

Referências Bibliográficas:

Aoki, Kosuke. "Optimal monetary policy response to relative-price changes". *Journal of Monetary Economics*, 48, pp. 55-80, agosto de 2001.

Giannoni, Marc P. e Woodford, Michael. "Optimal interest-rates rules: I. General theory" NBER, working paper no. 9419, Janeiro de 2003.

Giannoni, Marc P. e Woodford, Michael. "Optimal interest-rates rules: II. Applications" NBER, working paper no. 9420, Janeiro de 2003.

Pierpaolo, Benigno. "Optimal monetary policy in a currency area". *Journal of International Economics*, forthcoming.

Rotemberg, Julio e Woodford, Michael. " An optimization-based econometric model for the evaluation of monetary policy", *NBER Macroeconomics Annual* 12: 297-346, 1997.

Woodford, Michael. "Interest and prices: foundations of a theory of monetary policy". Princeton University Press, 2003.

Woodford, Michael. "Commentary: how should monetary policy be conducted in a era of price stability?". Federal Reserve Bank of Kansas City, *New Challenges for monetary policy*, 1999.

Apêndice

A.

Derivação das curvas de Phillips setoriais

Nesta seção derivaremos as curvas de Phillips setoriais. Derivaremos apenas a curva de Phillips do setor externo, já que a curva de Phillips do setor doméstico segue passos análogos.

Dentro do setor externo, podemos definir a função lucro nominal para a firma i do setor externo (e) no período t como:

$$\Pi_t^{ie}(p_{et}(i)) = e_t p_{et}(i) y_{et} - w_t h_{et}(i)$$

Onde:

$$y_{et}(i) = A_t f(h_{et}(i))$$

$$h_{et}(i) = f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Da maximização estática do índice de consumo teremos a seguinte relação:

$$y_{et}(i) = Y_{et} \left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta}$$

Substituindo a função de produção inversa e a demanda específica pelo produto na função de lucro, temos:

$$\Pi_t^{ie}(p_{et}(i)) = e_t p_{et}(i) Y_{et} \left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta} - w_t f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Definimos a função de custo total real para o período t como:

$$S_{et} = \frac{w_t(i)}{P_t} f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Em equilíbrio, sabemos que:

$$\frac{w_t(i)}{P_t} = \frac{\tilde{v}_h(h_t(i), \xi_t)}{U_y(Y_t, \xi_t)} = \frac{\tilde{v}_h\left(f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right), \xi_t\right)}{U_y(Y_t, \xi_t)} \quad \forall i \in [0,1]$$

Logo:

$$S_{et} = S\left(y_{et}(i), Y_t, \tilde{\xi}_t\right) = \frac{\tilde{v}_h\left(f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right), \tilde{\xi}_t\right)}{U_y(Y_t, \tilde{\xi}_t)} f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right)$$

Além disso, sabemos que:

$$w_t f^{-1}\left(\frac{y_{et}(i)}{A_t}\right) = P_t S_{et} = P_t S\left(y_{et}(i), Y_t, \tilde{\xi}_t\right)$$

Assim sendo, podemos escrever o lucro nominal do produtor no período t como:

$$\Pi_t^{ie}(p_{et}(i)) = e_t p_{et}(i) Y_{et} \left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta} - P_t S\left(Y_{et} \left(\frac{p_{et}(i)}{P_{et}}\right)^{-\theta}, Y_t, \tilde{\xi}_t\right)$$

Supomos que uma fração α_e ($0 < \alpha_e < 1$) de produtores do setor externo não está apta a reajustar preços em cada período. Logo, o problema que um produtor do setor externo que pode reajustar seu preço no período t enfrenta é o seguinte:

$$\max_{p_{et}(i)} E \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} V_{t,T} \left[e_T Y_{eT} P_{eT}^\theta p_{et}(i) - P_T S\left(Y_{eT} P_{eT}^\theta p_{et}(i), Y_T, \tilde{\xi}_T\right) \right] \right\}$$

A CPO para esse problema é:

$$p_{et}(i) = \mu \frac{E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} V_{t,T} \left[Y_{eT} P_{eT}^\theta P_T s_{t,T} \left(y_{eT}^*(i), Y_T, \tilde{\xi}_T \right) \right] \right\}}{E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} V_{t,T} \left[e_T Y_{eT} P_{eT}^\theta \right] \right\}}$$

Onde:

$$y_{eT}^*(i) = Y_{eT} \left(\frac{p_{et}(i)}{P_{eT}}\right)^{-\theta}$$

$$\mu = \frac{\theta}{\theta - 1}$$

$s_{t,T} \left(y_{eT}^*(i), Y_T, \tilde{\xi}_T \right)$ - é a derivada da função S em relação ao seu primeiro

argumento avaliada em todo o período no ponto $y_{eT}^*(i)$.

Dividindo essa expressão por P_{et} , temos:

$$\frac{p_{et}(i)}{P_{et}} = \mu \frac{E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} V_{t,T} \left[Y_{eT} \frac{1}{P_{eT}} \left(\prod_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right)^{1+\theta} s_{t,T} \left(y_{eT}^*(i), Y_T, \tilde{\xi}_T \right) \right] \right\}}{E_t \left\{ \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} V_{t,T} \left[e_T Y_{eT} \left(\prod_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right)^{\theta} \right] \right\}}$$

Onde:

π_{ek} - inflação em moeda externa no setor dolarizado no período k.

$p_{eT} = \frac{P_{eT}}{P_T}$ - preço relativo do setor externo (em relação a economia como

um todo).

Definimos a seguinte variável:

$$p_{et}^* = \frac{p_{et}(i)}{P_{et}}$$

Log-linearizando a expressão acima, temos:

$$p_{et}^* = (1 - \alpha_e \beta) E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \left\{ \left(\sum_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right) + s_{t,T} - p_{eT} - e_T \right\}$$

Sabemos que:

$$s_{t,T} = s_{eT} - \theta \omega \left(p_{et}^* - \sum_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right)$$

Onde:

$$s_{eT} = \omega (Y_{eT} - Y_{eT}^n) + \sigma^{-1} (Y_T - Y_T^n) + \eta^{-1} (Y_T^n + \varphi_{eT} - Y_{eT}^n)$$

Onde Y_T^n e Y_{eT}^n são os níveis de produção geral e setorial sob preços

flexíveis como definido anteriormente.

Substituindo a expressão para $s_{t,T}$ na expressão que define p_{et}^* temos:

$$p_{et}^* = \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \{ (s_{eT} - p_{eT} - e_T) \} + (1 - \alpha_e \beta) E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \left\{ \left(\sum_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right) \right\}$$

Sabemos que:

$$(1 - \alpha_e \beta) E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \left\{ \left(\sum_{k=t+1}^T \pi_{ek} \right) \right\} = E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \pi_{eT}$$

Logo, teremos:

$$p_{et}^* = \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \{ (s_{eT} - p_{eT} - e_T) \} + E_t \sum_{T=t}^{\infty} (\alpha_e \beta)^{T-t} \pi_{eT}$$

A expressão anterior é a solução da seguinte equação a diferenças:

$$p_{et}^* = \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (s_{eT} - p_{eT} - e_T) + \alpha_e \beta E_t \pi_{et+1} + \alpha_e \beta p_{et+1}^*$$

Sabemos que:

$$P_{et}^{1-\theta} = (1 - \alpha_e) (p_{et}(i))^{1-\theta} + \alpha_e P_{et-1}^{1-\theta}$$

Logo:

$$1 = (1 - \alpha_e) (p_{et}^*(i))^{1-\theta} + \alpha_e \pi_{et}^{1-\theta}$$

Log-linearizando essa expressão:

$$p_{et}^*(i) = \frac{\alpha_e}{1 - \alpha_e} \pi_{et}$$

Chegamos então na seguinte expressão:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (s_{eT} - p_{eT} - e_T)$$

Sabemos que;

$$s_{et} - p_{et} - e_t = (\omega + \sigma^{-1}) (Y_T - Y_T^n) - (1 + \omega \eta) [(p_{et} + e_t) - (p_{et}^n + e_t^n)]$$

Logo, substituindo a última expressão na equação da inflação do setor

externo, temos:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (\omega + \sigma^{-1}) (Y_T - Y_T^n) - \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (1 + \omega \eta) [(p_{et} + e_t) - (p_{et}^n + e_t^n)]$$

Definimos a taxa de câmbio real como:

$$\varepsilon_t = \frac{e_t P_{et}}{P_{dt}}$$

Sabemos que:

$$\log \left(\frac{e_t P_{et}}{P_t} \right) = p_{et} + e_t$$

O índice geral de preços pode ser escrito como:

$$P_t^{1-\eta} = n_d \varphi_{dt} P_{dt}^{1-\eta} + n_e \varphi_{et} P_{et}^{1-\eta}$$

Dividindo essa expressão por $(e_t P_{et})^{1-\eta}$ e log-linearizando a expressão

resultante, temos:

$$p_{et} + e_t = n_d \varepsilon_t$$

Logo:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (\omega + \sigma^{-1}) (Y_t - Y_t^n) - \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} n_d (1 + \omega \eta) (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

Definimos:

$$\kappa_e = \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} (\omega + \sigma^{-1})$$

$$\zeta_e = \frac{1 - \alpha_e}{\alpha_e} \frac{(1 - \alpha_e \beta)}{1 + \theta \omega} n_d (1 + \omega \eta)$$

Logo:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

Onde:

$$x_t = Y_t - Y_t^n$$

B. Derivação da função de perda

Seguindo a metodologia de Rotemberg e Woodford (1997), derivaremos uma função de perda para a economia dos próprios microfundamentos do modelo. Nesse caso em particular essa metodologia é interessante, uma vez que numa economia dolarizada não seria claro a princípio que tipo de função de perda ad hoc teríamos que impor para esse problema.

A utilidade do agente representativo é dada por:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, h_t(i)) = U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) - \int_0^1 v(h_t(i), \xi_t)$$

Sabemos que:

$$y_t(i) = A_t f(h_t(i)) \Rightarrow h_t = f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right)$$

Isso implica que:

$$v(h_t(i), \xi_t) = v\left(f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right), \xi_t\right)$$

Definimos então a seguinte função:

$$\tilde{v}(y_t(i), \xi_t) = v\left(f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right), \xi_t\right) \equiv v(h_t(i), \xi_t)$$

Assim sendo, podemos escrever a utilidade do agente representativo como:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)) = U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) - \int_0^1 v(y_t(i), \xi_t) di$$

Nosso objetivo será fazer uma aproximação de segunda ordem dessa função de perda. Para tal aproximação ser válida, teremos que fazer determinadas hipóteses acerca do grau de ineficiência que a economia apresenta em torno do *steady state* sobre o qual estamos fazendo a aproximação para que tenhamos a garantia de que todos os termos que estamos jogando para o resto de ordem três sejam efetivamente de ordem três ou superior.

Começemos com a função $U(\cdot, \cdot)$. A aproximação linear de segunda ordem dessa função pode ser escrita como (assumindo $U_{m_d m_e} = 0$):

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C \tilde{C}_t + U_{m_d} \tilde{m}_{dt} + U_{m_e} \tilde{m}_{et} + U_{C m_d} \tilde{C}_t \tilde{m}_{dt} + U_{C m_e} \tilde{C}_t \tilde{m}_{et} + U_{C \xi} \tilde{C}_t \xi_t + U_{m_d \xi} \tilde{m}_{dt} \xi_t \\ + U_{m_e \xi} \tilde{m}_{et} \xi_t + \frac{1}{2} U_{CC} \tilde{C}_t^2 + \frac{1}{2} U_{m_d m_d} \tilde{m}_{dt}^2 + \frac{1}{2} U_{m_e m_e} \tilde{m}_{et}^2 + U_{\xi} \xi_t + \frac{1}{2} U_{\xi \xi} \xi_t \xi_t$$

Onde:

$$\tilde{X}_t = X_t - \bar{X}$$

A aproximação de segunda ordem da equação que define Y_t como função dos subíndices setoriais é da forma:

$$\hat{Y}_t = \sum_j n_j \left(1 + \eta^{-1} \hat{\varphi}_{jt} \right) \hat{Y}_{jt} + \frac{1}{2} n_d n_e (1 - \eta^{-1}) \left(\hat{Y}_{et} - \hat{Y}_{dt} \right)^2 + t.i.p + O(\xi^3)$$

Uma expressão similar para o subíndice setorial rende:

$$\hat{Y}_{jt} = E_i^j \hat{y}_t(i) + \frac{1}{2} (1 - \theta^{-1}) \text{var}_i^j \hat{y}_t(i) + O(\xi^3)$$

Além disso, sabemos que:

$$\frac{Y_t}{\bar{Y}} = 1 + \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 + O(\xi^3) \Rightarrow \tilde{Y}_t = \bar{Y} \left(\hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 + O(\xi^3) \right)$$

Substituindo a última expressão na aproximação de $U(\cdot, \cdot)$ e fazendo as devidas simplificações, temos:

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C Y \left\{ \begin{aligned} & \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 (1 - \sigma^{-1}) + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t + \frac{U_{m_d}}{U_C Y} \tilde{m}_{dt} + \frac{U_{m_e}}{U_C Y} \tilde{m}_{et} + \frac{U_{Cm_d}}{U_C Y} \hat{Y}_t \tilde{m}_{dt} + \frac{U_{Cm_e}}{U_C Y} \hat{Y}_t \tilde{m}_{et} \\ & + \frac{U_{m_d \xi}}{U_C Y} \tilde{m}_{dt} \xi_t + \frac{U_{m_e \xi}}{U_C Y} \tilde{m}_{et} \xi_t + \frac{1}{2} \frac{U_{m_d m_d}}{U_C Y} \tilde{m}_{dt}^2 + \frac{1}{2} \frac{U_{m_e m_e}}{U_C Y} \tilde{m}_{et}^2 \end{aligned} \right\} \\ + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Da mesma forma sabemos que:

$$\tilde{m}_{dt} = m_d \left(\hat{m}_{dt} + \frac{1}{2} \hat{m}_{dt}^2 + O\langle \xi^3 \rangle \right)$$

$$\tilde{m}_{et} = m_e \left(\hat{m}_{et} + \frac{1}{2} \hat{m}_{et}^2 + O\langle \xi^3 \rangle \right)$$

Substituindo na expressão para $U(\dots)$, temos:

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C Y \left\{ \begin{aligned} & \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 (1 - \sigma^{-1}) + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t + \frac{U_{m_d} m_d}{U_C Y} \hat{m}_{dt} + \frac{U_{m_e} m_e}{U_C Y} \hat{m}_{et} + \frac{U_{Cm_d} m_d}{U_C Y} \hat{Y}_t \hat{m}_{dt} \\ & + \frac{U_{Cm_e} m_e}{U_C Y} \hat{Y}_t \hat{m}_{et} + \frac{U_{m_d \xi} m_d}{U_C Y} \xi_t \hat{m}_{dt} + \frac{U_{m_e \xi} m_e}{U_C Y} \xi_t \hat{m}_{et} + \frac{1}{2} \frac{U_{m_d m_d} m_d^2}{U_C Y} \hat{m}_{dt}^2 \\ & + \frac{1}{2} \frac{U_{m_e m_e} m_e^2}{U_C Y} \hat{m}_{et}^2 \end{aligned} \right\} \\ + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Definimos os seguintes termos:

$$\chi_e = \frac{U_{Cm_e} m_e}{U_C}$$

$$\chi_d = \frac{U_{Cm_d} m_d}{U_C}$$

$$s_{m_e} = \frac{U_{m_e} m_e}{U_C Y}$$

$$s_{m_d} = \frac{U_{m_d} m_d}{U_C Y}$$

$$\sigma_{m_e} = - \frac{U_{m_e}}{U_{m_e m_e} m_e}$$

$$\sigma_{m_d} = - \frac{U_{m_d}}{U_{m_d m_d} m_d}$$

Logo, podemos escrever a função de perda como:

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C Y \left\{ \begin{aligned} & \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 (1 - \sigma^{-1}) + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t + s_{m_d} \hat{m}_{dt} + s_{m_e} \hat{m}_{et} + \chi_d \hat{Y}_t \hat{m}_{dt} + \chi_e \hat{Y}_t \hat{m}_{et} \\ & + s_{m_d} \sigma^{-1} g_t \hat{m}_{dt} + s_{m_e} \sigma^{-1} g_t \hat{m}_{et} - \frac{1}{2} s_{m_d} \sigma_{m_d}^{-1} \hat{m}_{dt}^2 - \frac{1}{2} s_{m_e} \sigma_{m_e}^{-1} \hat{m}_{et}^2 \end{aligned} \right\} \\ + t.i.p + O(\xi^3)$$

Para que nossa aproximação de segunda ordem da função de utilidade do agente representativo seja válida⁶ temos que assumir que o consumidor está suficientemente próximo de estar saciado em encaixes reais nas duas moedas no steady state. Para isso, suporemos que o governo paga uma taxa de juros constante na base monetária das duas moedas de forma que possamos contemplar uma seqüência de economias que estão cada vez mais próximas de estarem saciadas em encaixes reais das duas moedas conforme aproximamos arbitrariamente a taxa de juros paga nas bases monetárias da taxa de juros nominal em torno do steady state ao qual fizemos a aproximação. Levando em conta a existência das taxas de juros sobre as bases monetárias, as CPOs para o consumidor representativo em relação a moeda externa e doméstica no steady state são:

$$U_{m_d} = \frac{P_d}{P} U_C \left(\frac{\bar{i} - i^{m_d}}{1 + \bar{i}} \right)$$

$$U_{m_e} = \frac{eP_e}{P} U_C \left(\frac{\bar{i} - i^{m_e}}{1 + \bar{i}} \right)$$

Onde:

$$\bar{R} = 1 + \bar{i}$$

$$R^m = 1 + i^m$$

Definimos:

$$\Gamma_j = \left(\frac{\bar{i} - i^{m_j}}{1 + \bar{i}} \right)$$

Como o grau em que a economia está saciada em moeda j no steady state. Note que para a aproximação ser válida⁸ temos que assumir que Γ_j é de ordem $O|\xi|$. Estudamos uma seqüência de economias onde imj tende a i e e , portanto, Γ_j tende a zero quando isso ocorre. Note que quando Γ_j tende a zero e $P_d/P, eP_e/P$ e U_c convergem para um valor constante e positivo, então U_{mj} tende a zero, o que é justamente o que nós queríamos.

As hipóteses acima junto com as hipóteses de que Y, C_d, C_e, m_d e m_e se aproximam de valores constantes bem definidos quando Γ_j tende a zero implicam que s_{md} e s_{me} são de ordem $O|\Gamma|$. Além disso, $s_{md}\sigma^{-1}$ e $s_{me}\sigma^{-1}$ são de ordem $O|\Gamma|$ e $s_{md}\sigma_{md-1}$ e $s_{me}\sigma_{me-1}$ se aproximam de um valor constante e positivo quando Γ_j tende a zero. Com essas hipóteses podemos retirar alguns termos da expressão anterior por serem de ordem três ou superior e escrever a aproximação como:

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_c Y \left\{ \begin{aligned} & \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 (1 - \sigma^{-1}) + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t + s_{m_d} \hat{m}_{dt} + s_{m_e} \hat{m}_{et} + \chi_d \hat{Y}_t \hat{m}_{dt} + \chi_e \hat{Y}_t \hat{m}_{et} \\ & - \frac{1}{2} s_{m_d} \sigma_{m_d}^{-1} \hat{m}_{dt}^2 - \frac{1}{2} s_{m_e} \sigma_{m_e}^{-1} \hat{m}_{et}^2 \end{aligned} \right\} + t.i.p + O(\xi^3)$$

Substituindo as relações de equilíbrio:

$$\hat{m}_{dt} = \eta_y^d \hat{Y}_t - \eta_R^d \hat{R}_t + \eta_\varepsilon^d \hat{\varepsilon}_t - \sigma_{m_d} \sigma^{-1} g_t + \delta_{dt}$$

$$\hat{m}_{et} = \eta_y^e \hat{Y}_t - \eta_R^d \left(\hat{R}_t - \left(E_t e_{t+1} - e_t \right) \right) + \eta_\varepsilon^e \hat{\varepsilon}_t - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} g_t + \delta_{et}$$

Temos:

⁸ Como mostrado em Woodford (2003(capítulo 6)), se não fizermos essa hipótese de saciedade do consumo das duas moedas poderíamos estar equivocadamente jogando termos para o resto de ordem três, quando na verdade tais termos são de ordem dois ou inferior. Assim sendo, nossa aproximação de segunda ordem não seria válida. Portanto, optamos por supor que estamos contemplando uma seqüência de economias que está cada vez mais próxima de estar saciada em encaixes reais das duas moedas. Essa hipótese tem o mesmo propósito da hipótese de que o nível de produção natural está suficientemente próximo do nível de produção eficiente, que implicitamente fizemos na aproximação da função de perda.

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C \bar{Y} \left\{ \begin{aligned} & \left(1 + s_{m_d} \eta_y^d + s_{m_e} \eta_y^e \right) \hat{Y}_t + (1 - \sigma^{-1}) \hat{Y}_t^2 + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t - s_{m_d} \eta_y^R \hat{R}_t \\ & - s_{m_e} \eta_R^e \left[\hat{R}_t - \left(E_t e_{t+1} - e_t \right) \right] + (s_{m_d} \eta_\varepsilon^d - s_{m_e} \eta_\varepsilon^e) \hat{\varepsilon}_t \\ & + (\chi_d \eta_y^d + \chi_e \eta_y^e) \hat{Y}_t^2 - \frac{1}{2} \left(s_{m_d} \sigma_{m_d}^{-1} (\eta_y^d)^2 + s_{m_e} \sigma_{m_e}^{-1} (\eta_y^e)^2 \right) \hat{Y}_t^2 \\ & - \frac{1}{2} s_{m_d} \sigma_{m_d}^{-1} (\eta_R^d)^2 \hat{R}_t^2 - \frac{1}{2} s_{m_e} \sigma_{m_e}^{-1} (\eta_R^e)^2 \left[\hat{R}_t - \left(E_t e_{t+1} - e_t \right) \right]^2 \\ & - \frac{1}{2} \left(s_{m_d} \sigma_{m_d}^{-1} (\eta_\varepsilon^d)^2 - s_{m_e} \sigma_{m_e}^{-1} (\eta_\varepsilon^e)^2 \right) \hat{\varepsilon}_t^2 \end{aligned} \right\} \\ + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Teremos as seguintes relações:

$$\eta_y^d = \chi_d s_{m_d}^{-1} \sigma_{m_d} + O\langle \Gamma_d \rangle$$

$$\eta_y^e = \chi_e s_{m_e}^{-1} \sigma_{m_e} + O\langle \Gamma_e \rangle$$

$$\eta_R^d = \sigma_{m_d} \Gamma_d^{-1} + O\langle \Gamma_d \rangle$$

$$\eta_R^e = \sigma_{m_e} \Gamma_e^{-1} + O\langle \Gamma_e \rangle$$

$$\eta_\varepsilon^d = O\langle \Gamma_d \rangle$$

$$\eta_\varepsilon^e = -O\langle \Gamma_e \rangle$$

Substituindo essas expressões na anterior e usando a hipótese que fizemos quando derivamos o lado da demanda da economia de que $U_{cme} = U_{cmd} = 0$, podemos simplificar ainda mais essa expressão. Esta última hipótese implica que $\chi_d = \chi_e = 0$. Logo:

$$U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) = U_C Y \left\{ \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \hat{Y}_t^2 (1 - \sigma^{-1}) + \sigma^{-1} g_t \hat{Y}_t \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Aproximaremos agora a outra parte da função de perda ligada a desutilidade do trabalho. Exata função pode ser aproximada por:

$$\tilde{v}(y_{jt}(i), \xi_t) = U_C Y \left\{ (1 - \Phi) y_{jt}(i) + \frac{1}{2} (1 + \omega) y_{jt}^2(i) - \omega q_t y_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Onde:

$$\log \left(\frac{\bar{Y}}{Y^*} \right) = -(\omega + \sigma^{-1}) \Phi$$

Y^* é o nível eficiente de produção, ou seja, o nível de produção quando o mark-up é igual a um na ausência de choques. É o nível de produção ofertado na ausência de choques quando o produtor escolhe seu preço igual ao custo marginal.

Integrando essa expressão no setor j , temos:

$$\int_{n_j} \tilde{v}(y_{jt}(i), \xi_t) di = n_j U_c Y \left\{ (1 - \Phi) E_i^j \hat{y}_{jt}(i) + \frac{1}{2} (1 + \omega) \left[\left(E_i^j \hat{y}_{jt}(i) \right)^2 + \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) \right] - \omega q_t E_i^j \hat{y}_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle = n_j U_c Y \left\{ (1 - \Phi) \hat{Y}_{jt} + \frac{1}{2} (1 + \omega) \hat{Y}_{jt}^2 + \frac{1}{2} (\theta^{-1} + \omega) \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) - \omega q_t \hat{Y}_{jt} \right\}$$

Somando sobre os dois setores, temos:

$$\int_0^1 \tilde{v}(y_{jt}(i), \xi_t) di = U_c Y \left\{ (1 - \Phi) \sum_j n_j \hat{Y}_{jt} + \frac{1}{2} \sum_j n_j (1 + \omega) \hat{Y}_{jt}^2 + \frac{1}{2} \sum_j (\theta^{-1} + \omega) n_j \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) - \omega \sum_j n_j q_t \hat{Y}_{jt} \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle = U_c Y \left\{ (1 - \Phi) \hat{Y}_t + \frac{1}{2} \sum_j n_j (1 + \omega) \hat{Y}_{jt}^2 + \frac{1}{2} (\eta^{-1} + \omega) n_d n_e \left(\hat{Y}_{et} - \hat{Y}_{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_j (\theta^{-1} + \omega) n_j \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) - \omega \sum_j n_j \left(\omega q_t + \eta^{-1} \hat{\varphi}_{jt} \right) \hat{Y}_{jt} \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Logo, podemos escrever:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)) = U(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t) - \int_0^1 \tilde{v}(y_t(i), \xi_t) di = U_c Y \left\{ \Phi \hat{Y}_t - \frac{1}{2} (\omega + \sigma^{-1}) \hat{Y}_t^2 + \sum_j n_j \left(\omega q_t + \eta^{-1} \hat{\varphi}_{jt} + \sigma^{-1} \hat{g}_t \right) \hat{Y}_{jt} - \frac{1}{2} (\eta^{-1} + \omega) n_d n_e \left(\hat{Y}_{et} - \hat{Y}_{dt} \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_j (\theta^{-1} + \omega) n_j \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Substituindo a aproximação do índice geral de consumo na expressão anterior, temos:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)) = U_c Y \left\{ (\omega + \sigma^{-1}) (x_t - x^*)^2 + n_d n_e (\eta^{-1} + \omega) x_{Rt}^2 + (\theta^{-1} + \omega) \sum_j n_j \text{var}_i^j \hat{y}_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O\langle \xi^3 \rangle$$

Onde:

$$x_{Rt} = x_{et} - x_{dt}$$

$$x_{jt} = Y_{jt} - Y_{jt}^n$$

Da maximização estática do consumidor, sabemos que:

$$\frac{Y_{et}}{Y_{dt}} = \frac{\varphi_{et}}{\varphi_{dt}} (\varepsilon_t)^{-\eta}$$

Log-linearizando essa expressão temos:

$$Y_{et} - Y_{dt} = \varphi_{et} - \varphi_{dt} - \eta \varepsilon_t \Rightarrow x_{et} - x_{dt} = -\eta (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

Logo:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)) = U_c Y \left\{ (\omega + \sigma^{-1})(x_t - x^*)^2 + n_d n_e \eta (1 + \omega \eta) (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + (\theta^{-1} + \omega) \sum_j n_j \text{var}_t^j \hat{y}_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O(\xi^3)$$

Além disso, sabemos que cada consumidor i escolherá sua demanda de forma que:

$$\hat{y}_{jt}(i) = \hat{Y}_t - \theta \left(\hat{p}_{jt}(i) - \hat{P}_{jt} \right)$$

Logo:

Eq. 396

Substituindo, temos:

$$V(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)) = U_c Y \left\{ (\omega + \sigma^{-1})(x_t - x^*)^2 + n_d n_e \eta (1 + \omega \eta) (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \theta(1 + \omega \theta) \sum_j n_j \text{var}_t^j \hat{p}_{jt}(i) \right\} + t.i.p + O(\xi^3)$$

Definimos:

$$\Delta^j = \text{var}_t^j \hat{p}_{jt}(i)$$

Essa variável tem a seguinte lei de movimento:

$$\Delta_t^j = \alpha_j \Delta_{t-1}^j + \frac{\alpha_j}{1 - \alpha_j} \hat{\pi}_{jt}^2 + O(\xi^3)$$

Somando ao longo do tempo e trazendo a valor presente pela taxa de desconto β , temos:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Delta_t^j = \frac{\alpha_j}{(1 - \alpha_j)(1 - \alpha_j \beta)} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \hat{\pi}_{jt}^2 + O(\xi^3)$$

Usando essa expressão para substituir a dispersão de preços, teremos a seguinte função de perda para cada período:

$$L_t = (\omega + \sigma^{-1})(x_t - x^*)^2 + n_d n_e \eta (1 + \omega \eta) (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \theta(1 + \omega \theta) \sum_j \frac{\alpha_j}{(1 - \alpha_j)(1 - \alpha_j \beta)} n_j \hat{\pi}_{jt}^2$$

Normalizando essa função de perda, temos:

$$L_t = \frac{\kappa}{\theta} (x_t - x^*)^2 + \frac{\kappa n_d n_e \eta (1 + \omega \eta)}{\theta(\omega + \sigma^{-1})} n_d n_e \eta (1 + \omega \eta) (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \sum_j \frac{n_j \kappa}{\kappa_j} \hat{\pi}_{jt}^2$$

Que Pode ser escrita de forma resumida como:

$$L_t = \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \sum_j \omega_j \pi_{jt}^2$$

Onde:

$$\lambda_x = \frac{\kappa}{\theta} > 0$$

$$\lambda_\varepsilon = \frac{n_d n_e \eta (1 + \omega \eta)}{(\omega + \sigma^{-1})} \lambda_x > 0$$

$$\omega_j = \frac{n_j \kappa}{\kappa_j} > 0$$

$$\kappa = (n_d \kappa_d^{-1} + n_e \kappa_e^{-1})^{-1} > 0$$

C.

Provas dos teoremas

Abaixo listamos os teoremas do capítulo quatro e suas respectivas provas.

Teorema 1: Numa economia não dolarizada em que o grau de rigidez de preços é diferente entre os setores e a taxa de câmbio real natural não é uma constante, haverá dilema de política monetária.

Prova: Iremos mostrar que no caso geral de uma economia não dolarizada com assimetria de rigidez de preços, o equilíbrio em que as inflações setoriais e o hiato do produto são iguais a zero sempre e a taxa de câmbio real é igual a natural sempre não é implementável para uma categoria geral de processos exógenos para a taxa de câmbio real natural.

A função de perda nessa economia é:

$$L_t = \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \sum_j \omega_j \pi_{jt}^2$$

As equações estruturais da economia o caso de uma economia não dolarizada com assimetria no grau de rigidez de preços são:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma \left[(R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t \pi_{et+1}) - r_t^n \right]$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt}$$

Pelas equações estruturais e pela função de perda o equilíbrio sem dilema de política monetária é aquele em que $\pi_{et}=\pi_{dt}=0$ e $x_t=0$ para todo t . Pelas curvas de Phillips setoriais esse equilíbrio implica que $\varepsilon_t = \varepsilon_t^n$ para todo t . Então, pelas curvas de Phillips setoriais os três termos relevantes para a perda do consumidor poderiam ser zerados, desde que a taxa de câmbio real observada fosse igual taxa de câmbio natural. Porém, temos que analisar o que esse equilíbrio implica em relação as outras equações da economia. Pela identidade da taxa de câmbio real teremos que:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$$

Ou seja, a taxa de câmbio real deve ser uma constante. Porém, vimos anteriormente que pelas curvas de Phillips setoriais teremos que $\varepsilon_t = \varepsilon_t^n$ para todo t . Logo, o equilíbrio só seria implementável se a taxa de câmbio natural fosse uma constante, pois só deste modo as curvas de Phillips e a identidade da taxa de câmbio não iriam se contradizer. Concluímos que para uma categoria geral de processos exógenos para a taxa de câmbio natural, o equilíbrio sem dilema de política monetária não é implementável. Logo, conclui-se que haverá dilema de política monetária nessa economia.

Teorema 2: Numa economia não dolarizada em que o grau de rigidez de preços e o tamanho são os mesmos entre os setores não haverá dilema de política monetária.

Prova: Nesse caso, se multiplicarmos cada curva de Phillips setorial pelo respectivo tamanho do setor e somarmos as expressões resultantes, chegaremos numa curva de Phillips geral para a economia:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

A função de perda nesse caso será escrita como:

$$L_t = \pi_{jt}^2 + \frac{1}{4}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2 + \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2$$

A economia se completa com o restante das equações estruturais:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt}$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma \left[(R_t - E_t \pi_{t+1}) - r_t^n \right]$$

Pela IS, apolítica monetária afetará apenas a taxa de inflação geral e o hiato do produto através da estrutura a termos da taxa de juros nominal. Portanto, dos

termos que aparecem na função de perda, os únicos que a autoridade monetária consegue afetar são a taxa de inflação geral e o hiato do produto. Logo, o equilíbrio sem dilema implica que $\pi_t = x_t = 0$ para todo t . Este por sua vez é perfeitamente compatível com as equações estruturais da economia. A curva de Phillips geral respeitará esse equilíbrio e não irá impor nenhuma restrição a trajetória das variáveis endógenas da economia (apenas implicará $0=0$). A IS por sua vez implicará que $R_t = r_t^n$ para todo t . A trajetória da taxa de câmbio real será aquela necessária para sustentar esse equilíbrio. No caso particular em que se implementa o equilíbrio em que $\pi_{et} = \pi_{dt} = 0$ para todo t , taxa de câmbio real será uma constante. Como a taxa de câmbio natural não é, em geral, uma constante, o termo referente ao desvio da taxa de câmbio real da natural na função de perda estará gerando perdas para a economia. Porém, tais perdas não podem ser compensadas pela política monetária.

Teorema 3: Numa economia dolarizada em que $\alpha_d > 0$ e $\alpha_e > 0$, o equilíbrio sem dilema de política monetária não será implementável, independentemente do fato dos setores terem ou não o mesmo grau de rigidez

Prova: Nesse caso, independentemente do fato do grau de rigidez de preço e o tamanho serem ou não os mesmos entre os setores, a função de perda será escrita como:

$$L_t = \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \sum_j \omega_j \pi_{jt}^2$$

Enquanto que a estrutura da economia conterà as seguintes equações:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma [(R_t - E_t \pi_{t+1}) - r_t^n]$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_t - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (R_t - E_t d_{t+1}) + \text{choques}_t$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et}$$

$$\pi_t = n_d \pi_{dt} + n_e (\pi_{et} + d_t)$$

Como agora não podemos mais isolar a inflação geral na função de perda e a equação de equilíbrio no mercado de moeda externa me dá uma relação entre a

taxa de juros nominal e a depreciação nominal (esperada) e real da taxa de câmbio, o equilíbrio sem dilema de política monetária irá requerer que $\pi_{et} = \pi_{dt}$ e $x_t = 0$ para todo t .

Iremos mostrar que em uma economia dolarizada, o equilíbrio em que as inflações setoriais e o hiato do produto são iguais a zero sempre e a taxa de câmbio real igual a natural sempre não é implementável para uma categoria geral de processos exógenos para os choques que atingem a economia.

Pelas curvas de Phillips setoriais $\pi_{et} = \pi_{dt} = 0$ e $x_t = 0$ implicam que $\varepsilon_t = \varepsilon_t^n$ para todo t . Logo, pelas curvas de Phillips os três termos relevantes para a perda do consumidor poderiam ser zerados. Porém, temos que analisar o que esse equilíbrio implica para as outras equações da economia. Pela identidade da taxa de câmbio real teremos que:

$$\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} = d_t$$

Ou seja, a depreciação real da taxa de câmbio em cada período deve ser igual a depreciação nominal da mesma.

Porém, vimos anteriormente que pelas curvas de Phillips teremos que $\varepsilon_t = \varepsilon_t^n$ para todo t . Logo:

$$\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n = d_t$$

Substituindo a última equação estrutural da economia listada acima na penúltima, teremos:

$$m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_t - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (R_t - E_t d_{t+1}) + \text{choques}_t$$

Porém, da penúltima equação teremos:

$$m_{et-1} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_{t-1} - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_{t-1}^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (R_{t-1} - E_{t-1} d_t) + \text{choques}_{t-1}$$

Substituindo teremos:

$$\mu_{et} - \Delta \text{choques}_t = \pi_{et} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Delta x_t - \sigma_{m_e} n_d \Delta \varepsilon_t - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (\Delta R_t - E_t d_{t+1} + E_{t-1} d_t)$$

Podemos agora substituir o fato da depreciação nominal da taxa de câmbio ser uma variável exógena na equação acima para termos:

$$\begin{aligned} [R_t - E_t(\varepsilon_{t+1}^n - \varepsilon_t^n)] &= [R_{t-1} - E_{t-1}(\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n)] + \frac{(R-1)}{\sigma_{m_e}} \pi_{et} + (R-1)\sigma^{-1}(x_t - x_{t-1}) \\ &- (R-1)n_d(\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n) + \frac{(R-1)}{\sigma_{m_e}} (\Delta choques_t - \mu_{et}) \end{aligned}$$

Finalmente, substituindo nessa equação $\pi_{et}=\pi_{dt}=x_t=0$ para todo t teremos:

$$R_t = R_{t-1} + E_t(\varepsilon_{t+1}^n - \varepsilon_t^n) - E_{t-1}(\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n) - (R-1)n_d(\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n) + \frac{(R-1)}{\sigma_{m_e}} (\Delta choques_t - \mu_{et})$$

Porém, pela IS, $\pi_{et}=\pi_{dt}=x_t=0$ implicaria que:

$$R_t = r_t^n + E_t d_{t+1}$$

Substituindo de novo d_{t+1} por $\varepsilon_{t+1}^n - \varepsilon_t^n$, teremos:

$$R_t = E_t(\varepsilon_{t+1}^n - \varepsilon_t^n) + r_t^n$$

De novo a taxa de juros nominal teria que ser igual a um determinado processo exógeno para sustentar o equilíbrio acima. Porém, para processos exógenos gerais para a taxa de câmbio real natural, taxa de juros natural e choques em t, os valores exógenos para a taxa de juros nominal implicados pelas duas equações acima não coincidiriam e o equilíbrio não poderia ser implementado, pois alguma das equações estruturais não estaria sendo atendida com a devida taxa de juros nominal para sustentar o equilíbrio. Substituindo a restrição imposta pela IS para taxa de juros nominal na restrição imposta pelo equilíbrio no mercado de moeda externa teríamos:

$$(r_t^n - r_{t-1}^n) + (R-1)n_d(\varepsilon_t^n - \varepsilon_{t-1}^n) - \frac{(R-1)}{\sigma_{m_e}} (\Delta choques_t - \mu_{et}) = 0$$

Essa combinação linear de processos exógenos também é exógena e não tem nenhum motivo algum a priori para ser igual a zero em qualquer período do tempo. Para o equilíbrio em que $\pi_{et}=\pi_{dt}=x_t=0$ e $\varepsilon_t=\varepsilon_t^n$ para todo t ser implementável, a igualdade acima deveria valer para todo t. Mas como argumentado antes, isso não será verdade para processos exógenos gerais para os diferentes choques afetando a economia.

Contra exemplos mostrando que a igualdade acima não se verificará nunca são facilmente construídos para processos exógenos muito simples para os choques. Concluimos então que o equilíbrio em que não existe dilema de política

monetária não pode ser implementado nessa economia, o que logicamente implica que nessa economia haverá dilema de política monetária.

Dessa análise, visualizamos que o *trade-off* dos objetivos de estabilização envolve o conflito entre estabilizar a taxa de câmbio real no seu nível natural e ao mesmo tempo manter as inflações setoriais e o hiato do produto constantes e iguais a zero. Pela estrutura dessa economia, alcançar todos esses objetivos simultaneamente não é possível.