

Capítulo 6 - Conclusões

Neste trabalho, apresenta-se uma generalização do método de elementos finitos tradicional. O objetivo é de estudar métodos numéricos aplicáveis a problemas apresentando evolução temporal da geometria do domínio, mais especificamente o problema de análise de propagação de trincas, no contexto da mecânica da fratura linear elástica. Duas classes de métodos numéricos foram estudadas e comparadas na abordagem do problema: i) os métodos sem malha (MGSE, MN-hp, entre outros), que dispensam o uso da discretização através da entidade elemento - com sua incidência nodal pré-definida - em que a discretização é caracterizada com o emprego de nós distribuídos sobre o domínio; e, ii) o método de elementos finitos generalizados (MEFG) em que a propriedade de ser partição da unidade, inerente ao conjunto de funções de forma do método tradicional de elementos finitos, é empregada para o enriquecimento desta base de discretização por um conjunto específico de funções, que incorporam informações da solução analítica do problema. Através deste procedimento incorporam-se funções especiais - locais e descontínuas - ao campo de deslocamentos do MEF tradicional. Neste trabalho uma criteriosa comparação destas duas classes de soluções é apresentada, permitindo concluir-se que as soluções numéricas com o MEFG resultam no melhor custo-benefício para o problema de propagação de trincas, no contexto da MFLE. A base das funções adotada neste trabalho com o MEFG - funções de forma e o produto destas com funções especiais, apresenta as seguintes características: a) contém os termos que compõem a solução linear elástica assintótica para o modo misto de fratura; b) é obtida da união do conjunto de funções de forma tradicionais (lagrangianas) do MEF com o conjunto resultante do produto entre estas funções de forma e as funções de enriquecimento descontínuas; c) permite a representação física da trinca em uma forma *implícita e independente* da malha de elementos finitos e, d) permite a análise da propagação bidimensional da trinca sem impor modificações da malha inicial de discretização de elementos finitos, i.e., dispensando os sofisticados procedimentos de reconstrução de malha requeridos pelo método tradicional de elementos finitos. Com o campo de deslocamentos enriquecido, prescrito nos elementos situados na vizinhança da trinca, prossegue-se nas demais

etapas da análise na forma tradicional, obtendo-se da imposição das condições de equilíbrio, compatibilidade e de contorno um sistema algébrico de equações lineares cuja solução fica determinada pelos graus de liberdade tradicionais e generalizados. O produto das funções de enriquecimento adotadas pelas funções de forma nodais, i.e., *locais*, garante a limitação da esparsidade e, conseqüentemente, o bom condicionamento do sistema de equações resultante.

Estas importantes características do MEFG resultam nas seguintes vantagens específicas com relação às soluções obtidas com o MEF tradicional e também os métodos sem malha: i) o esforço computacional, para a obtenção das funções de forma, é comparável ao do MEF tradicional e inferior ao esforço requerido pelos métodos sem malha. ii) a possibilidade da imposição direta das condições de contorno essenciais, de forma idêntica ao que se observa para o MEF tradicional, e que não é possível com o MGSE e MN-hp. iii) o emprego de estratégias já consolidadas para o MEF tradicional diretamente ao MEFG, o que nem sempre é possível para os métodos sem malha considerados.

Nos testes numéricos realizados verificou-se que há uma severa deficiência na robustez do método, em sua forma original, quanto ao processo de integração numérica considerando a subdivisão do elemento finito em subdomínios (triangulares). Desta forma, propõe-se neste trabalho que o esquema de integração numérica gaussiano geralmente empregado pelo MEF seja substituído pelas variações de Gauss-Lobatto e Gauss-Radau. Testes numéricos com estes novos esquemas demonstram a efetividade da estratégia, tornando o método de solução robusto quanto à aleatoriedade da posição espacial da trinca relativamente à geometria dos elementos de discretização utilizados. Com este procedimento a análise numérica torna-se independente do caminho da trinca, no que se refere ao processo de integração numérica, caracterizando portanto um aspecto de automatização da mesma (robustez).

Quando necessário uma malha inicial uniforme foi empregada e, o caminho “estimado” da trinca foi obtido. Na região de passagem da trinca uma nova malha é então construída com um refinamento localizado, porém uniforme. Este refinamento faz-se necessário para uma melhor representação da solução permitindo ainda o emprego de passo reduzido de propagação na segunda análise, e a adequada representação da curvatura na trajetória da trinca.

Ao nosso conhecimento esta proposta de método de elementos finitos generalizados, que dispensa qualquer tipo de procedimento de reconstrução de malha (subdivisão, adaptação, suavização, reconstrução localizada, etc) em todas as etapas da análise, é inovadora. A relevância desta contribuição reside em: i) oferecer uma metodologia numérica com grande potencial de aplicação em análise de problemas tridimensionais com evolução das condições de contorno - propagação de trincas, escoamentos multifásicos, evolução de fronteiras de mudança de fase e outros - onde a demanda por qualquer técnica de reconstrução de malha torna a análise onerosa. ii) garantir robustez à análise numérica, que possibilite ao analista concentrar-se apenas nos aspectos da modelagem dos fenômenos físicos presentes, dispensando-o do envolvimento com aspectos de *geometria computacional* inerentes ao desenvolvimento dos sofisticados procedimentos de geração de malha.

Não fez parte do escopo deste trabalho a definição da malha otimizada de discretização para esta análise numérica. Verificou-se nos exemplos apresentados que, a partir do estágio atual de desenvolvimento do algoritmo, esta característica seria desejável. Para tanto a definição de um estimador do erro obtido com a solução numérica se faz necessária. Esta é, portanto, uma importante sugestão para trabalhos futuros no tema.

A robustez obtida com o MEFG, a partir das técnicas numéricas discutidas neste trabalho, sugere a sua aplicação ao problema da propagação de trincas em elementos estruturais - placas e cascas - e a extensão do método à análise de propagação de trincas em meios tridimensionais. Também há que se estabelecer o “passo” de propagação da trinca através de um critério de falha do material. Os testes numéricos mostrados nos exemplos para a propagação de trincas assumem que o material atende aos requisitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica. Nos casos em que isto não seja possível, considerações devem ser acrescentadas ao modelo incluindo-se um critério de falha elasto-plástico.