V} \to \mathbb{R}^k$ é uma função, $\mathbf{U} \subset \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{A} \subset \mathbb{R}^k$. O conjunto $\mathbf{V}$ é o suporte do objeto gráfico. O conjunto $\mathbf{U}$ é formado pelo conjunto de raízes da função $g(p) = \mathbf{A}$. Esse conjunto de raízes que descreve a forma do objeto gráfico é chamado de *imagem* *inversa* e denotado por $\mathbf{U} = g^{-1}(\mathbf{A})$. O caso mais comum é o conjunto $\mathbf{A}$ ser unitário, ou seja, $\mathbf{A} = \{\mathbf{c}\}$, onde $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^k$. Neste caso, tem-se que $\mathbf{U} = g^{-1}(p) = \mathbf{c} = \{p \in \mathbb{R}^n; g(p) \in \mathbf{c}\}$. A Figura 3.1(a) mostra um exemplo de descrição implícita de uma circunferência. Neste exemplo $n = 2$ e $k = 1$. Note que a forma do objeto gráfico é definida com $(n - k)$ graus de liberdade, isto implica que a função $g(p) = \{A\}$ descreve um objeto gráfico de dimensão $(n - k)$. O exemplo da Figura 3.1(a) mostra a forma de um objeto unidimensional, visto que $(n - k) = (2 - 1) = 1$.

Considere um objeto gráfico $\mathcal{O}(\mathbf{U}, f)$, onde $f : \mathbf{U} \to \mathbb{R}^r$, e uma função $s : \mathbf{V} \to \mathbb{R}^r$ que mapeia os pontos do suporte e os atributos. A função de atributos f é definida por $f = s \circ g^{-1}(A)$ e representa o mapeamento entre a forma do objeto gráfico e os atributos. A Figura 3.1(b) ilustra uma função de atributos f que mapeia um plano do espaço de cor na forma do objeto gráfico e a função s que mapeia o mesmo plano no suporte do objeto gráfico. Neste caso $r = 3$.

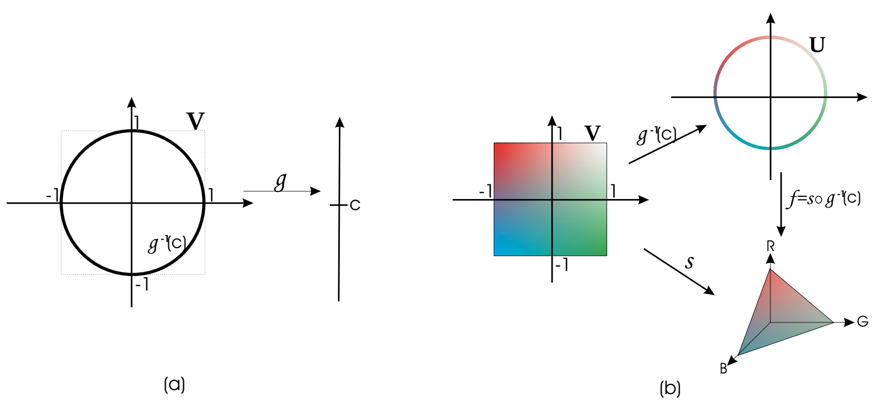

Figura 3.1: Descrição implícita de uma circunferência. Neste exemplo o suporte do objeto gráfico V é definido por $V = [-1, 1] \times [-1, 1]$, a função implícita é $g(x, y) = x^2 + y^2$ e $c = 1$.

Na descrição paramétrica, a forma $\mathbf{U} \subset \mathbb{R}^n$ é descrita por um sistema de coordenadas definido em $\mathbf{U}$. Esse sistema de coordenadas é descrito pela função $g : \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^k \to \mathbf{U}$, onde $k \leq n$. O conjunto $\mathbf{V}$ é chamado de *suporte paramétrico*. Assim, um ponto $u \in \mathbf{U}$ é definido como $u = g(v)$, onde $v \in \mathbf{V}$. Como o suporte paramétrico tem k graus de liberdade para descrever o conjunto $\mathbf{U}$, então o objeto gráfico tem dimensão k. A Figura 3.2(a) mostra um cilindro descrito de forma paramétrica. Neste caso tem-se que $n = 3$ e $k = 2$, logo o objeto gráfico é bidimensional. Dado um objeto gráfico $\mathcal{O}(\mathbf{U}, f)$, onde $\mathbf{U}$ é descrito pela função paramétrica $g : \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^k \to \mathbf{U}$ e a função de atributos é definida por $f : \mathbf{U} \to \mathbb{R}^r$, então a função $s : \mathbf{V} \to \mathbb{R}^r$, que mapeia os atributos no suporte paramétrico, é definida por $s = f \circ g$. A Figura 3.2(b) ilustra função de atributos f que associa as cores de um plano do espaço de cor no suporte geométrico e a função s que mapeia essa mesma região no suporte paramétrico.

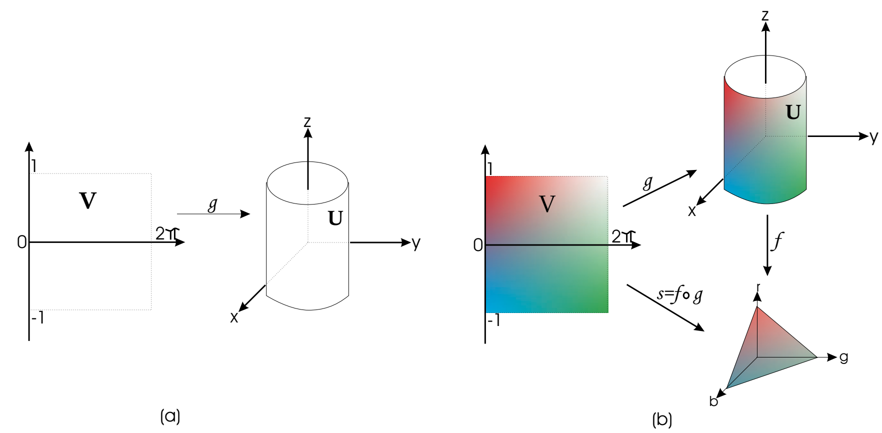

Figura 3.2: Descrição paramétrica de um cilindro. O suporte paramétrico V é definido por $V = [0, 2\pi] \times [-1, 1]$ e a função paramétrica é $g(x, y) = (\cos(x), \sin(x), y)$.

Observe que na descrição implícita, a função de atributos é definida diretamente sobre o suporte e indiretamente sobre a forma dos objetos gráficos. No entanto, na descrição paramétrica esse mapeamento é feito de forma inversa, isto é, a função de atributos é definida diretamente sobre o forma do objeto gráfico e indiretamente sobre o suporte paramétrico. Este trabalho pretende lidar apenas com objetos gráficos descritos parametricamente. Assim, todas as discussões, exemplos e definições serão voltadas para esse tipo de descrição.

3.2.1 Mapeamento de Textura

Intuitivamente, um mapeamento de textura consiste em "pintar" uma Imagem $\mathbf{I}$ sobre uma superfície $S \subset \mathbb{R}^3$. Matematicamente este problema é posto da seguinte forma: Dados uma imagem definida por $\mathcal{I}(\mathbf{U}, f)$, $f : \mathbf{U} \rightarrow \mathbb{R}^3$ e um objeto gráfico $\mathcal{O}(\mathbf{S}, z)$, queremos encontrar alguma transformação $T : \mathbf{U} \rightarrow \mathbf{S}$, tal que $z(p) = f(T^{-1}(p))$, $p \in \mathbf{S}$. A função de atributos z é chamada de *mapeamento de textura*, veja a Figura 3.3. Existem várias técnicas de se definir a transformação T^{-1}[21]. Aqui, será descrita a técnica de mapeamento de textura por mudança de coordenadas. Essa técnica é muito empregada em objetos gráficos descritos parametricamente e será utilizada para descrever as funções de atributos dos objetos gráficos apresentados neste trabalho.

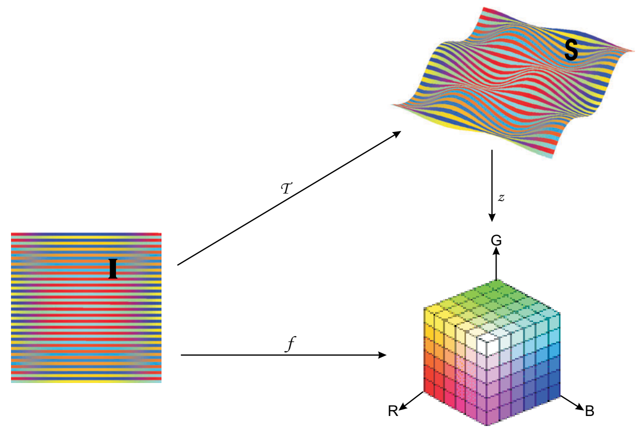

Figura 3.3: Definição de mapeamento de textura. A função T é uma transformação e a função z é o mapeamento de textura.

Suponha que a forma **S** de um objeto gráfico 2D seja descrita por uma função paramétrica $j : \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbf{S}$, como mostra a Figura 3.4. Seja uma função definida por $h : \mathbf{U} \to \mathbf{V}$ que define uma mudança de sistemas de coordenadas do suporte **U** da imagem para o suporte paramétrico **V** do objeto gráfico 2D. Neste caso, a transformação T é definida por $T = j \circ h$ (Figura 3.4). Logo, o mapeamento de textura z do objeto gráfico é definido por $z(p) = f(h^{-1}[j^{-1}(p)]) = f \circ h^{-1} \circ j^{-1}$, para $p \in \mathbf{S}$.

Este trabalho assume que os suportes paramétricos dos objetos gráficos são retangulares. Nos casos onde $\mathbf{U} = \mathbf{V}$, a transformação h é uma identidade. Assim, a função de atributos é representada por $z = f \circ j^{-1}$. Como $\mathbf{U} = \mathbf{V}$, a função z representa o mapeamento dos atributos de cor da imagem no suporte paramétrico do objeto gráfico. Intuitivamente, isso equivale à substituição do conjunto de atributos da função z pelo conjunto de atributos da função f. E para os outros casos onde $\mathbf{U} \neq \mathbf{V}$, a transformação h é descrita por uma transformação afim.

3.3 Exemplos de Objetos Gráficos 2D

Este trabalho pretende lidar com objetos gráficos que possuem as seguintes características:

– O surporte geométrico é descrito a partir de funções paramétricas.

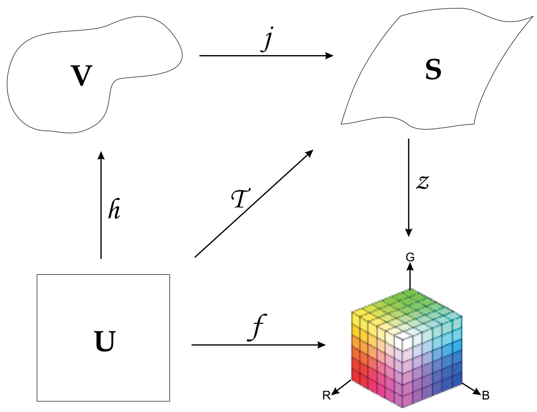

Figura 3.4: Mapeamento de textura para objetos gráficos descritos parametricamente.

- O suporte paramétrico é retangular ou formado por uma coleção de regiões retangulares.
- A função de atributos é composta por pelo menos um mapeamento de textura.
- As texturas associadas aos objeto gráficos são imagens de alta resolução, ou seja, necessitam de grande espaço para serem armazenadas.

Existem vários tipos objetos gráficos que possuem todas essas características. As próximas seções deste capítulo serão destinadas a apresentar alguns exemplos desses objetos que são muito estudados no meio acadêmico e utilizados em várias aplicações comerciais.

3.3.1 Imagens de Satélite

Uma imagem de satélite é um objeto gráfico $\mathcal{O}(U, f)$, onde o suporte geométrico **U** é um retângulo definido no plano. Em vários casos a função f é um mapeamento de textura. Nestes casos a imagem de satélite é tratada como uma imagem comum. No entanto, podem existir outras informações que para algumas aplicações são muito úteis, como informações geográficas, geológicas, climáticas e etc. A figura 3.5 mostra um exemplo de imagem de satélite.

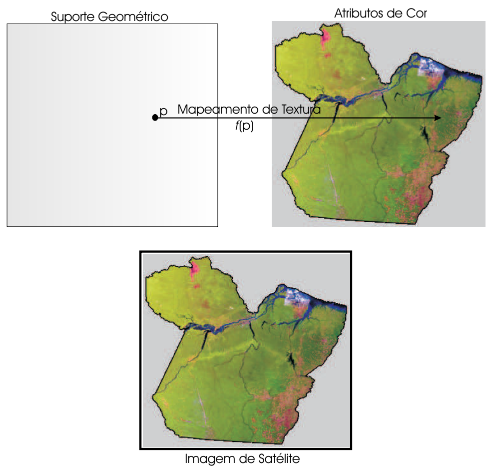

Figura 3.5: Conceito de objeto gráfico para representar imagens de satélite

3.3.2
Panoramas Virtuais

Os panoramas virtuais são objetos cujo suporte geométrico é representado por superfícies simples como cilindro, esfera ou cubo e sua função de atributo é apenas um mapeamento de textura. A textura é chamada de imagem panorâmica e representa uma amostragem do ambiente que se deseja visualizar. Observe que os panoramas virtuais possuem um suporte geométrico mais complexo que as imagens de satélite. As panoramas virtuais são definidas dentro do espaço tridimensional.

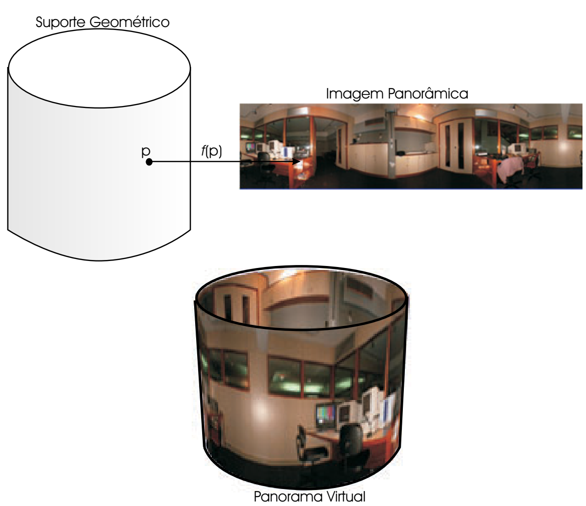

Figura 3.6: Exemplo de um mapeamento de textura em uma panorama cilíndrica.

Intuitivamente, a superfície panorâmica representa uma parametrização da projeção de um ambiente em relação a um ponto de projeção. Cada ponto da superfície corresponde a um único raio de projeção, e assim é atribuído a cada ponto a cor do ambiente que é interceptado pelo raio. Desta forma, a imagem panorâmica representa uma amostra da função de luminosidade do ambiente visualizado do centro de projeção. A Figura 3.6 mostra uma imagem panorâmica que representa a projeção de um ambiente em uma superfície panorâmica cilíndrica. Existem várias técnicas para a criação de imagens panorâmicas que são descritas nos trabalhos [25] e [21].

3.3.3 Dados de Terreno

O modelo matemático mais utilizado para descrever terreno o define como uma área retangular do plano e associa a cada ponto dentro dessa área uma informação de altura e cor. Assim, um terreno é definido por uma função de atributos composta de uma função $h : \mathbf{U} \rightarrow \mathbb{R}$ e de uma função $c : \mathbf{U} \rightarrow \mathbb{R}^n$. A função h é chamada de *função de altimetria* e a função c é um mapeamento de textura. Assim, terreno é um objeto gráfico $\mathcal{O}(U, f)$, onde $\mathbf{U} = [a, b] \times [c, d]$ e $f : \mathbf{U} \rightarrow \mathbb{R} \otimes \mathbb{R}^n = \mathbb{R}^{n+1}$. Dessa forma, a função de atributos f é escrita como $f = (h, c)$. A figura 3.7 mostra um exemplo de dados de terreno.

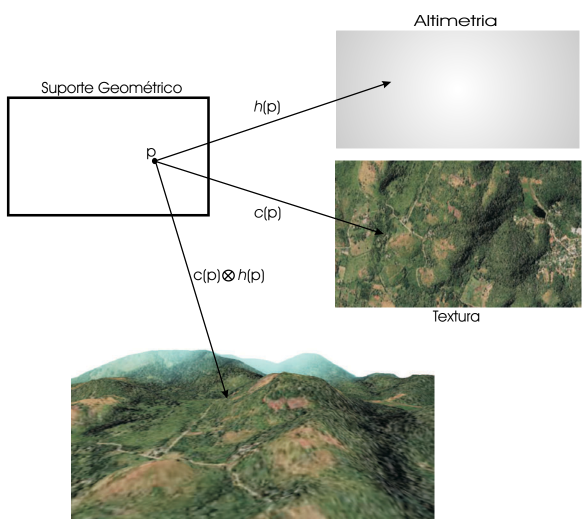

Figura 3.7: Um exemplo da utilização do conceito de objeto gráfico para representar dados de terreno.

Note que este modelo matemático, apesar de ser o mais utilizado, não é capaz de modelar todos os fenômenos da natureza relacionados com terrenos. Para modelar uma caverna, por exemplo, seriam necessários associar mais de um ponto de elevação, e isto violaria o conceito de função.

Outro fato interessante é que a função de atributos define a geometria do suporte geométrico. Diferente dos outros exemplos ilustrados anteriormente, nos quais o suporte geométrico é definido de forma analítica, o suporte de geométrico dos dados de terreno é definido a partir de técnicas amostragem.

Este trabalho não vai lidar com dados de terreno, apesar de estarem dentro da teoria de objeto gráfico 2D. O principal motivo é que a visualização em tempo-real desse objeto gráfico requer algoritmos de síntese de imagem bastante complexos (vide a vasta literatura sobre o assunto). Esta fora do escopo deste trabalho discutir ou implementar tais algoritmos.