# Capítulo 5 - Testes Numéricos

Neste capítulo são apresentados testes numéricos empregando a técnica de modelagem e solução descrita no capítulo 4, destinados a demonstrar sua versatilidade e a efetividade na representação do problema de propagação elástica de trincas passantes em problemas bidimensionais. Nos seis primeiros exemplos apresentados o MEFG é utilizado para a determinação de fatores de intensidade de tensão para trincas submetidas ao modo I e ao modo misto (I e II) de fratura. Nestes são utilizados exemplos clássicos da mecânica da fratura, a partir de resultados publicados na literatura, para a avaliação da precisão do método e da sua capacidade de representação da trinca em diversas situações. Nos cinco exemplos seguintes são apresentadas análises de propagação de trincas em modo misto de fratura. Um dos aspectos relevantes destes modelos é a definição da malha de discretização utilizada. Assim, faz-se necessário considerar-se inicialmente uma malha uniforme em todo o domínio para que o "caminho" de propagação da trinca seja identificado. A partir desta análise utiliza-se o procedimento de definir-se uma nova malha em que o provável "caminho" é adequadamente discretizado com uma malha uniforme, devido ao critério de tamanho de passo constante da propagação da trinca. Os resultados numéricos obtidos são comparados quantitativa ou qualitativamente com soluções disponíveis na literatura. E, finalmente, um último exemplo ilustra a possibilidade de uso do método como ferramenta para a análise da integridade estrutural de peças trincadas.

### 5.1 Placa Retangular com Trinca de Aresta, sob Tração

Este exemplo tem por objetivo avaliar o fator de intensidade de tensão para uma placa retangular submetida a um carregamento trativo distribuído uniforme, de intensidade  $\sigma = 1.0 \text{ psi}$ , atuante nas faces inferior e superior. Geometria, parâmetros constitutivos, e a carga estão ilustradas na figura 5.1. Neste exemplo, a trinca está submetida ao modo I de fratura e o objetivo é verificar-se a resposta fornecida pelo método numérico na situação onde a posição da trinca coincide com as arestas dos elementos, i.e., uma representação de trinca típica do MEF tradicional. Neste caso, o valor do fator de intensidade de tensão é fornecido em [59] e vale

$$K_I = C \cdot \sigma \sqrt{\pi \cdot a}$$

onde

$$C = 1.12 - 0.231 \cdot \frac{a}{w} + 10.55 \left(\frac{a}{w}\right)^2 - 21.72 \left(\frac{a}{w}\right)^3 + 30.39 \left(\frac{a}{w}\right)^4$$

é um fator de correção que leva em consideração a proximidade da ponta de trinca em relação ao fundo da peça.



Figura 5.1 - Placa com trinca de aresta

Foram utilizadas duas malhas uniformes com 1152 (24 x 48), e 4608 (48 x 96) elementos. Na tabela 5.1 estão apresentados os resultados numéricos obtidos para o fator  $K_I$  de intensidade de tensão e comparação com o valor de referência  $K_I = 9.370 \ kpsi\sqrt{pol}$ , Ref.[63]. Observa-se uma boa concordância dos valores numéricos obtidos com o valor corrigido, dentro de um erro inferior a 1 %. No que diz respeito à independência da solução de  $K_I$ , quanto ao caminho da integral de interação, as soluções numéricas indicam observar-se esta independência com o refinamento da malha empregada.

malha	$r_d / h_{local}$			
	1.0	1.5	2.0	3.0
24 x 48	9.325 (0.48%)	9.329 (0.43%)	9.263 (1.14%)	9.246 (1.32%)
48 x 96	9.386 (0.17%)	9.389 (0.2%)	9.324 (0.49%)	9.307 (0.67%)

Tabela 5.1 Valores de KI  $(psi\sqrt{pol})$  para diferentes domínios de avaliação da integral de interação

# 5.2 Placa Retangular Com Trinca De Aresta, Sob Cisalhamento

Neste exemplo, estuda-se o problema de uma placa retangular com uma trinca de aresta submetida a um modo misto de fratura (I e II) devido à aplicação de carga cisalhante. A geometria utilizada é a mesma apresentada na figura 5.1, exceto pela condição de contorno de engastamento da face inferior da placa e o carregamento cisalhante (transversal) uniforme de valor  $\tau = 1.0 \ psi$  na face superior. As propriedades de material são mantidas e os fatores de concentração de tensão, para comparação [63] são  $K_I = 34 \ psi\sqrt{pol}$  e  $K_{II} = 4.55 \ psi\sqrt{pol}$ . O objetivo desta análise é avaliar o método em duas situações: a) o emprego de malha uniforme com trinca coincidente com as arestas dos elementos e b) uso de malha não estruturada, i.e., sem a coincidência entre a trinca e arestas dos elementos. Os resultados numéricos obtidos estão apresentados nas tabelas 5.2 e 5.3, respectivamente.

 $r_{d}/h_{local}$ Modo 1.0 1.5 2.0 3.0 33.864 (0.4%) 33.892 (0.31%) 33.567 (1.27%) KI 33.636 (1%) KΠ 4.567 (0.37%) 4.555 (0.1%) 4.529 (0.46%) 4.512 (0.83%)

Tabela 5.2 : Valores de K<sub>I</sub> e K<sub>II</sub> ( $psi\sqrt{pol}$ ) para a malha 24 x 48 (1152 elementos)

Na análise numérica, empregou-se a malha uniforme com 1152 elementos e quatro valores da relação  $r_d / h_{local}$  na determinação dos fatores de intensidade de tensão. Os resultados demonstram a independência dos valores de K<sub>I</sub> e K<sub>II</sub>, com o erro inferior a 5%, em relação ao caminho de integração arbitrado.

N° El	em.	valores de $r_d / h_{local}$			
fatores		1.0	1.5	2.0	3.0
684	K <sub>I</sub>	22.027 (35%)	33.518 (1.41%)	33.242 (2.22%)	33.155 (2.48%)
	K <sub>II</sub>	2.665 (41%)	4.588 (0.83%)	4.651 (2.2%)	4.524 (0.57%)
1024	K <sub>I</sub>	33.404 (1.75%)	33.729 (0.79%)	33.525 (1.39%)	33.220 (2.29%)
1021	K <sub>II</sub>	4.357 (4.2%)	4.428 (2.6%)	4.488 (1.3%)	4.452 (2.1%)
2764	K <sub>I</sub>	34.831 (2.44%)	33.990 (0.02%)	33.926 (0.21%)	33.944 (0.16%)
2701	K <sub>II</sub>	4.961 (9%)	4.48 (1.53%)	4.494 (1.23%)	4.594 (0.96%)

Tabela 5.3 : Valores de K<sub>I</sub> e K<sub>II</sub> ( $psi\sqrt{pol}$ ) para malhas não uniformes

Valores de referência [59] :  $K_I = 34 psi\sqrt{pol}$  e  $K_{II} = 4.55 psi\sqrt{pol}$ .

Considerando-se modelos com malhas não estruturadas empregaram-se três malhas com 684, 1024 e 2764 elementos respectivamente. A figura 5.2 apresenta as malhas utilizadas e, ao lado, o detalhamento da representação da ponta de trinca. O refinamento da malha foi aplicado no entorno da ponta de trinca. Os detalhes apresentados mostram que a representação da trinca é construída independentemente das arestas de elementos. Os resultados para os valores do fator de intensidade de tensão para os modos I e II são mostrados na Tabela 5.3. Observando-se que para valores de  $r_d/h_{local}$  entre 1.5 a 3.0 os resultados mostram-se independentes da avaliação da integral de interação em respeito ao domínio escolhido. Ainda nesta faixa de valores, os resultados apresentam-se com erros inferiores a 1% e 2 % em relação aos valores de referência para  $K_I$  e  $K_{II}$ , respectivamente.

# 5.3 Placa Plana Com Trinca inclinada

Este é um exemplo clássico da MFLE e será aqui explorado para demonstrar a versatilidade da técnica de modelagem e análise. Trata-se de uma trinca de comprimento *a* inclinada em relação à direção do carregamento, em um meio infinito submetido a uma carga uniaxial uniforme. Para validar a comparação dos valores numéricos com a solução analítica emprega-se um modelo discreto de placa quadrada de lado *w*, observando-se a relação a/w = 0.05.













Figura 5.2 : Malhas: (a) 684; (b) 1024 e (c) 2764 elementos.

Parâmetros físicos e geométricos utilizados estão apresentados na figura 5.3. A inclinação da trinca é arbitrada em várias análises numéricas para valores de  $\beta$  no intervalo de 0 a 90 graus, em que são obtidos os fatores de intensidade de tensão  $K_I \in K_{II}$ . Estes resultados numéricos são comparados com a solução para a trinca inclinada em meio infinito [63] :

$$K_{I} = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \cos^{2} \beta$$
$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta$$

na figura 5.4. Uma boa concordância dos resultados numéricos com a solução analítica é obtida, atestando a efetividade e a versatilidade do modelo na representação da descontinuidade. Todas as análises foram realizadas empregando-se uma mesma malha uniforme de 40 x 40 (1600) elementos, com a relação  $r_d/h_{local}$  igual a 1.5.



Figura 5.3 Trinca inclinada em "meio infinito"



Figura 5.4 Comparação entre solução numérica e analítica

# 5.4 Placa Plana Com Trinca de Aresta Inclinada

Este é outro exemplo clássico da MFLE envolvendo agora uma trinca de aresta submetida a um modo misto de fratura, devido a configuração inclinada da trinca. A geometria e as constantes físicas estão apresentadas na Figura 5.5. E, para as condições do problema, as soluções apresentadas na referência [63] indicam  $K_I = 1.345 \cdot K_0$ ,  $K_{II} = 0.625 \cdot K_0$ , com  $K_0 = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$ , Considera-se neste caso o estado plano de deformações. Uma malha uniforme com 24 x 48 (1152) elementos foi empregada, quatro análises foram feitas para diferentes valores da relação  $r_d/h_{local}$ , conforme mostrado na Tabela 5.4. Para o intervalo considerado, os resultados numéricos apresentam-se em uma boa concordância com a solução de referência para os fatores de intensidade de tensão, para a faixa  $1.5 < r_d/h_{local} < 3.0$ .



Figura 5.5 Trinca de aresta inclinada

Tabela 5.4 Solução para trinca de aresta inclinada

	$r_d/h_{local}$			
	1.0	1.5	2.0	3.0
K <sub>I</sub>	4.063 (14.3%)	4.739 (0.04%)	4.749 (0.17%)	4.699 (0.88%)
K <sub>II</sub>	2.038 (7.4%)	2.259 (2.54%)	2.259 (2.54%)	2.251 (2.17%)

Valores de Referência [59] :  $K_l = 4.741$  psi pol<sup>1/2</sup> e  $K_{ll} = 2.203$  psi pol<sup>1/2</sup>

# 5.5 Placa Plana com Trinca em arco

Neste exemplo considera-se a análise de uma trinca não retilínea em meio infinito submetido a um carregamento uniaxial de tração. O objetivo aqui é testar o método numérico na situação em que a representação da geometria é obtida de forma aproximada pois a trinca, em forma de arco de círculo, é considerada no modelo por um conjunto de 10 segmentos de reta. Também, na aproximação numérica do meio infinito considera-se um domínio de forma quadrada com dimensão L. Na figura 5.6 estão apresentados os parâmetros geométricos e físicos do material; observa-se a relação a/L = 0.05. A solução numérica foi obtida empregando-se uma malha uniforme com 6724 (82 x 82) elementos.



Figura 5.6 Trinca central em forma de arco

A solução analítica para os fatores de intensidade de tensão associados ao problema da trinca em meio infinito [63] é dada por

$$K_{I} = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\pi \cdot R \cdot \sin\beta} \cdot \left[ \frac{(1 - \sin^{2}(\beta/2)\cos^{2}(\beta/2)) \cdot \cos(\beta/2)}{1 + \sin^{2}(\beta/2)} + \cos(\frac{3\beta}{2}) \right]$$
$$K_{II} = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\pi \cdot R \cdot \sin\beta} \cdot \left[ \frac{(1 - \sin^{2}(\beta/2)\cos^{2}(\beta/2)) \cdot \sin(\beta/2)}{1 + \sin^{2}(\beta/2)} + \sin\left(\frac{3\beta}{2}\right) \right]$$

A solução numérica obtida está apresentada na Tabela 5.5, para valores discretos de  $r_d/h_{local}$  no intervalo de 1.0 a 3.0.

	$r_{d}^{}/h_{local}^{}$			
	1.0	1.5	2.0	3.0
$K_I$	2.064 (2.48%)	2.026 (0.59%)	2.029 (0.74%)	2.038 (1.19%)
K <sub>II</sub>	1.009 (9.26%)	1.146 (3%)	1.146 (3%)	1.229 (10.5%)

Tabela 5.5 Solução para trinca em arco

Valores de Referência [63]:  $K_l = 2.014 \ psi\sqrt{pol}$  e  $K_{ll} = 1.112 \ psi\sqrt{pol}$ .

Observa-se uma boa concordância dos valores numéricos obtidos, com um (erro  $\leq 3\%$ , para valores de  $1.5 \leq r_d / h_{local} \leq 2.0$ ) com a solução analítica para o meio infinito. Nota-se ainda uma menor sensibilidade na avaliação dos valores de KI, quanto à modificação do domínio de integração.

Os resultados acima demonstram que, de uma forma global, o método pode ser adequadamente empregado na representação do campo de tensões em meios com trincas curvas, um requisito fundamental para uma ferramenta de análise de propagação de trincas em modo misto de fratura.

#### 5.6 Trincas Emanando de Um Furo

Este exemplo apresenta a análise de uma placa submetida a um carregamento uniaxial de tração com furo circular no centro. Duas trincas emergem do furo nos pontos diametralmente opostos de maior tensão circunferencial no furo, conforme mostrado na Figura 5.7. No MEFG, a imposição da condições de contorno essenciais pode ser feita de forma direta nos pontos nodais, desde que não sejam "nós enriquecidos". Esta é uma importante vantagem do MEFG em relação aos métodos sem malha e, neste exemplo, esta vantagem permite explorar a simetria do problema com o intuito de reduzir o número de graus de liberdade. Dois casos são então considerados: a) R/b = 0.25 e b) R/b = 0.5.



Figura 5.7 Placa com Furo circular e duas trincas

No caso a) uma malha com 2797 elementos, mostrada na figura 5.9, foi empregada para a determinação do fator de intensidade de tensão em modo I. Rooke em [63] fornece uma curva de solução numérica (*boundary collocation*) para o valor de intensidade de tensão adimensionalizado ( $K_1/K_0$ ) em função da razão a / b. Esta curva de referência é apresentada na linha cheia na Figura 5.8. Resultados numéricos foram então obtidos, pelo MEFG, para diferentes tamanhos de trinca e comparados com a solução de referência. Na Figura 5.8, a solução para a malha de 2797 elementos apresenta-se em boa concordância com a solução de referência, exceto para os valores de *a* iguais a 26 mm e 90 mm. Para estes casos foram empregadas malhas específicas com um refinamento maior no entorno da ponta de trinca. Os resultados numéricos obtidos com o MEFG estão assinalados na figura 5.8: o ponto em asterístico (\*) indica a solução específica, para o comprimento a = 26 mm, obtida com a malha de 3006 elementos apresentada na figura 5.11; o ponto indicado por um círculo vazado indica a solução específica, para o comprimento a = 90 mm, obtida com a malha



Fig 5.8 K<sub>I</sub> para placa com furo circular e duas trincas.

de 3079 elementos, apresentada na figura 5.12. As soluções para estas malhas específicas, resultaram em uma melhoria da solução frente à solução de referência.



Fig 5.9: malha de 2797 elementos e detalhe da representação da trinca (R/b = 0.25)



Fig 5.10: (a) Malha de 2566 elementos e detalhe da representação da trinca (R/b = 0.5)



Fig 5.11: Malha de 3006 elementos e detalhe do refinamento junto à trinca, caso (a) com a =26 mm. (R/a =0.25)



Fig 5.12: Malha de 3079 elementos e detalhe de representação da trinca, com a = 90 mm. (R/a =0.25)

No caso b), a solução de referência [63] está mostrada pela linha tracejada na Figura 5.8. A solução numérica é obtida inicialmente para uma malha de 2566 elementos, apresentada na figura 5.10 para análises relativas às relações a/b =0.55, 0.6, 0.7, 0.8, obtendo-se uma boa concordância com o resultado de referência. Os resultados numéricos estão representados pelos quadrados vazados conforme mostrado na figura 5.8.

Este exemplo destaca dois aspectos importantes do modelo numérico empregado: i) A necessidade de manter-se uma adequada relação entre a dimensão dos elementos e o tamanho da trinca. Trincas curtas demandam um maior refinamento para que sua descontinuidade seja convenientemente representada. ii) A proximidade da ponta-de-trinca com o fundo da peça, ou seja, uma superfície livre do domínio, demanda também um refinamento adequado na vizinhança da ponta de trinca. Duas são as razões para estes requerimentos de modelagem: a dificuldade inerente ao método de elementos finitos em representar soluções na vizinhança de uma superfície livre o que prejudica a avaliação de K<sub>I</sub> e K<sub>II</sub> sempre que a ponta-de-trinca esteja próxima desta superfície, isto é observado seja a trinca curta ou não. A outra razão é a má representação da descontinuidade do campo de deslocamentos quando a trinca é muito curta, de tamanho inferior ao elemento que a contém, problema que também é resolvido pelo refinamento da malha.

#### 5.7 Propagação de Trinca Central Inclinada Em Placa Plana.

Neste exemplo é realizada uma análise de propagação de trinca em uma placa retangular submetida a um carregamento de tração uniaxial e o resultado numérico obtido comparado com outras análises experimentais disponíveis na literatura [64, 65]. O objetivo aqui é avaliar-se o uso do MEFG em análise numérica com o emprego de uma única malha de elementos finitos. A geometria e as propriedades de material estão apresentadas na Figura 5.11. Duas condições são analisadas: i)  $\gamma = 43$  graus, 2a = 0.53 polegadas e ii)  $\gamma = 30$  graus, 2a = 0.56 polegadas. A figura 5.13 apresenta os resultados obtidos para o "caminho" de propagação de trinca, no domínio definido por -0.5"  $\leq x \leq 0.5$ " e -0.6"  $\leq y \leq 0.6$ "

a partir do centro da placa. As linhas contínuas representam a solução numérica e os círculos vazados indicam os resultados experimentais. Adotou-se nesta análise o modelo de estado plano de deformação com uma malha de 1874 elementos, conforme apresentada na figura 5.12, e um tamanho constante de passo propagação de trinca de 0.01 polegadas. Os resultados numéricos obtidos mostram que a trajetória de propagação prevista pelos pontos experimentais é reproduzida pelo modelo numérico. Nesta análise, nenhum procedimento de adaptação ou de reconstrução da malha foi necessário para a obtenção da solução numérica.



Figura 5.13 Trinca central inclinada considerada na análise numérica





Fig 5.14 Malha com 1874 elementos e detalhe da representação da malha junto à trinca



Figura 5.15 Trajetórias de propagação nos dois casos considerados.

# 5.8 Propagação De Trincas Em Placa Com Furos Submetida à Flexão

Neste exemplo consideram-se dois casos da propagação de uma trinca de aresta em um corpo de prova submetido à flexão. Uma placa contendo furos e com uma trinca na base foi analisada, conforme mostrado na figura 5.14, onde os parâmetros geométricos da peça estão definidos. A presença dos furos na placa tem por objetivo influenciar os campos de tensão e de deformação e desta forma determinar a trajetória de propagação da trinca. Bittencourt et al [62] apresenta resultados numéricos e experimentais para esta análise mostrando que a trajetória de propagação é função do comprimento inicial (a) da trinca e da sua posição relativa ao centro (b). Assim, para a combinação destas duas condições, o caminho de propagação da trinca pode passar entre os dois furos (caso 1) ou levála ao encontro de um dos furos (caso 2). No primeiro caso considerado, a trajetória da trinca apresenta significativas mudanças de curvatura requerendo uma escolha criteriosa do tamanho de passo da trinca para a captura desta trajetória no momento de sua aproximação em relação aos furos. Para isto foi necessário adotar-se uma estratégia de controle de tamanho de passo definida em função da razão entre os valores de fator de intensidade de tensão  $K_{II}/K_{I}$  [66, 67]: esta razão determina se a ponta de trinca está em uma região onde os campos de tensão e deformação determinam uma curvatura para a trinca ou não. Neste caso, a seguinte estratégia foi adotada: estabelece-se um valor máximo e um valor mínimo para o passo da trinca. O valor mínimo é adotado sempre que  $K_{II}/K_I > 0.0438$ , que corresponde a uma condição em que a direção predita para a propagação, através da equação (4.21), assume uma inclinação superior a 5 graus, condição em que o passo é então reduzido ao valor mínimo. Por outro lado, se  $0 < K_{II}/K_I < 0.0438$ , a inclinação predita é inferior a 5 graus e o passo cresce linearmente até o seu valor máximo arbitrado. A análise foi realizada com um total de 45 passos. O passo máximo e o mínimo correspondem a 20% e 2% do tamanho inicial de trinca, respectivamente. A figura 5.15 apresenta a trajetória predita pela análise numérica em comparação com a trajetória observada nos experimentos [62]. A figura 5.16 apresenta a malha de elementos finitos utilizada. No caso 2, a trajetória não envolve mudanças importantes da curvatura porque a trinca mantém-se afastada dos furos em toda a sua trajetória de propagação. Assim

a trajetória experimental da trinca pode ser reproduzida numericamente usando-se uma condição de tamanho de passo constante em toda a análise. Esta concordância com a análise experimental é obtida com um menor número de passos, em relação ao caso anterior, com um total de 9 passos. O incremento de passo adotado foi de 0.5 pol (12.7 mm). Na figura 5.17 é apresentada a malha de elementos finitos para esta análise.



Figura 5.16 Geometria inicial do corpo de prova, com todas as cotas em polegadas.



Figura 5.17 Comparação com os experimentos: (a) e (b) resultados experimentais [62]; (c) comparação com a presente análise.



Fig 5.18 Malha utilizada na análise numérica do caso 1 - 1466 elementos



Fig 5.19 Malha utilizada na análise numérica do caso 2 - 2137 elementos

Note-se que a representação da trinca ocorre independentemente da localização das arestas dos elementos, a propagação ocorre então com se houvesse a 'fratura' dos elementos finitos.

# 5.9 Propagação de Trinca em Corpo de Prova DCB (*Double Cantilever Beam*)

Neste exemplo, estuda-se a propagação de uma trinca em um corpo de prova do tipo DCB (*double cantilever beam*) e o efeito de uma perturbação  $d\theta$  aplicada na extremidade da trinca, conforme mostrado na figura 5.18. A perturbação aplicada na extremidade da trinca é descrita pelos parâmetros  $\Delta x = 0.472$  pol e  $d\theta$ = 2.6 graus. A Figura 5.20 apresenta o comportamento previsto pelo modelo numérico para a trajetória de propagação da trinca - linha cheia - utilizando-se a malha, com 1824 elementos, mostrada na Figura 5.19. No detalhe da malha podese observar o emprego de passos constantes,  $\Delta a = 0.1$  pol, para a obtenção da solução numérica, indicada em linha cheia contínua enquanto a solução experimental está indicada pelos círculos cheios. A solução numérica acompanha com boa precisão a trajetória avaliada fornecida pelos experimentos [66].







Fig 5.21 Malha de elementos finitos utilizada para a análise do corpo de prova DCB



Fig 5.22 Detalhe da trajetória da trinca obtida.

#### 5.10 Propagação de Trinca em Elemento Estrutural

Este exemplo trata da avaliação da propagação de uma trinca em um elemento estrutural, a partir dos experimentos realizados por Sumi et all, reportados na Ref. [67]. Estes resultados foram comparados com soluções numéricas obtidas por métodos sem malha [9] e também com um modelo de elementos finitos tradicional [67]. A figura 5.21 apresenta os parâmetros físicos e a geometria do experimento considerado. O elemento está apoiado em uma viga I, o domínio da malha de simulação está definido na figura por linhas descontínuas e é discretizado pela malha com 2353 elementos em estado plano de deformações, conforme mostrado na figura 5.22. Este problema está estudado na literatura apresentando-se resultados para diversas situações de tamanho de trinca e variações na rigidez de flexão da viga, incluindo os efeitos das tensões residuais associadas ao processo de soldagem [67]. Neste trabalho, adota-se um modelo simplificado considerando-se duas condições possíveis de apoio do elemento estrutural na viga: a) viga rígida e b) viga flexível. A partir destas condições verificou-se a capacidade do modelo em reproduzir o caminho de propagação da trinca observado experimentalmente, mas apenas sob o aspecto qualitativo.

A primeira condição de apoio é representada impondo-se a restrição de movimento em toda a face inferior do domínio de simulação quanto aos deslocamentos horizontais e verticais.



Fig 5.23 Parâmetros geométricos, condições de apoio e carregamentos utilizados no experimento reportado em [64] - dimensões em mm.



Fig 5.24 A Malha de elementos finitos considerada no modelo



Fig 5.25 Propagação da trinca para os casos de viga rígida e flexível: (a) resultados experimentais Ref [67] e, (b) Solução numérica pelo MEFG.

Já a segunda condição, admitindo-se a viga flexível, é representada mantendo-se livres todos os pontos da face inferior, com exceção dos dois pontos extremos cujos deslocamentos são prescritos: um deles é mantido fixo e o outro com deslocamento livre apenas na direção horizontal.

Os resultados numéricos obtidos para a evolução da trinca, em ambos os casos, estão apresentados na figura 5.23 (b). Para a condição de viga flexível, os experimentos mostram que a direção de propagação da trinca tende a inclinar-se vigorosamente em direção à face inferior da peça, e este comportamento é claramente capturado pelo modelo. Por outro lado, para a condição de viga rígida, a direção de propagação da trinca já apresenta um comportamento diverso: uma pequena inclinação para depois "caminhar" tendendo a crescer em direção ao chanfro arredondado na face oposta, como se tratasse do problema clássico de uma placa com trinca de aresta - vide exemplo 5.1 . Uma boa concordância qualitativa é observada entre os resultados experimentais e aqueles preditos pelo modelo numérico.

Também na Figura 5.23 (a) apresentam-se seis casos distintos de solução experimental [67], associados à diferentes condições de rigidez da viga I. Em cada caso verificam-se distintos valores de  $r = \sigma_1/\sigma_2$ , razão entre a tensão de flexão na direção longitudinal ( $\sigma_1$ ) e a tensão axial na direção vertical ( $\sigma_2$ ), ambas avaliadas no ponto indicado na Figura 5.21. Dentre estes casos apenas dois são abordados - qualitativamente - neste trabalho. O caso associado a r = 1.5, correspondente à condição de viga rígida e um segundo caso, correspondente à condição de viga rígida e um segundo caso o autor apresenta três curvas: duas de medição experimental da trajetória da trinca nas faces anterior e posterior da peça e uma terceira curva obtida por simulação numérica usando o MEF tradicional com procedimento de reconstrução de malha.