

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Mike Pessanha Valente**

**Projeto de dispositivo piezoelétrico para  
geração de energia**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Igor Braga de Paula  
Coorientador: Daniel Ramos Louzada

Rio de Janeiro  
Novembro de 2019

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria primeiramente de agradecer a Deus por todas as oportunidades que recebi na minha vida. Aos meus pais, Edison e Márcia, por sempre me incentivarem a estudar e se desdobrarem para que eu me preocupasse apenas com meus estudos, sem eles minha graduação não seria possível. A minha irmã, Mellany, que é também é uma das minhas melhores amigas e sempre me apoiou. A minha namorada Vitória, que esteve ao meu lado em boa parte da graduação e sempre me motivou a vencer meus desafios e sempre me consolou nos momentos difíceis. A estes, gostaria de agradecer pela compreensão da minha ausência em muitos momentos devido a afazeres acadêmicos.

Gostaria também de agradecer ao governo federal responsável pela implementação do Prouni, que me deu a oportunidade de estudar na PUC sem custos, sem essa bolsa de estudos eu não conseguiria custear minha graduação. Ao FESP, por me conceder auxílio alimentação e xerox durante toda minha graduação.

Ao meu orientador, Daniel Louzada, que sempre esteve disposto a me ajudar neste trabalho, tirando minhas dúvidas com toda paciência. A meu orientador, Igor Braga, que foi meu orientador durante anos de iniciação científica e me ensinou muitas durante minha trajetória na PUC, me motivando a buscar desafios e sempre me inspirando.

A todos meus professores, desde o ensino fundamental até o superior. A todos os funcionários da PUC, principalmente do departamento de engenharia mecânica.

A todos meus amigos que conheci na faculdade e tornaram meus dias melhores. Principalmente aos amigos que fiz nos primeiros períodos e que estão ao meu lado até hoje: Amanda, Paulo, Nicole, Rafael, Igor, Letícia, Matheus, Elizaldo, Millhouse, Mariana, Thais, Caipira, Alessandro, Jéssica, Isabela e Flávio.

## **RESUMO**

### **Projeto de dispositivo piezoelétrico para geração de energia**

O mundo está passando por uma crise ambiental em que o maior causador é o homem. O excesso de emissão de gases do efeito estufa (GEE) ocasionam, entre outras consequências, o fenômeno do aquecimento global. Um dos maiores contribuintes para emissão de GEE é o setor de energia. A principal fonte de energia do mundo é o carvão mineral e sua queima é mais poluente do que a do petróleo. Seguindo o pensamento de desenvolvimento sustentável, nas últimas décadas muitas tecnologias de energia renovável têm sido desenvolvidas, porém a maioria só é viável dependendo das características geográficas do local a ser instalado. Neste projeto, baseado nos estudos de colheita de energia, será feita a simulação de um dispositivo piezoelétrico composto por piso, calços e materiais piezoelétrico, que tem a capacidade de converter tensão mecânica em elétrica e vice-versa. Através desse dispositivo, a tensão gerada pela força

dos pedestres ao caminhar pelo piso será convertida em tensão elétrica e transformada em energia útil que possibilita a alimentação de equipamentos de baixa potência, ao invés de ser dissipada como normalmente acontece. Esse tipo de energia não necessita de nenhum parâmetro ambiental específico no local a ser instalado, apenas de um grande fluxo de pessoas.

Palavras chaves: piezoelectricidade. colheita de energia. sustentabilidade.

**ABSTRACT**

## **Development of a digital microscopy system for automatic classification of hematite types in iron ore**

The world is going through an environmental crisis and the main responsible is the man. The excess of greenhouse gas (GHG) emission leads, among other consequences, to the global warming phenomenon. One of biggest contributors in the emission of GEE is the energy sector. The main energy source in the world is the coal and its burn is more pollutant than petroleum-based sources. Following the mindset of sustainable development, in last decades, many technologies based on renewable energies have been developed. However, most of them is only feasible depending on the geographic characteristics of the site in which they would be installed. In this project, based on studies of harvest energy, it will be performed the simulation of a piezoelectric device composed by floor, calcium and piezoelectric materials, which have the capacity to convert mechanic in electric tension and vice-versa. In this device, tension generated by the force exerted by pedestrians while walking will be converted in to an electric tension. Posteriorly, this tension will be transformed in an useful source of energy that will enable the alimentation of low power equipments, instead of being dissipated as it usually happens That type of energy does not required any specific environmental parameter in site to be installed, only of a big flux people is needed.

Key-words: piezoelectricity, energy harvesting, sustainable

## Sumário

1 Introdução	10
1.1. Contexto Ambiental (isso pode ser descrito como parte da introdução)	10
1.2. Revisão Bibliográfica	12
1.2.1. Colheita de Energia para Sensores	13
1.2.2. Colheita de Energia em Estradas	14
1.2.3. Colheita de Energia de Pedestres	16
1.3. Objetivo	17
2 Fontes de Energia	18
2.1. Fontes de Energia Renováveis	21
2.2. Efeito Piezoelétrico	22
2.2.1. Parâmetros eletromecânicos	24
3 Modelo Teórico e Simulação Computacional	27
3.1. Modelo teórico da pisada	27
3.2. Simulação Mecânica (ANSYS)	30
4 Energia gerada e viabilidade	37
4.1. Caracterização do PZT	37
4.2. Geração de Energia	39
5 Conclusão	42
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	44

## Lista de figuras

Figura 1 - Em (a) Consumo de energia e em (b) crescimento da população brasileira 1990-2016. Fonte: IEA .....	11
Figura 2 - Emissões de gases estufa por setores da economia (IPCC,2014) .....	11
Figura 3 – Cenários de concentração de CO <sub>2</sub> e impacto na temperatura do planeta	12
Figura 4 - Pisos da Pavegen na Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colômbia. ...	17
Figura 5 - Em (a) a matriz Energética no Brasil e em (b) no Mundo. Fonte:MME ....	19
Figura 6 - Em (a) Matriz Elétrica no Brasil e em (b) no Mundo. Fonte:MME .....	20
Figura 7 - Investimento em energia renovável pelo mundo.....	21
Figura 8 – a) Antes da Polarização e b) Após a Polarização[27] .....	23
Figura 9- a) Modo extensional 31, b) Modo de compressão 31 e c) Modo de cisalhamento 15 .....	25
Figura 10 - Ângulos $\varphi$ e $\theta$ durante um passo .....	28
Figura 11 - Componentes da força durante um passo .....	29
Figura 12 - Componentes da força em relação a theta .....	29
Figura 13 - Arranjos testados .....	30
Figura 14 - Análise das malhas utilizadas nas simulações .....	31
Figura 15 - Flexão do piezocerâmico .....	33
Figura 16 - Deformações em m: a) Arranjo 1; b) Arranjo 2; c) Arranjo 3 .....	33
Figura 17 - Parte de cima da placa .....	34
Figura 18 - Placas com 4 (a), 5 (b) e 6 (c) fileiras. ....	34
Figura 19 - Tensões nos calços das placas com 4 (a), 5 (b) e 6 (c), fileiras. ....	35
Figura 20 - Dispositivo montado.....	36
Figura 21 - Voltagem x Deformação.....	38
Figura 22 - Quantidade de artigos escritos sobre.....	42

**Lista de tabelas**

Tabela 1 - Elemento usados na malha, Voltagem calculada, diferença entre resultados  
.....32





# 1 Introdução

## 1.1. Contexto Ambiental (isso pode ser descrito como parte da introdução)

O início do século XXI e final do anterior, apontaram para crescentes preocupações com relação à influência humana no planeta. Hoje em dia, é cada vez mais recorrente estudos que abordam o tema ambiental, apontando para diferentes fatores geradores para essa crise. Dentre os mais relevantes podem-se destacar as emissões de gases responsáveis pelo efeito estufa na atmosfera (GEE), o desmatamento das florestas e a poluição do ar, terra e água. Como consequência da elevação desses fatores, observa-se uma tendência de elevação da temperatura global [1].

As emissões de gases estufa provocada de forma artificial pela ação do homem, aumentaram abruptamente de 1970 até 2010 (tendo um aumento significativo no século XXI). Enquanto a média de emissões de CO<sub>2</sub> no ano de 2010 foi de 49,0 GtCO<sub>2</sub>, a média anual durante os períodos de 2000 até 2010 e de 2070 até 2000 foram, respectivamente, iguais à 1,0 GtCO<sub>2</sub> e 0,4 GtCO<sub>2</sub>. Esses valores de emissões de CO<sub>2</sub> indicam uma aceleração na elevação de CO<sub>2</sub> na atmosfera elevando o risco de um aquecimento global acima de 2 °C até meados de 2050.

Estima-se que emissões de CO<sub>2</sub> proveniente de processos de combustão de combustíveis fósseis e processos industriais foram responsáveis por cerca de 78% do aumento registrado na concentração de dióxido de carbono entre 1970 e 2010. Outro indicador da influência humana nesta questão é a constatação de que aproximadamente metade das emissões de CO<sub>2</sub> observadas entre 1750 e 2010 (260 anos) são equivalentes à emissão do período entre 1970 e 2010 (30 anos), dados obtidos no *Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) [2].

Segundo o relatório do IPCC, a maior contribuição para a emissão dos GEE vem do setor de energia (Figura 1a). Nesse cálculo são considerados todos os processos, desde a extração de combustíveis fósseis até os processos de distribuição de energia.

Enquanto a demanda de energia tende a aumentar tanto devido aos avanços científicos e consequente disseminação no uso de tecnologias e máquinas, quanto ao aumento da população mundial, uma grande parte da matriz energética do mundo é gerada por meio de petróleo, gás

natural e carvão mineral, que além de emitirem GEE, são fontes esgotáveis. A figura 1b mostra a evolução do consumo de energia e a população no Brasil de 1990 a 2016.



Figura 1 - Em (a) Consumo de energia e em (b) crescimento da população brasileira 1990-2016. Fonte: IEA

Existem vários procedimentos e/ou aperfeiçoamentos tecnológicos que podem ser levados em consideração visando redução das emissões de dióxido de carbono produzidos pelo setor de energia. Dentre eles, alguns dos mais relevantes são: aprimoramentos para maximizar a eficiência energética de equipamentos; substituição de fontes de energia tradicionais por alternativas de baixa emissão GEE e captura e armazenamento de CO<sub>2</sub> (CCS). Apesar disso, o relatório do IPCC estima que as emissões cresçam de 14.4 GtCO<sub>2</sub> para de 24 a 33 GtCO<sub>2</sub> em 2050, o que gera um alerta para um problema ainda sem solução (Figura 2).

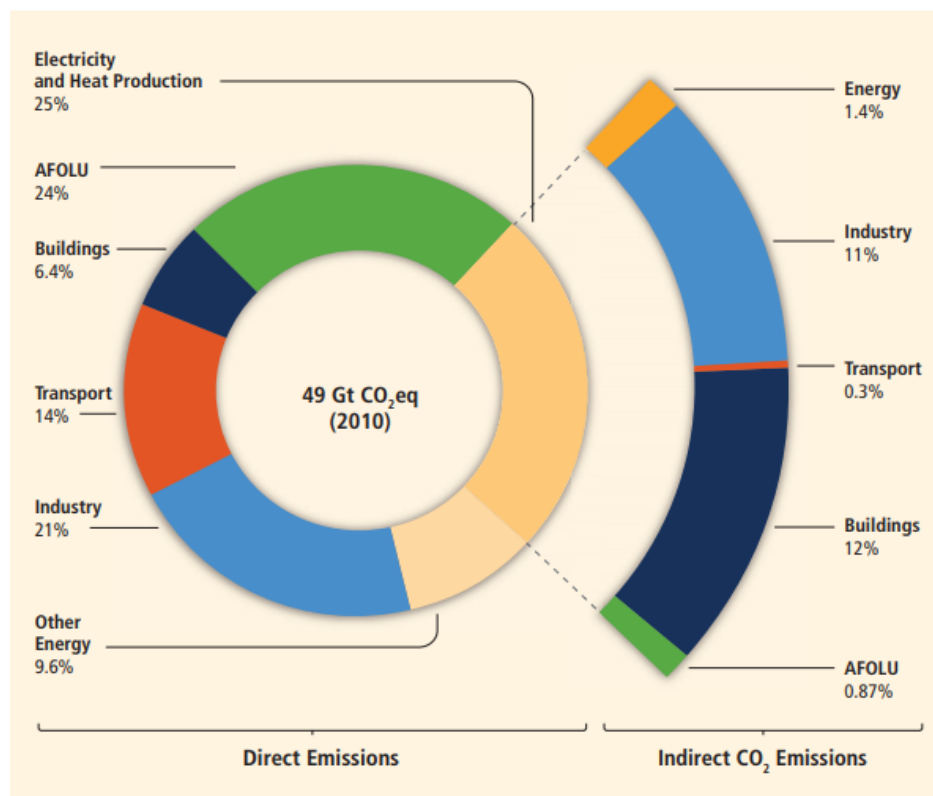


Figura 2 - Emissões de gases estufa por setores da economia (IPCC,2014)

Ainda segundo o relatório do IPCC de 2014, este apresenta simulações com diferentes cenários, mostrando como de mudanças nas emissões de gases estufas até o fim do século se desenvolvem e como estas influenciam na elevação da temperatura média do planeta da Terra. Segundo o estudo, o efeito estufa deve gerar uma elevação da temperatura média do planeta em 2100 de até 2,8°C se houver uma redução de 41% a 72% das emissões até 2050 e de 78% a 118% até 2100. Porém, se não houver mudanças significativas, a projeção de aumento é de 4°C. Esse aumento causaria o degelo de geleiras, ocasionando a elevação dos oceanos e dificultando a vida vegetal e animal (da forma como se apresenta hoje em dia) nessas regiões. Tal elevação dos níveis do oceanos tornaria países com territórios abaixo do nível do mar vulneráveis a inundações [2,3]. Alguns dos cenários projetados no relatório da IPCC são mostrados na Figura 3.

CO <sub>2</sub> eq Concentrations in 2100 [ppm CO <sub>2</sub> eq] Category label (concentration range) <sup>9</sup>	Subcategories	Relative position of the RCPs <sup>5</sup>	Cumulative CO <sub>2</sub> emissions <sup>3</sup> [GtCO <sub>2</sub> ]		Change in CO <sub>2</sub> eq emissions compared to 2010 in [%] <sup>4</sup>		Temperature change (relative to 1850–1900) <sup>5,6</sup>				
			2011–2050	2011–2100	2050	2100	2100 Temperature change [°C] <sup>7</sup>	Likelihood of staying below temperature level over the 21st century <sup>8</sup>			
								1.5 °C	2.0 °C	3.0 °C	4.0 °C
< 430	Only a limited number of individual model studies have explored levels below 430 ppm CO <sub>2</sub> eq										
450 (430–480)	Total range <sup>1,10</sup>	RCP2.6	550–1300	630–1180	–72 to –41	–118 to –78	1.5–1.7 (1.0–2.8)	More unlikely than likely	Likely	Likely	Likely
500 (480–530)	No overshoot of 530 ppm CO <sub>2</sub> eq		860–1180	960–1430	–57 to –42	–107 to –73	1.7–1.9 (1.2–2.9)	Unlikely	More likely than not		
	Overshoot of 530 ppm CO <sub>2</sub> eq		1130–1530	990–1550	–55 to –25	–114 to –90	1.8–2.0 (1.2–3.3)		About as likely as not		
550 (530–580)	No overshoot of 580 ppm CO <sub>2</sub> eq		1070–1460	1240–2240	–47 to –19	–81 to –59	2.0–2.2 (1.4–3.6)		More unlikely than likely <sup>12</sup>		
	Overshoot of 580 ppm CO <sub>2</sub> eq		1420–1750	1170–2100	–16 to 7	–183 to –86	2.1–2.3 (1.4–3.6)				
(580–650)	Total range	RCP4.5	1260–1640	1870–2440	–38 to 24	–134 to –50	2.3–2.6 (1.5–4.2)	Unlikely	Unlikely	More likely than not	
(650–720)	Total range		1310–1750	2570–3340	–11 to 17	–54 to –21	2.6–2.9 (1.8–4.5)			More unlikely than likely	
(720–1000) <sup>2</sup>	Total range	RCP6.0	1570–1940	3620–4990	18 to 54	–7 to 72	3.1–3.7 (2.1–5.8)	Unlikely <sup>11</sup>	Unlikely <sup>11</sup>	Unlikely	More unlikely than likely
>1000 <sup>2</sup>	Total range	RCP8.5	1840–2310	5350–7010	52 to 95	74 to 178	4.1–4.8 (2.8–7.8)			Unlikely <sup>11</sup>	Unlikely

Figura 3 – Cenários de concentração de CO<sub>2</sub> e impacto na temperatura do planeta

## 1.2.Revisão Bibliográfica

Estudos abordando o processo chamado de colheita de energia (*Energy Harvesting*), já vem sendo realizados desde meados da década de 1970 [5]. Esse processo é caracterizado pela obtenção e armazenamento de energia derivada de diferentes fontes externas. A utilização desse processo faz com que a energia que normalmente seria desperdiçada na forma de calor, som, deformação ou vibração possa convertida para energia elétrica e usada para alimentação de

algum equipamento ou injetada na rede de distribuição elétrica para mitigação dos custos com consumo elétrico.

Nesse sentido, materiais piezoelétricos são muito utilizados nesse processo, já que são capazes de converter, de forma direta, tensão elétrica em mecânica e vice-versa.

### **1.2.1. Colheita de Energia para Sensores**

Com o grande avanço de tecnologias sem fios e MEMS (*microelectromechanical systems*), sistemas de colheita de energia utilizando materiais piezoelétricos tem sido estudados por diversas áreas devido sua eficiência de conversão de energia e simplicidade em comparação com dispositivos eletromagnéticos ou eletroestáticos [6]. Esses são usados, principalmente, em aplicações onde a troca de baterias pode ser problemática devido ao espaço ou em locais onde o uso de cabos é inviável, devido a instalação ou manutenção.

Há um grande interesse na indústria aeronáutica em tecnologias de colheita de energia. Atualmente sensores de baixa potência e comunicadores sem fios são usados em sistemas de monitoramento estruturais de aviões e helicópteros, nesse contexto, a colheita da energia do ambiente onde esses sensores são instalados podem torná-los autossuficiente energeticamente [7]. Existem várias fontes de energia em uma aeronave, algumas não geram potência suficiente para alimentar os sensores. As fontes que se mostram mais promissoras são de energia térmica e vibracional [8]. Os locais onde mais ocorrem essas vibrações são a fuselagem e regiões perto dos motores. A conversão da energia das vibrações pode ser feita por eletromagnetismo, eletroestática ou pela piezoelectricidade, dessas, a última é recomendada por conseguir colher energia em um grande faixa de frequência de vibrações, como é o caso de estruturas aeronáuticas, alta voltagem de saída, alta capacitância elétrica, grande faixa de temperatura que pode ser aplicada[7]. Muitas empresas já desenvolveram sistemas de colheita de energia com materiais piezoelétricos, como: CEDRAT Technologies, MicroStrain e KCF Technologies.

Singh [9] buscava eliminar baterias em sensores sem fio de equipamento de mineração. Em seu projeto, desenvolveu um modelo piezoelétrico para coletar a energia gerada pela vibração de processos de perfuração assistida por jato de água. A energia coletada era convertida em energia elétrica e usada para energizar os sensores do sistema, podendo assim, substituir as baterias usadas anteriormente.

Howells [10] utilizou transdutores piezoelétricos (PZT-5A) incorporados a botas de soldados do exército americano para servir de fonte de energia em campo de batalha para

celulares, rádios de comunicação e localizadores. O objetivo do seu projeto era gerar 0,5 W por passo, porém, a potência alcançada foi de apenas 0,1 W, apesar disso, essa potência ajuda na recarga dos dispositivos usados pelos soldados. O projeto foi descontinuado devido ao desconforto gerado nos combatentes [11].

Existem várias aplicações de colheita de energia biomecânica através de piezoelétricos. Durante a respiração pode-se coletar a energia da expiração do ar, para isso seria necessário o uso de máscara, então a aplicação só é viável para profissionais que usem esse tipo de proteção. Também durante a respiração, pode-se colher a energia através do movimento peitoral que se deforma de 2,5 cm a 5 cm. A potência mecânica usada ao exalar o ar é por volta de 1 W, já a potência na deformação torácica é de 0,83 W, considerando 10 respirações por minuto [12].

A pressão sanguínea também pode ser aproveitada, com 60 batidas por minuto o escoamento de sangue pela aorta usa 0,93 W. Apenas uma parte dessa potência pode ser colhida sem afetar o coração [12]. A digitação em teclados gera de 7 a 19 mW, dependendo do tipo do teclado. Ansari [13] desenvolveu um dispositivo com materiais piezoelétricos para converter a energia das vibrações das batidas do coração em energia elétrica para ser utilizada em marcapassos sem chumbo. Choi [14] estudou a colheita energia com transdutores acoplados a roupas de pessoas, para cada passo o trabalho produzido pelo tornozelo, joelho, quadril e cotovelo são, respectivamente, 33,4 J, 18,2 J, 18,96 J e 1,07 J, essa energia pode ser usada para recarregar dispositivos portáteis.

### **1.2.2. Colheita de Energia em Estradas**

O movimento dos veículos em ruas e estrada gera vibrações, tensões e deformações, essa energia pode ser coletada e aproveitada. A aplicação de materiais piezoelétricos sob o asfalto para colheita de energia começou a ser estudada nesta década [15], algumas empresas como Innowatech, Genziko, ODOT e Pavegen já comercializam seus sistemas de colheita de energia feitos com materiais piezoelétricos.

Kour e Kim [7;8] fizeram estudos comparando projetos que utilizavam essa técnica em estradas. Foram examinados projetos da Genziko, ODOT, Innowatech e Berkeley and Virginia Tech. Dentre estes, três tiveram resultados que demonstraram a eficiência do projeto, porém, por serem realizados por empresas, informações científicas detalhadas dos mesmos não estão disponíveis na literatura. Enquanto o projeto da Berkeley and Virginia não demonstrou a mesma eficiência na conversão de energia [18].

Kour [16] definiu alguns fatores que afetam a eficiência da colheita de energia em estradas: a velocidade dos veículos influencia na geração de energia, mas como essa influência se dá ainda não é claro, enquanto Gupta [19] afirma que veículos em velocidades mais baixas geram um pouco mais de energia, Hill [20] afirma que quanto maior a velocidade do veículo ao passar pelo dispositivo piezoelétrico, maior a energia colhida; o fluxo de veículos deve ser um dos primeiros parâmetros a ser levado em consideração, a cada veículo que passa por cima do sistema aumenta a energia colhida, logo a estrada a ser escolhida deve ter grande movimentação de veículos; o peso do veículo afeta diretamente a deformação do asfalto e do sistema piezoelétrico, quanto mais pesado o veículo mais energia será coletada, essa informação deve ser levada em consideração na escolha de qual estrada o sistema será instalado, uma estrada com fluxo grande de caminhões pode ser uma boa opção.

Kokkinopoulos [21] realizou uma simulação do uso do produto da Innowatech em uma estrada da Grécia. Utilizou-se de dados do rendimento do produto fornecidos pela empresa e dados de tráfego fornecidos pela concessionária da rodovia. Considerou-se que o sistema tinha a mesma elasticidade do asfalto onde foi instalado, a qualidade do asfalto não foi afetada, o sistema seria instalado de 3 a 5 cm abaixo do asfalto. A conclusão foi que os melhores lugares para se instalar o sistema eram perto de cabines de pedágio, onde o atrito do pneu ao frear aumenta a deformação do asfalto e do dispositivo piezoelétrico, ou em partes da estrada onde há menos pistas, logo maior fluxo de carros por pista. Os resultados foram satisfatórios, implementando o sistema em 6000 metros da rodovia seria possível a colheita de 22 855 217 kWh por ano.

Kour e Kim [3;7] fizeram estudos comparando projetos que utilizavam essa técnica em estradas, foram examinados projetos da Genziko, ODOT, Innowatech e Berkeley and Virginia Tech. Dentre estes, três tiveram resultados que demonstraram a eficiência do projeto, porém, por serem realizados por empresas, informações científicas detalhadas dos mesmos não estão disponíveis na literatura. Enquanto que o projeto da Berkeley and Virginia[18], realizado por não demonstrou a mesma eficiência na conversão de energia.

Roshani [22] desenvolveu um protótipo e realizou testes em laboratórios simulando uma estrada. Seu dispositivo foi posicionado 38 mm abaixo do asfalto e 127 mm acima de uma camada de suporte do asfalto. Materiais piezoelétricos são validados por seus fornecedores a serem utilizados até uma frequência de 100 kHz, mas na aplicação de colheita de energia em estradas a frequência de carregamento causado pelos veículos é em torno de 10 Hz e é diretamente proporcional a velocidade dos veículos. Nesse experimento foram considerados 3 frequências: 5 Hz, 10 Hz e 20 Hz. Outro fator considerado no experimento foi a temperatura,

já que o asfalto absorve radiação solar durante o dia, isso afeta sua elasticidade e consequentemente a tensão aplicada no dispositivo piezoelétrico, a temperatura também afeta os parâmetros piezoelétricos dos materiais. Foram realizados testes em temperaturas e com carregamentos diferentes.

Os resultados mostraram que a potência gerada: diminui levemente com o aumento da temperatura; aumenta com a intensidade do carregamento; aumenta com a frequência do carregamento, logo, também aumenta com a velocidade do veículo. Simulando o protótipo em uma rodovia dos Estados Unidos com dados de fluxo de veículos conhecido, seria gerado ao ano 1078 Wh, esses resultados sugerem que essa tecnologia é limitada, mas pode ser usada para energizar luzes na estrada os sensores incorporados no asfalto.

### **1.2.3. Colheita de Energia de Pedestres**

Field [23], em busca de alternativas sustentáveis ambientalmente e economicamente para aeroportos, propôs a utilização de pisos com transdutores piezoelétricos para capturar energia das pisadas dos pedestres dos aeroportos visando usar a energia gerada para prover a iluminação de pontes de embarque. Nesse projeto foi feito um tapete onde eram acoplados piezocerâmicos, como os materiais piezoelétricos produzem alta voltagem e baixa corrente, os transdutores foram colocados em paralelo para que a corrente fosse somada. A energia gerada era armazenada em super capacitores e depois usada para acender as luzes de LED das pontes de embarque. A potência gerada por pisada foi calculada em 0,0005 W, porém, como a movimentação do aeroporto em que foi simulado a implementação do projeto, o *payback* do projeto foi estimado em 4 anos.

Carmona [24] instalou em sua faculdade pisos com transdutores piezoelétricos fabricados pela empresa Pavegen (Figura 4), para descobrir o melhor espaço para posicionar os pisos, foi realizado um estudo antropométrico e biomecânico da população da faculdade. Nesse estudo foram considerados características físicas da comunidade, como: gênero, peso, altura, tamanho do pé, comprimento do passo. Outra parte do estudo foi entender como a força é aplicada no solo, um passo foi separado em 3 etapas: a primeira é a parte do tempo que o calcanhar encosta no chão; a segunda é quando a parte do meio do pé e os dedos tocam o solo; o terceiro é quando o calcanhar começa a perder contato com o chão. Dentre essas 3 etapas, a primeira e a última são as que aplicam mais força ao chão. Também foi levado em consideração a densidade populacional dos prédios da faculdade para saber onde há o maior tráfego de pedestres e assim ter mais energia para ser coletada pelos pisos.





Figura 4 - Pisos da Pavegen na Pontificia Universidad Javeriana Cali, Colômbia.

Foram utilizados um total de 392 pisos piezoelétricos triangulares, com um custo total de mais de 117 milhões de pesos colombianos, cerca de 140 mil reais na cotação de novembro de 2019. Os pisos produzem entre 42 kWh e 84 kWh por mês, com mais de 130 mil pessoas caminhando por eles.

### 1.3.Objetivo

O trabalho tem por finalidade a elaboração de uma simulação de um dispositivo que gera energia elétrica utilizando-se de materiais piezoelétricos através de passos de pessoas. A piezoelectricidade é a capacidade de um material tem de converter tensão mecânica em elétrica cujo efeito reversível, também gerando tensão elétrica em mecânica. Esse dispositivo será um piso, que poderá converter a tensão mecânica gerada pelos passos em tensão elétrica. Será feito um estudo sobre a viabilização de dispositivos como estes em locais de grande movimentação de pessoas, como aeroportos, estações de metrô e shoppings centers.

Desta forma, serão levados em consideração os pontos positivos e negativos deste tipo de fonte de energia, seu custo benefício, sua possibilidade de implementação em grande escala e em que aspectos devem se focar futuras pesquisas para sua otimização.

## 2 Fontes de Energia

O conjunto de fontes de energia disponíveis é chamado de matriz energética. A parte da matriz energética que é formada pelo conjunto de fontes disponíveis para geração de energia elétrica é chamada matriz elétrica. As matrizes energética e elétrica são formadas por fontes de energia renováveis e não-renováveis. Esta seção será focada na parte não-renovável da matriz energética.

As fontes de energia não-renováveis, também conhecidas como fontes de energia convencionais, são aquelas que geram energia através de recursos naturais esgotáveis. A reposição desses recursos na natureza é resultante de processos que duram milhões de anos, muito maior do que a taxa que utilizamos esses recursos para geração de energia. São exemplos de fontes de energia não-renováveis: petróleo, carvão mineral, gás natural e nuclear.

Essas fontes são utilizadas tanto para geração de energia elétrica como combustível para transporte. Algumas dessas fontes precisam ser queimadas para gerarem energia, liberando gases de efeito estufa na atmosfera.

O petróleo, apesar de ser muito poluente, é a principal fonte de energia do mundo, está localizado nas bacias sedimentares marinhas ou terrestres e é formado em milhões de anos a partir da deposição de restos orgânicos de animais e vegetais. Para extração de energia é necessária sua queima. Além da geração de energia é muito utilizado para fabricação de materiais plásticos.

O carvão mineral se encontra em locais que haviam florestas e pântanos que após sua morte forem cobertas por sedimento, é formado após milhões de anos sendo mantidos a certas pressões e temperaturas. Passou a ser muito utilizados a partir da primeira revolução industrial. É utilizado em alguns tipos de usinas termoeletricas. Sua queima é considerada ainda mais poluente do que a do petróleo. Desde os anos 1970 até hoje é, por uma grande diferença, a maior fonte de energia utilizada no mundo [25].

O gás natural é uma mistura de hidrocarbonetos leves na forma gasosa, é encontrado nos mesmos locais do petróleo. Muito utilizado em usinas termelétricas, é menos poluente do que o petróleo e o carvão mineral.

A energia nuclear é obtida de átomos de urânio, que é considerado uma fonte esgotável, quando ocorre a fissão nuclear desses átomos é liberada uma grande quantidade de energia.

Apesar de não gerar gases poluentes, o lixo atômico derivado desse tipo de energia é muito perigoso tanto para o meio ambiente quanto para pessoas.

A Figura 5b mostra que a matriz energética mundial é composta majoritariamente por fontes não renováveis, em comparação a 1973 não é possível afirmar que houve um grande avanço em direção a fontes renováveis, até 2015 a porcentagem de energia produzida por fontes renováveis era de apenas 13,4%. Enquanto isso, o Brasil alcançou 40,3% de sua matriz energética por fontes renováveis em 2015 (figura 5a).

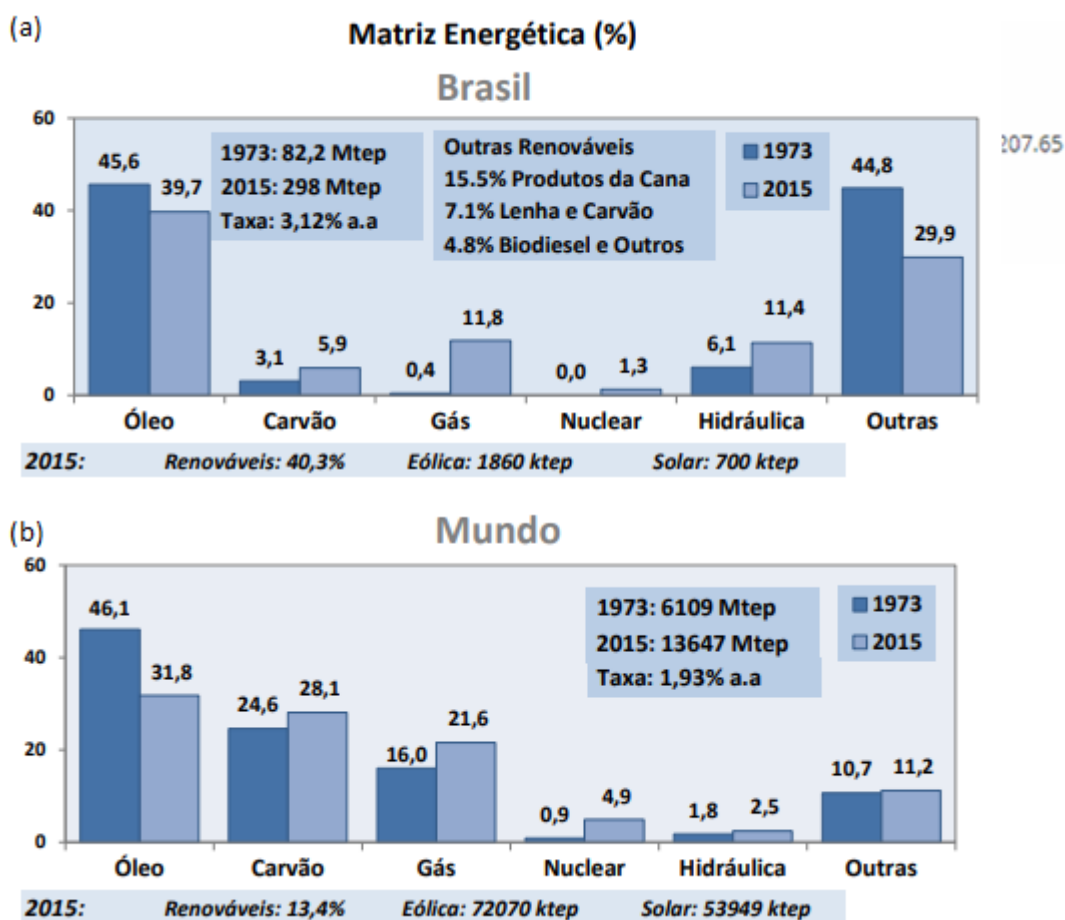


Figura 5 - Em (a) a matriz Energética no Brasil e em (b) no Mundo. Fonte:MME

Analisando os dados de matriz elétrica, percebe-se (figura 6a) que o Brasil apesar de diminuir sua parte de energia elétrica produzida por hidrelétricas de 1973 para 2015, continua gerando maior parte de sua energia de forma renovável, alcançando quase  $\frac{3}{4}$  do total produzido em 2015. Ao abordar os dados do mundo inteiro percebe-se que o carvão é a maior fonte de energia, como falado anteriormente sua queima é mais poluente do que a do petróleo e gás natural. Não houve uma mudança significativa da porcentagem renovável da matriz elétrica, porém vale ressaltar o aumento de outros tipos de energia de 0,6% para 7,1%, que representam novas tecnologias,

na maioria sustentáveis, de geração de energia. A matriz elétrica mundial quase quadruplicou de 1973 até 2015 (figura 6b), isso mostra como a demanda por eletricidade cresceu nas últimas décadas, algumas explicações para esse aumento foram descritas na seção 1, como aumento da população mundial e avanço tecnológico.

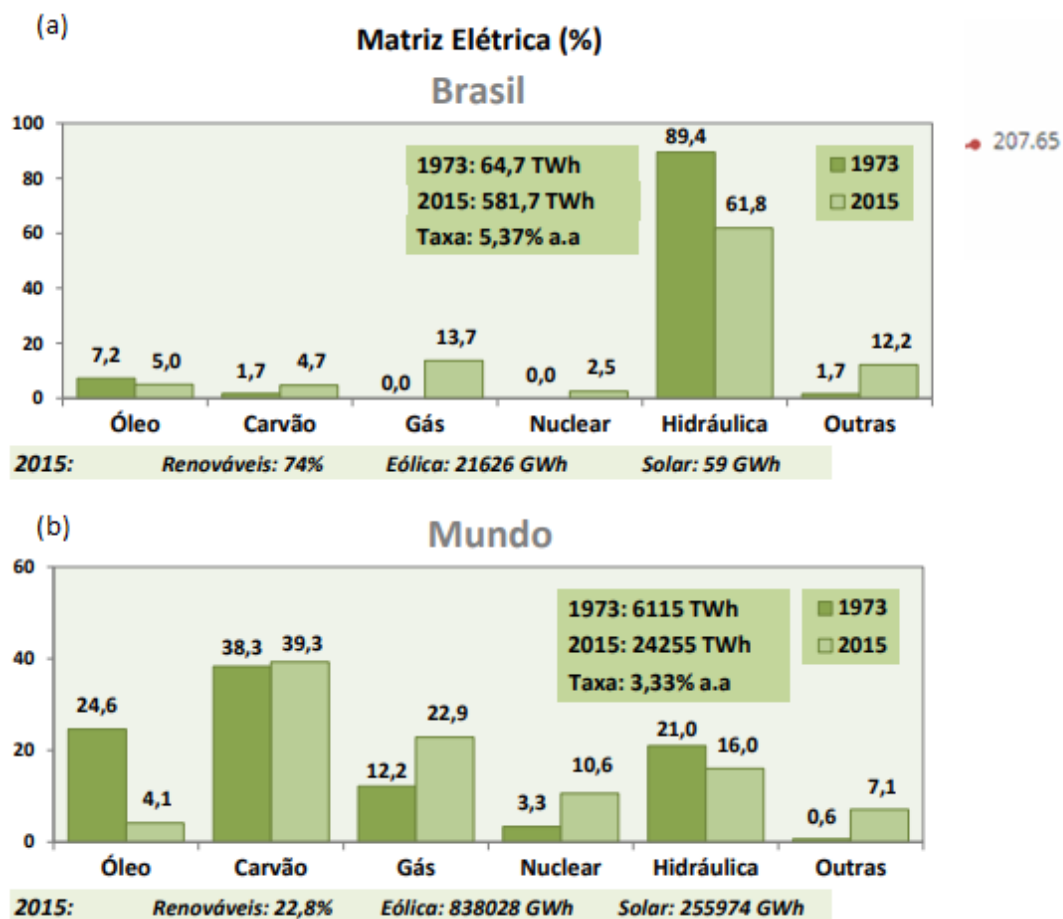


Figura 6 - Em (a) Matriz Elétrica no Brasil e em (b) no Mundo. Fonte:MME

Apesar da comparação de 1973 a 2015 não mostrar grandes avanços, a tendência é que nos próximos anos esse avanço ocorra, como mostra a Figura 6a e 6b, o investimento em tecnologias de energia sustentáveis tem crescido muito neste século, aumentando mais de 5 vezes de 2004 até 2015. Os maiores investimentos têm acontecido na Europa, Estados Unidos e em toda Oceania e Ásia, exceto a Índia (figura 7).

## Renewable Energy Investment

Investment in renewable energy technologies per year in billion US dollars by region.

Our World  
in Data

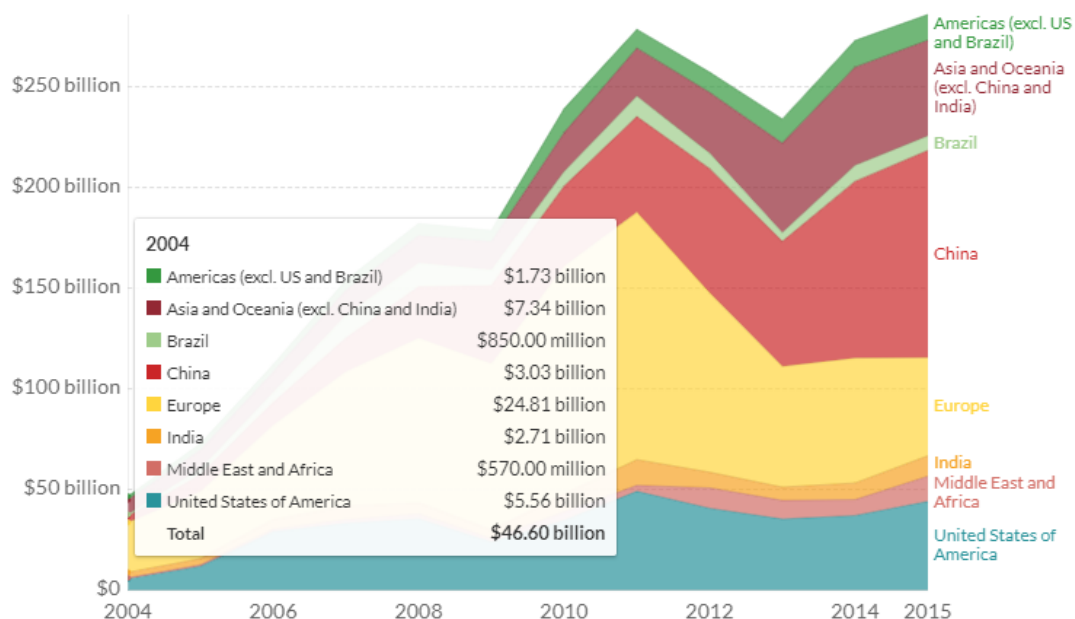


Figura 7 - Investimento em energia renovável pelo mundo

### 2.1. Fontes de Energia Renováveis

Fontes de energia renováveis, também conhecidas como fontes de energia alternativas ou limpas, são aquelas que não geram grandes impactos negativos ao meio ambiente e que são consideradas inesgotáveis, alguns exemplos são: energia hidráulica, geotérmica, bioenergia e métodos de colheita de energia (*Energy Harvesting*), como energia solar e eólica.

A energia hidráulica corresponde a maior parte da gerada no Brasil, as águas dos rios são aproveitadas para mover turbinas que convertem a energia potencial da água em mecânica e após isso, em elétrica. Apesar de ser considerada uma energia de baixa emissão de gases estufa, as grandes hidrelétricas causam impactos irreversíveis ao meio ambiente ao redor de onde são construídas.

A energia geotérmica é obtida do calor presente no interior da Terra, para isso, é necessário retirar vapor e água quente do subsolo, trazendo a superfície e converter calor em energia elétrica. Apenas em regiões vulcânicas e onde há encontros de placas tectônicas é viável a construções de uma central geotérmica.

Bioenergia é a energia gerada através de matéria orgânica, derivada de plantas ou animais, disponível de forma renovável, alguns exemplos são os biocombustíveis etanol, biodiesel e biogás. O etanol emite 82% menos dióxido de carbono do que a gasolina.

O processo de colheita de energia é caracterizado pela obtenção e armazenamento de energia derivada de diferentes fontes externas, dentre as mais comuns estão as fontes eólicas e solar.

A energia solar é gerada quando a radiação solar interage com o material semicondutor que faz parte do painel fotovoltaico, esse tipo de energia tem se tornado cada vez mais comum no Brasil, com painéis instalados em telhados de casas, shopping e prédio comerciais.

A energia eólica é gerada aproveitando a força do vento que move grande hélices que compõem os aerogeradores. Um parque eólico não polui a atmosfera durante sua operação, porém afeta o meio ambiente oferecendo risco às aves com habitat natural próximos.

Mais recentemente, outras fontes de energia têm ganhado importância, e dentre estas as fontes que utilizam tecnologias de piezoelectricidade, eletrostática e eletromagnética se mostram promissoras. Segundo Papagiannakis [26], dentre estas, a piezoelectricidade tem se mostrado a mais promissora.

## **2.2. Efeito Piezoelétrico**

O fenômeno da piezoelectricidade foi descoberto em 1880 por Jacques e Pierre Curie quando conduziam alguns experimentos numa gama de cristais. Nesses experimentos, eles perceberam que em alguns cristais como turmalina, quartzo, topázio e tartarato de sódio e potássio (*Rochelle Salt*) eram geradas cargas elétricas superficiais quando eram tensionados mecanicamente.

A piezoelectricidade é a capacidade de um material de converter tensão mecânica em elétrica e vice-versa. Quando é aplicada uma força em um material piezoelétrico é gerado um diferencial de potencial, este efeito é conhecido como efeito piezoelétrico direto. O efeito piezoelétrico reverso se dá quando um material piezoelétrico é submetido a um campo elétrico, causando uma deformação proporcional ao campo.

A primeira grande aplicação de materiais piezoelétricos ocorreu durante a Primeira Guerra Mundial, foram criados detectores ultrassônicos de submarinos utilizando cristais de quartzo. Após o sucesso na fabricação de sonares, materiais piezoelétricos foram utilizados em várias outras aplicações, como microfones, acelerômetros e em medições de propriedades de material.

Durante a Segunda Guerra Mundial, potências mundiais como a União Soviética, Estados Unidos e Japão buscavam desenvolver materiais com altas constantes dielétricas para construção de capacitores. Materiais piezocerâmicos foram descobertos nesse contexto

histórico e através destes materiais foram inventados poderosos potentes sonares, sistemas piezoelétricos de ignição, hidrofones e cápsulas fonográficas.

Diferentemente dos cristais piezoelétricos que requerem processos de obtenção demorados e caros, principalmente por serem anisotrópicos, os materiais piezocerâmicos podem ser fabricados de forma barata e sua obtenção é de modo mais simples, permitindo que sejam produzidos em várias composições e formatos diferentes, mudando assim suas propriedades eletromecânicas. Outra diferença entre esses materiais é a necessidade dos piezocerâmicos sofrerem o processo de polarização (*Poling*), onde são expostos a campos elétricos de altas intensidade e altas temperaturas para que obtenham comportamento piezoelétrico.

Piezocerâmicos antes da polarização são parte da classe de materiais ferroelétricos. A polarização espontânea de cada grão é randômica e não apresentam propriedades piezoelétricas, após a polarização a direção da polarização espontânea é a mesma do campo elétrico aplicado ao material. Na Figura 8 é mostrado um esquema da polarização dos grãos antes (figura 8a) e após a polarização (figura 8b).

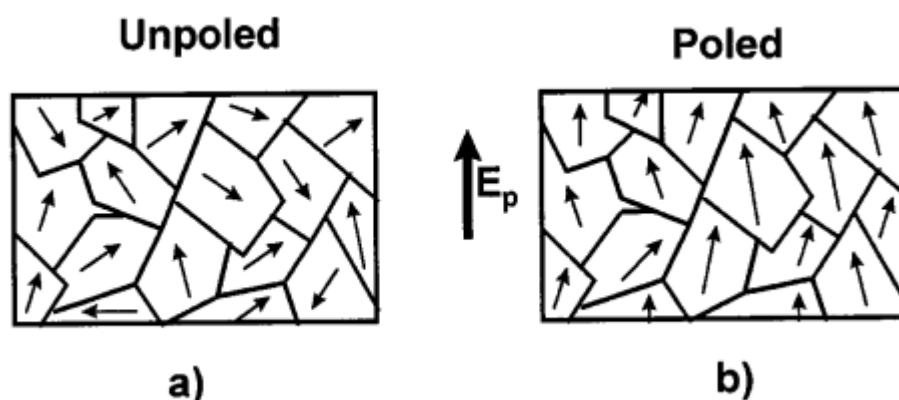


Figura 8 – a) Antes da Polarização e b) Após a Polarização[27]

Dois pontos negativos dos piezocerâmicos devem ser levados em consideração em projetos que são utilizados: a baixa temperatura de Curie em relação aos cristais e a baixa estabilidade térmica, que faz com que suas propriedades eletromecânicas sejam afetadas pela temperatura. As principais piezocerâmicas utilizadas hoje em dia são: titanato zirconato de chumbo (PZT), titanato de bário ( $BaTiO_3$ ), titanato de chumbo ( $PbTiO_3$ ), niobato de potássio ( $KNbO_3$ ), niobato de lítio ( $LiNbO_3$ ), entre outros. Desses, o PZT é mais amplamente usado devido sua performance superior [28]. Existem vários modelos de PZT, como: PZT-5H, PZT-8A, PZT-5A, cada modelo tem diferentes modo de fabricação, parâmetros eletromecânicos e

melhores formas de serem utilizados. No contexto de colheita de energia os tipos mais comumente usados são PZT-5A e PZT-5H [29].

A piezoeletricidade em polímeros foi descoberta em 1969 por Kawai, também é necessário o processo de polarização para que o comportamento piezoelétrico seja apresentado por certos polímeros, como o fluoreto de polivinilideno (PVDF) e Nylon-11. Buscando a combinação dos parâmetros eletromecânicos, foram criados os polímeros/cerâmicas piezoelétricos.

### 2.2.1. Parâmetros eletromecânicos

Coeficiente de carga piezoelétrica  $d_{ij}$  – razão entre a variação dimensional do material na direção  $j$  e a o diferencial de potencial aplicado na direção  $i$ , normalmente definido em m/V ou C/N.

Constante de tensão piezoelétrica  $g_{ij}$ - razão entre o diferencial de potencial gerado no eixo  $i$  a partir de uma força aplicada no eixo  $j$  do material piezoelétrico, normalmente definido em m.V/N

Coeficiente de acoplamento piezoelétrico  $k_{ij}$ - raiz quadrada da razão entre a energia mecânica gerada pela energia elétrica induzida, ou a raiz quadrada da razão entre a energia elétrica gerada pela energia mecânica induzida. Pode ser definido como a eficiência do material em converter energia elétrica em mecânica ou vice-versa.

Constante dielétrica  $\epsilon_{ij}$  – determina a carga por unidade de área no eixo  $i$  devido a um campo elétrico aplicado no eixo  $j$ . Na maioria dos materiais piezoelétricos, um campo aplicado no eixo  $j$  gera deformações apenas nessa direção.

Acoplamento elástico  $S_{ij}$  – relação entre a deformação na direção  $i$  e a tensão aplicada na direção  $j$ .

Temperatura de Curie  $T_c$  – temperatura máxima que um material piezoelétrico pode ser submetido para que não perca suas propriedades piezoelétricas.

Efeitos piezoelétricos são fortemente dependentes da direção da tensão ou campo elétricos em que estão submetidos e na maioria das vezes existe uma direção favorável ao efeito.

Com os parâmetros eletromecânicos definidos, podemos escrever as equações de governo do efeito piezoelétrico direto e reverso. Pela teoria da piezoeletricidade linear [30], as equações da elasticidade linear são acopladas as equações da carga eletrostática utilizando os parâmetros piezoelétricos, porém as variáveis elétricas não são puramente estática, mas apenas quase



estáticas, por causa do acoplamento nas equações dinâmicas da mecânica. Nessa teoria, temos as seguintes equações como governantes:

$$D = dT + \epsilon E \quad (2.1)$$

$$s = ST + dE \quad (2.2)$$

Em que  $T$  é o vetor de tensões,  $E$  é o vetor do campo elétrico,  $D$  é a polarização elétrica (C/m<sup>2</sup>) e  $s$  é o vetor de deformações.

A escolha do material baseado nos seus parâmetros piezoelétricos é essencial em um projeto de colheita de energia para que a conversão seja mais eficiente. Muitos estudos dizem que a constante de carga piezoelétrica  $d$  e a constante de tensão piezoelétrica  $g$  são os principais parâmetros no processo de conversão[14;25;26].

Os materiais piezoelétricos podem ser operados de 3 formas diferentes: modo 33, modo 31 e modo 15. Na Figura 9 a seguir é mostrado como a força é aplicada nesses 3 modos. Na figura 9a é representado o modo extensional, na figura 9b o modo de compressão e na figura 9c o modo de cisalhamento.

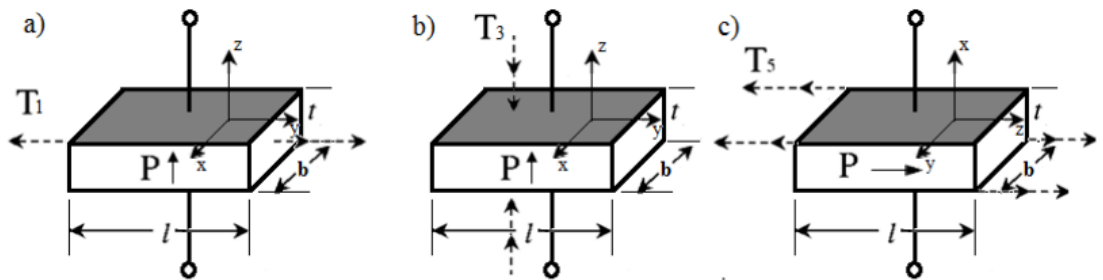


Figura 9- a) Modo extensional 31, b) Modo de compressão 31 e c) Modo de cisalhamento 15

No modo 31, a energia gerada pelo material piezoelétrico se dá pela sua deformação transversal, que é perpendicular a sua polarização. No modo 33 se dá pela deformação na direção longitudinal, que é a mesma de sua polarização. E no modo 15 se dá pela deformação por cisalhamento. Para cada um dos modos 31, 33 e 15, a constante piezoelétrica envolvida é, respectivamente,  $d_{31}$ ,  $d_{33}$  e  $d_{15}$ . Nas tecnologias de colheita de energia, os modos 33 e 31 são mais utilizados.

Anton e Sodano [32] concluíram que para sistema cantilever, o modo 31 é mais eficiente para pequenas forças e baixos níveis de vibração, enquanto que para maiores forças o modo 33 é mais eficiente. Roundy [33] afirma que sistemas operando no modo 31 tem sua frequência natural menor. Yang [34] constata que quando submetida a frequências próximas a da ressonante a potência gerada aumenta significativamente, isso se explica porque quando o

sistema opera na ressonância, a deformação apresentada é muito maior do que em outras frequências.

A voltagem gerada pode ser calculada para os modos 31 e 33 pelas equações, 3 e 4, respectivamente:

$$V = \frac{F g_{31}}{b} \quad (2.3)$$

$$V = \frac{F g_{31}}{b} \quad (2.4)$$

$$V = \frac{cF g_{33}}{ab} \quad (2.5)$$

Em que a,b,c e F são, respectivamente, largura, comprimento, espessura e força aplicada.

Uma placa piezoelétrica pode ser aproximada como um capacitor de placas [35], cuja capacitância é dada por:

$$C = \frac{\epsilon_{33}A}{c} \quad (2.6)$$

A energia armazenada num piezoelétrico pode ser calculada por:

$$U_E = \frac{1}{2} V_0^2 \frac{\epsilon_{33} \epsilon_0 A}{c} = \frac{1}{2} V_0^2 C \quad (2.7)$$

Em que  $V_0$ ,  $\epsilon_{33}$ ,  $\epsilon_0$ ,  $c$ ,  $A$  e  $C$  são, respectivamente, a voltagem do material piezoelétrico, constante dielétrica, constante de permissividade do vácuo, espessura, área e capacitância.

Como a potência é a derivada da energia no tempo e a única variável para o cálculo da energia que varia com o tempo é a voltagem, temos:

$$P = \frac{dU_E}{dt} = \frac{dV_0}{dt} \frac{\epsilon_{33} \epsilon_0 A}{c} = \frac{dV_0}{dt} C \quad (2.8)$$

Para se chegar no valor de energia produzido deve-se fazer a integração numérica da potência, através da soma de Riemann:

$$E = \int P dt = \sum_i P(t_i)(t_i - t_{i-1}) \quad (2.9)$$

### 3 Modelo Teórico e Simulação Computacional

Para realizar a simulação computacional foi desenhado um protótipo do dispositivo piezoelétrico no software SolidWorks. O dispositivo é composto por 3 partes diferentes: a placa, os calços e os discos piezoelétricos.

A placa é um piso cerâmico de 45 cm x 45 cm convencionalmente utilizado em casas. Os calços são feitos de cerâmica, seu uso é essencial para que a tensão aplicada por um pedestre ao pisar pelo piso seja concentrada nos transdutores piezoelétricos e assim a conversão seja mais eficiente. Os discos piezoelétricos são os responsáveis pela conversão de tensão mecânica em elétrica e estão posicionados abaixo dos calços, para, como explicado anteriormente, potencializar a tensão mecânica nos transdutores. Para se definir detalhes do dispositivo, como quantidade de discos piezocerâmicos e arranjo dos calços foram realizadas simulações no ANSYS.

#### 3.1. Modelo teórico da pisada

Para definir como a força seria aplicada ao piso, foi desenvolvido um modelo teórico de uma pisada. Como já descrito anteriormente, pode-se separar um passo em algumas etapas, como: quando o calcanhar toca o chão; quando tanto o calcanhar quanto os dedos estão em contato com o solo; e quando apenas os dedos encostam no chão. Nesse estudo será simulado a força de um passo entre o momento em que apenas um pé está em contato com o solo com o calcanhar e o momento em que apenas os dedos do mesmo pé que estava em contato toca o solo, enquanto o outro pé está na iminência de encostar no chão.

Analisando modelagens de movimento de robôs [referências] foi possível perceber os dois parâmetros principais na movimentação das pernas no contexto desse trabalho: o ângulo da perna em contato com o solo em relação a direção normal do chão ( $\theta$ ) e o ângulo entre as duas pernas ( $\phi$ ). O ângulo theta está diretamente ligado a direção em que a força está sendo aplicada e o phi é importante para saber a direção da força nos momentos em que theta é zero e phi é diferente de zero. A variação dos ângulos num passo está mostrada na Figura 10 a seguir, considerando a duração de um passo 0,6 s.

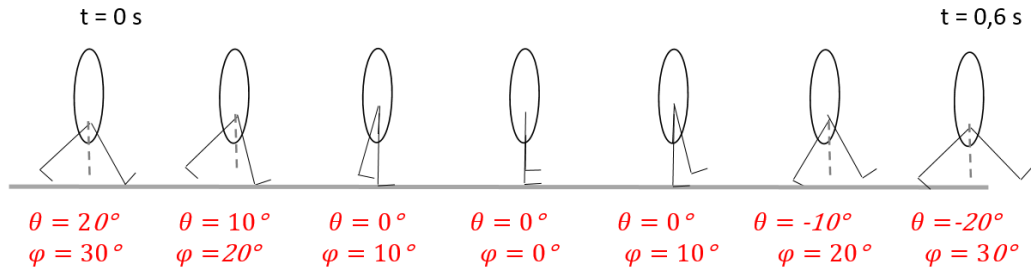


Figura 10 - Ângulos  $\phi$  e  $\theta$  durante um passo

Baseando-se nos dados antropométricos do trabalho de Carmona, consideramos o comprimento de um passo e uma perna, respectivamente, 64 cm e 97 cm e o peso de uma pessoa 70 kg. Com operações trigonométricas simples, foi descoberta theta máximo aproximadamente  $20^\circ$ . A força aplicada no solo não varia com o tempo e com os ângulos e é dada pela equação a seguir:

$$F = m * g = 70 * 9,81 = 686,7 \text{ N} \quad (3.1)$$

Contudo, as componentes da força variam com o tempo e o ângulo theta e podem ser simplificadas pelas equações a seguir:

$$F_x = F * \text{sen}(\theta) \quad (3.2)$$

$$F_y = F * \text{cos}(\theta) \quad (3.3)$$

Considerando a velocidade do passo constante, theta de um passo variando entre -0,35 rad a 0,35 rad e tempo do passo 0,6 s, temos a variação do deslocamento em radianos no tempo dada por:

$$\theta = 1,167t - 0,35 \quad (3.4)$$

Logo, as componentes da força são dadas pelas equações abaixo e mostradas na Figura 11:

$$F_x = F * \text{sen}(1,167t - 0,35) \quad (3.5)$$

$$F_y = F * \text{cos}(1,167t - 0,35) \quad (3.6)$$

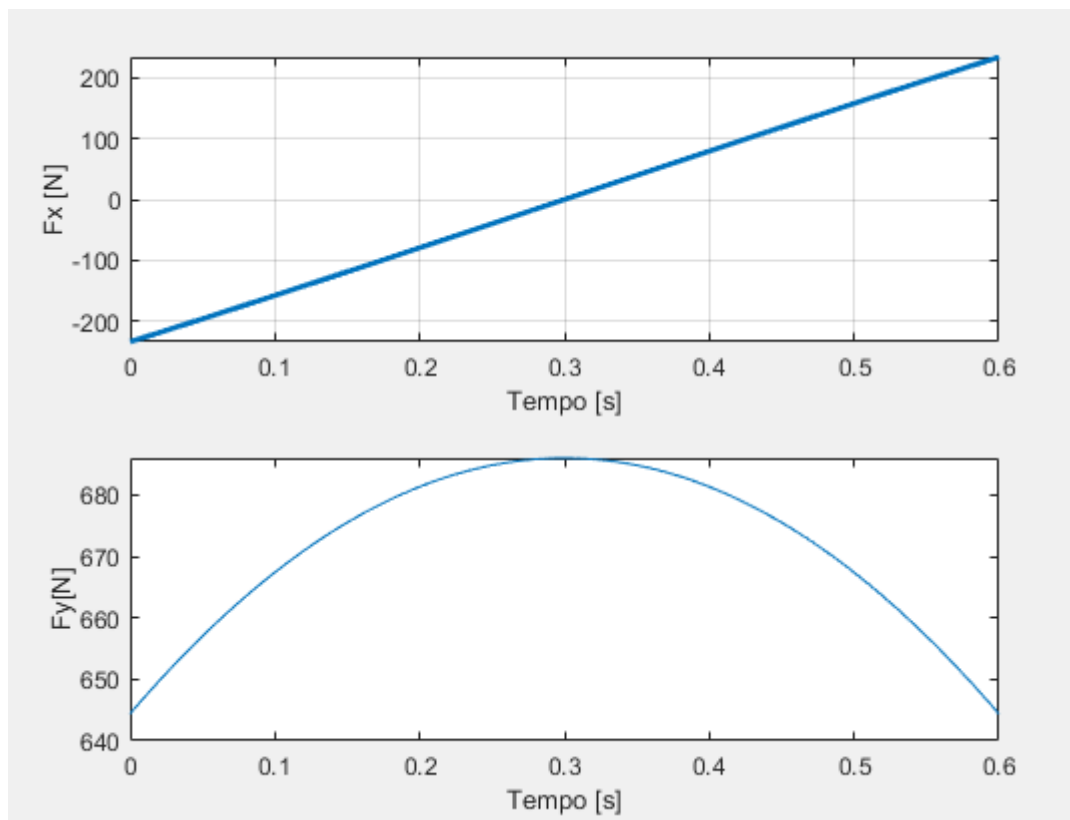


Figura 11 - Componentes da força durante um passo

A Figura 12 mostra a direção e intensidade dos componentes das forças para cada um dos instantes retratados na Figura 10.

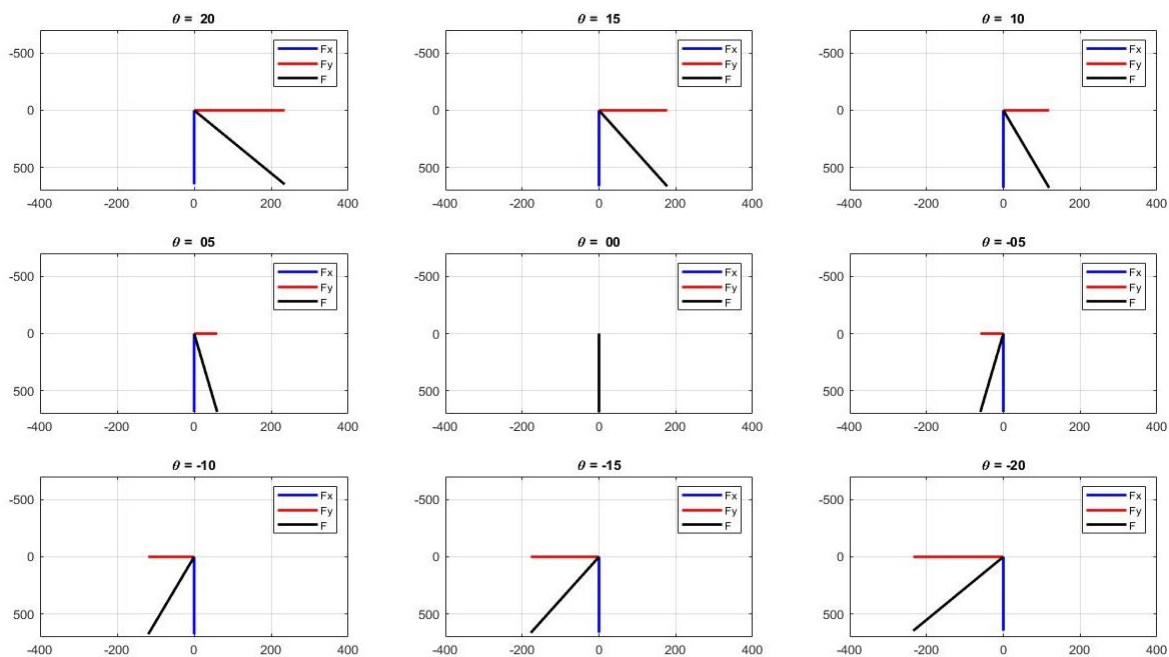


Figura 12 - Componentes da força em relação a theta

### 3.2. Simulação Mecânica (ANSYS)

Para decidir como aplicar a força no elemento piezoelétrico foram simulados 3 modelos reduzidos. A Figura 13a apresenta o arranjo 1, na figura 13b o arranjo 2 e na figura 13c o arranjo 3. Foi aplicada a mesma força de 10 N em cada um dos arranjos e comparadas as voltagens geradas.

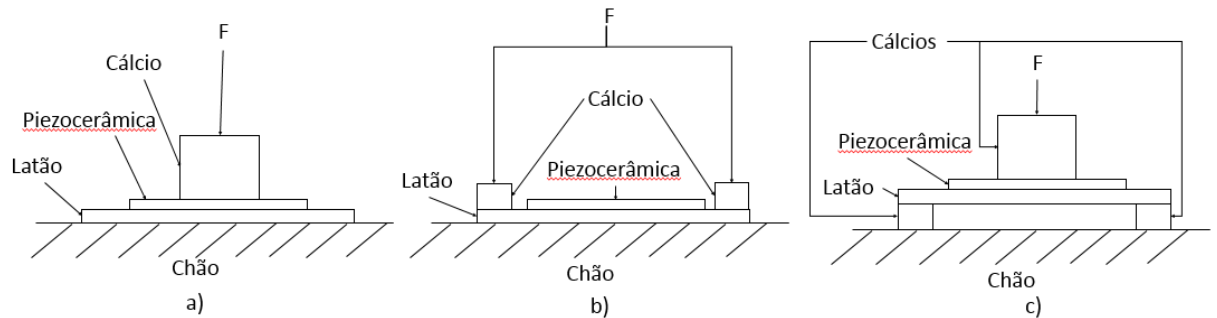


Figura 13 - Arranjos testados

Nessa simulação foram utilizados os parâmetros piezoelétricos do PZT-5A [34; 35]:

$$d_{33} = 15,8 \text{ C/m}^2$$

$$d_{31} = -5,4 \text{ C/m}^2$$

$$d_{15} = 12,3 \text{ C/m}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\epsilon_{33} = 830 \epsilon_0$$

$$\epsilon_{31} = 916 \epsilon_0$$

$$E_{11} = 61 \text{ GPa}$$

$$E_{22} = 61 \text{ GPa}$$

$$E_{33} = 53,2 \text{ GPa}$$

$$G_{11} = 22,6 \text{ GPa}$$

$$G_{22} = 21,1 \text{ GPa}$$

$$G_{33} = 21,1 \text{ GPa}$$

$$\nu_{12} = 0,35$$

$$\nu_{23} = 0,38$$

$$\nu_{32} = 0,38$$

$$\rho = 7750 \text{ kg/m}^3$$

Para assegurar a assertividade da simulação foi realizado uma análise da malha escolhida na simulação. O mesmo arranjo foi simulado nas mesmas condições com malhas diferentes, a cada simulação a malha era refinada até que os resultados convergissem. Como é mostrado na Figura 14 e Tabela 1, isso ocorre aproximadamente a partir de 10000 elementos compondo a malha.

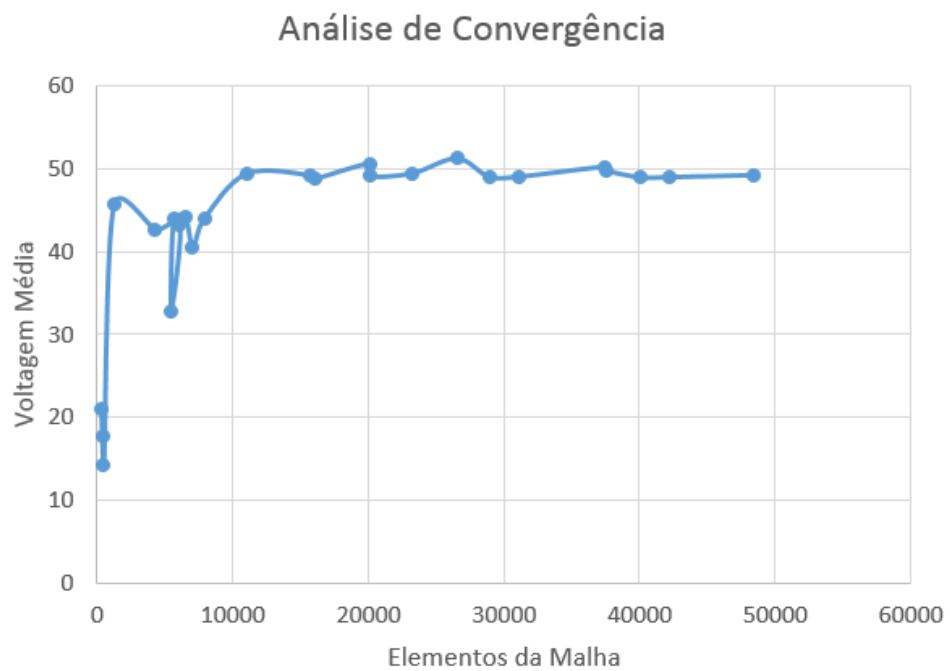


Figura 14 - Análise das malhas utilizadas nas simulações

Tabela 1 - Elemento usados na malha, Voltagem calculada, diferença entre resultados

Elementos	V <sub>méd</sub> (V)	Diferença para o Último (%)
316	21,077	0
390	17,69	16,07%
502	14,198	19,74%
1254	45,637	221,43%
4272	42,657	6,53%
6105	43,265	1,43%
5466	32,86	24,05%
5653	43,947	33,74%
6511	44,162	0,49%
7065	40,563	8,15%
7915	43,963	8,38%
11041	49,391	12,35%
15779	49,17	0,45%
16034	48,741	0,87%
20099	50,605	3,82%
20116	49,087	3,00%
23219	49,399	0,64%
26527	51,212	3,67%
28919	48,952	4,41%
31068	48,998	0,09%
37444	50,213	2,48%
37613	49,711	1,00%
40122	48,898	1,64%
42168	48,951	0,11%
48389	49,196	0,50%

Após essa análise foi definido utilizar a malha com aproximadamente 20000 elementos, para que, ao mesmo tempo, o resultado seja confiável e a simulação não exija tanto esforço computacional.

No arranjo 1 (Figura 13 - Arranjos testados figura 13a)), o sistema opera em compressão no modo 33, a força é aplicada no elemento piezocerâmico e na parte de baixo do PZT existe um apoio simples que dificulta a deformação na direção z. A voltagem gerada foi de 1,30 V.

No arranjo 2 (figura 13b), a força é aplicada nas bordas do PZT, no latão, gerando uma flexão do elemento piezoelétrico, fazendo com que tenha uma deformação extensional (modo 31) (Figura 15). O arranjo 2 está apoiado totalmente pela face de baixo do latão, dificultando a deformação. Já o arranjo 3 (figura 13c) tem seu apoio em outro formato de calço, que está colado as bordas do latão, favorecendo a deformação, a força é aplicada diretamente na



piezocerâmica, fazendo com que tenha uma deformação extensional (modo 31) e uma pequena deformação compressiva (modo 33).

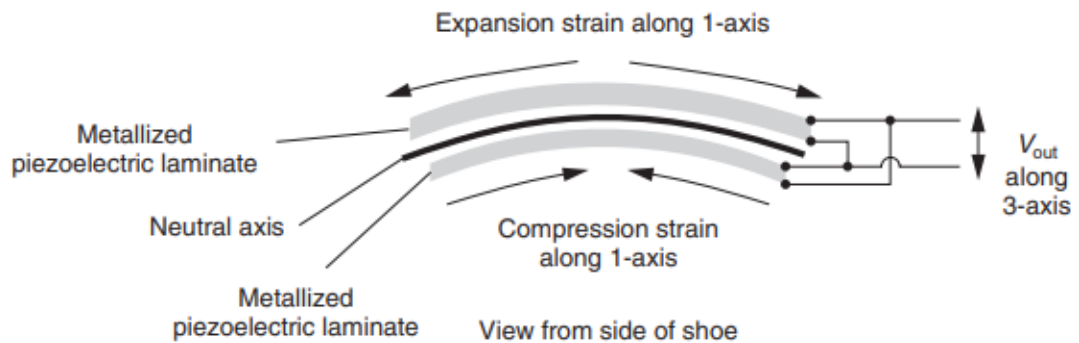


Figura 15 - Flexão do piezocerâmico

A voltagem gerada no arranjo 2 foi de  $6,12 \times 10^{-2}$  V, enquanto que o arranjo 3 gerou 10,08 V. A diferença da voltagem em cada arranjo está diretamente ligada a deformação do elemento piezoelétrico. A figura 16 mostra a simulação da deformação de cada um dos arranjos. Na figura 16a é apresentada a deformação considerando o arranjo 1, na figura 16b se leva em consideração o arranjo 2 e finalmente na figura 16c se considera o arranjo 3.

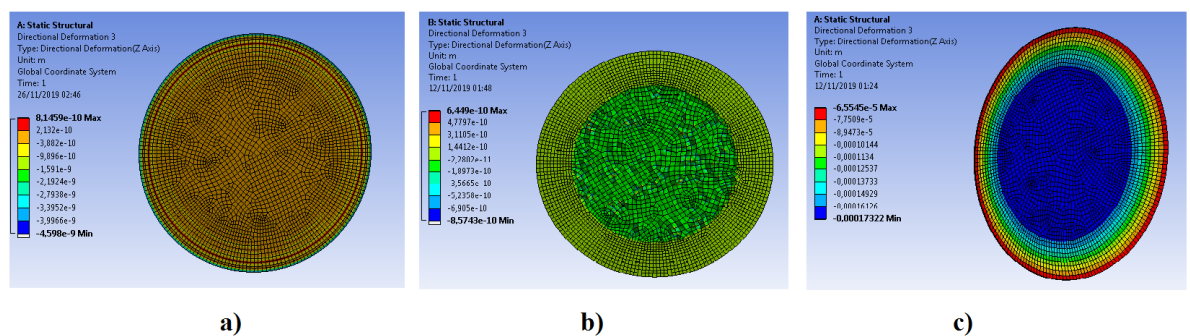


Figura 16 - Deformações em m: a) Arranjo 1; b) Arranjo 2; c) Arranjo 3

Nos testes feitos (Figura 16) foi mostrado que quanto menor a deformação, menor a voltagem gerada e que o arranjo mais eficiente para geração de energia é o 3, esse será o utilizado na simulação.

Após a definição do arranjo dos calços, foi definido a quantidade de discos piezocerâmicos a serem utilizados no piso. Para isso foi avaliado como a tensão se distribui no piso sendo forçado por uma pisada. A parte de cima da placa é lisa, foram feitas algumas elevações na placa no formato de pé (Figura 17) apenas para que possibilite a seleção dessa área na aplicação de forças no software de simulação ANSYS.

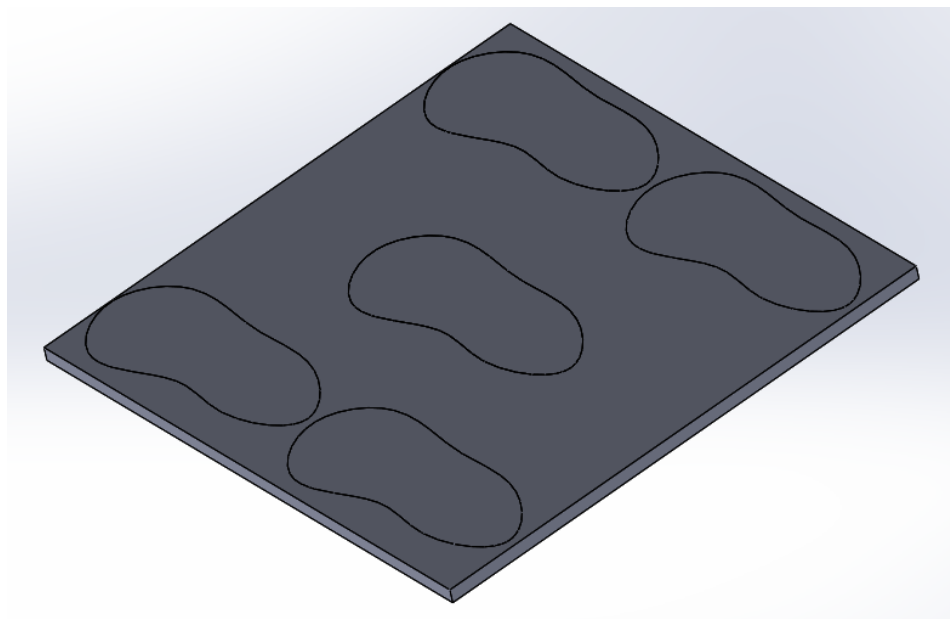


Figura 17 - Parte de cima da placa

Foram testadas 3 placas com 16, 25 e 36 piezoelétricos posicionados, cada um com, respectivamente 4, 5 e 6 fileiras de discos (Figura 18a, 18b e 18c respectivamente). Para avaliar qual seria a melhor foi analisada a tensão mecânica nos calços que forçam a piezocerâmica. Deve-se levar dois principais pontos em consideração: a tensão não pode ser muito elevada, pois cerâmicas tem relativamente baixa tensão de escoamento e alta rigidez, logo, podem se romper a grandes tensões; não é viável financeiramente utilizar muitos materiais piezoelétricos numa mesma placa, pois os modelos com melhores parâmetros eletromecânicos são vendidos a um alto preço.

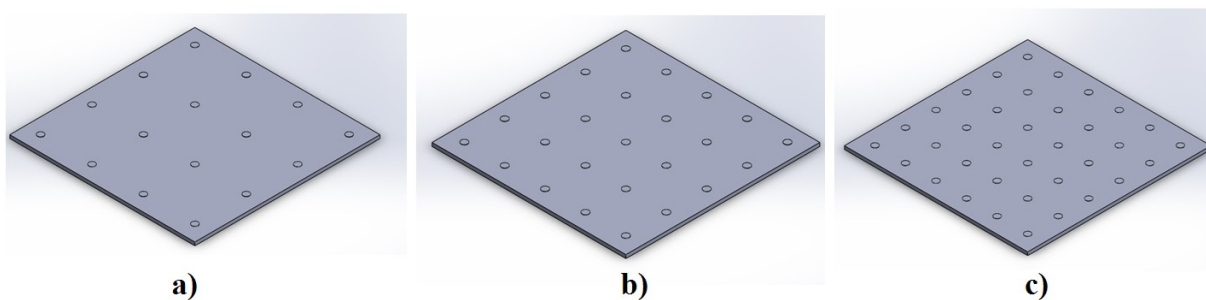


Figura 18 - Placas com 4 (a), 5 (b) e 6 (c) fileiras.

A Figura 18 mostra o resultado da simulação de tensão nos calços posicionados no piso com a força aplicada sendo um passo no meio da placa. É possível perceber a influência da região onde a força foi aplicada. Como a força foi aplicada no meio do piso na parte de cima, os calços do meio da parte de baixo são os mais tensionados.

Na placa com 4 fileiras (figura 19a) apenas 4 calços são tensionados, mas as tensões são mais altas do que nas outras placas testadas, chegando na ordem de grandeza de  $10^7$ . Com 5 fileiras (figura 19b), 7 calços chegaram a tensões consideráveis, na ordem de Mpa. Já com 6 fileiras (figura 19c), 8 calços foram tensionados na faixa de  $10^6$  Pa.

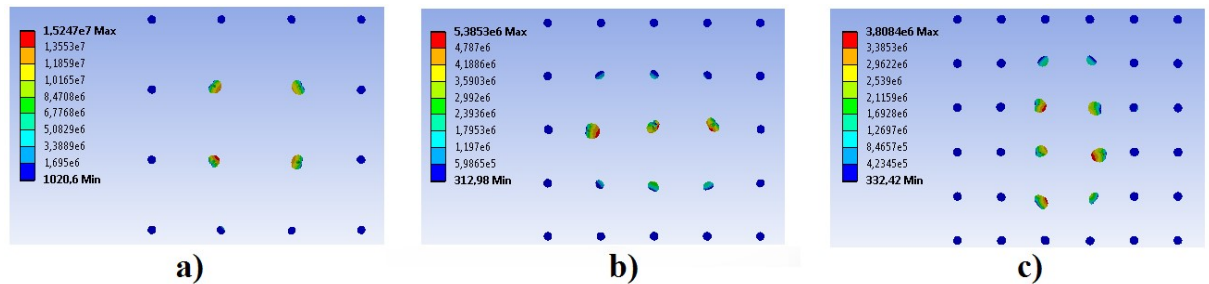


Figura 19 - Tensões nos calços das placas com 4 (a), 5 (b) e 6 (c), fileiras.

Baseando-se no equilíbrio entre tensões e números de discos não tão altos, a melhor configuração é a que contém 25 piezoelétricos, pois alcançam bons valores de tensão na maior parte dos discos piezocerâmicos. Cerca de 28% dos discos foram tensionados a um valor razoavelmente suficiente para ser convertido em tensão elétrica, enquanto na configuração de 36 piezoelétricos 22% dos seus discos são tensionados num valor apropriado. Isso pode ser explicado porque a distância entre os discos foi considerado igual a largura do pé utilizado como superfície a ser aplicada a força na simulação. A Figura 20 - Deformação na placa

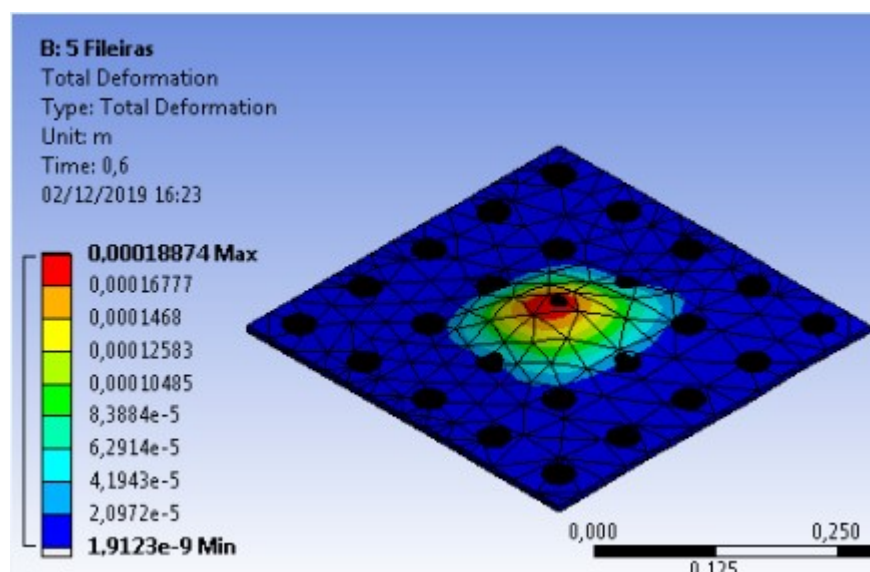


Figura 20 - Deformação na placa

Após a definição dos parâmetros físicos do dispositivo, este foi desenhado no software SolidWorks (Figura 21) e exportado para o software ANSYS. Nesse segundo programa, foram realizadas simulações estruturais transientes com a força da pisada aplicada ao meio da placa e através da extensão “Piezo and MEMS” foi possível descobrir o quanto da tensão mecânica foi convertida em elétrica. Os dados de saída da simulação são vetores de voltagem em V, deformação em m e tensão equivalente em Pa.

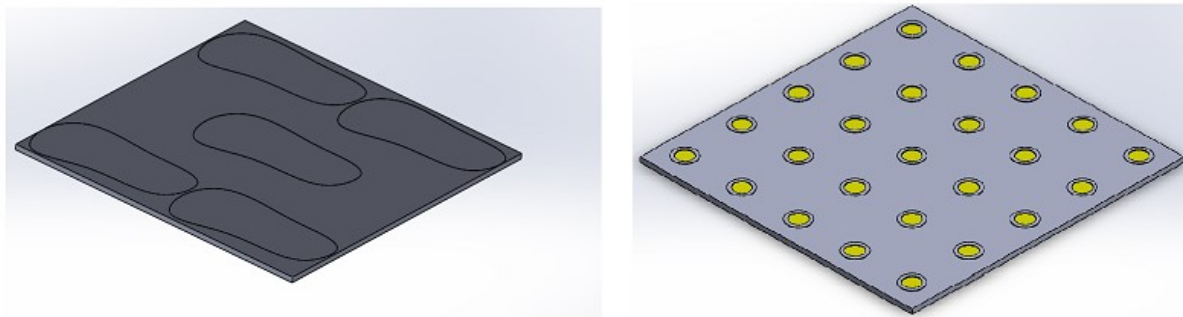


Figura 21 - Dispositivo montado

Para se realizar a simulação foi necessário estabelecer algumas condições de contorno. Nas paredes laterais do piso e na parte de baixo dos calços foi colocado um apoio simples (*Frictionless Support*), essa restrição faz com que o objeto não possa escorregar com a pisada. As piezocerâmicas são atribuídas como materiais com características piezoelétricas e seus parâmetros são definidos na extensão do software “Piezo and MEMS”. Lembrando que o material utilizado na simulação é o PZT-5A e seus parâmetros foram definidos anteriormente nesta mesma seção. A face da piezocerâmica colada ao latão foi atribuída com voltagem igual a zero e a resposta é a diferença de potencial entre as duas faces.

Foram aplicadas duas forças simultaneamente, essas foram determinadas pelas equações 3.5 e 3.6. O tempo total da simulação é 0,6 s, já que foi o tempo definido da pisada a ser estudada. O passo de tempo escolhido foi de 0,01 s.

## 4 Energia gerada e viabilidade

Nessa seção analisou-se a energia gerada pelo dispositivo e a viabilidade de utilização do arranjo estudado.

### 4.1. Caracterização do PZT

A extensão para simulação de materiais piezoelétricos do ANSYS possui um custo computacional elevado. Por exemplo, o custo computacional para a simulação de alguns elementos piezoelétricos pode chegar a dias. Visando diminuir o tempo das simulações, buscou-se relacionar a voltagem de saída com algum parâmetro que, para sua simulação, não é necessário a utilização da extensão de piezoelétricos. Essa simplificação resulta em erros, que são quantificados nessa seção.

Buscou-se relacionar a deformação do elemento piezoelétrico com a deformação da estrutura, pois com os testes realizados com os modelos reduzidos, ficou claro que uma relação de proporcionalidade entre as duas grandezas. Para simplificar as simulações foi necessário entender como é a relação entre voltagem de saída e a deformação. Para isso foram analisados os resultados de deformação da simulação completa da placa recebendo uma pisada, utilizando a extensão piezoelétrica do software em apenas um dos discos piezoelétricos, esses dados foram comparados com os resultados do modelo reduzido do arranjo 3 (Figura 16 c), que também se utiliza da extensão piezoelétrica, porém o tempo de solução é significativamente menor, já que o modelo reduzido era composto apenas um piezo elétrico e um arranjo de calços.

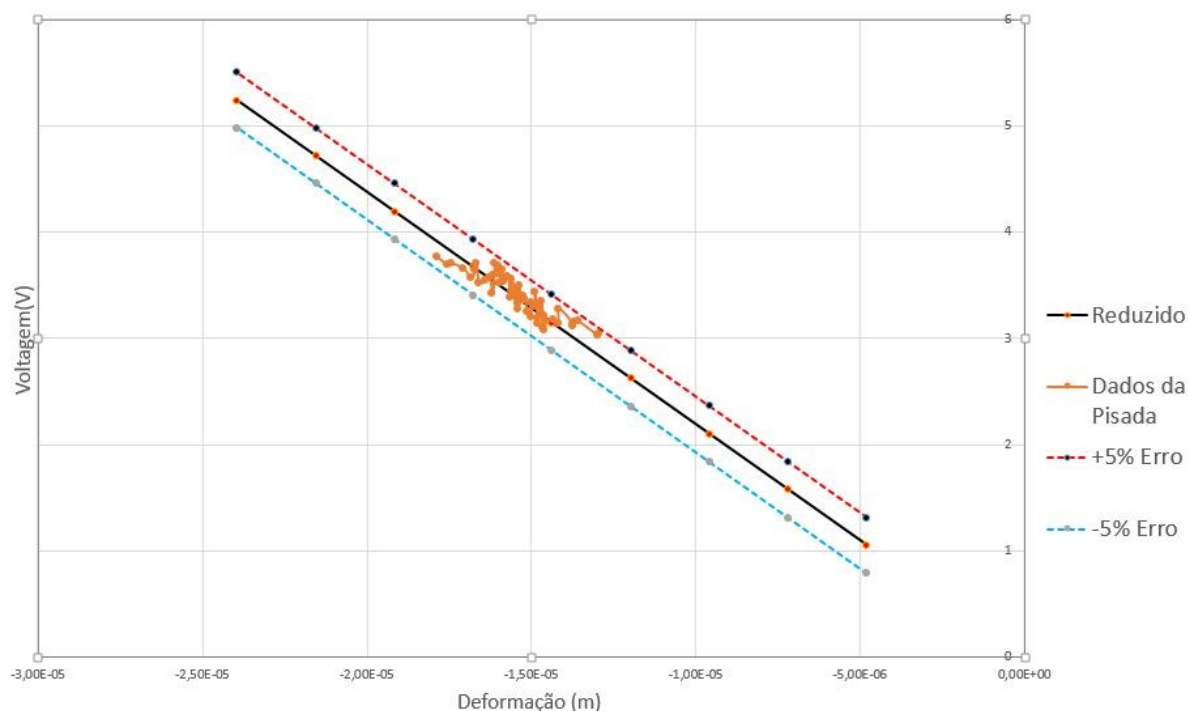


Figura 22 - Voltagem x Deformação

A Figura 22 mostra as curvas da variação de tensão pela deformação. A curva preta foi feita com os dados das simulações com diferentes forças do modelo reduzido do arranjo 3. Os pontos em laranja são os resultados da tensão em um dos componentes piezoelétricos do dispositivo, obtidos durante o regime transiente de simulação da pisada. Cada ponto da curva de dados da pisada está associado a um tempo e deformação diferente.

As linhas tracejadas azul e vermelha representam os resultados obtidos na linha amarela com +5 e -5 % de erro. Como todos os pontos dos resultados da pisada estão dentro dessa faixa de erro, podemos relacionar a deformação e a tensão através da curva amarela.

A simulação da pisada que resultou nos pontos laranjas demorou cerca de 19 horas para terminar, se fosse feito para todos os outros discos piezoelétricos demoraria no mínimo 475 horas. Com a aproximação que relaciona a deformação e a tensão, só foi necessário realizar a simulação mecânica do dispositivo, que demorou cerca de 5 horas, uma diminuição de 95 vezes do tempo mínimo estimado para a simulação completa.

Com a variação da deformação a cada instante de tempo da pisada foi possível obter também a tensão para os mesmos instantes.

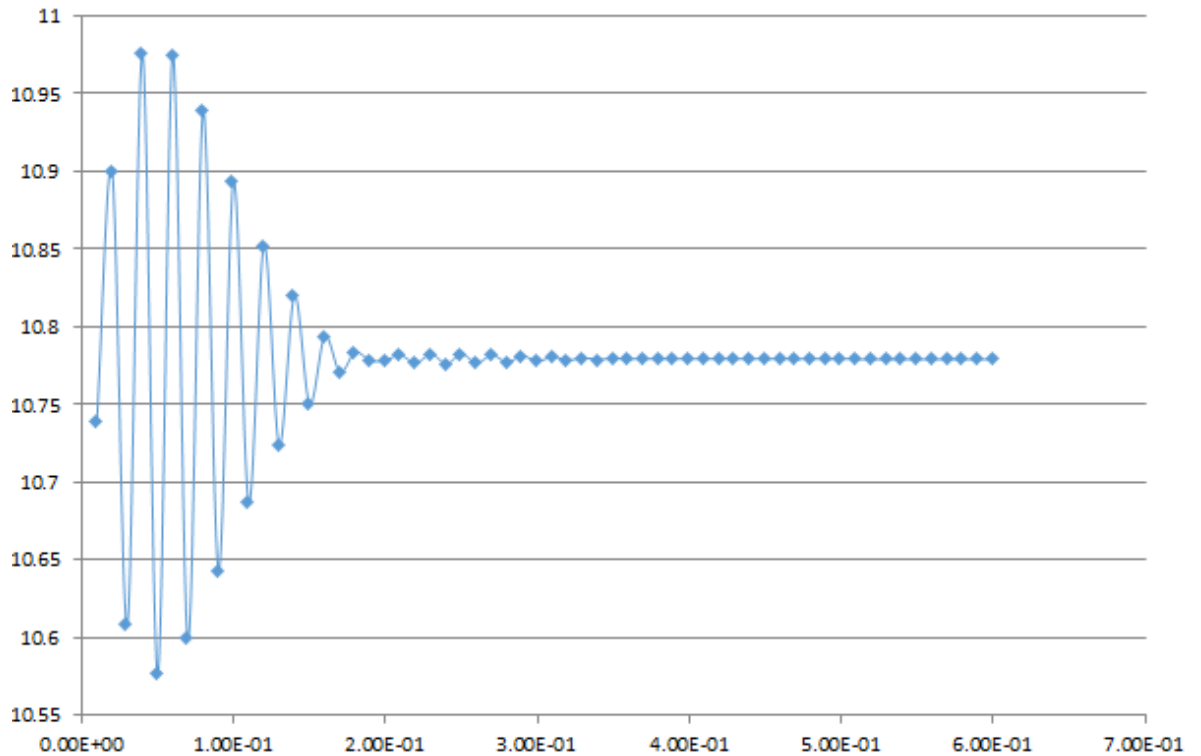


Figura 23 - Voltagem x Tempo

A Figura 23 mostra a variação da voltagem do piezoelétrico que teve a maior deformação com o tempo, essa deformação é oscilatória devido a força da pisada ter sido aproximada por um senóide. A voltagem não diminui a zero pois o piezoelétrico não está posicionado num circuito fechado, logo não é descarregado.

A voltagem máxima gerada por um dos piezoelétricos foi de 10 V, nas regiões perto da onde pé tocava o piso, a voltagem mínima foi de 0,16 V, longe de onde a força foi aplicada.

#### 4.2. Geração de Energia

A partir da simulação transiente do piso com elementos piezoelétricos, obteve-se a deformação de cada um dos discos piezoelétricos dispositivo. Para o cálculo da energia é necessário conhecer a capacitância do disco piezo elétrico. Isso foi obtido através da equação 2.6:

$$C = \frac{\epsilon_{33}A}{c}$$

Em que:

$$\epsilon_{33} = 830\epsilon_0 = 830 * 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(25 \times 10^{-3})^2}{4} = 0,490 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$c = 0,0001 \text{ m} = 10^{-4}$$

Substituindo, temos:

$$C = 36,05 \times 10^{-12} \text{ F} = 36,05 \text{ nF}$$

A partir da deformação, estimou-se a voltagem média na superfície de cada elemento. Essa voltagem é uma integral da ddp na superfície da piezocerâmica, mas é um valor instatâneo, ou seja, varia com o tempo (fase  $\theta$  da pisada). Para isso, utilizou-se a relação da curva da Figura 22,. Com as informações da voltagem, utilizou-se as equações 2.7, 2.8 e 2.9 para se estimar a energia produzida por cada elemento. A energia total do dispositivo é a soma da energia produzida por cada elemento.

Com base na tensão média gerada pela pisada de uma pessoa de 70 kg, foi possível calcular a potência média gerada por essa pisada. O valor obtido para toda placa foi de  $3,5 \times 10^{-5} \text{ W}$ , que é muito baixo. Esse valor baixo pode ser explicado pela qualidade dos parâmetros eletromecânicos do material piezoelétrico escolhido, pela falta de otimização da geometria da placa e pelo pequeno número de elementos piezoelétricos utilizados.

Em arranjos futuros, pede-se para considerar uma geometria que promova a concentração de tensão em regiões específicas do piso para aumentar a eficiência da absorção de energia.

### 4.3. Estudo de Caso

Como já era esperado, o valor de potência gerado por passo é baixo. A viabilidade do projeto é diretamente ligada ao fluxo de pessoas de um certo local, ou seja, quantos passos serão dados no dispositivo. Ainda assim, estima-se com base na potência de um elemento, que a potência seja realmente baixa e que talvez o projeto não seja viável.

#### 4.3.1. Central do Brasil

A central do Brasil é uma grande estação de trem e metrô, ponto final de cerca de 270 km de trilhos que ligam vários bairros e algumas cidades ao centro da cidade do Rio. Estima-se que cerca de 1 milhão pessoas passam por essa estação diariamente.

Considerando a aplicação do dispositivo proposto em cerca de  $10 \text{ m}^2$  em uma região estratégica que tenha grande movimentação, por volta de um passo em 5 s, do horário de abertura até o fechamento, num total de 18,5 h. O total de energia gerada em um dia pelo conjunto de dispositivos e apenas por um pode ser calculado a partir de:

$$E_{total} = 3,48 \times 10^{-5} * \frac{(18,5 \text{ h} * 3600)}{5 \text{ s}} * 10 \text{ dispositivos} = 4,635 \text{ Wh}$$



$$E_{por\ placa} = 0,4635\ Wh$$

#### **4.3.2. Aeroporto internacional de grande porte de uma grande metrópole**

Em um grande aeroporto do Brasil, cerca de 25 mil passageiros circulam diariamente, esse número ainda aumenta se contar os funcionários do aeroporto e familiares ou amigos dos passageiros. A aplicação deste dispositivo numa zona de embarque ou desembarque faz com que grande parte dos passageiros tenham que passar pelas placas piezoelétricas. Considerando que um total de 75% de pessoas pise nas placas, temos um total de energia de:

$$E = 3,48 \times 10^{-5} * (25000 * 0,75) = 0,6505\ W$$

No caso de aeroportos, a utilização dessas placas pode ser beneficiada por estudos de *Wayfinding*, que é o conjunto de informações visíveis, auditivas táteis que ajudam a nos movimentar dentro de algum espaço. Com técnicas de *Wayfinding* pode-se direcionar o fluxo de pessoas para onde as placas estão instaladas, aumentando o fluxo, logo a energia gerada e ainda pode ocorrer um retorno financeiro se as placas estiverem posicionadas perto de lojas.

## 5 Conclusão

Para a fabricação de um dispositivo como esse seria necessário um investimento por volta de 20 reais. Um piso 45 cm x 45 cm custa por volta de R\$ 10, cada disco piezoelétrico do modelo PZT-5A pode ser facilmente encontrado na faixa de R\$ 0,30, 25 deles custam R\$ 7,50, os calços podem ser fabricados através dos próprios pisos. No total, estima-se que um dispositivo completo custaria cerca de 20 reais.

Como o esperado, a geração de energia através desse tipo de tecnologia é baixa. O foco do projeto é a instalação dessas placas em locais de grande movimentação de pessoas. Apesar do custo baixo, os resultados foram tão baixos que inviabilizam esse projeto. O custo da energia no estado do Rio de Janeiro é de cerca de 1 real por kWh, para se pagar o projeto seria necessário a geração de 20 kWh. Baseado nos estudos de caso realizados na seção anterior o payback do projeto seria de cerca de 15 anos, o que o torna inviável.

Embora a execução desse projeto não seja recomendável, outros projetos com o mesmo princípio não podem ser descartados, existem outros tipos de materiais piezoelétricos com melhores parâmetros, porém seus preços são muito maiores em comparação ao PZT-5A. Além disso, novos materiais piezoelétricos podem ser sintetizados e talvez com melhores parâmetros eletromecânicos do que os hoje disponíveis no mercado.

Deve-se levar em consideração também que este é um campo recente e que vem sendo bastante estudado, mas que ainda possui um grande espaço para avanço, o estudo de colheita de energia utilizando a piezoelectricidade vem crescendo bastante nessa década. A Figura 24 mostra a evolução da publicação de artigos desse tema, chegando ao maior número em 2018 e 2019 com mais de 1700 artigos publicados em cada ano.

<input type="checkbox"/> 2020	(53) >	<input type="checkbox"/> 2010	(470) >	<input type="checkbox"/> 2000	(1) >
<input type="checkbox"/> 2019	(1,756) >	<input type="checkbox"/> 2009	(361) >	<input type="checkbox"/> 1999	(1) >
<input type="checkbox"/> 2018	(1,773) >	<input type="checkbox"/> 2008	(229) >	<input type="checkbox"/> 1998	(1) >
<input type="checkbox"/> 2017	(1,510) >	<input type="checkbox"/> 2007	(143) >	<input type="checkbox"/> 1993	(1) >
<input type="checkbox"/> 2016	(1,240) >	<input type="checkbox"/> 2006	(108) >	<input type="checkbox"/> 1991	(1) >
<input type="checkbox"/> 2015	(1,259) >	<input type="checkbox"/> 2005	(66) >	<input type="checkbox"/> 1990	(1) >
<input type="checkbox"/> 2014	(1,153) >	<input type="checkbox"/> 2004	(22) >		
<input type="checkbox"/> 2013	(983) >	<input type="checkbox"/> 2003	(17) >		
<input type="checkbox"/> 2012	(779) >	<input type="checkbox"/> 2002	(8) >		
<input type="checkbox"/> 2011	(607) >	<input type="checkbox"/> 2001	(9) >		

Figura 24 - Quantidade de artigos escritos sobre. Fonte: Scopus.

Das empresas que fazem dispositivos com princípio de funcionamento semelhante ao proposto, a Pavegen se mostra a mais promissora. Foi a única testada em experimentos científicos que teve resultados próximos ao prometido [24]. A start-up já tem parcerias com grandes empresas e instituições, como: Shell, Coca-Cola, Nike, Adidas, WWF, Hyundai, entre outros. Porém, seus produtos ainda são muito caros [24], o que impede um investimento em massa. No Brasil, a Pavegen, em parceria com a Shell, fez um campo de futebol com seus pisos no Morro da Mineira, Rio de Janeiro.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] B. L. Silva, R. W. C. e de Paula, “Causa do aquecimento global : antropogênica versus natural \* O efeito estufa na Terra,” *Univ. Estadual Paul. UNESP/Rio Claro*, vol. 5, no. 1, pp. 42–49, 2009.
- [2] I. P. on C. C.- IPCC, “Climate Change 2014 - Mitigation of Climate Change,” 2014.
- [3] M. Löwy, “Cenários do pior e alternativa ecossocialista,” *Serviço Soc. Soc.*, no. 104, pp. 681–694, 2010.
- [4] J. B. Conti, “Considerações sobre as mudanças climáticas globais,” *Geogr. Dep. Univ. Sao Paulo*, vol. 16, pp. 70–75, 2005.
- [5] S. Nemat-Nasser, “Geothermal Energy: Heat Extraction From Hot Dry Rock Masses.,” *Am. Soc. Mech. Eng.*, no. 77-Pet-41, p. 4993, 1977.
- [6] X. Li, M. Guo, and S. Dong, “A flex-compressive-mode piezoelectric transducer for mechanical vibration/strain energy harvesting,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 58, no. 4, pp. 698–703, 2011.
- [7] M. Q. Le *et al.*, “Review on energy harvesting for structural health monitoring in aeronautical applications,” *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 79, pp. 147–157, 2015.
- [8] S. C. Chang, “A 1-mW Vibration Energy Harvesting System for Moth Flight-Control Applications,” *Massachusetts Inst. Technol.*, p. 98, 2010.
- [9] U. K. Singh and R. H. Middleton, “Piezoelectric Power Scavenging of Mechanical Vibration Energy,” *Aust. Min. Technol. Conf.*, no. October, pp. 111–118, 2007.
- [10] Howells, Christopher A, “Piezoelectric Energy for Soldier Systems,” p. 6, 2008.
- [11] T. Dikshit and D. Shrivastava, “Energy Harvesting via Piezoelectricity.,” *BVICAM's ...*, vol. 2, no. 2, pp. 265–270, 2010.
- [12] K. Words and I. The, “Powered Piezoelectric Batteries to Supply Power to Wearable Electronic,” vol. 10, no. 1, pp. 34–40, 2002.
- [13] M. H. Ansari and M. A. Karami, “Modeling and experimental verification of a fan-folded vibration energy harvester for leadless pacemakers,” *J. Appl. Phys.*, vol. 119, no. 9, 2016.
- [14] Y. M. Choi, M. G. Lee, and Y. Jeon, “Wearable biomechanical energy harvesting technologies,” *Energies*, vol. 10, no. 10, 2017.
- [15] W. Hankle, “Energy harvesting. American Ceramic Society Bulletin,” *Am. Ceram. Soc.*

*Bull. Vol.*, vol. 89, no. 1, pp. 22-27+32, 2010.

- [16] R. Kour, "Piezoelectric Roads: Energy Harvesting Method Using Piezoelectric Technology," *Innov. Energy Res.*, vol. 5, no. 1, pp. 1–6, 2016.
- [17] S. Kim, J. Shen, and M. Ahad, "Piezoelectric-Based Energy Harvesting Technology for Roadway Sustainability," *Int. J. Appl. Sci. Technol.*, vol. 5, no. 1, pp. 20–25, 2015.
- [18] H. Xiong and E. Weaver, "Piezoelectric Energy Harvesting on Public Roadways," *Int. J. Pavement Res. Technol.*, vol. 5, no. 5, pp. 331–337, 2013.
- [19] M. N. Gupta, Suman, and S. K. Yadav, "Electricity Generation Due to Vibration of Moving Vehicles Using Piezoelectric Effect," *Adv. Electron. Electr. Eng.*, vol. 4, no. 3, pp. 313–318, 2004.
- [20] D. Hill *et al.*, "ASSESSMENT OF PIEZOELECTRIC MATERIALS FOR ROADWAY ENERGY HARVESTING Cost of Energy and Demonstration Roadmap-007 PREPARED BY: ACKNOWLEDGEMENTS," 2014.
- [21] A. Kokkinopoulos, G. Vokas, and P. Papageorgas, "Energy harvesting implementing embedded piezoelectric generators-The potential for the Attiki Odos traffic grid," *Energy Procedia*, vol. 50, no. April 2013, pp. 1070–1085, 2014.
- [22] H. Roshani, S. Dessouky, A. Montoya, and A. T. Papagiannakis, "Energy harvesting from asphalt pavement roadways vehicle-induced stresses: A feasibility study," *Appl. Energy*, vol. 182, pp. 210–218, Nov. 2016.
- [23] E. Field, A. Hannigan, and K. Tetreault, "PECS - Design of a Self-Sustaining , Affordable Energy Generating System for Airports," 2015.
- [24] A. P. Carmona, N. M. R. Madriñan, T. T. Raymond, and L. A. S. Robinson, "Design of a Sustainable System for Harvesting Energy from Humans, Based on the Piezoelectric Effect in Places of High Mobilization of People," vol. VIII, no. January, pp. 851–860, 2019.
- [25] IEA, "World energy balances: An Overview," *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 53, no. 9, pp. 1689–1699, 2019.
- [26] A. T. Papagiannakis, S. Dessouky, A. Montoya, and H. Roshani, "Energy Harvesting from Roadways," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 83, no. Seit, pp. 758–765, 2016.
- [27] J. R. Hansman, *Characteristics of instrumentation*. 2017.
- [28] S. Waqar, L. Wang, and S. John, *Piezoelectric energy harvesting from intelligent textiles*. Elsevier Ltd., 2015.
- [29] A. Erturk and D. J. Inman, "Introduction to Piezoelectric Energy Harvesting," *Piezoelectric Energy Harvest.*, pp. 1–18, 2011.

- [30] IEEE, "IEEE Piezoelectric Standards," vol. 1, pp. 10–14, 1976.
- [31] S. Priya, "Criterion for material selection in design of bulk piezoelectric energy harvesters," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 57, no. 12, pp. 2610–2612, 2010.
- [32] S. R. Anton and H. A. Sodano, "A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006)," *Smart Mater. Struct.*, vol. 16, no. 3, 2007.
- [33] S. Roundy, P. K. Wright, and J. Rabaey, "A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes," *Comput. Commun.*, vol. 26, no. 11, pp. 1131–1144, 2003.
- [34] J. Yang, H. Zhou, Y. Hu, and Q. Jiang, "Performance of a piezoelectric harvester in thickness-stretch mode of a plate," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 52, no. 10, pp. 1872–1876, 2005.
- [35] W. B. DE LIMA, "TRANSDUTORES DE DEFORMAÇÃO A BASE DE SENSORES PIEZOELÉTRICOS," ESCOLA DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE, 2013.
- [36] D. A. T. Vo Thanh Tung, Nguyen Trong Tinh, Nguyen Hoang Yen, "Evaluation of Electromechanical Coupling Factor for Piezoelectric Materials Using Finite Element Modeling," *Int. J. Materials Chem.*, vol. 3, no. 3, pp. 59–63, 2013.
- [37] M. N. A. Gulshan Taj, A. Chakrabarti, and A. H. Sheikh, "Analysis of functionally graded plates using higher order shear deformation theory," *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 18–19, pp. 8484–8494, 2013.

