

## 4. Impacto das Volatilidades sobre a Avaliação das Opções Reais

O problema de maximização do valor de um investimento irreversível, resolvido no capítulo 2, consiste na escolha do momento ideal para realizar os gastos definidos por  $I$  em troca de um projeto cujo valor presente dos fluxos de caixa  $V$ , flutua de forma estocástica ao longo do tempo, seguindo um movimento browniano geométrico. Como o tempo, em tal modelo, é contínuo, a cada instante a firma avalia se deve investir ou esperar e reconsiderar esta possibilidade posteriormente. O objetivo da firma é maximizar intertemporalmente o seu ganho líquido,  $(V-I)$ , sujeito a uma taxa de desconto  $\mu$ . Ao longo de todo o período de análise o valor corrente do projeto  $V$  é conhecido, entretanto os seus valores futuros são incertos. Isto significa que no momento de realização do empreendimento, definido por  $t^*$ , podemos observar o valor do projeto.

A resolução do problema de maximização intertemporal dos ganhos líquidos de um projeto resulta numa regra que determina a realização do investimento quando o valor corrente do projeto for superior a um valor crítico  $V^*$ , caso contrário, a firma deve aguardar. Assim, podemos constatar que a magnitude do valor crítico é crucial para o comportamento do investimento, trata-se da variável de decisão relevante, contendo toda a informação necessária. Através das análises feitas na seção 2.2, podemos constatar que o valor crítico excede o custo inicial por um *markup*, ou prêmio, refletindo o valor de se esperar por novas informações. Ao resolver o problema do investimento ótimo da firma obtemos as expressões para o valor da opção real pelo investimento  $F(V)$ , assim como a expressão para o valor crítico  $V^*$ .

Neste capítulo, estamos interessados em analisar o impacto das três *proxies* de volatilidade que possuímos para cada um dos setores sobre a avaliação de um investimento, segundo a regra estabelecida pelas equações (15)-(18). Segundo a intuição básica proposta pela metodologia de apreçamento do valor da flexibilidade, quanto maior a incerteza associada ao projeto, representada pelas volatilidades dos ativos replicantes, maior o valor de se esperar, aguardando novas informações antes de se investir.

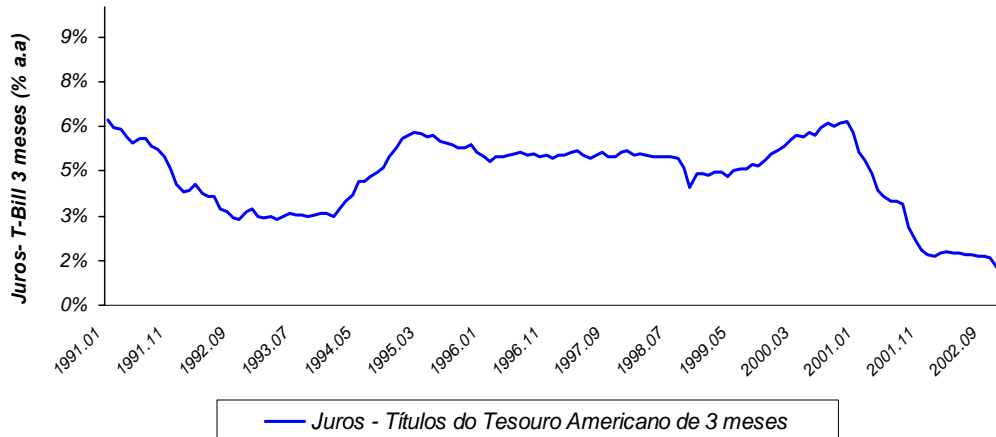
#### 4.1. Calculando os Valores das Opções Reais de um Investimento

Verificamos no capítulo anterior que, apesar de representarem riscos semelhantes, as *proxies* de volatilidade possuem níveis e variações bastante distintas em alguns períodos e semelhanças, em outros. Isto significa que em determinados períodos do intervalo de tempo escolhido para a análise sobre uma decisão de investimento uso indiscriminado de qualquer uma das *proxies* resultará no apreçamento de investimentos com características de risco diferentes. A utilização de uma determinada *proxy* para o risco de um projeto não é mais correta que a utilização de outra, elas apenas representam medidas de incertezas com interpretações distintas. Dependendo das especificações do projeto, pode ser mais apropriado a utilização de uma *proxy* em relação a outra.

Queremos verificar como essas *proxies* afetam o valor da opção real de um investimento. Para isso utilizaremos a regra para a avaliação de um investimento obtida no segundo capítulo. Podemos notar uma diferença fundamental em relação à análise tradicional das opções reais: o valor crítico ótimo do investimento é uma função das *proxies* de volatilidade que, por sua vez, estão variando ao longo do tempo. No lugar de um valor crítico específico, possuímos uma função  $V^*(\sigma(t))$  para cada *proxy* de volatilidade. Como estamos em busca de uma análise da influência das *proxies* de volatilidade de um projeto sobre a análise do valor da opção real pela flexibilidade, estamos interessados na análise dos valores das opções reais proporcionados pelas curvas de volatilidade.

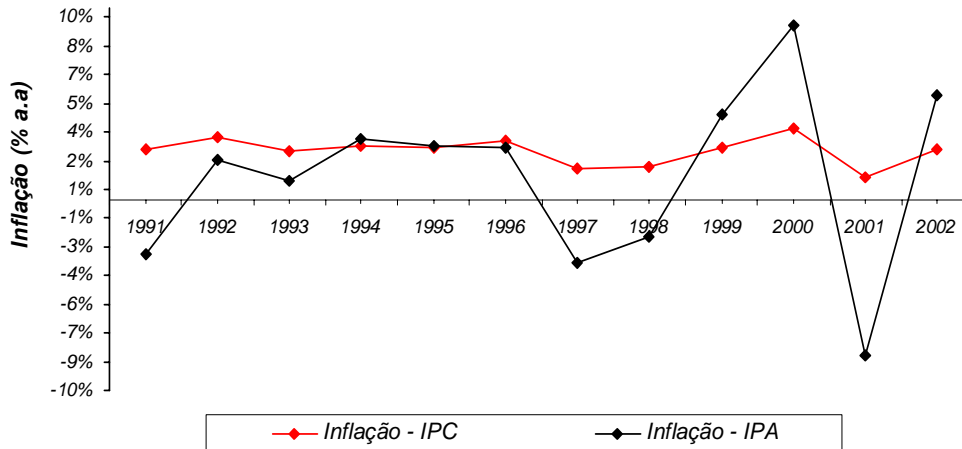
Consideramos a avaliação de um investimento com as seguintes características: suponha-se que uma firma do setor de telecomunicações e outra firma do setor de petróleo possuem uma oportunidade de investimento como uma expansão da sua área de atuação no setor através de um investimento em telefonia, móvel ou fixa, e um investimento em uma nova plataforma de perfuração, ambas caracterizadas por um custo inicial irreversível de  $I = US\$ 100 \text{ milhões}$ . A taxa de juros real sem risco utilizada nesta análise será de aproximadamente 4% ao ano, compatível com os valores das taxas de juros reais médias dos títulos do tesouro americano com maturidade de três meses durante os últimos doze anos, conforme demonstram os gráficos 4.1 e 4.2.

Gráfico 4.1: Juros dos Títulos do Tesouro Americano



Fonte: Federal Reserve Board of Governors - H.15 Release

Gráfico 4.2: Inflação Anual - EUA



Fonte: Banco Central do Brasil

Em relação à taxa de dividendos, ou o ganho de capital pela obtenção das *commodities* da carteira replicante, estaremos assumindo uma taxa de  $\delta=8\%$  para ambos os setores. A hipótese, apesar de simplificador, permite-nos uma análise comparativa, isolando somente o efeito das volatilidades sobre as opções reais, pois, afinal, trata-se de uma variável observável, podendo ser obtida sem maiores dificuldades. A taxa de dividendos paga por uma empresa ou por uma carteira de empresas pode ser calculada para o período de tempo analisado e o “ganho de conveniência” das *commodities* pode ser obtido através da relação entre o seu preço corrente e o seu preço no mercado futuro, definida por:

$$\delta = r + \frac{1}{(T-t)} \text{LN} \left( \frac{S(t)}{F(T)} \right) \quad (52)$$

A incerteza associada ao investimento é fornecida pelas curvas de volatilidade de 30, 90 180 e 360 dias das proxies dos ativos replicantes em cada um dos dois setores.

Para utilizarmos a regra de investimento estabelecida para a obtenção dos valores das opções reais de espera, denotados por  $F(V)$ , necessitamos do valor presente dos fluxos de caixa do projeto no momento do investimento. Como  $V$  segue um movimento browniano, sabemos que o seu valor na data presente será conhecido, apesar da dificuldade de realizar previsões em relação aos seus valores futuros. No momento ótimo para o investimento, definido por  $t^*$ , podemos observar o valor do projeto  $V_{t^*}$ . Nesta análise, consideramos que o valor do projeto de um investimento no setor de petróleo será 2 vezes o seu custo inicial, ou seja,  $V = US\$ 150 \text{ milhões}$ . Já um investimento no setor de telecomunicações possuirá  $V = US\$ 200 \text{ milhões}$ . O resultado de tal avaliação são as curvas para as opções reais sobre o valor do projeto expostas no apêndice B.

Para esclarecer a metodologia usada, considere-se, por exemplo, a análise de investimentos nos setores de telecomunicações e petróleo em 26/03/2001. As volatilidades dos valores futuros dos projetos nos dois setores são fornecidas pelos valores das curvas formadas pelas *proxies* de risco na data específica. De posse das volatilidades podemos encontrar os demais parâmetros para a avaliação das oportunidades de investimento:

<i>Telemar</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>	<i>Petróleo</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>
<i>30 dias</i>	65%	1.334	399.83	0.10168	<i>30 dias</i>	34%	2.029	56.61	0.00214
<i>90 dias</i>	50%	1.536	286.45	0.03131	<i>90 dias</i>	33%	2.072	55.54	0.00171
<i>180 dias</i>	54%	1.460	317.47	0.04846	<i>180 dias</i>	46%	1.619	65.70	0.01968
<i>360 dias</i>	54%	1.466	314.64	0.04679	<i>360 dias</i>	42%	1.709	62.96	0.01197
<i>Telecom Br</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>	<i>Petrobras</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>
<i>30 dias</i>	57%	1.421	337.47	0.06063	<i>30 dias</i>	45%	1.629	56.61	0.01858
<i>90 dias</i>	47%	1.600	266.58	0.21860	<i>90 dias</i>	38%	1.862	55.54	0.00521
<i>180 dias</i>	49%	1.552	281.18	0.02867	<i>180 dias</i>	40%	1.769	65.70	0.00864
<i>360 dias</i>	46%	1.609	264.16	0.02080	<i>360 dias</i>	42%	1.728	62.96	0.01079
<i>Telecom Int</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>	<i>Oil Majors</i>	$\sigma$	<i>BI</i>	$V^*$	<i>A</i>
<i>30 dias</i>	33%	2.083	192.31	0.00161	<i>30 dias</i>	21%	3.356	56.61	0.00000
<i>90 dias</i>	27%	2.538	165.03	0.00015	<i>90 dias</i>	18%	3.991	55.54	0.00000
<i>180 dias</i>	30%	2.277	178.30	0.00059	<i>180 dias</i>	23%	3.012	65.70	0.00001
<i>360 dias</i>	31%	2.243	180.48	0.00070	<i>360 dias</i>	24%	2.847	62.96	0.00003

Tabela 4.1 – Parâmetros da Regra Ótima de Investimento em 26/03/2001

O uso do valor presente líquido resultaria em uma regra de decisão, orientando o empreendedor a investir desde que  $V$  fosse pelo menos igual a *US\$ 100 milhões*, custo de implementação do investimento  $I$ . Entretanto, de acordo com os parâmetros obtidos, observamos que o investimento deve ocorrer apenas quando  $V$  superar o valor crítico, isto é, quando  $V > V^* > I$ . O valor da opção real de espera pode ser descrito por:

$$F(V) = \begin{cases} AV^{\beta_1} & \text{se } V \leq V^* \\ V - 100 \text{ milhões} & \text{se } V > V^* \end{cases}$$

Se o valor corrente do projeto for  $V = \text{US\$ } 200 \text{ milhões}$  a estratégia ótima é exercer a opção de espera e ficar com um pagamento de *US\$100 milhões*, se considerarmos como *proxy* para o risco do projeto as volatilidades de 30, 90, 180 e 360 dias da carteira internacional de telecomunicação. No caso da avaliação de um projeto no setor de petróleo, se considerarmos as volatilidades de 30, 90, 180 e 360 dias das Oil Majors a decisão ótima também será exercer a oportunidade de investimento, supondo  $V = \text{US\$ } 150 \text{ milhões}$ . Já em relação às demais volatilidades, o ótimo para o investidor é a opção de investimento permanecendo com uma opção de espera com os seguintes valores em *US\$ milhões*:

<i>Volatilidade</i>	<i>F(V) - Telemar</i>	<i>F(V) - Telecom Br</i>	<i>F(V) - Petróleo</i>	<i>F(V) - Petrobras</i>
<i>30 dias</i>	<i>119.04</i>	<i>112.91</i>	<i>56.61</i>	<i>66.15</i>
<i>90 dias</i>	<i>107.37</i>	<i>105.17</i>	<i>55.54</i>	<i>59.04</i>
<i>180 dias</i>	<i>110.78</i>	<i>106.78</i>	<i>65.70</i>	<i>61.05</i>
<i>360 dias</i>	<i>110.47</i>	<i>104.91</i>	<i>62.96</i>	<i>62.39</i>

Tabela 4.2 – Valores da Opção de Espera do Investimento em 26/03/2001

Os resultados obtidos nesta análise no dia 26/03/2001 não são particulares e, naturalmente, se estendem para os demais dias da amostra.

Podemos constatar sem dúvida que a metodologia de opções reais é superior à regra tradicional do valor presente líquido, quando avaliamos investimentos com características de irreversibilidade dos gastos operacionais e incerteza sobre os valores futuros do projeto. Entretanto, ao aplicá-la empiricamente, considerando diferentes *proxies* para a representação do risco do projeto, encontramos valores bem distintos para as opções reais de espera. O processo de decisão se torna mais complexo quando consideramos que o risco

estrutural de um investimento pode estar mudando ao longo do tempo. A própria escolha entre as diferentes *proxies* proporciona diferentes decisões sobre a implementação ou não de um projeto.

Quando aplicamos a metodologia de avaliação de ativos à realidade brasileira podemos observar a presença do risco Brasil gerando uma maior espera para o investimento, exigindo lucros substancialmente maiores para a implementação dos projetos. No exemplo acima, apesar de analisarmos apenas um dia da amostra, fica nítida a presença do prêmio de risco para um investimento de longo prazo no Brasil. A opção é exercida, resultando na realização do projeto, quando consideramos o risco tecnológico de um investimento neste tipo de indústria, representado pela carteira de empresas do setor de telecomunicações no exterior e pela carteira das *oil majors*, enquanto que a utilização da volatilidade da Telemar, da carteira de empresas de telecomunicações no Brasil e da Petrobras provocou uma maior espera como consequência de valores críticos mais elevados. Outro aspecto importante na análise é a natureza estrutural de um investimento de longo prazo, quando se escolhe as volatilidades para a representação do risco de um empreendimento. Podemos verificar uma maior volatilidade dos valores das opções reais, quando usamos as volatilidades de 30, 90 e 180 dias em relação à volatilidade de 360 dias. A volatilidade considerada na avaliação das opções reais deve excluir, na medida do possível, os movimentos de curto prazo das *proxies* de risco influenciadas pelo comportamento do mercado financeiro, afinal estamos em busca de variações estruturais de longo prazo dos projetos de investimento.

#### **4.2. Interpretando o Valor Crítico do Projeto**

Na seção anterior, para obtermos os valores das opções reais de espera, necessitamos dos valores específicos dos projetos na data de análise. Com o objetivo de tornar os resultados independentes das realizações estocásticas desta variável, estaremos avaliando o impacto das volatilidades sobre o valor crítico do projeto. Uma maior incerteza sobre projetos de investimentos provoca uma elevação dos seus valores críticos, como consequência uma quantidade menor de projetos serão realizados, depreciando o investimento agregado. O tempo de espera será necessariamente maior, afinal os projetos provavelmente só conseguirão ultrapassar o valor crítico em um período mais longo de tempo.

Existem duas interpretações para o valor crítico do projeto, definido por  $V^*$ . A primeira supõe que a firma pode escolher o valor do *mark-up* que deseja praticar, implicando numa troca entre um ganho mais elevado sobre o custo do investimento, no momento em que o projeto é realizado e uma realização mais distante deste investimento, o que significa necessariamente um menor valor presente dos fluxos de lucro do projeto. A segunda está relacionada à medida de investimento  $q$ , proposta por TOBIN (1969), pela qual os projetos devem ser realizados no momento em que o valor de mercado da firma exceder o custo de reposição do capital. Antes de avaliarmos o impacto das *proxies* de volatilidade sobre os valores críticos do projeto, faremos uma descrição destas duas interpretações para o valor crítico de um projeto.

Uma maneira de interpretar a escolha ótima para o *mark-up* estabelecido pelas firmas é examinar a troca entre os ganhos líquidos maiores, porém recebidos em um momento mais distante no futuro, sujeitos a uma taxa de desconto mais elevada. Um valor crítico maior significa que, no momento da realização do investimento, o ganho líquido será mais elevado, afinal  $V > V^* > I$ . No entanto, a probabilidade de  $V$  ultrapassar  $V^*$  será menor, o que significa necessariamente que menos investimentos serão realizados. A escolha ótima de  $V^*$  equilibra o ganho líquido obtido com um valor crítico maior com a perda imposta por uma maior taxa de desconto mais alta. Desta forma, a obtenção do valor crítico pela firma, através do exercício ótimo da sua opção pelo investimento, é análoga à escolha do preço ótimo realizada por uma firma monopolista, enfrentando uma curva de demanda negativamente inclinada, onde existe uma troca entre maior margem de lucro e menor volume de vendas. Em relação ao problema de escolha do momento ótimo para o investimento, resolvido no capítulo 2,  $V^*$  pode ser interpretado como o preço cobrado pelo monopolista;  $V^* - I$  como a margem de lucro ou *markup* e a taxa de desconto no momento do investimento;  $\mu t^*$ , como a curva de demanda. A escolha ótima de  $V^*$  é fornecida por uma fórmula envolvendo uma elasticidade do fator de desconto em relação ao valor crítico.

Consideremos um nível inicial para o projeto denotado por  $V_0$  e um valor crítico arbitrário  $V^*$ , não necessariamente o nível ótimo, tal que  $V^* > V_0$ . A firma deve esperar até o momento ótimo, definido por  $t^*$ , quando  $V(t^*) > V^*$  para realizar o investimento. O tempo  $t^*$  é uma variável aleatória e sua distribuição de

probabilidade dependerá da lei de evolução de  $V$ . Segundo o problema do investimento ótimo resolvido no capítulo 2, a firma maximiza o valor presente esperado dos seus benefícios líquidos. No momento  $t^*$  o valor presente deste benefício é definido por:<sup>1</sup>

$$E(e^{-\mu^*})(V^* - I) \quad (53)$$

O valor esperado da taxa de desconto depende tanto de  $V_0$  quanto de  $V^*$ , desta forma denotamos o fator de desconto por:

$$D(V_0; V^*) \equiv E(e^{-\mu^*}) \quad (54)$$

O valor crítico ótimo é definido por:

$$V^* (\text{ótimo}) = \arg \max D(V_0; V^*)(V - I) \quad (55)$$

Desta forma, a condição de primeira ordem para o problema da escolha do valor ótimo possui o seguinte formato:

$$D(V_0; V^*) + \frac{\partial D(V_0; V^*)}{\partial V^*} V^* = \frac{\partial D(V_0; V^*)}{\partial V^*} I \quad (56)$$

Esta condição nos diz que o valor crítico ótimo é obtido através do equilíbrio entre os benefícios marginais esperados proporcionados pelo investimento e os custos marginais esperados descontados a valor presente. Podemos reescrever a equação (56) da seguinte forma:

$$\frac{V^* - I}{V^*} = \left[ -V^* \frac{\frac{\partial D(V_0; V^*)}{\partial V^*}}{D(V_0; V^*)} \right]^{-1} = \frac{1}{\varepsilon D} \quad (57)$$

onde  $1/\varepsilon D$  significa a elasticidade do fator de desconto  $D$  em relação ao valor crítico ótimo  $V^*$ , ou seja,  $\varepsilon D \equiv -V^* \frac{\partial D}{\partial V^*} / D$ . O formato desta expressão é familiar, trata-se do *markup* ótimo de uma firma monopolista, igualando a sua receita marginal ao seu custo marginal, ou seja:

---

<sup>1</sup> Esta metodologia alternativa foi baseada em DIXIT, PINDYCK e SODAL (1997).



$$\frac{p-c}{p} = \frac{1}{\varepsilon p} \quad (58)$$

onde  $p$  é o preço,  $c$  é o custo marginal e  $\varepsilon p$  é a elasticidade da demanda enfrentada pela firma. Existe uma relação direta entre o *mark-up* ótimo da decisão sobre o investimento irreversível e a escolha de preço estabelecida por uma firma monopolista. A expressão do valor presente dos benefícios obtidos pelo valor crítico  $V^*$  é semelhante ao lucro obtido por uma firma monopolista quando o custo marginal é constante,  $(p-c)q(p)$ . Um preço mais elevado significa uma maior margem de lucro, mas necessariamente um menor volume de vendas. O equilíbrio é definido pela taxa de declínio de  $q(p)$  na medida em que  $p$  aumenta, isto é, pela elasticidade-preço da demanda. No problema do investimento, um valor crítico maior significa uma maior margem de lucro  $V^*-I$ , mas um fator de desconto  $D(V_0; V^*)$  menor. O equilíbrio da troca dependerá da elasticidade do fator de desconto em relação ao valor crítico  $V^*$ . Podemos reescrever a equação (56) da seguinte forma:

$$V^* + \frac{D(V_0; V^*)}{\frac{\partial D(V_0; V^*)}{\partial V^*}} = I \quad (59)$$

Podemos interpretar o primeiro termo,  $V^*=V(D; V_0)$ , como o inverso do fator desconto, fazendo uma analogia à demanda inversa ou função de lucro média  $p(q)$  da firma monopolista. Da mesma forma, o fator de desconto  $D(V_0; V^*)$  é análogo à quantidade, tornando o lado esquerdo da equação, o benefício marginal de um aumento em  $D$ , equivalente à função de receita marginal:

$$r'(q) = p(q) \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon p} \right] = p(q) + \frac{q}{\frac{dq(p)}{dp}} = c'(q) \quad ; \quad \varepsilon p = \frac{p}{q} \frac{dq(p)}{dp} \quad (60)$$

O valor crítico ótimo  $V^*$  e o fator de desconto correspondente  $D(V_0; V^*)$  é definido pelo ponto onde o benefício marginal  $D(V_0; V^*) + D/D_V$  se iguala ao custo do investimento  $I$ . Neste ponto, temos  $V^* > I$ , ou seja, o valor do *mark-up* incorpora um prêmio de opção pela flexibilidade ou valor da espera. Se a firma avaliasse o seu investimento através da regra do valor presente, não haveria valor associado à espera tornando  $V^*=I$ , o que necessariamente implica em um fator de desconto mais elevado.

Esta análise feita para a elasticidade do fator de desconto  $\varepsilon D$ , pode ser realizada em termos do valor da opção pelo investimento  $F(V)$ . No momento ótimo para o investimento,  $F(V^*)$  deve satisfazer às condições definidas pelas condições de fronteira, equações (13)-(15) do capítulo 2:

$$F(V^*) = V^* - I \text{ -- Value Matching (Ao investir a firma recebe } V^* - I)$$

$$F'(V^*) = 1 \text{ -- Smooth-Pasting (Condição técnica de otimização)}$$

Combinando as duas condições temos que:

$$\frac{V^* - I}{V^*} = \left[ -V^* \frac{\frac{\partial F(V^*)}{\partial V^*}}{F(V^*)} \right]^{-1} = \frac{1}{\varepsilon F} \quad (61)$$

onde  $\varepsilon F$  significa a elasticidade do valor da opção pelo investimento, em relação ao valor crítico de projeto. Quanto maior o valor crítico do projeto, menor a elasticidade do valor da espera em relação a  $V^*$ , ou seja, o valor da opção de espera é pouco sensível a mudanças no valor crítico  $V^*$ .

A aplicação desta analogia desenvolvida depende do fator de desconto  $D$ , dado o processo estocástico definido para  $V$ . Suponha que  $V(t)$  segue um processo geral de Itô definido por:

$$dV = f(V)dt + g(V)dz \quad (62)$$

Queremos encontrar o fator de desconto  $D(V_0; V^*) \equiv E(e^{-\mu t^*})$  a partir de um valor inicial  $V_0 < V^*$ , onde  $t^*$  é o momento em que  $V > V^*$ . Ao longo de um período de tempo infinitesimal  $dt$ ,  $V$  varia aleatoriamente. Desta forma, considerando que o valor  $V^*$  é obtido em  $t^*$ , simplificamos a notação do fator de desconto para  $D(V)$  temos que:

$$D(V) = e^{-\mu dt} E(D(V + dV)) \quad (63)$$

Expandindo  $D(V + dV)$  pelo lema de Itô e substituindo  $e^{-\mu t}$  por  $1 - \mu dt$ , temos:

$$dD(V) = \left( \frac{\partial D}{\partial V} f(V) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial V^2} g(V)^2 \right) dt + \frac{\partial D}{\partial V} g(V) dz \quad (64)$$

Substituindo na expressão  $D(V)(1 + \mu t) = E(D(V) + dD)$ , obtemos:

$$D(V)(1 + \mu dt) = E \left\{ D(V) + \left( \frac{\partial D}{\partial V} f(V) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial V^2} g(V)^2 \right) dt + \frac{\partial D}{\partial V} g(V) dz \right\} \quad (65)$$

$$D(V) + D(V)\mu dt = D(V) + \left( \frac{\partial D}{\partial V} f(V) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial V^2} g(V)^2 \right) dt \quad (66)$$

Desta forma,  $D(V)$  deve satisfazer a seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 D}{\partial V^2} g(V)^2 + \frac{\partial D}{\partial V} f(V) - \mu D = 0 \quad (67)$$

Esta equação deve ser resolvida respeitando as seguintes condições de fronteira:  $D(V_0; V^*) = I$  e  $D(V_0; V^*) \rightarrow 0$  quando a diferença  $V - V_0$  aumenta. Assumindo que  $V$  segue um movimento browniano geométrico do tipo  $dV = \alpha V dt + \sigma V dz$  com  $\alpha < \mu$ , onde  $f(V) = \alpha V$  e  $g(V) = \sigma V$ .

A solução da equação diferencial é dada por:

$$D(V_0; V^*) = \left( \frac{V_0}{V^*} \right)^{\beta_1} \quad (68)$$

onde  $\beta_1$  é a raiz positiva, maior que 1, obtida a partir da seguinte equação quadrática, a mesma obtida na solução do problema do investimento ótimo da firma, resolvida no capítulo 2:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + \alpha \beta - \mu = 0 \quad (69)$$

Neste caso a elasticidade do fator de desconto é fornecida pela constante  $\beta_1$ . Como consequência a fórmula do *markup* é definida pelo seu inverso:

$$\frac{V^* - I}{V^*} = \frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{\epsilon F} \quad (70)$$

de outra forma:

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I$$

Este resultado é semelhante ao *mark-up* do preço sobre o custo cobrado por um monopolista enfrentando uma curva de demanda isoelástica.

TOBIN (1969) introduziu a medida  $q$  como uma razão entre o valor dos bens de capital existentes e seu custo corrente de reposição. A idéia básica justifica o investimento, no momento em que esta razão exceder uma unidade, pois, de tal forma, ao elevar o seu estoque de capital, a firma estará aumentando seu valor de mercado. Podemos calcular esta medida para uma indústria ou para a economia através do valor de mercado agregado médio em relação ao custo médio de reposição de capital das firmas. Entretanto, a interpretação moderna para esta razão diz que a medida relevante para avaliar o investimento agregado é o valor de  $q$  marginal e não o seu valor médio. Como foi definida, a medida  $q$  estabelece uma relação entre o valor de mercado dos ativos existentes, enquanto que a medida relevante para a decisão sobre um investimento é o efeito do próximo projeto de investimento sobre o valor da firma. Para obter tal efeito devemos subtrair o custo de se exercer a opção pelo investimento do valor da firma. Segundo esta interpretação, quando uma firma exerce uma opção com valor  $F(V)$  sobre um projeto com valor  $V$ , o valor da firma deve aumentar em  $V-F(V)$  e não em  $V$ . A medida relevante deve ser a razão  $V-F(V) / I$ . Quando o valor crítico de  $q$  for maior que  $1$ , ele justifica o investimento de acordo com a condição de fronteira definida pela equação (13), isto é  $F(V^*)=V^*-I$ .

Entretanto é muito difícil medir exatamente a porção do aumento no valor de mercado de uma firma relacionada à realização de um projeto. Devido a essa dificuldade, desenvolveu-se uma definição alternativa para o valor  $q$ , chamada de valor dos ativos vigentes. Tal medida pode ser obtida através da razão entre o valor presente esperado dos lucros proporcionados pelo investimento e o seu custo de implementação. Assim,  $q$  pode ser medido por  $V/I$ . O seu valor crítico, definido por  $q^*$ , será:

$$q^* = \frac{\beta_1}{(\beta_1 - 1)} > 1 \quad (71)$$

Em alguns momentos do tempo, mudanças nas volatilidades resultarão em um valor de  $q$  medido tradicionalmente maior que um, sem necessariamente indicar uma oportunidade para o investimento.

### 4.3. Valor Crítico do Projeto Normalizado e Magnitude do Risco no Brasil

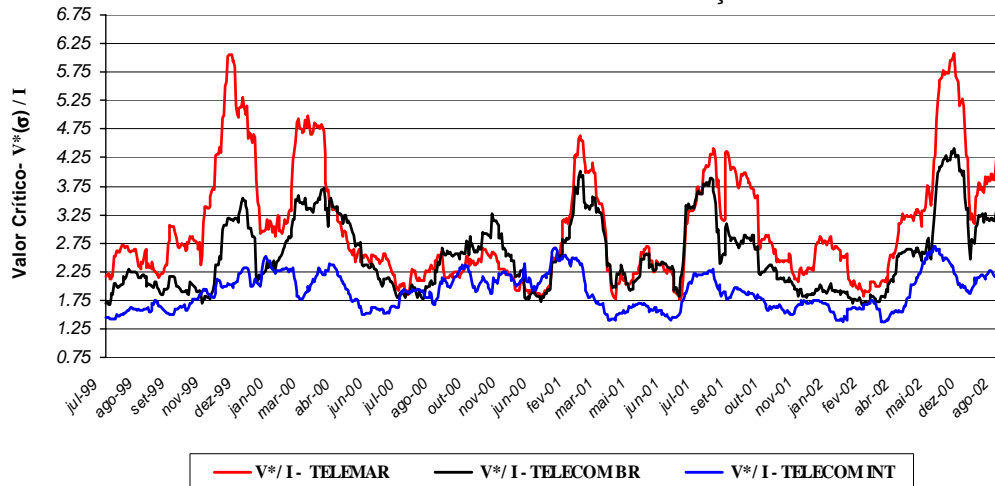
O valor crítico do projeto de investimento é uma variável fundamental para a análise do comportamento do investimento. Trata-se da variável de decisão que uma firma possui sobre a escolha dinâmica do momento ótimo para a realização de gastos irreversíveis, influenciando diretamente a implementação ou não dos projetos de investimento. Valores muito elevados indicam que uma quantidade menor de investimentos será realizada, afinal são necessários lucros substancialmente maiores para que os projetos de investimento sejam implementados. Esta maior espera indica o valor do custo de oportunidade da presença de opções de flexibilidade para a decisão do investimento. De acordo com a regra ótima desenvolvida no capítulo 2, o valor crítico do projeto é definido pela equação (16). Dividindo  $V^*$  pelo custo irreversível  $I$ , obtemos uma medida para o valor crítico como uma proporção do custo e substituindo o valor de  $\beta_I$  na equação de  $V^*/I$ , obtemos:

$$\frac{V^*(\sigma, r; \delta)}{I} = \left\{ \frac{1}{2} \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right\} / \left\{ \frac{1}{2} \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} - 1 \right\} \quad (72)$$

Esta nova variável é definida em termos de uma unidade monetária, logo os valores obtidos refletem diretamente a magnitude do *markup* de um projeto sobre o seu custo de implementação. Por exemplo, suponha que o valor crítico médio, definido por  $V^*/I$ , em uma determinada indústria é 1,5, isto significa que um projeto de investimento para ser implementado necessita de um retorno mínimo de 50% sobre o seu custo inicial. Assim, podemos realizar uma análise comparativa entre o prêmio sobre retorno necessário para se investir nos setores de telecomunicações e petróleo no Brasil em relação ao retorno necessário para a realização de projetos nos mesmos setores no mercado internacional. Estaremos definindo exatamente a magnitude do risco microeconômico de um investimento de longo prazo nestes dois setores, ou seja, o retorno extra, necessário para a realização de um investimento no país. Utilizando as mesmas curvas de volatilidade da seção anterior e considerando 4% para a taxa de juros real, livre de risco, e 8% para o valor do fluxo de caixa do projeto, obtemos as seguintes curvas

para os valores críticos do investimento como proporção do custo operacional de implementação do projeto:

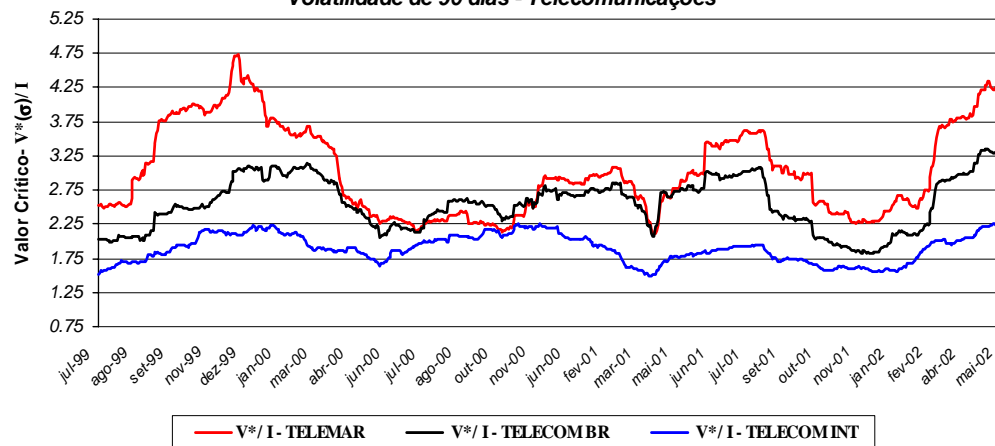
**Gráfico 4.3: Curva para o Valor Crítico do Projeto  $V^*/I$   
Volatilidade de 30 dias- Telecomunicações**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Telemar	6.07113	1.77212	2.66100	0.99974
Telecom Br	4.41537	1.65565	2.40065	0.40583
Telecom Int	2.69654	1.36532	1.86889	0.10052

Tabela 4.3 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Telecomunicações – Vol. 30 dias

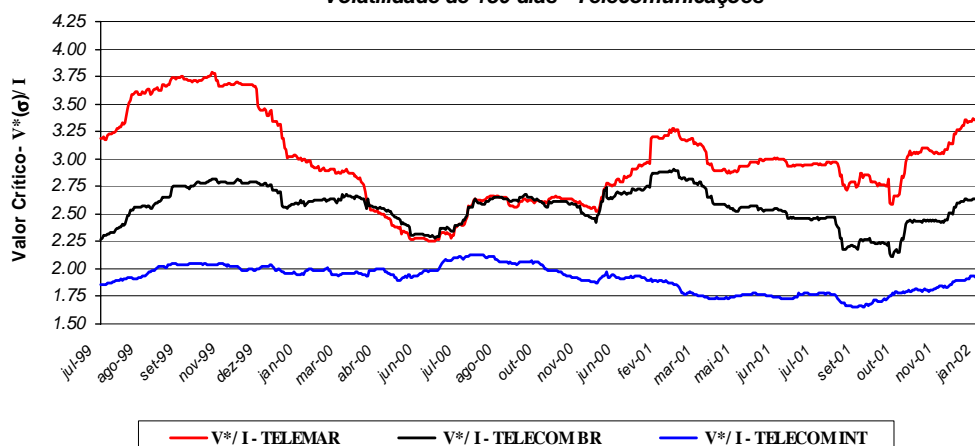
**Gráfico 4.4: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 90 dias - Telecomunicações**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Telemar	4.73916	2.12066	2.91498	0.42783
Telecom Br	3.35730	1.82275	2.56107	0.14283
Telecom Int	2.28142	1.48570	1.90299	0.04235

Tabela 4.4 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Telecomunicações – Vol. 90 dias

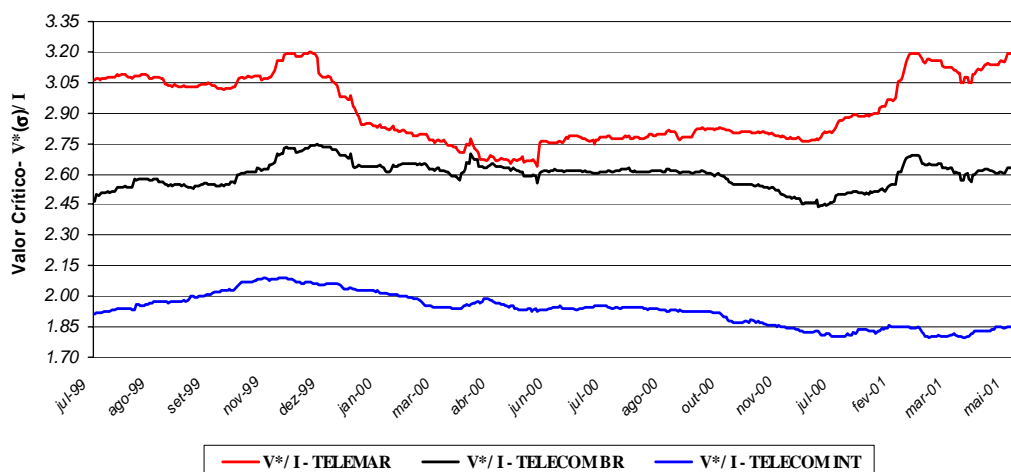
**Gráfico 4.5: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 180 dias - Telecomunicações**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Telemar	3.79237	2.25523	2.93920	0.15724
Telecom Br	2.90952	2.11135	2.58981	0.02832
Telecom Int	2.13063	1.64719	1.92924	0.01454

Tabela 4.5: Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Telecomunicações – Vol.180 dias

**Gráfico 4.6: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 360 dias - Telecomunicações**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Telemar	3.24006	2.63836	2.84066	0.02656
Telecom Br	2.74621	2.43753	2.61088	0.00407
Telecom Int	2.09205	1.79244	1.94042	0.00658

Tabela 4.6 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Telecomunicações – Vol. 360 dias

Observando as tabelas 4.3-4.6 podemos notar que os valores críticos médios são relativamente estáveis. Entretanto, se considerarmos uma medida de

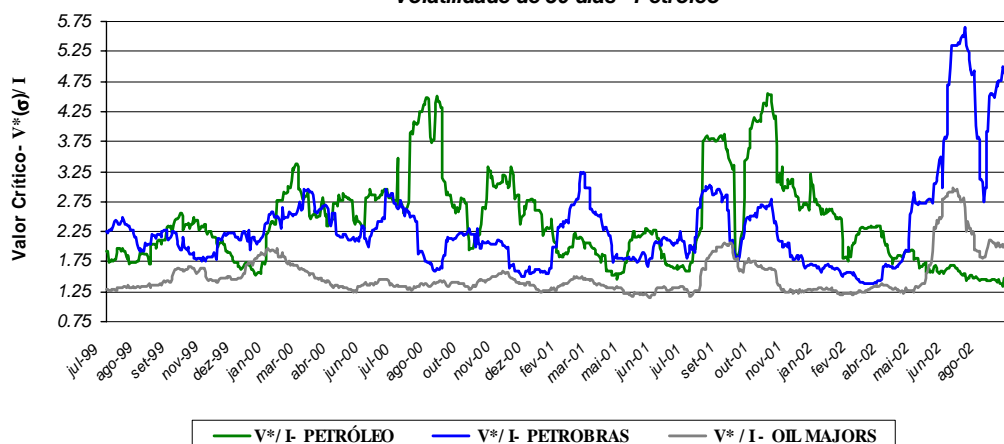
curto prazo para a análise do risco associado a um investimento com a volatilidade de 30 dias, o valor do investimento no setor de telecomunicações no Brasil deve possuir um retorno de pelo menos 4,41 vezes o seu custo de implementação para ser realizado em qualquer dia da amostra analisada. Se consideremos o risco idiossincrático de uma firma como uma aproximação para o risco de um investimento, o valor do retorno deve ser ainda maior, pelo menos 6,07 vezes maior que o seu custo de implementação. Isto significa que um empreendimento, com tais características exige como compensação um retorno de 500% sobre seu custo inicial. Se os empreendedores avaliarem as suas oportunidades, levando em consideração medidas de incerteza de curto prazo, somente projetos com elevado retorno serão implementados, resultando em uma redução da quantidade de investimentos em relação às oportunidades existentes.

Como o objeto de análise são projetos de investimento, que possuem por natureza um horizonte de risco de longo prazo, concentraremos a análise nos valores críticos relacionados às volatilidades de 360 dias. Esta medida de incerteza reflete as características estruturais de risco de um setor, excluindo as variações de curto prazo dos ativos. Podemos constatar a dimensão do risco-Brasil no setor de telecomunicações, quando comparamos os valores críticos de um investimento que possui como representante de risco uma carteira de empresas de telecomunicações no Brasil com os valores críticos de investimentos realizados no mercado internacional, no mesmo setor. O valor crítico médio para a realização de um projeto no setor de telecomunicações no mercado internacional é 1,94. Isto significa que, para a implementação de um investimento com estas características de incerteza e irreversibilidade dos gastos iniciais, o valor do presente médio dos seus fluxos de caixa deve ser pelo menos 1,94 vezes seu custo. Já em relação a um investimento no setor de telecomunicações no Brasil, o valor do *mark-up* médio sobre o custo inicial é de 2,61. A presença de valores críticos mais elevados indica claramente o prêmio de risco sobre o retorno necessário para se realizar um investimento de longo prazo no país. A magnitude da diferença dos valores críticos indica exatamente o risco Brasil de um investimento no setor de telecomunicações.

Aplicando a mesma metodologia para o cálculo dos valores críticos para um investimento no setor de petróleo, obtemos as seguintes curvas:



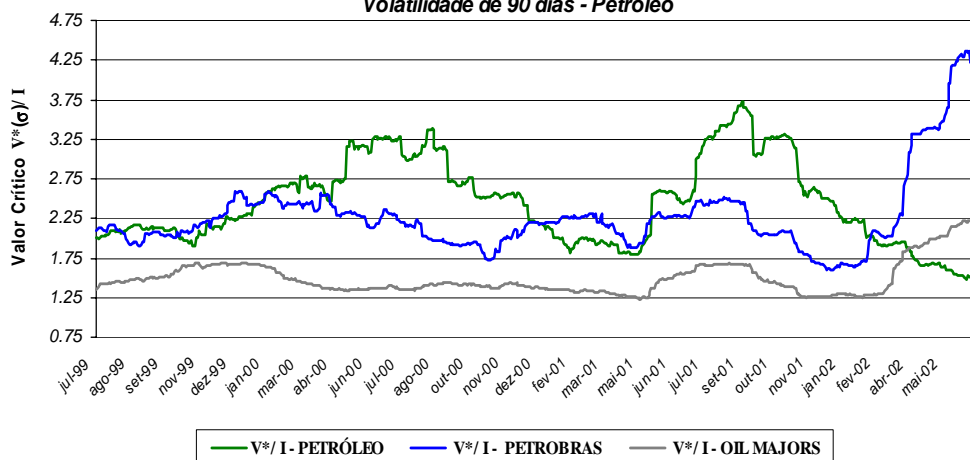
**Gráfico 4.7: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 30 dias - Petróleo**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Petróleo	4.54541	1.33476	2.29413	0.53377
Petrobras	5.65560	1.37611	2.15428	0.65844
Oil Majors	2.96836	1.15078	1.38719	0.11090

Tabela 4.7 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Petróleo – Vol. 30 dias

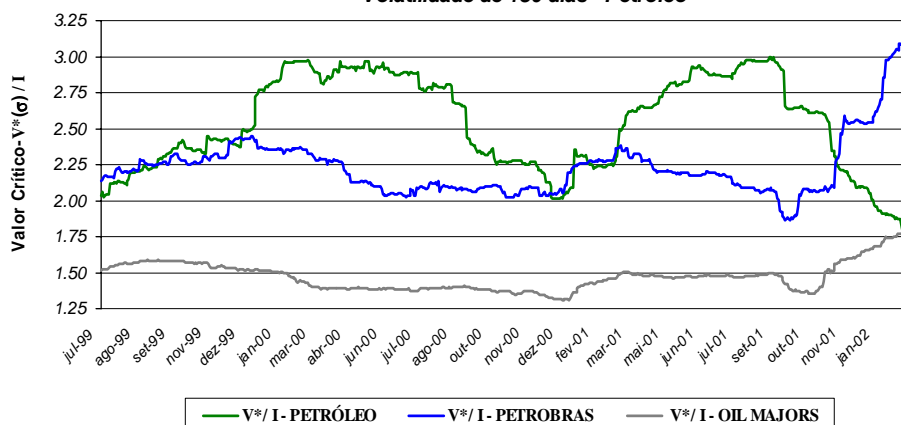
**Gráfico 4.8: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 90 dias - Petróleo**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Petróleo	3.71687	1.48147	2.45149	0.28510
Petrobras	4.36861	1.59529	2.18505	0.24649
Oil Majors	2.29503	1.23184	1.42107	0.04515

Tabela 4.8 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Petróleo – Vol. 90 dias

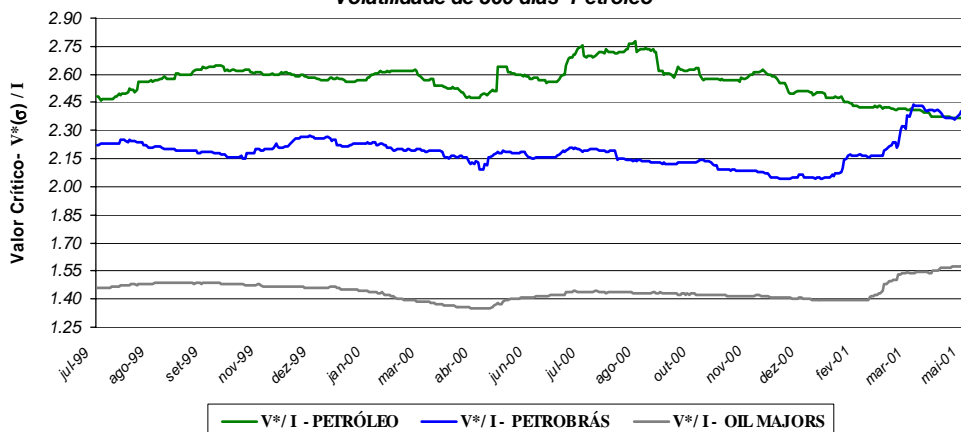
**Gráfico 4.9: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 180 dias - Petróleo**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Petróleo	2.99664	1.76466	2.60699	0.11126
Petrobras	3.19706	1.86526	2.19824	0.04588
Oil Majors	1.82032	1.30587	1.47080	0.00998

Tabela 4.9 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Petróleo – Vol. 180 dias

**Gráfico 4.10: Curva para o Valor Crítico do Projeto -  $V^*/I$   
Volatilidade de 360 dias - Petróleo**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Petróleo	2.78012	2.36512	2.57566	0.00835
Petrobras	2.52133	2.03945	2.18649	0.00737
Oil Majors	1.59516	1.34787	1.43475	0.00254

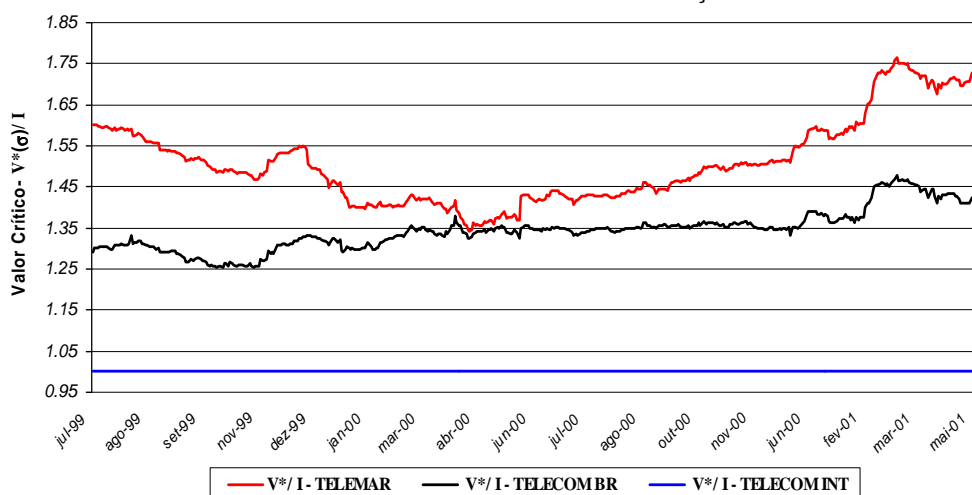
Tabela 4.10 – Estatísticas do Valor Crítico do Setor de Petróleo – Vol. 360 dias

Neste caso também podemos observar que os valores críticos médios são relativamente estáveis, mas se avaliarmos um investimento através de uma medida de incerteza de curto prazo, tal como a volatilidade de 30 dias, o valor crítico para

a implementação de um projeto neste setor no Brasil chega a alcançar 5,65 vezes seu custo inicial. A dimensão do risco no Brasil de um investimento no setor de petróleo pode ser observada através dos valores críticos obtidos pelas volatilidades de 360 dias da Petrobras e da carteira composta pelas *oil majors*. O valor crítico médio de um investimento neste setor no Brasil é 2,18 enquanto que o valor crítico de um investimento no exterior é 1,434. A dimensão do risco no Brasil gera inequivocamente uma maior espera devido à necessidade de lucros substancialmente maiores para os projetos de investimento.

Fazendo uma análise comparativa entre os dois setores, os valores médios para o *mark-up* estabelecido pela Petrobras, em relação ao *mark-up* das *oil majors*, é maior que o *mark-up* médio da carteira de telecomunicações no Brasil, em relação ao *mark-up* da carteira de telecomunicações no exterior. Como estamos analisando setores com características de estrutura de mercado distintas, tal diferença pode se manifestar em termos dos valores críticos para o investimento. O setor de petróleo no Brasil é caracterizado pelo monopólio, assim, segundo a abordagem da escolha ótima do valor crítico pela empresa, desenvolvida na seção anterior, seu *mark-up* sobre o custo operacional de um projeto é maior, em termos relativos, que o *mark-up* estabelecido pelas empresas de telecomunicações que enfrentam uma estrutura de mercado caracterizada pela concorrência entre as firmas. Como consequência, os investimentos no setor de petróleo são caracterizados por uma maior espera para a realização dos projetos, além da obtenção de lucros substancialmente mais elevados. Para verificar este fato normalizamos os valores críticos relacionados às volatilidades de 360 dias de ambos os setores, dividindo-os pelo *mark-up* de um investimento no mercado internacional. No setor de petróleo, o valor de um projeto de investimento no Brasil deve superar, na média, em 51% o valor de um projeto no mercado internacional, enquanto que no setor de telecomunicações, a diferença deve ser de 34%.

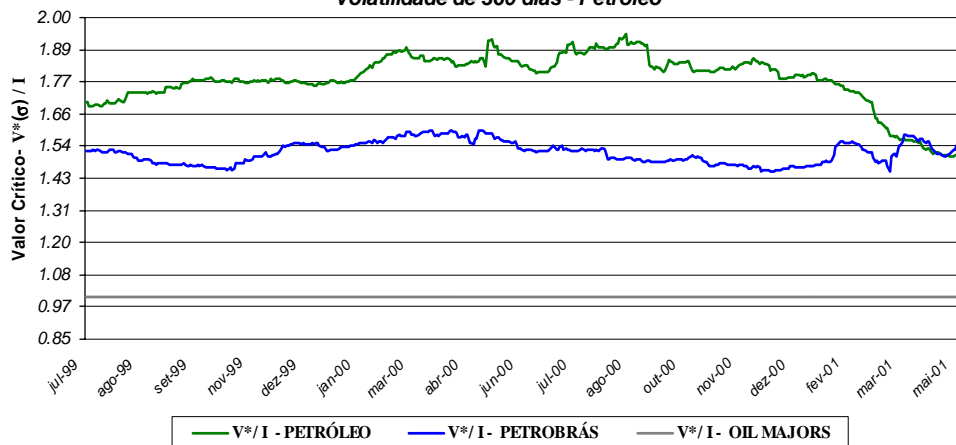
**Gráfico 4.11 Curva para o Valor Crítico do Projeto - V\*/I**  
**Volatilidade de 360 dias - Telecomunicações**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Telemar	1.76328	1.34245	1.49337	0.01067
Telecom Br	1.47778	1.25422	1.34585	0.00234
Telecom Int	1.00000	1.00000	1.00000	0.00000

Tabela 4.11 – Estatísticas do Valor Crítico Normalizado do Setor de Telecomunicações

**Gráfico 4.12: Curva para o Valor Crítico do Projeto - V\*/I**  
**Volatilidade de 360 dias - Petróleo**



$V^*/I$	Máximo	Mínimo	Média	Variância
Petróleo	1.94362	1.48667	1.78937	0.00935
Petrobras	1.59794	1.44740	1.51958	0.00155
Oil Majors	1.00000	1.00000	1.00000	0.00000

Tabela 4.12 – Estatísticas do Valor Crítico Normalizado do Setor de Petróleo

Segundo a equação (70), desenvolvida na seção anterior, o valor ótimo para *mark-up*, escolhido pelas firmas, possui uma relação com a elasticidade da opção de espera em relação ao valor crítico do investimento. Através das tabelas 4.12 e 4.13 podemos verificar que o setor de telecomunicações brasileiro possui uma elasticidade de espera média de 3,89, superior ao valor médio obtido pelo setor de petróleo, de 2,92.

<i>Elasticidade de F(V)</i>	<i>Máximo</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Média</i>
<i>Telemar</i>	2.31014	3.92016	3.02689
<i>Telecom Br</i>	3.09303	4.93360	3.89141
<i>Telecom Int</i>	-	-	-

Tabela 4.13 – Elasticidade da Opção Real do Projeto para o Setor de Telecomunicações

<i>Elasticidade de F(V)</i>	<i>Máximo</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Média</i>
<i>Petróleo</i>	2.05975	3.05479	2.26683
<i>Petrobras</i>	2.67240	3.23515	2.92462
<i>Oil Majors</i>	-	-	-

Tabela 4.14 – Elasticidade da Opção Real do Projeto para o Setor de Telecomunicações

As medidas de elasticidade podem significar a influência da estrutura de mercado sobre a escolha dos valores críticos ótimos. O setor de petróleo nacional apresenta *mark-ups* mais elevados que o setor de telecomunicações nacional, logo a Petrobras apresenta uma elasticidade do valor da sua opção de espera, em relação ao seu *mark-up*, menor que as elasticidades das empresas de telecomunicações no Brasil. De outra forma, o valor associado à espera para se realizar os investimentos no setor de petróleo é menos sensível a variações no seu *mark-up*, sendo necessário uma queda muito expressiva neste valor crítico para que a empresa realize o investimento imediatamente. O setor de petróleo proporciona a possibilidade de se esperar mais para realizar os investimento em relação ao setor de telefonia, resultando numa diminuição da quantidade de projetos implementados e estabelecendo um ganho líquido mais elevado para os investimentos realizados.

