PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Ricardo Alexandre Passos Chaves

O Método Híbrido Simplificado dos Elementos de Contorno Aplicado a Problemas Dependentes do Tempo

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências de Engenharia Civil: Estruturas.

Orientador: Ney Augusto Dumont

Rio de Janeiro

Setembro de 2003

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Ricardo Alexandre Passos Chaves

O Método Híbrido Simplificado dos Elementos de Contorno Aplicado a Problemas Dependentes do Tempo

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Ney Augusto Dumont
Presidente/Orientador
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Euclides de Mesquita Neto
UNICAMP

Prof. João Luis P. Roehl
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Raul Rosas e Silva
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Remo Magalhães de Souza
UFPA

Prof. Webe João Mansur
COPPE/UFRJ

Prof. Ney Augusto Dumont
Coordenador Setorial
do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 19 de setembro de 2003

Ricardo Alexandre Passos Chaves

Graduou-se em Engenharia Civil, pela Universidade Federal do Pará, em julho de 1997. Participou do programa especial de treinamento (PET/Civil.) nos anos de 1994 a 1997. Ingressou no curso de mestrado em Engenharia Civil da PUC-Rio no ano de 1997, atuando na área de Estruturas. Titulou-se Mestre em Ciências de Engenharia Civil: Estruturas pela PUC-Rio em abril de 1999. Participou do projeto PROBRAL/99 entre Brasil e Alemanha no ano de 1999.

Ficha Catalográfica

Chaves, Ricardo Alexandre Passos

O Método Híbrido Simplificado dos Elementos de Contorno Aplicado a Problemas Dependentes do Tempo / Ricardo Alexandre Passos Chaves; orientador: Ney Augusto Dumont. Rio de Janeiro, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, 2003.

[20]., 179 f.: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Elementos de contorno. 3. Problemas dependentes do tempo. 4. Análise numérica. I. Dumont, Ney Augusto. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Para minha amada esposa Ana Raquel
(Aninha), por acreditar nos meus sonhos e
por sonhar junto comigo.

Agradecimentos

A Deus que me permitiu concretizar mais este estudo. A quem dou graças por tudo em minha vida. Á Ele toda honra, toda glória e todo o louvor.

A minha querida esposa Ana Raquel de Mello Chaves por sonhar os nossos sonhos e incentivar nossos projetos de vida como uma só carne e um só coração.

Aos meus pais Argemiro Pessoa Chaves e Nadir Passos Chaves, por serem os melhores pais do mundo, sem os quais este trabalho jamais poderia ser realizado. Aos meus irmãos José Ricardo Passos Chaves e Raquel Passos Chaves, que juntamente com meus pais, enviaram-me tanto amor e força de vontade, que mesmo tão longe de casa, nunca deixei de sentir a presença de todos em meu coração.

Ao professor Ney Augusto Dumont, pelo conhecimento transmitido e confiança depositada na orientação deste trabalho. Agradeço principalmente pela amizade, tolerância e tranqüilidade transmitidas nos momentos mais complicados da tese.

Aos grandes amigos Antonio Miranda, Alan Wilter, e Anderson Pereira, companheiros de apartamento que conquistaram minha amizade por toda vida.

Aos grandes amigos Chan, Salete e Alexandre Lopes, que ajudaram a superar as dificuldades deste período.

A todos os meus amigos da PUC-Rio. A todos os meus amigos da Igreja Presbiteriana da Gávea.

Resumo

Chaves, Ricardo Alexandre Passos Chaves, Dumont, Ney Augusto. **O Método Híbrido Simplificado dos Elementos de Contorno Aplicado a Problemas Dependentes do Tempo**. Rio de Janeiro, 2003. 179p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O Método Híbrido dos Elementos de Contorno foi introduzido em 1987. Desde então, o método foi aplicado com sucesso a diferentes tipos de problemas de elasticidade e potencial, inclusive problemas dependentes do tempo. Esta Tese apresenta uma tentativa para consolidar a formulação simplificada do Método Híbrido dos Elementos de Contorno para a análise geral da resposta dinâmica de sistemas elásticos. Baseado em um método de superposição modal, um conjunto acoplado de equações diferenciais de movimento de alta ordem é transformado em um conjunto desacoplado de equações diferenciais de segunda ordem que podem ser integradas normalmente por meio de procedimentos conhecidos. Este método também é uma extensão de uma formulação introduzida por J. S. Przemieniecki, para a análise de vibração livre de barras e elementos de viga baseada em uma série de freqüências. O método trata estruturas restringidas, com condições iniciais não homogêneas dadas como valores nodais e também através de campos prescritos no domínio, assim como forças genéricas de massa (além de forças inerciais). Esta tese também tem por objetivo estabelecer a consolidação conceitual da aplicação da versão simplificada do Método Híbrido dos Elementos de Contorno a materiais com gradação funcional. São obtidas várias classes de soluções fundamentais para problemas de potencial dependentes e independentes do tempo, para a análise no domínio da freqüência combinada com uma técnica avançada (mencionada acima) de superposição modal baseada em séries de freqüências. Com isso, consegue-se a utilização de integrais somente no contorno mesmo para materiais heterogêneos. Apresenta-se um grande número de resultados numéricos de problemas bidimensionais, para validação dos desenvolvimentos teóricos realizados.

Palavras-chave

Elementos de contorno, elementos híbridos de contorno, problemas dependentes do tempo, materiais com gradação funcional

Abstract

Chaves, Ricardo Alexandre Passos Chaves, Dumont, Ney Augusto. **The Simplified Hybrid Boundary Element Method Applied to Time-Dependent Problems**. Rio de Janeiro, 2003. 179p. DSc. Thesis – Department of Civil Engineering, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The hybrid boundary element method was introduced in 1987. Since then, the method has been successfully applied to different problems of elasticity and potential, including time-dependent problems. This thesis presents an attempt to consolidate a formulation for the general analysis of the dynamic response of elastic systems. Based on a mode-superposition technique, a set of coupled, higher-order differential equations of motion is transformed into a set of uncoupled second order differential equations, which may be integrated by means of standard procedures. The first motivation for these theoretical developments is the hybrid boundary element method, a generalization of T. H. H. Pian's previous achievements for finite elements, which, requiring only boundary integrals, yields a stiffness matrix for arbitrary domain shapes and any number of degrees of freedom. The method is also an extension of a formulation introduced by J. S. Przemieniecki, for the free vibration analysis of bar and beam elements based on a power series of frequencies. It handles constrained and unconstrained structures, non-homogeneous initial conditions given as nodal values as well as prescribed domain fields and general domain forces (other than inertial forces). This thesis also focuses on establishing the conceptual framework for applying the simplified version of the hybrid boundary element method to functionally graded materials. Several classes of fundamental solutions for steady-state and time-dependent problems of potential are derived for a frequency-domain analysis combined with an advanced mode superposition technique based on a power series of frequencies. Thus, the boundary-only feature of the method is preserved even with such spatially varying material property.Several numerical examples are given in terms of an efficient patch test for irregular bounded, unbounded and multiply connected regions submitted to high gradients.

Keywords

Boundary element methods ; hybrid boundary element method, time-dependent problems, functionally graded materials.

Sumário

Lista de figuras

Lista de Símbolos

Caracteres latinos:

A	Matriz quadrada não-singular arbitrária
b_m, **b**	Vetor de deslocamentos do sistema interno equivalentes ao campo de deslocamentos referentes às forças de massa
C, C_1, C_2, C_3	Constantes arbitrárias
C_{sm}, **C**	Matriz de constantes de corpo rígido
$\mathbf{C}^r$	Matriz de constantes de corpo rígido relacionada a u^r_{is}
$\mathbf{C}^*$	Matriz de constantes de corpo rígido relacionada a u^*_{im}
$\mathbf{C}_w$	Matriz de constantes de corpo rígido obtida a partir de **W**
$\mathbf{C}^r_w$	Matriz de constantes de corpo rígido relacionada a u^r_{is} obtida a partir de **W**
$\mathbf{C}^*_w$	Matriz de constantes de corpo rígido relacionada a u^*_{im} obtida a partir de **W**
c_s, **c**	Vetor de constantes de corpo rígido
c^p_r, $\mathbf{c}^p$	Vetor de constantes de corpo rígido relacionado a u^p_i
$\mathbf{c}_w$	Vetor de constantes de corpo rígido obtido a partir de **W**
$\mathbf{c}^p_w$	Vetor de constantes de corpo rígido relacionado a u^p_i obtido a partir de **W**
$C_{ijk\ell}$	Tensor da relação constitutiva
d_m, **d**	Deslocamentos nodais do sistema externo
d^*_m, $\mathbf{d}^*$	Deslocamentos nodais equivalentes do sistema interno
E	Projetor ortogonal
$\overline{F}_i$	Forças de massa prescritas
F_{mn}, **F**	Matriz de flexibilidade do sistema interno
$\overline{\mathbf{F}}$	Matriz de flexibilidade no sistema interno para meio infinito
$\overline{\mathbf{F}}_\infty$	Matriz de flexibilidade no sistema interno avaliada em Γ_∞

G	Módulo de elasticidade transversal
H_{mn}, $\mathbf{H}$	Matriz de incidência cinemática
$\overline{\mathbf{H}}$	Matriz de incidência cinemática para meio infinito
$\overline{\mathbf{H}}_\infty$	Matriz de incidência cinemática avaliada em Γ_∞
K_{ij}	Constante potencial
K_{mn}, $\mathbf{K}$	Matriz de rigidez do sistema externo
$\overline{\mathbf{K}}$	Matriz de rigidez do sistema externo para meio infinito
p_m, $\mathbf{p}$	Vetor de forças nodais equivalentes
p_m^*, $\mathbf{p}^*$	Vetor de forças singulares
p_{im}^*	Função de transformação de forças referente à solução fundamental
$\overline{\mathbf{p}}$	Vetor de forças nodais equivalentes para meio infinito
$\overline{\mathbf{p}}_\infty$	Vetor de forças nodais equivalentes avaliado em Γ_∞
q_i	Gradientes
q_{im}^*	Função de transformação de gradientes referente à solução fundamental
q_i^a	Função auxiliar de gradientes
q_{im}^{a*}	Função auxiliar de gradientes referentes a solução fundamental
r	Raio
r_s, $\mathbf{r}$	Vetor dos parâmetros de corpo rígido
t_m, $\mathbf{t}$	Vetor de forças nodais do sistema externo, equivalentes às forças de massa
T_i	Componentes do vetor de forças de superfície
$\overline{T}_i$	Forças de superfície prescritas
T_i^*	Forças de superfície referentes à solução fundamental
u_i	Vetor de deslocamentos
$\overline{u}_i$	Deslocamentos prescritos
u_i^*	Deslocamentos referentes à solução fundamental
u_i^p, $\mathbf{u}^p$	Deslocamentos referentes à solução particular da equação de equilíbrio
u_i^{*n}	Deslocamentos totais referentes às forças de massa

u_{ij}	Funções de interpolação de deslocamentos
u^{*}_{im}	Função de transformação de deslocamentos referente à solução fundamental
u^{r}_{is}, $\mathbf{u}^{\mathbf{r}}$	Funções arbitrárias de corpo rígido
u^{a}_{kr}, $\mathbf{u}^{\mathbf{a}}$	Função auxiliar de deslocamentos
u^{a*}_{km}	Função auxiliar de deslocamentos referentes a solução fundamental
$\mathbf{U}^{*}$	Matriz dos valores de u^{*}_{im} avaliados nos pontos nodais
$\mathbf{U}^{\mathbf{r}}$	Matriz dos valores de u^{r}_{is} avaliados nos pontos nodais
$U_0(\varepsilon_{ij})$	Densidade de energia interna de deformação
$U^{C}_{0}(\sigma_{ij})$	Densidade de energia interna na forma complementar
$U^{*C}_{0}(\sigma_{ij})$	Densidade de energia interna na forma complementar, referente ao sistema interno
$\mathbf{V}$	Matriz cujas colunas formam a base ortonormal das forças singulares que correspondem a forças nodais equivalentes nulas
$\tilde{\mathbf{V}}$	Matriz cujas colunas formam uma base das forças singulares que correspondem a forças nodais equivalentes nulas
$\mathbf{W}$	Matriz cujas colunas formam a base ortonormal dos deslocamentos de corpo rígido
w^{r}_{is}, $\mathbf{w}^{\mathbf{r}}$	Funções de corpo rígido associadas a **W**
x	Coordenadas cartesianas
$\mathbf{X}$	Matriz cujas colunas formam uma base dos deslocamentos de corpo rígido
y	Coordenadas cartesianas

Caracteres gregos:

Δ_{im}	Delta de Dirac
Φ	Função potencial
Γ	Contorno arbitrário
$\bar{\Gamma}$	Contorno arbitrário para meio infinito
Γ_{∞}	Contorno arbitrário no infinito

Γ_u	Região do contorno onde se têm deslocamentos prescritos
Γ_σ	Região do contorno onde se têm forças prescritas
Π	Energia potencial total
Π_g	Forma generalizada da energia potencial total
Π_R	Potencial de Hellinger-Heissner
Ω	Domínio do corpo elástico
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ε_{ij}	Deformações
γ	Matriz de transformação
η_j	Cosenos diretores de um elemento de superfície
λ_{ij} , λ_i	Multiplicadores de Lagrange
ν	Coeficiente de Poison
π	Constante
θ	Potencial
θ^*_m	Função de transformação de potencial referente à solução fundamental
θ^r	Função potencial arbitrária que denota deslocamento de corpo rígido
θ^a	Função auxiliar de potencial
σ_{ij}	Tensões normais
σ^*_{ij}	Tensões referentes à solução fundamental
σ^{*n}_{ij}	Tensões totais referentes às forças de massa
σ^{*p}_{ij}	Tensões referentes à solução particular da equação de equilíbrio
σ^*_{ijm}	Função de transformação de tensões referente à solução fundamental
σ^a_{ijr}	Função auxiliar de tensões
σ^{a*}_{ijm}	Função auxiliar de tensões referentes a solução fundamental
σ^{ap}_{ij}	Função auxiliar de tensões referentes a solução particular
τ_{ij}	Tensões cisalhantes
ξ	Coordenadas paramétricas
ρ	Densidade do material