3
Função de perda

Seguindo a metodologia de Rotemberg e Woodford (1997), derivaremos uma função de perda para a economia dos próprios microfundamentos do modelo. Nesse caso em particular essa metodologia é interessante, uma vez que numa economia dolarizada não seria claro a princípio que tipo de função de perda ad hoc teríamos que impor para esse problema.

Derivaremos a função de perda através de uma aproximação de Taylor de segunda ordem da função objetivo do consumidor representativo dessa economia, levando em conta as restrições estruturais que o tipo de economia que estamos supondo coloca sobre a trajetória das variáveis endógenas relevantes. Como a aproximação é de segunda ordem, teremos uma função de perda quadrática. Isso é interessante, uma vez que as funções de perda ad hoc supostas na literatura que avalia efeitos de bem-estar da política monetária são quadráticas também.

A utilidade do agente representativo é dada por:

$$V\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, h_t(i)\right) = U\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t\right) - \int_0^1 v\left(h_t(i), \xi_t\right)$$

Sabemos que:

$$y_t(i) = A_t f\left(h_t(i)\right) \Rightarrow h_t(i) = f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right)$$

O que implica que:

$$v\left(h_t(i), \xi_t\right) = v\left(f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right), \xi_t\right)$$

Definimos a seguinte função:

$$\tilde{v}\left(y_t(i), \xi_t\right) = v\left(f^{-1}\left(\frac{y_t(i)}{A_t}\right), \xi_t\right) = v\left(h_t(i), \xi_t\right)$$

Assim sendo, podemos escrever a utilidade do agente representativo como:

$$V\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)\right) = U\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t\right) - \int_0^1 \tilde{v}\left(y_t(i), \xi_t\right) di$$

Fazendo a expansão de Taylor de segunda ordem do primeiro termo da equação anterior, teremos[6][7]:

$$U\left(Y_t, m_{dt}, m_{et}, \xi_t\right) = U_C \bar{Y}\left\{ Y_t + \frac{1}{2} Y_t^2 \left(1 - \sigma^{-1}\right) + \sigma^{-1} g_t Y_t \right\} + t.i.p + \mathrm{O}\langle \xi^3 \rangle$$

Fazendo a expansão de Taylor de segunda ordem do segundo termo da equação anterior, teremos:

$$\int_0^1 \tilde{v}\left(y_t(i), \xi_t\right) = U_C \bar{Y} \left\{ \begin{array}{l} (1-\Theta) Y_t + \frac{1}{2}(1+\omega) Y_t^2 + \frac{1}{2}\left(\eta^{-1} + \omega\right) n_d n_e \left(Y_{et} - Y_{dt}\right)^2 \\ + \frac{1}{2} \sum_j n_j \left(\theta^{-1} + \omega\right) \mathrm{var}_i^j \, y_{jt}(i) - \sum_j n_j \left(\omega q_t + \eta^{-1} \varphi_{jt}\right) Y_{jt} \end{array} \right\} + t.i.p + \mathrm{O}\langle \xi^3 \rangle$$

Juntando os dois termos da aproximação de segunda ordem e utilizando algumas relações estruturais entre as variáveis endógenas da economia, podemos escrever a aproximação de segunda ordem da função utilidade como:

$$V\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)\right) = U_C \bar{Y} \left\{ \begin{array}{l} \left(\omega + \sigma^{-1}\right)\left(x_t - x^*\right)^2 + \left(\eta^{-1} + \omega\right) n_d n_e x_{Rt}^2 \\ + \left(\theta^{-1} + \omega\right) \sum_j n_j \, \mathrm{var}_i^j \, y_{jt}(i) \end{array} \right\} + t.i.p + \mathrm{O}\langle \xi^3 \rangle$$

Onde:

$$x_{Rt} = x_{et} - x_{dt}$$

$$x_{jt} = Y_{jt} - Y_{jt}^n$$

Da maximização estática do consumidor, sabemos que:

$$\frac{Y_{et}}{Y_{dt}} = \frac{\varphi_{et}}{\varphi_{dt}} \left(\varepsilon_t\right)^{-\eta}$$

Log-linearizando essa expressão temos:

$$Y_{et} - Y_{dt} = \varphi_{et} - \varphi_{dt} - \eta \varepsilon_t \Rightarrow x_{et} - x_{dt} = -\eta\left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)$$

Logo:

---

6 t.i.p são termos de ordem inferior a três que não podem ser afetados por política monetária e, portanto, não nos interessam.

7 Note que ao fazermos a aproximação já estamos impondo a condição de equilíbrio C=Y.

$$V\left(C_t, m_{dt}, m_{et}, y_t(i)\right) = U_C \bar{Y} \begin{Bmatrix} \left(\omega + \sigma^{-1}\right)\left(x_t - x^*\right)^2 + \eta\left(1 + \omega\eta\right) n_d n_e \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)^2 \\ + \left(\theta^{-1} + \omega\right) \sum_j n_j \operatorname{var}_i^j y_{jt}(i) \end{Bmatrix} + t.i.p + \mathrm{O}\langle \xi^3 \rangle$$

Normalizando essa aproximação de segunda ordem, fazendo as definições apropriadas dos parâmetros e ignorando os termos de terceira ordem ou superior, teremos a seguinte função de perda:

$$L_t = \lambda_x \left(x_t - x^*\right)^2 + \lambda_\varepsilon \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^n\right)^2 + \sum_j \omega_j \pi_{jt}^2$$

Onde:

$$\lambda_x = \frac{\kappa}{\theta} > 0$$

$$\lambda_\varepsilon = \frac{n_d n_e \eta \left(1 + \omega\eta\right)}{\left(\omega + \sigma^{-1}\right)} \lambda_x > 0$$

$$\omega_j = \frac{n_j \kappa}{\kappa_j} > 0$$

$$\kappa = \left(n_d \kappa_d^{-1} + n_e \kappa_e^{-1}\right)^{-1} > 0$$

Daremos agora uma intuição para os parâmetros que aparecem na função de perda. A constante κ é uma média geométrica do grau de rigidez de preços dos setores e, portanto, é uma medida do grau de rigidez de preços da economia como um todo. O parâmetro que representa o grau de rigidez de preços dos setores é o inverso da resposta da inflação setorial ao hiato do produto da economia. Quanto maior for essa sensibilidade da inflação setorial ao hiato do produto, maior será a proporção de produtores do setor que estarão aptos a responder aos diversos tipos de choques afetando os níveis ótimos de preços e, portanto, menor será a rigidez de preços do setor.

Vemos que nesse modelo, a perda depende da inflação setorial ponderada pelo peso ωj. Esse peso ω_j não coincidirá geralmente com o peso que a inflação setorial tem no índice geral de inflação da economia. O peso que a inflação setorial tem na função de perda dependerá positivamente do grau de rigidez de preço do setor ($<\kappa_j$) e positivamente do tamanho do setor ($>n_j$). Portanto, nesse modelo as inflações setoriais terão efeitos assimétricos na perda do consumidor. Essa assimetria de efeito estará positivamente relacionada com a assimetria dos setores em relação ao tamanho e ao grau de rigidez de preço.

O hiato do produto terá um peso na função de perda proporcional ao grau de rigidez de preços da economia (κ), o que é padrão na literatura que avalia efeitos de bem-estar da política monetária.

A última observação importante sobre o formato da função de perda é a presença do termo referente ao preço relativo entre os setores, que tínhamos interpretado dentro do nosso modelo como a taxa de câmbio real. A perda será proporcional aos desvios da taxa de câmbio real em relação ao seu nível sob preços flexíveis (ou nível natural). Isso ocorre porque desalinhamentos da taxa de câmbio real em relação ao seu nível natural distorcem a alocação de recursos entre os setores da economia, em relação ao que aconteceria num equilíbrio descentralizado com preços flexíveis. Logo, a política monetária deveria levar em conta tal distorção na hora de escolher sua política ótima. O peso que tal distorção terá na função de perda será proporcional a elasticidade de substituição entre os bens dos dois setores (η). A intuição é que quanto maior for essa elasticidade, maior será a distorção (maior será a mudança na demanda relativa entre os setores) causada por um dado desvio da taxa de câmbio real do seu nível natural.