

5 Caracterização da política monetária ótima

Colocaremos aqui dois conceitos de política monetária ótima. Como notado em Woodford (1999), existem dois tipos de ótimo com comprometimento num contexto dinâmico. No primeiro conceito, chamado de ótimo com comprometimento "once and for all", a solução de comprometimento para a autoridade monetária faz com que a sua regra de decisão no primeiro período seja exatamente igual ao de uma autoridade monetária agindo de forma discricionária. Apesar de haver uma tecnologia de comprometimento a partir da data inicial, o governo não poderia se comprometer com o comportamento ótimo antes da data inicial do compromisso, o que faria com que no primeiro período ele agisse como se fosse um Banco Central discricionário. Para resolvermos o problema de otimização dinâmica usando esse conceito de otimalidade teríamos que impor valores arbitrários para os multiplicadores de Lagrange anteriores à data inicial do compromisso, a fim de tornar possível escrever um sistema de equações que tenha o mesmo conjunto de equações em todos os períodos. Essa imposição de valores arbitrários aos multiplicadores anteriores à data inicial impõe determinados valores para as variáveis endógenas anteriores à data inicial, ignorando os valores efetivamente observados das mesmas.

O segundo conceito de otimalidade, proposto em Woodford (1999), visa justamente contornar a característica discricionária que o primeiro conceito de ótimo tem. Esse novo conceito é chamado de perspectiva atemporal na condução da política monetária.

A perspectiva atemporal supõe que a autoridade monetária se comprometeu com o plano ótimo num passado bem distante. Em termos práticos, isso significa que os ganhos que a autoridade monetária tem em "trair" nos primeiros períodos são muito pequenos, no limite inexistentes. Isso ocorre porque a autoridade monetária age como se tivesse se comprometido com a regra ótima há muito tempo atrás, levando em conta as restrições que essa regra teria lhe imposto nos períodos iniciais, ao invés de supor que as expectativas são dadas.

Ao invés de impor valores arbitrários aos multiplicadores anteriores à data inicial do compromisso, a autoridade monetária considera os valores dos multiplicadores que teriam vigorado se o plano ótimo já estivesse valendo naquelas datas anteriores.

A grande vantagem desse conceito é que o problema de inconsistência dinâmica dos períodos iniciais desaparece, se aceitarmos que a autoridade monetária se comporte da maneira descrita anteriormente.

Na prática o conceito é importante porque os Banco Centrais sempre estão revisando seus modelos estruturais da economia. Quando eles revisam seus modelos, mudam o plano ótimo. Se tais mudanças são ínfimas, os agentes podem interpretar que a autoridade monetária na verdade os está enganando, tentando se aproveitar das expectativas formadas pelos agentes quando o Banco Central determinou seu compromisso. Na perspectiva atemporal, quando o Banco Central revisa seu modelo estrutural da economia, se comporta como se tal modelo revisado estivesse valendo há muito tempo no seu novo plano ótimo. Logo, se os agentes entendem o mecanismo que está por trás da perspectiva atemporal não enxergarão esse novo plano ótimo como uma traição, mas simplesmente como uma revisão do modelo estrutural.

A perspectiva atemporal separa a pura tentação de trair das mudanças dos modelos estruturais da economia, dado que nesse conceito o Banco Central age como se o seu novo modelo estivesse vigorando há muito tempo na economia e não simplesmente escolhendo o equilíbrio discricionário, o que ocorreria num ótimo com comprometimento "*once and for all*".

É importante notar que os agentes devem entender esse novo conceito de ótimo ao formar suas expectativas, pois caso contrário eles poderão interpretar a revisão do plano da autoridade monetária como uma traição, como eles fazem no ótimo "*once and for all*".

O conceito de ótimo na perspectiva atemporal ainda nos entrega uma outra característica intrínseca muito vantajosa. Ao derivarmos o ótimo nesse conceito, não é levada em consideração nenhuma característica da distribuição dos choques que atingem a economia. Assim sendo, independente das variâncias, correlações e graus de persistência dos choques que atingem a economia, o plano ótimo é o mesmo. Nesse caso, dizemos que o plano ótimo é robusto em relação aos choques que atingem a economia.

Na seção seguinte começaremos dando um exemplo da perspectiva atemporal na condução da política monetária retirado de Woodford (1999). Nas duas outras seções aplicaremos os dois conceitos de ótimo aos modelos de interesse para o presente trabalho. Buscaremos achar a política ótima "*once and for all*" no caso de uma economia com dois setores com graus de rigidez de preços diferentes, que será o nosso modelo de referência. Depois, acharemos o ótimo "*once and for all*" numa economia igual a anterior, mas com a presença da dolarização, exatamente do jeito que definimos nos capítulos anteriores. Por último, buscaremos o ótimo na perspectiva atemporal num caso específico nos dois modelos (o modelo de referência e o nosso modelo). O caso específico escolhido é aquele em que o grau de rigidez de preços é o mesmo nos dois setores. Esse caso é interessante, pois assim como vimos no capítulo que trata de dilema de política monetária, a condução ótima da política monetária será bem distinta nos dois modelos. No modelo de referência, a economia "colapsa" numa economia de um setor para o gestor de política monetária, enquanto que no modelo com dolarização a existência de dois setores ainda será importante para a condução da política monetária.

5.1.

Um exemplo simples envolvendo a perspectiva atemporal na condução da política monetária

Woodford (1999) nos dá um exemplo bem intuitivo do seu conceito de ótimo. Suponha que a estrutura da economia é composta apenas por uma curva de Phillips com "*cost push shocks*" ou choques ineficientes do produto (u_t). Teríamos a seguinte curva de Phillips nessa economia:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t$$

A IS intertemporal é ignorada nesse contexto porque se supõe que a autoridade monetária pode colocar a taxa de juros nominal no nível necessário para atingir a trajetória ótima que ela deseja para a economia. Isso só é possível porque se supõe que a taxa de juros nominal pode assumir qualquer valor e, portanto, que a taxa de juros nominal pode seguir a trajetória da taxa de juros natural da economia. Isso implicará que na função de perda dessa economia não aparecerá nenhum termo referente a variância da taxa de juros nominal.

A função de perda para essa economia terá o seguinte formato:

$$L_t = \pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2$$

O problema para a autoridade monetária resolver será:

$$\min E_t \sum_{t=T}^{\infty} \beta^{t-T} [\pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2]$$

s.a

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t \quad \forall t \geq T$$

Nessa economia, existe um problema de inconsistência dinâmica ligada a presença de u_t na curva de Phillips. Isso ocorre porque u_t afeta o hiato do produto eficiente da economia. Nesse modelo u_t é um choque que afeta o poder de mercado dos produtores, pois ele altera o mark-up que os produtores podem colocar sobre seu custo marginal. Logo, o foco da análise serão esses choques afetando a eficiência da economia.

Como primeiro passo, resolvemos o problema sob a ótica do comprometimento "once and for all". Montando o Lagrangeano para esse problema, teremos:

$$\ell = E_t \sum_{t=T}^{\infty} \beta^{t-T} \left\{ \pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2 \right\} + 2\phi_t (\pi_t - \beta E_t \pi_{t+1} - \kappa x_t - u_t)$$

Derivando em relação a π_t e x_t , teremos as seguintes CPOs:

$$\pi_t + \phi_t - \phi_{t-1} = 0 \quad \text{para } t \geq T + 1$$

$$\pi_T + \phi_T = 0 \quad \text{para } t = T$$

$$\frac{\lambda}{\kappa} (x_t - x^*) = \phi_t \quad \text{para } t \geq T$$

O sistema escrito dessa forma não está pronto para ser resolvido, dado que o seu formato varia com o período do tempo em que estamos. Para resolvê-lo, transforma-se a restrição dupla de π_t em uma restrição simples impondo um valor arbitrário ao multiplicador de Lagrange anterior à data inicial do compromisso:

$$\pi_t + \phi_t - \phi_{t-1} = 0 \quad \text{para } t \geq T$$

$$\text{com } \phi_{T-1} = 0$$

Logo, chego num sistema com três equações (as duas CPOs mais a curva de Phillips) e três variáveis endógenas (π_t , x_t , ϕ_t). A inconsistência dinâmica fica clara nesse problema. Se a autoridade monetária pode renegar seus compromissos e remaximizar em cada data t , as soluções com e sem comprometimento só coincidirão se $\phi_t=0$ para todo t no ótimo com comprometimento. Isso ocorre

porque no ótimo discricionário a autoridade remaximiza em cada período, considerando dado o valor do multiplicador do período passado. Logo, seu plano ótimo só coincidirá com a solução com comprometimento quando o valor inicial do multiplicador de Lagrange for igual a zero para toda remaximização.

Quais são as condições que devem ser respeitadas no sistema acima para que $\phi_t=0$ para todo t ? Pela CPO de x_t , $\phi_t=0$ para todo t implica que $x_t=x^*$ para todo t . Já pela CPO de π_t , $\phi_t=0$ para todo t implica que $\pi_t=0$ para todo t . Porém, pela curva de Phillips $\pi_t=0$ para todo t implica que $-\kappa x_t=u_t$ para todo t . Logo, $x^*=-u_t/\kappa$ torna esse equilíbrio dinamicamente consistente. Se supusermos que $x^*=0$, então $u_t=0$ para todo t . Se u_t é um processo estocástico que viola essa hipótese, então o equilíbrio sem comprometimento não pode replicar o equilíbrio com comprometimento.

Podemos reduzir o sistema eliminando o ϕ_t usando a CPO de x_t . Fazendo as devidas substituições, teremos:

$$\pi_t + \frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*) - \frac{\lambda}{\kappa}(x_{t-1} - x^*) = 0 \text{ para } t \geq T + 1$$

$$\pi_T + \frac{\lambda}{\kappa}(x_T - x^*) = 0 \text{ para } t = T$$

Como antes, esse sistema tem equações diferentes para datas diferentes. Nesse caso, teremos que impor determinado valor arbitrário para o hiato do produto na data anterior ao início do compromisso. Essa hipótese não afeta a resolução do sistema, uma vez que o mesmo só vale a partir da data T .

Sabemos que:

$$\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*) = \phi_t \text{ para } t \geq T$$

Seria natural supor que a equação acima também vale para a data $T-1$. Como impomos que $\phi_{T-1}=0$, teríamos:

$$\frac{\lambda}{\kappa}(x_{T-1} - x^*) = \phi_{T-1} = 0 \Rightarrow x_{T-1} = x^*$$

Assim, poderíamos reescrever o sistema como:

$$\pi_t + \frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*) - \frac{\lambda}{\kappa}(x_{t-1} - x^*) = 0 \text{ para } t \geq T$$

O que implicaria que:

$$\pi_t + \frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1}) = 0 \quad \text{para } t \geq T$$

Agora estamos aptos a resolver o sistema, que terá as seguintes equações:

$$\pi_t + \frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1}) = 0 \quad \text{para } t \geq T$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t \quad \forall t \geq T$$

$$x_{T-1} = x^*$$

Podemos transformar o sistema acima numa única EDO de segunda ordem para x_t , com apenas uma condição inicial. Fazendo as contas chegaríamos na seguinte EDO:

$$E_t x_{t+1} - \left(1 + \frac{1}{\beta} + \frac{\kappa^2}{\lambda\beta}\right)x_t + \frac{1}{\beta}x_{t-1} = \frac{\kappa}{\lambda\beta}u_t$$

Dado que x_t tem uma condição inicial, o equilíbrio será determinado se o polinômio característico dessa EDO tiver uma raiz estável ($|\mu_1| < 1$) e outra instável ($|\mu_2| > 1$). O polinômio característico pode ser descrito como:

$$P(\mu) = \mu^2 - \left(1 + \frac{1}{\beta} + \frac{\kappa^2}{\lambda\beta}\right)\mu + \frac{1}{\beta} = 0$$

Pode-se mostrar que, dado as hipóteses feitas em relação aos valores dos parâmetros, esse polinômio terá uma raiz estável e outra instável. Resolvendo essa EDO utilizando o autovalor estável (resolvendo a EDO "para trás"), temos:

$$x_t = x^* \mu_1^{t-T+1} - \frac{\kappa}{\lambda} \sum_{j=0}^{t-T} \mu_1^j u_{t-j}$$

Usamos o autovalor estável na solução porque x_t é pré-determinado no modelo. Em virtude disso, a trajetória ótima de x_t será caracterizada como planos contingentes aos valores passados e correntes de u_t , a partir da data inicial T .

Onde está a inconsistência dinâmica na equação acima? Vemos que para qualquer data t genérica, a data do início do compromisso T importa na determinação de x_t . Quanto mais distante estivermos da data inicial T , isto é, quanto maior for o termo $t-T$, menor será o peso dado ao primeiro termo na equação acima $x^* \mu_1^{t-T+1}$. Esse termo é que representa a inconsistência dinâmica no modelo, pois um $x^* > 0$ significará que nas datas iniciais do compromisso o governo tenderá a produzir um hiato do produto positivo. Portanto, a dependência do valor de x_t da distância da data atual para a data inicial do compromisso ($t-T$)

implica que haverá algum grau de discricionariedade no ótimo com comprometimento "once and for all".

O que acontece nesse modelo quando nos distanciamos arbitrariamente da data inicial do compromisso T, isto é, o que acontece quando $t-T$ tende a infinito? Pela fórmula de x_t no ótimo vemos que $E_T x_t \rightarrow 0$ quando $t-T \rightarrow \infty$. Logo, apesar de termos uma curva de Phillips de longo prazo e um produto ineficiente, espera-se que assintoticamente o produto convirja para o seu nível natural (ou potencial). No começo do compromisso, o primeiro termo da expressão para x_t , ligado a inconsistência dinâmica, terá muita importância, o que mostra que o governo usará sua capacidade de causar surpresa e aumentará o hiato do produto mais fortemente nos primeiros períodos. Ao mesmo tempo o argumento assintótico mostra que com o passar do tempo o governo diminui seu grau de discricionariedade, chegando no limite (quando $t-T$ tende a infinito) a não mais usá-lo. Nota-se que a contrapartida em termos de inflação dessa trajetória do hiato do produto é o governo começar determinando inflações positivas para que no limite ele não use mais a sua influência e a inflação convirja para zero. Pode-se facilmente mostrar que a esperança em T da inflação num futuro distante (quando $t-T$ tende a infinito) converge para zero.

Argumentos similares aos anteriores mostram que no *steady state* inflação e hiato do produto são iguais a zero, dado que se assume que no *steady state* também é igual a zero. Isso não é surpreendente, dado que equilíbrios locais sempre tendem a voltar ao equilíbrio estável e, portanto, no longo prazo as pessoas esperam que a inflação e o hiato do produto se estabilizem em zero.

No ótimo com comprometimento "once and for all", o governo é esperado não querer explorar o *trade-off* da curva de Phillips no longo prazo, embora seja esperado que ele o faça no curto prazo (isto é, no começo do comprometimento, quando $t-T$ importa).

Vamos analisar o que o governo faz nesse equilíbrio ponto a ponto para compararmos com o ótimo discricionário. O governo gostaria de se comprometer com $\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1})$ sujeito à curva de Phillips. Mas o que efetivamente ocorre no primeiro "dia" do compromisso? No período inicial T, a regra ótima diz que:

$$\pi_T = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_T - x^*) \text{ para } t=T$$

Independente do valor observado para x_{T-1} . A partir da data $T+1$, o governo efetivamente implementa a inflação como uma proporção da primeira diferença observada do hiato do produto:

$$\pi_T = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1}) \text{ para } t>T$$

A "escolha" do x_t anterior a data inicial ($x_{T-1}=x^*$) será transmitida para a trajetória de x_t e π_t através do efeito de $x_{T-1}=x^*$ sobre π_T e sobre o valor de x_T necessário para implementar esse π_T , dado pela curva de Phillips. Esse efeito já estará cristalizado na regra de decisão da autoridade monetária para $t>T$. A conclusão é que no ótimo com comprometimento "*once and for all*", o governo acaba cedendo a tentação em trair na data inicial, se aproveitando do *trade-off* entre inflação e hiato do produto dado pela curva de Phillips.

Para ilustrar a afirmação acima, iremos mostrar qual seria o equilíbrio discricionário nesse modelo e concluir que no período inicial T o Banco Central age de forma discricionária no ótimo com comprometimento "*once and for all*". No ótimo discricionário, autoridade monetária maximiza a função de perda em cada ponto do tempo t considerando as expectativas dos agentes como dadas. O seu problema nesse caso será:

$$\min \pi_t^2 + \lambda(x_t - x^*)^2$$

s.a

$$\pi_t = \beta \bar{E}_t \bar{\pi}_{t+1} + \kappa x_t + u_t$$

As CPOs para esse problema serão:

$$\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*) = \phi_t$$

$$\pi_t = -\phi_t$$

Igualando as duas equações teremos:

$$\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x^*)$$

A cada dia que remaximiza, o Banco Central age como no primeiro dia do ótimo com comprometimento "*once and for all*". A diferença é que nesse caso ele tenta se aproveitar continuamente do *trade-off*, enquanto que no caso anterior ele

só fazia isso no primeiro dia. Como os agentes têm expectativas racionais, esse comportamento levará a um maior nível de inflação e do hiato do produto em equilíbrio e no *steady state*.

Substituindo o π_t escolhido pelo governo no ótimo discricionário na curva de Phillips e calculando os níveis de inflação e hiato do produto no *steady state*, teremos:

$$x = \frac{1 - \beta}{1 - \beta + \frac{\kappa^2}{\lambda}} x^* > 0$$

$$\pi = \frac{\kappa}{1 - \beta + \frac{\kappa^2}{\lambda}} x^* > 0$$

Logo, o equilíbrio discricionário uma maior inflação e um maior hiato do produto no *steady state*, fazendo com que a perda seja maior no ótimo discricionário do que no ótimo com comprometimento "once and for all". O interessante a notar é que para o primeiro período a condição de ótimo nos dois conceitos é a mesma. Isso pode trazer um problema de credibilidade para a implementação do ótimo "once and for all". Os agentes poderão ter dificuldades para discernir entre os dois tipos de governo, caso mudanças de regras sejam freqüentemente necessárias em virtude de mudanças estruturais da economia.

Dentro desse contexto é que surge o conceito de ótimo na perspectiva atemporal da condução da política monetária. Como explicado antes, esse equilíbrio supõe que o governo se comporta como se o comprometimento estivesse valendo há muito tempo. Isso seria a mesma coisa que fazer com que $T \rightarrow -\infty$ na equação de equilíbrio de x_t . Isso resultaria em:

$$\lim_{T \rightarrow -\infty} x_t = x^* \mu_1^{t-T+1} - \frac{\kappa}{\lambda} \sum_{j=0}^{t-T} \mu_1^j u_{t-j} = -\frac{\kappa}{\lambda} \sum_{j=0}^{\infty} \mu_1^j u_{t-j}$$

Logo, o governo está sempre se comprometendo com uma regra que foi ótima num passado distante. O x_t acima é solução do seguinte sistema:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t \quad \forall t \geq T$$

$$\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa} (x_t - x_{t-1}) \quad \forall t \geq T$$

sem nenhuma condição inicial para x_t !(apesar de ter uma condição de transversalidade).

O governo se compromete com a ficção de que o modelo valia num passado distante e determina os níveis de inflação e hiato do produto de acordo com isso. Vemos claramente do sistema acima que a inflação e o hiato do produto são iguais a zero no *steady state*.

Claramente não é possível para o governo fazer $x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \mu_1^j u_{t-j}$, pois ele não está apto a observar a ocorrência dos choques num passado muito distante. Porém, mostramos que se o governo estipular uma regra na qual $\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1})$ para todo t , inclusive a data inicial do compromisso, ele conseguiria reproduzir o x_t como o somatório ponderado dos choques passados, pois este x_t seria a única solução local do sistema. Logo, a inconsistência dinâmica que aparecia no período inicial no ótimo "*once and for all*" não aparece mais na perspectiva atemporal da condução da política monetária. Isso ocorre porque se o governo remaximiza em cada data, ele escolherá sempre o nível de inflação consistente com o ótimo da perspectiva atemporal, isto é, escolherá continuar fazendo $\pi_t = -\frac{\lambda}{\kappa}(x_t - x_{t-1})$ em todas as remaximizações.

A tentação a trair continua existindo, dado que a partir de qualquer data, a autoridade monetária pode abandonar a lógica da perspectiva atemporal e passar a remaximizar a partir do presente caindo no equilíbrio discricionário do primeiro período do ótimo "*once and for all*".

Num contexto em que a autoridade monetária freqüentemente tem que mudar sua regra de decisão para se adequar a mudanças estruturais da economia, o ótimo na perspectiva atemporal tem uma clara vantagem sobre o comprometimento "*once and for all*" em termos de credibilidade. A perspectiva atemporal nunca reproduz o equilíbrio discricionário enquanto que no ótimo "*once and for all*" o Banco Central age como se fosse discricionária no período inicial e essa sua ação "contamina" os níveis de inflação e hiato do produto futuros. É importante notar que essa conclusão só é válida se supusermos que os agentes raciocinam dentro da lógica da perspectiva atemporal. Caso contrário, eles podem muito bem enxergar o comportamento do governo sob a perspectiva atemporal como oportunista também.

5.2.

Política monetária ótima com comprometimento "*once and for all*"

5.2.1.

Ótimo numa economia não dolarizada com assimetria setorial

Quando a economia não possui setor dolarizado, mas tem algum choque assimétrico e graus de rigidez de preços distintos entre os setores, a estrutura da economia terá as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\pi_{et} &= \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \\ \pi_{dt} &= \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \\ x_t &= E_t x_{t+1} - \sigma \left[(R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t \pi_{et+1}) - r_t^n \right] \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt}\end{aligned}$$

Nesse caso, define-se a taxa de câmbio real simplesmente como:

$$\varepsilon_t = \frac{P_{et}}{P_{dt}}$$

E a função de perda terá o seguinte formato:

$$\hat{E}(L) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \omega_d \pi_{dt}^2 + \omega_e \pi_{et}^2 \right]$$

O Lagrangeano para o problema de minimização dessa função de perda sujeito as restrições da economia pode ser escrito como:

$$\ell = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\begin{aligned} &\lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \omega_d \pi_{dt}^2 + \omega_e \pi_{et}^2 \\ &+ 2\Theta_{1,t} (x_t - E_t x_{t+1} + \sigma ((R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t \pi_{et+1}) - r_t^n)) \\ &+ 2\Theta_{2,t} (\pi_{dt} - \beta E_t \pi_{dt+1} - \kappa_d x_t - \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)) \\ &+ 2\Theta_{3,t} (\pi_{et} - \beta E_t \pi_{et+1} - \kappa_e x_t + \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)) \\ &+ 2\Theta_{4,t} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - \pi_{et} + \pi_{dt}) \end{aligned} \right] \right\}$$

Onde $\Theta_{j,t}$ é o multiplicador de *Lagrange* dinâmico associado à restrição j no período t .

No ótimo "*once and for all*", o comprometimento é determinado a partir de uma data inicial. Isso quer dizer que o Banco Central ignora totalmente o comportamento das variáveis endógenas anteriores à data inicial do seu compromisso. Depois, veremos que na perspectiva atemporal o governo leva em conta os valores das variáveis endógenas anteriores à data inicial do seu

compromisso. É como se o compromisso firmado na data t tivesse sempre vigorado num passado distante. Isso não ocorre no presente contexto de ótimo "once and for all".

As CPOs para esse problema serão:

$$\pi_{d0} : \omega_d \pi_{d0} = -\Theta_{2,0} - \Theta_{4,0}$$

$$\pi_{e0} : \omega_e \pi_{e0} = -\Theta_{3,0} + \Theta_{4,0}$$

$$x_0 : \lambda_0 (x_0 - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,0} + \kappa_e \Theta_{3,0} - \Theta_{1,0}$$

$$\pi_{dt} : \omega_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma n_d \Theta_{1,t-1} \quad \forall t > 0$$

$$\pi_{et} : \omega_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma n_e \Theta_{1,t-1} \quad \forall t > 0$$

$$x_t : \lambda_x (x_t - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} \quad \forall t > 0$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1} \quad \forall t \geq 0$$

$$R_t : 2\Theta_{1,t} \sigma = 0 \Rightarrow \Theta_{1,t} = 0 \quad \forall t \geq 0$$

O sistema escrito da forma acima não está adequado em termos computacionais, pois o formato das equações dinâmicas depende do período do tempo em que estamos. Fazendo hipóteses simplificadoras para as condições iniciais dos multiplicadores a fim de tornar esse sistema adequado em termos computacionais. Note que, a solução independe de tais hipóteses.

Para escrevermos o modelo invariante ao período do tempo em que estamos, supomos que:

$$\Theta_{1,-1} = \Theta_{2,-1} = \Theta_{3,-1} = 0$$

Note que os multiplicadores de Lagrange dinâmicos serão variáveis endógenas relevantes nesse problema. Levando em conta as restrições da economia advindas da maximização de consumidores e produtores, podemos escrever o sistema formado pela política monetária ótima como:

$$\omega_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} \quad \forall t \geq 0$$

$$\omega_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} + \Theta_{3,t-1} \quad \forall t \geq 0$$

$$\lambda_x (x_t - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} \quad \forall t \geq 0$$

$$\lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1} \quad \forall t \geq 0$$

$$\Theta_{1,-1} = \Theta_{2,-1} = \Theta_{3,-1} = 0$$

$$\begin{aligned}\pi_{et} &= \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \quad \forall t \geq 0 \\ \pi_{dt} &= \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \quad \forall t \geq 0 \\ x_t &= E_t x_{t+1} - \sigma \left[(R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t \pi_{et+1}) - r_t^n \right] \quad \forall t \geq 0 \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} \quad \forall t \geq 0\end{aligned}$$

Para resolver esse sistema, teremos que fazer hipóteses em relação às distribuições probabilísticas dos choques que afetam essa economia e aos valores dos parâmetros. Esse modelo só poderá ser resolvido através de métodos de soluções numéricas, dado o grande número de equações e o correspondente polinômio de alto grau que ele dará origem na determinação dos autovalores do sistema. Tendo as trajetórias ótimas das variáveis endógenas podemos calcular o valor da perda para cada valor do parâmetro ω_e , que pode ser interpretado como o grau de assimetria de rigidez de preços entre os setores (quando $\omega_e = \omega_d = 0.5$, os setores têm o mesmo grau de rigidez de preço).

5.2.2.

Ótimo numa economia dolarizada com assimetria setorial

Quando a moeda externa é usada como unidade de conta por um setor da economia e como meio de troca pelas pessoas, o modelo da seção anterior tem que ser modificado para incorporar tais características.

As diferenças primordiais serão a presença de uma variável a mais no modelo, a taxa de câmbio nominal, e a mudança na definição da taxa de câmbio real, que levará em conta o fato dos preços serem cotados em diferentes moedas.

Para completarmos o modelo, suporemos que a taxa de crescimento da oferta nominal de moeda externa é exógena. A motivação para essa hipótese foi explicada no capítulo dois (seção 2.6).

A função de perda será bem parecida com a da economia sem dolarização. A única diferença estará justamente na definição da taxa de câmbio real, ε . No modelo sem dolarização ε era simplesmente o preço relativo entre os setores da economia, isto é, o quociente entre os dois subíndices de preços setoriais. No modelo com dolarização ε continua sendo o preço relativo entre os setores. A diferença é que agora os produtores do setor externo cotam seus preços em moeda externa, o que faz com que o subíndice de preços setorial tenha que ser convertido

para a moeda doméstica pela taxa de câmbio nominal. Em função disso, a taxa de câmbio nominal aparecerá na definição de ε .

O problema de minimização da função de perda, que o governo enfrenta nessa economia, pode ser escrito como:

$$\ell = E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\begin{aligned} & \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2 + \omega_d \pi_{dt}^2 + \omega_e \pi_{et}^2 \\ & + 2\Theta_{1,t} (x_t - E_t x_{t+1} + \sigma ((R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t (\pi_{et+1} + \Delta e_{t+1})) - r_t^n)) \\ & + 2\Theta_{2,t} (\pi_{dt} - \beta E_t \pi_{dt+1} - \kappa_d x_t - \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)) \\ & + 2\Theta_{3,t} (\pi_{et} - \beta E_t \pi_{et+1} - \kappa_e x_t + \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)) \\ & + 2\Theta_{4,t} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} - \pi_{et} + \pi_{dt}) \\ & + 2\Theta_{5,t} \left(m_{et} - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_t + \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n + \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (R_t - E_t d_{t+1}) - \text{choques}_t \right) \\ & + 2\Theta_{6,t} (m_{et} - m_{et-1} - \mu_{et} + \pi_{et}) \end{aligned} \right] \right\}$$

As CPOs para esse problema são:

$$\pi_{d0} : \omega_d \pi_{d0} = -\Theta_{2,0} - \Theta_{4,0}$$

$$\pi_{e0} : \omega_e \pi_{e0} = -\Theta_{3,0} + \Theta_{4,0} - \Theta_{6,0}$$

$$x_0 : \lambda_x (x_0 - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,0} + \kappa_e \Theta_{3,0} - \Theta_{1,0} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,0}$$

$$d_0 : -\Theta_{4,0} = 0$$

$$\pi_{dt} : \omega_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_d} \Theta_{1,t-1} \quad \forall t > 0$$

$$\pi_{et} : \omega_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} - \Theta_{6,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1} \quad \forall t > 0$$

$$x_t : \lambda_x (x_t - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} \quad \forall t > 0$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1} \quad \forall t \geq 0$$

$$R_t : \Theta_{1,t} \sigma = -\frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t} \quad \forall t \geq 0$$

$$d_t : -\Theta_{4,t} - \beta^{-1} \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t-1} - \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1} = 0 \quad \forall t > 0$$

$$m_{et} : \Theta_{6,t} = \beta E_t \Theta_{6,t+1} - \Theta_{5,t} \quad \forall t \geq 0$$

Faremos as hipóteses sobre as condições iniciais dos multiplicadores de Lagrange, de forma que possamos resolver o sistema. Essas condições serão:

$$\Theta_{1,-1} = \Theta_{2,-1} = \Theta_{3,-1} = \Theta_{5,-1} = 0$$

Assim sendo, as CPOs podem ser reduzidas para:

$$\pi_{dt} : \omega_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma_n \Theta_{1,t-1} \quad \forall t \geq 0$$

$$\pi_{et} : \omega_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} - \Theta_{6,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma_n \Theta_{1,t-1} \quad \forall t \geq 0$$

$$x_t : \lambda_x (x_t - x^*) = \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} \quad \forall t \geq 0$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1} \quad \forall t \geq 0$$

$$R_t : \Theta_{1,t} \sigma = -\frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t} \quad \forall t \geq 0$$

$$d_t : -\Theta_{4,t} - \beta^{-1} \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t-1} - \beta^{-1} \sigma_n \Theta_{1,t-1} = 0 \quad \forall t \geq 0$$

$$m_{et} : \Theta_{6,t} = \beta E_t \Theta_{6,t+1} - \Theta_{5,t} \quad \forall t \geq 0$$

$$\Theta_{1,-1} = \Theta_{2,-1} = \Theta_{3,-1} = \Theta_{5,-1} = 0$$

E o modelo estará completo adicionando as equações estruturais da economia:

$$\pi_{et} = \beta E_t \pi_{et+1} + \kappa_e x_t - \zeta_e (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \quad \forall t \geq 0$$

$$\pi_{dt} = \beta E_t \pi_{dt+1} + \kappa_d x_t + \zeta_d (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) \quad \forall t \geq 0$$

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma \left((R_t - n_d E_t \pi_{dt+1} - n_e E_t (\pi_{et+1} + \Delta e_{t+1})) - r_t^n \right) \quad \forall t \geq 0$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + \pi_{et} - \pi_{dt} + d_t \quad \forall t \geq 0$$

$$m_{et} = \sigma_{m_e} \sigma^{-1} x_t - \sigma_{m_e} n_d \varepsilon_t^n - \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} (R_t - E_t d_{t+1}) + \text{choques}_t \quad \forall t \geq 0$$

$$m_{et} = m_{et-1} + \mu_{et} - \pi_{et} \quad \forall t \geq 0$$

Como antes, devemos supor determinadas distribuições para os choques e determinados valores para os parâmetros a fim de resolver o sistema numericamente.

5.3.

Ótimo na perspectiva atemporal: comparando os modelos com e sem dolarização no caso em que o grau de rigidez de preços é o mesmo entre os setores

5.3.1.

Descrição do problema

Na perspectiva atemporal, a resolução do problema acima é bem parecida. A única diferença é que nesse caso não se faz hipóteses sobre as condições iniciais

dos multiplicadores de *Lagrange*. Como estamos supondo que a autoridade monetária se comporta como se o compromisso estivesse valendo há muito tempo, os multiplicadores de *Lagrange* anteriores a data inicial do compromisso também respeitarão as CPOs. Como mostrado no exemplo abaixo, isso nos permitirá isolar uma relação entre as variáveis endógenas relevantes para os nossos propósitos (aquelas que entram na função de bem-estar da economia) e tirar conclusões interessantes em relação ao nosso modelo.

Para darmos um exemplo da perspectiva atemporal, faremos uma análise dos casos com e sem dolarização quando a rigidez de preços nos dois setores é a mesma. Esse caso é interessante porque o modelo com dolarização apresenta uma diferença marcante em relação ao modelo sem dolarização. Além disso, a hipótese de simetria no grau de rigidez de preços simplifica bastante os nossos cálculos.

Como mostrado no capítulo dois, numa economia sem dolarização podemos escrever as curvas de Phillips setoriais como uma relação entre inflação agregada e hiato do produto, quando o grau de rigidez de preços é o mesmo entre os setores. Teremos então uma curva de Phillips análoga àquela de uma economia com apenas um setor:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

Para chegarmos nesse resultado basta multiplicarmos cada curva de Phillips setorial pelo respectivo tamanho da cada setor e somar os resultados.

Para facilitar as contas, suporemos que $n_d = n_e = 0.5$. Nesse caso específico, a função de perda da economia (derivada no capítulo três) pode ser escrita como:

$$L_t = \pi_t^2 + \frac{1}{4}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2 + \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2$$

Já na economia dolarizada em que os dois setores têm o mesmo grau de rigidez de preços, não teremos mais uma relação proporcional entre a inflação agregada e hiato do produto. Isso ocorre porque para medir a inflação linearizada do setor externo em termos de moeda doméstica temos que somar a depreciação da taxa de câmbio nominal à inflação externa, medida em moeda externa. Quando calculamos o índice geral de inflação linearizado aparecerá a depreciação da taxa de câmbio nominal na sua definição. Logo, quando somamos a inflação externa e doméstica multiplicadas pelos tamanhos dos respectivos setores e trazidas para uma mesma unidade de conta, chegamos na seguinte expressão:

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + n_e d_t - \beta n_e E_t d_{t+1}$$

Já a função de perda será escrita como:

$$L_t = +\frac{1}{2}(\pi_{dt}^2 + \pi_{et}^2) + \lambda_x (x_t - x^*)^2 + \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n)^2$$

Comparando os dois modelos nesse caso, concluímos que no modelo sem dolarização o ótimo irrestrito será estabilizar totalmente a inflação agregada e o hiato do produto, enquanto que a trajetória da taxa de câmbio real terá que ser aquela necessária para estabilizar a inflação e o hiato do produto. Isso ocorre porque a estrutura da economia não permite ao governo influenciar a taxa de câmbio real. Assim, apesar desta última aparecer na sua função de perda, ela não será levada em conta na hora de determinar a política monetária ótima. Ao mesmo tempo, a relação proporcional entre a taxa de inflação agregada e o hiato do produto permite ao governo estabilizar ao mesmo tempo estas duas variáveis.

Já no modelo com dolarização, o mesmo raciocínio não é mais verdadeiro. Na função de perda, a inflação geral não mais aparece de forma "isolada". Isso faz com que não seja mais ótimo estabilizar apenas inflação geral e hiato do produto. Além disso, não há mais uma relação proporcional entre inflação e hiato do produto como no caso anterior, o que implica que mesmo que fosse ótimo estabilizar a inflação geral e o hiato do produto, isso não seria possível, dada a estrutura da economia. Por fim, não é mais verdade que a autoridade monetária não tem como influenciar o valor de equilíbrio da taxa de câmbio real. Isso implicará a estabilização da taxa de câmbio real no seu nível natural será um objetivo legítimo de política monetária.

Nas seções seguintes derivaremos formalmente o plano ótimo nos casos com e sem dolarização na perspectiva atemporal.

5.3.2.

Ótimo na perspectiva atemporal no modelo sem dolarização

Como colocado acima estaremos supondo que $\alpha_d = \alpha_e$ e $n_d = n_e = 0.5$. Mostraremos que no caso sem dolarização a regra ótima para a autoridade monetária é idêntica aquela de uma economia com apenas um setor.

As CPOs para o problema do planejador central serão:

$$\omega_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1}$$

$$\omega_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} + \Theta_{3,t-1}$$

$$\begin{aligned}\lambda_x(x_t - x^*) &= \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} \\ \lambda_\varepsilon(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) &= \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1}\end{aligned}$$

No presente caso em que a rigidez de preços é simétrica entre os setores, teremos $\kappa_d = \kappa_e = \kappa$ e $\zeta_d = \zeta_e = \zeta$. Além disso, teremos $\omega_d = n_d$ e $\omega_e = n_e$. Logo as três primeiras CPOs podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}n_d \pi_{dt} &= -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} \\ n_e \pi_{et} &= -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} + \Theta_{3,t-1} \\ \lambda_x(x_t - x^*) &= \kappa(\Theta_{2,t} + \Theta_{3,t})\end{aligned}$$

Somando as duas primeiras equações e isolando $\Theta_{1,t} + \Theta_{2,t}$ na terceira equação, teremos:

$$\begin{aligned}n_d \pi_{dt} + n_e \pi_{et} &= \pi_t = -\Theta_{2,t} - \Theta_{3,t} + \Theta_{2,t-1} + \Theta_{3,t-1} \\ \Theta_{2,t} + \Theta_{3,t} &= \frac{\lambda_x}{\kappa}(x_t - x^*)\end{aligned}$$

Substituindo a última equação na penúltima, teremos:

$$\pi_t = -\frac{\lambda_x}{\kappa}(x_t - x_{t-1})$$

Essa regra ótima é exatamente igual àquela derivada numa economia com apenas um setor, onde a estrutura da economia é resumida por uma curva de Philips e uma IS. A intuição para o resultado é que como a política monetária não afeta a taxa de câmbio real e a inflação geral e o hiato do produto entram na função de perda separadamente, então o ótimo para o governo é estabilizar os dois últimos, colocando a taxa de juros nominal igual a taxa de juros natural em todos os períodos. Logo, apesar da taxa de câmbio real entrar na função de perda, ela não é um objetivo "legítimo" de política monetária.

5.3.3.

Ótimo na perspectiva atemporal no modelo com dolarização

No modelo com dolarização as CPOS serão um pouco diferentes em relação ao problema anterior. Elas serão:

$$\begin{aligned}\pi_{dt} : \omega_d \pi_{dt} &= -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma_n \Theta_{1,t-1} \\ \pi_{et} : \omega_e \pi_{et} &= -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} - \Theta_{6,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma_n \Theta_{1,t-1} \\ x_t : \lambda_x(x_t - x^*) &= \kappa_d \Theta_{2,t} + \kappa_e \Theta_{3,t} - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t}\end{aligned}$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta_d \Theta_{2,t} - \zeta_e \Theta_{3,t} - \Theta_{4,t} - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1}$$

$$R_t : \Theta_{1,t} \sigma = -\frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t}$$

$$d_t : -\Theta_{4,t} - \beta^{-1} \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t-1} - \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1} = 0$$

$$m_{et} : \Theta_{6,t} = \beta E_t \Theta_{6,t+1} - \Theta_{5,t}$$

Como antes, a simetria no grau de rigidez de preços implicará que $\kappa_d = \kappa_e = \kappa$, $\zeta_d = \zeta_e = \zeta$, $\omega_d = n_d$ e $\omega_e = n_e$ e suporemos que $n_d = n_e = 0.5$. Assim sendo, as CPOs poderão ser reescritas como:

$$\pi_{dt} : n_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_d} \Theta_{1,t-1}$$

$$\pi_{et} : n_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} - \Theta_{6,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1}$$

$$x_t : \lambda_x (x_t - x^*) = \kappa (\Theta_{2,t} + \Theta_{3,t}) - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t}$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta (\Theta_{2,t} - \Theta_{3,t}) - \Theta_{4,t} - \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t} + \beta E_t \Theta_{4,t+1}$$

$$R_t : \Theta_{5,t} = -\frac{\sigma(R-1)}{\sigma_{m_e}} \Theta_{1,t}$$

$$d_t : \Theta_{4,t} = -\beta^{-1} \frac{\sigma_{m_e}}{R-1} \Theta_{5,t-1} - \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1}$$

$$m_{et} : \Theta_{6,t} = \beta E_t \Theta_{6,t+1} - \Theta_{5,t}$$

Substituindo a antepenúltima equação na penúltima teremos:

$$\Theta_{4,t} = \beta^{-1} \sigma \Theta_{1,t-1} - \beta^{-1} n_e \Theta_{1,t-1} \Rightarrow \Theta_{4,t} = \beta^{-1} \sigma (1 - n_e) \Theta_{1,t-1}$$

Resolvendo a última equação para frente, teremos:

$$\Theta_{6,t} = -\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \Theta_{5,t+j} \Rightarrow \Theta_{6,t} = \frac{1-\beta}{\beta \sigma_{m_e} \sigma^{-1}} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \Theta_{1,t+j}$$

Retirando do sistema o multiplicador $\Theta_{5,t}$, teremos:

$$\pi_{dt} : n_d \pi_{dt} = -\Theta_{2,t} - \Theta_{4,t} + \Theta_{2,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_d} \Theta_{1,t-1}$$

$$\pi_{et} : n_e \pi_{et} = -\Theta_{3,t} + \Theta_{4,t} - \Theta_{6,t} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma_{m_e} \Theta_{1,t-1}$$

$$x_t : \lambda_x (x_t - x^*) = \kappa (\Theta_{2,t} + \Theta_{3,t}) - \Theta_{1,t} + \beta^{-1} \Theta_{1,t-1} + \sigma_{m_e} \sigma^{-1} \Theta_{5,t}$$

$$\varepsilon_t : \lambda_\varepsilon (\varepsilon_t - \varepsilon_t^n) = \zeta (\Theta_{2,t} - \Theta_{3,t}) + \left(\frac{1-\beta}{\beta} + \sigma(1-n_e) \right) \Theta_{1,t} - \beta^{-1} \sigma (1-n_e) \Theta_{1,t-1}$$

$$R_t : \Theta_{5,t} = -\frac{\sigma(R-1)}{\sigma_{m_e}} \Theta_{1,t}$$

$$d_t : \Theta_{4,t} = \beta^{-1} \sigma (1 - n_e) \Theta_{1,t-1}$$

$$m_{et} : \Theta_{6,t} = \frac{1-\beta}{\beta \sigma_{m_e} \sigma^{-1}} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \Theta_{1,t+j}$$

Somando as duas primeiras equações, teremos (supondo $nd=ne=0.5$):

$$0.5(\pi_{dt} + \pi_{et}) = -\Theta_{2,t} - \Theta_{3,t} + \Theta_{2,t-1} + \Theta_{3,t-1} + \beta^{-1} \sigma \Theta_{1,t-1} - \Theta_{6,t}$$

Sabemos da terceira equação que:

$$(\Theta_{2,t} + \Theta_{3,t}) = \frac{\lambda_x}{\kappa} (x_t - x^*) - \frac{1}{\beta \kappa} (\Theta_{1,t} - \Theta_{1,t-1})$$

Logo, teremos que:

$$\begin{aligned} 0.5\pi_t &= 0.5d_t - \frac{\lambda_x}{\kappa} (x_t - x_{t-1}) \Theta_{2,t} + \frac{1}{\beta \kappa} (\Theta_{1,t} - \Theta_{1,t-1}) - \frac{1}{\beta \kappa} (\Theta_{1,t-1} - \Theta_{1,t-2}) \\ &+ \frac{\sigma}{\beta} \Theta_{1,t-1} - \frac{1-\beta}{\beta \sigma_{m_e} \sigma^{-1}} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \Theta_{1,t+j} \end{aligned}$$

Vemos então que na trajetória de equilíbrio da inflação geral nesse caso será diferente do caso anterior. Infelizmente, não conseguimos colocar a trajetória de inflação apenas em função das variáveis endógenas relevantes da economia, pois na equação anterior aparecem os multiplicadores de Lagrange na expressão. Assim sendo, para tirarmos conclusões qualitativas em relação ao ótimo na nossa economia em comparação ao ótimo na economia sem dolarização, teríamos que resolver o modelo numericamente. Esta tarefa será deixada para a pesquisa futura.