



Eric Alves Ceciliano

**Geração de malhas poliédricas baseadas no
diagrama de Voronoi para uso no
OpenFOAM**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Anderson Pereira

Rio de Janeiro
Dezembro de 2019

Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais, Andre e Andrea, pelo apoio, carinho, palavras de incentivo durante o curso e por proporcionarem isso tudo pra mim, sem vocês nada disso seria possível.

Agradeço também à minha avó, Lourdes, pelo amor incondicional, apoio e paciência por todos os almoços que não pude comparecer.

À minha namorada, Flávia, por todo o apoio, amor, paciência com as minhas reclamações e diversos momentos de descontração durante esses 5 anos, sem os quais não teria conseguido terminar esse curso.

Ao meu primo-irmão, Pedro, pela amizade, almoços, trabalhos em grupo e apoio durante todo o curso.

Finalmente, aos meus amigos UPA, pela amizade nas presenças e compreensão em todas as minhas ausências durante esses anos.

Resumo

Geração de malhas poliédricas baseadas no diagrama de Voronoi para uso no OpenFOAM

O projeto visa o estudo do método de volumes finitos e sua aplicação na geração de diversas malhas, variando tanto o número de elementos que as compõem quanto a forma das células básicas, para posterior simulação usando o software OpenFOAM baseado em um problema simples e amplamente difundido na bibliografia, chamado de lid driven cavity. O objetivo do trabalho é estudar o impacto das variações destes parâmetros, avaliando e comparando os resultados com referências para a solução analítica.

Palavras-chave

Método de Volumes Finitos; OpenFOAM; Simulação Numérica.

Abstract

Polyhedral mesh generations based on Voronoi's diagram for later use on OpenFOAM

The project aims to study the Finite Volume Method and its application in diverse mesh generation, varying the number of elements in each mesh as well as the type of cell, for later simulations using OpenFOAM software, based on a simple and well known problem, called lid driven cavity. The project goal is to study the impact of these parameter variations, evaluating and comparing the results with references to the analytical solution.

Keywords

Finite Volume Method; OpenFOAM; Numerical Simulation.

Sumário

1	Introdução	9
2	Fundamentação Teórica	10
2.1	Método dos Volumes Finitos	10
2.2	Diagrama de Voronoi	12
2.3	Triangulação de Delaunay	12
2.4	Malha OpenFOAM	13
3	Procedimento e Análise de Resultados	22
3.1	Malhas de diferentes tamanhos	23
3.2	Malhas de diferentes tipos	51
4	Conclusão	58

Lista de figuras

2.1	a)Domínio de interesse b)Domínio discretizado por malha estruturada c)Domínio discretizado por malha não-estruturada. Fonte: [1]	11
2.2	Malha formada pelo Diagrama de Voronoi	12
2.3	Malha formada pela triangulação de Delaunay	13
2.4	Formato do cabeçalho dos arquivos	14
2.5	Exemplo de definição dos pontos no Excel	14
2.6	Exemplo de formato do arquivo Points	15
2.7	Exemplo de formato do arquivo Faces	16
2.8	Exemplo de formato do arquivo Owner	17
2.9	Exemplo de formato do arquivo Neighbour	18
2.10	Exemplo de formato do arquivo Boundary	19
2.11	Esboço inicial da malha	20
2.12	Numeração dos pontos	20
3.1	Estrutura do problema	22
3.2	Velocidade na direção X ao longo do eixo Z	24
3.3	Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z	26
3.4	Pressão ao longo do eixo Z	27
3.5	Velocidade x ao longo do eixo x	28
3.6	Velocidade z ao longo do eixo x	29
3.7	Pressão ao longo do eixo x	30
3.8	Velocidade na direção X ao longo do eixo Z	32
3.9	Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z	33
3.10	Pressão ao longo do eixo Z	34
3.11	Velocidade na direção X ao longo do eixo X	35
3.12	Velocidade na direção Z ao longo do eixo X	36
3.13	Pressão ao longo do eixo X	37
3.14	Velocidade na direção X ao longo do eixo Z	38
3.15	Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z	39
3.16	Pressão ao longo do eixo Z	40
3.17	Velocidade na direção X ao longo do eixo X	41
3.18	Velocidade na direção Z ao longo do eixo X	42
3.19	Pressão ao longo do eixo X	43
3.20	Velocidade na direção X ao longo do eixo Z	45
3.21	Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z	46
3.22	Pressão ao longo do eixo Z	47
3.23	Velocidade na direção X ao longo do eixo X	48
3.24	Velocidade na direção Z ao longo do eixo X	49
3.25	Pressão ao longo do eixo X	50
3.26	Velocidade na direção X ao longo do eixo Z	51
3.27	Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z	52
3.28	Pressão ao longo do eixo Z	53
3.29	Velocidade x ao longo do eixo x	54
3.30	Velocidade z ao longo do eixo x	55

Lista de tabelas

3.1	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	25
3.2	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	26
3.3	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	28
3.4	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	29
3.5	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	30
3.6	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	31
3.7	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	32
3.8	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	33
3.9	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	34
3.10	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	35
3.11	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	36
3.12	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	37
3.13	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	39
3.14	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	40
3.15	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	41
3.16	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	42
3.17	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	43
3.18	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	44
3.19	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	45
3.20	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	46
3.21	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	47
3.22	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	48
3.23	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	49
3.24	Pressões no ponto máximo da malha de referência	50
3.25	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	52
3.26	Velocidades no ponto máximo da malha de referência	53
3.27	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	54
3.28	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	55
3.29	Velocidades no ponto mínimo da malha de referência	56
3.30	Pressões no ponto mínimo da malha de referência	57

1

Introdução

Muito vem sendo explorado sobre o uso de simulação em toda a engenharia usando *Computational Fluid Dynamics* (CFD). Com a contínua melhoria de computadores e tecnologia em geral, esse campo vem tendo um ganho de interesse devido a enormidade de aplicações possíveis.

Atualmente, a maior complicação desse campo de estudo, segundo Balafas, 2014 [2], é a geração de malhas para domínios complexos em 3D, visto que em 2D já foi bastante explorado mas tem uso limitado. Também segundo ele, vem sendo priorizado o uso de malhas hexaédricas por apresentarem maior qualidade da malha e resultados satisfatórios na simulação. Porém, ainda não se criou um modelo para geração 3D como já é amplamente difundido em 2D, apesar de muito progresso ter sido feito.

A solução temporária encontrada até o momento tem sido o uso de tetraedros, por serem volumes mais simples, versáteis e de geração mais fácil, com resultados ainda satisfatórios. Porém, com a complexidade do domínio aumentando, esses elementos não se conservam de forma apropriada, gerando alongamentos indesejados e resultados distorcidos. A solução de fato é a exploração de novos algoritmos para geração automática de malhas.

2

Fundamentação Teórica

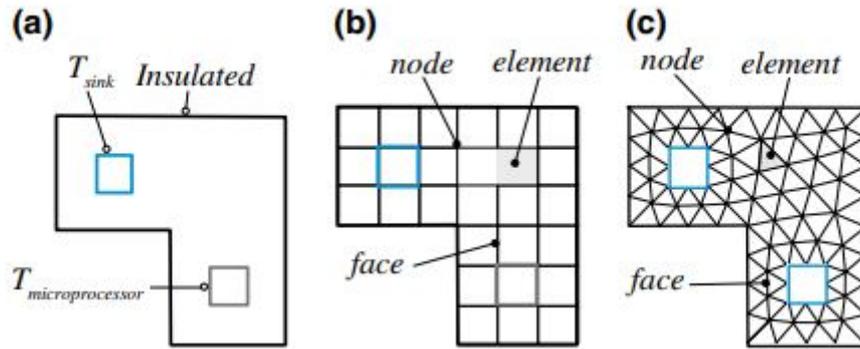
2.1

Método dos Volumes Finitos

Segundo Moukalled et. al, 2016[1], o método dos volumes finitos (MVF) é uma técnica numérica que transforma equações diferenciais parciais que descrevem leis de conservação sobre volumes diferenciais em equações algébricas discretas sobre volumes (ou elementos ou células) finitos. Com essa finalidade, primeiramente o domínio a ser estudado é discretizado em pequenas células, de forma que estas não se sobreponham, e as funções contínuas são aproximadas em cada uma dessas sub-regiões. Elas se conectam entre si através de pontos nodais, criando assim uma malha que representa o domínio. O objetivo do método é representar da melhor forma possível as funções contínuas de forma discreta, com a precisão geralmente aumentando com o número de elementos até um limite, a partir do qual o incremento desse número de divisões não representa ganho numérico, mas sim um custo computacional exacerbado e desnecessário.

Segundo Vasconcellos, 1999 [3], pode se definir de diversas formas o conceito de malha estruturada. Segundo Maliska [4], são aquelas em que cada volume interno possui o mesmo número de vizinho e que a numeração dos mesmos tem uma sequência natural. Segundo Ferziger e Peric[5], uma malha estruturada é qualquer malha em que todos os pontos da malha, ou os volumes, possam ser unicamente identificados usando três índices (i, j, k). Desta forma, toda a malha que não preencher as características de um destes conceitos é, portanto, uma malha não-estruturada.

Apesar de uma complexidade maior, uma malha não-estruturada pode ser vantajosa, principalmente quando se analisa a flexibilidade desta do ponto de vista geométrico.



.JPG

Figura 2.1: a) Domínio de interesse b) Domínio discretizado por malha estruturada c) Domínio discretizado por malha não-estruturada. Fonte: [1]

Na imagem acima é possível observar no item "a" o domínio a ser discretizado, no item "b" a malha estruturada resultante desse processo e no item "c" uma malha não-estruturada. Contudo, nesse caso se trata de uma discretização em duas dimensões, de forma contrária ao que será utilizado neste trabalho, já que o *OpenFOAM* apenas aceita malhas em 3 dimensões.

Qualquer malha discretizada pelo MVF tem algumas entidades fundamentais, são elas:

2.1.1

Pontos

Entidade mais elementar, definem quantas dimensões o domínio possui, a forma dos elementos e sua distribuição determina se a malha será regular ou não.

2.1.2

Faces

São formadas pela união de pontos, sendo classificadas como externas, aquelas que estão no contorno do domínio, ou internas, que estão no seu interior e assim sendo são compartilhadas por dois elementos.

2.1.3

Elementos

Podem ser definidos tanto pela junção das faces que os compõem quanto pelos pontos que os delimitam.

2.2

Diagrama de Voronoi

De acordo com Balafas, 2014 [2], um dos principais focos na geração de malhas poliédricas tem sido o diagrama de Voronoi. Nessa estrutura, são fornecidos inicialmente pontos iniciais (também chamados de sementes) que caracterizam o domínio que será discretizado. A partir deles, são criadas sub-regiões caracterizadas pelo fato de que qualquer ponto dentro desta está mais próximo da semente da região do que de qualquer outra.

Seguindo essa definição, as regiões externas seriam infinitas, porém, para fins de geração da malha, o domínio desta limita essas subdivisões, criando um volume finito.

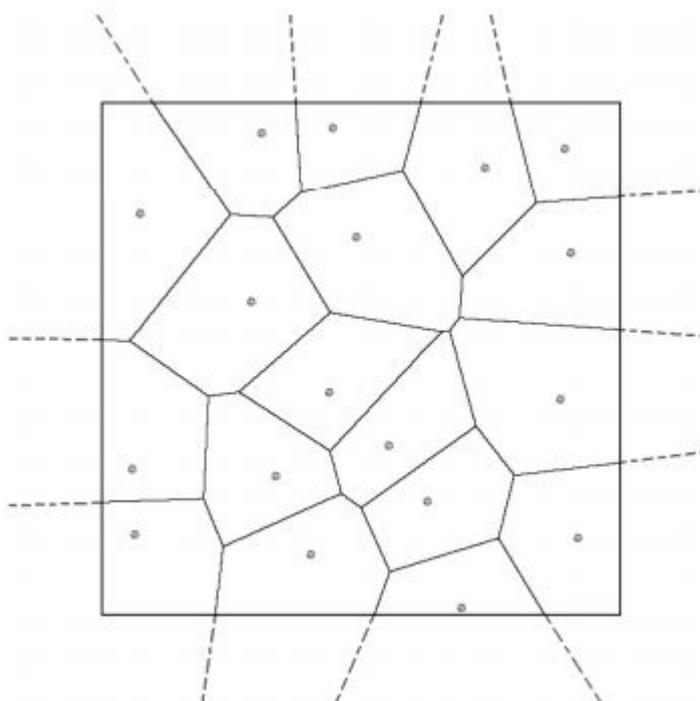


Figura 2.2: Malha formada pelo Diagrama de Voronoi

Na figura acima pode se observar uma malha não-estruturada formada pelo diagrama de Voronoi, com suas sementes e células formadas em torno delas. Como citado anteriormente e mostrado na imagem, essas divisões seriam infinitas, porém são truncadas pelos limites do domínio.

2.3

Triangulação de Delaunay

Primeiramente deve se explicar o conceito de transformação dual, um processo que tem como argumento de entrada uma malha inicial, chamada

de primal e a saída é uma outra malha, baseada na anterior, chamada de dual. Segundo Balafas[2] o principal método para esse processo define que os vértices da malha dual são gerados no centro das células da malha primal, desencadeando assim uma relação única e recíproca entre essas duas malhas, isto é, a malha original pode ser obtida se for aplicado o processo novamente na sua dual.

Se esse processo for aplicado em um diagrama de Voronoi, será obtida uma triangulação de Delaunay, caracterizada pelo fato de que nenhum vértice se encontra dentro da circunferência de nenhum triângulo, como é possível ver na imagem abaixo.

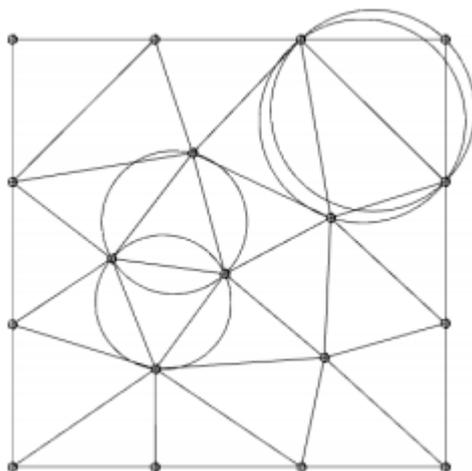


Figura 2.3: Malha formada pela triangulação de Delaunay

2.4

Malha OpenFOAM

Neste capítulo será descrito o processo de geração de uma malha no software *OpenFOAM*. Para isso, são necessários cinco arquivos, com algumas características em comum: todos apresentam *header* no formato abaixo e a indexação das listas começa no zero, não no um, como se imagina de imediato. A malha é sempre tridimensional, formada por células que podem ter diferentes formatos, como por exemplo, hexaedros, tetraedros, entre outros. Essas são compostas por faces, que são formadas por um conjunto de pontos.

```

/*-----*- C++ -*-----*/
|=====|
| \\ / | F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \\ / | O peration | Version: v1906
| \\ / | A nd | Web: www.OpenFOAM.com
| \\ \\ | M anipulation |
/*-----*/
FoamFile
{
  version      2.0;
  format       ascii;
  class        polyBoundaryMesh;
  location     "constant/polyMesh";
  object       boundary;
}
// ***** //

```

Figura 2.4: Formato do cabeçalho dos arquivos

Na figura acima é representado o cabeçalho padrão para os arquivos de pontos, faces e *boundary*, este que representa as condições de contorno. Os arquivos necessários para o OpenFOAM são:

2.4.1

Points

Um arquivo formado por uma lista de vetores tridimensionais que representam os vértices das células fundamentais que compõem a malha. Afim de facilitar a construção e manipulação do arquivo pode se utilizar uma planilha no *Microsoft Excel*, como visto abaixo:

INDEXADOR	COORDENADAS		
	x	y	z
0	0	0	0
1	1	0	0
2	0	1	0
3	1	1	0
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Figura 2.5: Exemplo de definição dos pontos no Excel

Para o arquivo *points* propriamente dito, primeiramente deve se colocar o número de pontos e em seguida a lista de pontos, separados por linha e entre parenteses. Aproveitando o exemplo acima:

```

          9
        (
        (0 0 0)
        (1 0 0)
        (0 1 0)
        (1 1 0)
          .
          .
          .
        )

```

Figura 2.6: Exemplo de formato do arquivo Points

Importante ressaltar que cada ponto tem um índice associado, que começa no zero e vai crescendo com a ordenação das linhas. Cabe salientar também que este arquivo não possui nenhuma regra de organização, diferentemente de outros que serão explorados adiante.

2.4.2

Faces

Antes de explicar o formato do arquivo, primeiro é importante explicar os conceitos chamados de *cell owner* e *cell neighbour* na construção da malha. Cada face de cada célula da malha pode ser classificada de duas formas: interna ou externa.

As externas são aquelas que estão na "borda" do domínio, e, portanto, tem contato apenas com uma célula, chamada de célula *owner*.

As faces internas são todas aquelas que não tem contato com a borda do domínio, ou seja, estão no interior deste. Essas faces tem contato com duas células diferentes sempre: uma delas, a que tem o menor índice, é classificada como sua célula *owner*, enquanto a outra célula é classificada como sua *neighbour*. Deve se ressaltar que, ao contrário do que se possa imaginar, essas faces são compartilhadas pelas duas células, isto é, não devem ser definidas duas vezes. Essa característica pode ser melhor entendida com uma comparação: ao se gerar uma malha composta por apenas uma célula hexaédrica, devem ser definidas seis faces, enquanto que em uma de duas células são definidas apenas onze, não doze, já que eles compartilham a face interna.

Neste arquivo, cada linha representa uma face de um dos elementos que compõem a malha e os integrantes de cada linha são os índices dos pontos, definidos no arquivo acima. A ordenação dos pontos dentro da face deve ser de forma que a normal da face, dada pela regra da mão direita, aponte sempre

para fora da célula owner da face.

De forma oposta ao arquivo anterior, as faces devem ser ordenadas de uma maneira específica:

Primeiramente se divide as faces entre as internas e externas, sendo estas colocadas por último. Dentro do grupo das externas, elas devem ser agrupadas por condição de contorno. Um exemplo de arquivo de faces pode ser visto abaixo:

```

36
(
4(1 4 13 10)
4(3 12 13 4)
4(4 13 14 5)
4(4 7 16 13)
4(9 10 13 12)
4(10 11 14 13)
4(10 13 22 19)
4(12 13 16 15)
4(12 21 22 13)
4(13 14 17 16)
4(13 22 23 14)
4(13 16 25 22)
4(6 15 16 7)
4(7 16 17 8)
4(15 24 25 16)
4(25 26 17 16)
4(0 3 4 1)
4(0 1 10 9)
4(0 9 12 3)
4(1 4 5 2)
4(1 2 11 10)
.
.
.
4(12 21 24 15)
4(22 23 26 25)
4(14 17 26 23)
)

```

Figura 2.7: Exemplo de formato do arquivo Faces

Os 3 arquivos seguintes usam como este como base, não mais o de pontos.

2.4.3

Owner

Neste arquivo são definidas quais as células donas de cada face. Para isso, usa-se a ordenação do arquivo anterior e o índice que aparece em cada linha é

referente a célula, não a face.

O número de entradas nesse arquivo deve ser exatamente igual ao número de linhas no arquivo *faces* já que todas estas tem necessariamente uma célula *owner*, independentemente de serem internas ou externas.

```

36
(
0
0
1
2
0
1
4
2
4
3
5
6
2
3
6
7
0
0
0
.
.
.
5
5
6
6
7
7
)

```

Figura 2.8: Exemplo de formato do arquivo Owner

2.4.4

Neighbour

Esse arquivo é similar ao owner, porém com uma diferença crucial: as únicas faces que possuem célula vizinha são as internas, e, por isso, o número de entradas deste arquivo será sempre menor do que o anterior. Em termos de ordenação e ao que se refere cada linha, esta lista se comporta como a anterior. Abaixo pode ser visto um exemplo de arquivo *neighbour*.

```
12  
(  
1  
2  
3  
3  
4  
5  
5  
6  
6  
7  
7  
7  
  
)
```

Figura 2.9: Exemplo de formato do arquivo Neighbour

2.4.5

Boundary

Nesse arquivo, com uma estrutura diferente de todos os anteriores, serão definidas as condições de contorno do domínio. Em cada grupo destes, serão fornecidas informações sobre a característica da condição de contorno e duas informações que se relacionam com os arquivos anteriores: o número de faces que tem essa condição e qual o índice da face inicial, por isso o grupo de faces com mesma condição devem estar ordenados de forma contínua no arquivo *faces*.

Deve se ressaltar que as únicas faces que possuem condição de contorno são as externas, portanto, considerando que a malha sempre terá pelo menos uma face interna e que estas aparecem primeiro na ordenação do arquivo base, o índice inicial na condição de contorno nunca será o zero. Abaixo pode ser visto um exemplo de arquivo *boundary*.

```
2
(
  movingWall
  {
    type          wall;
    inGroups      1(wall);
    nFaces        4;
    startFace     12;
  }
  fixedWalls
  {
    type          wall;
    inGroups      1(wall);
    nFaces        20;
    startFace     16;
  }
)
```

Figura 2.10: Exemplo de formato do arquivo Boundary

2.4.6

Exemplo prático

Para ilustrar melhor o processo, será utilizado um exemplo de malha com oito hexaedros de lados iguais e unitários, com dois elementos em cada direção. Primeiramente, pode se fazer um esboço afim de visualizar o domínio a ser criado, como o abaixo:

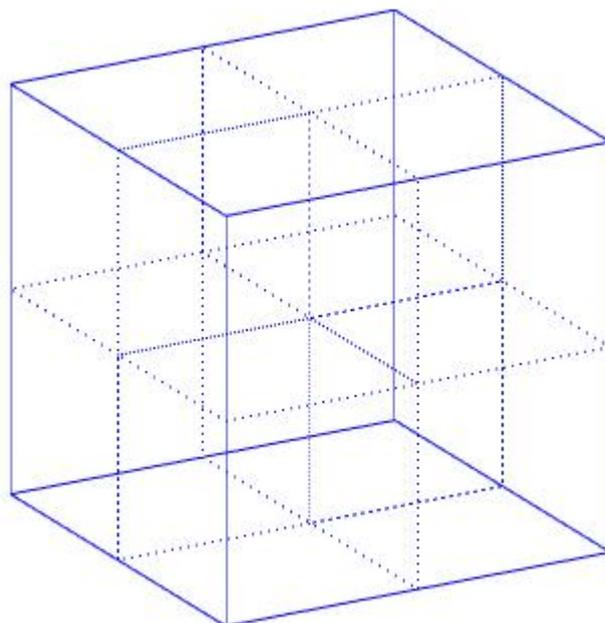


Figura 2.11: Esboço inicial da malha

Com isso, definindo uma origem e orientações de eixos cartesianos, se definem os pontos necessários para montar o domínio, os ordenando de maneira arbitrária para criar assim o arquivo points. Além disso, deve se estabelecer o índice referente a cada célula, também de forma arbitrária: nesse caso, escolheu-se como o índice zero a célula com o ponto com índice zero, com a numeração aumentando da mesma forma que a dos pontos, de forma que a célula de índice sete, a última, é a que contém o ponto 26.

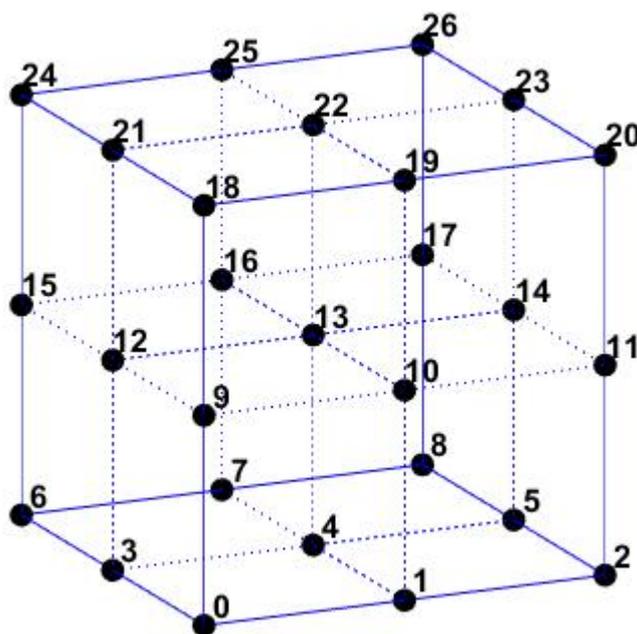


Figura 2.12: Numeração dos pontos

Em seguida, para facilitar a construção dos arquivos subsequentes, é sugerido usar uma planilha no *Microsoft Excel*, em que cada linha representa uma face e as colunas são:

- Ponto 1: Índice do ponto 1
- Ponto 2: Índice do ponto 2
- Ponto 3: Índice do ponto 3
- Ponto 4: Índice do ponto 4
- Tipo de Face: Interna ou Externa
- Owner: Índice da célula owner
- Neighbour: Índice da célula neighbour (apenas para faces internas)
- Boundary: Tipo da condição de contorno (apenas para faces externas)

Com essa estrutura montada, o primeiro passo é preencher as colunas referentes aos pontos de cada face, lembrando que a ordenação deve ser feita de forma que a normal da face obtida pela regra da mão direita deve apontar para fora da célula owner. Em seguida, com todas as faces montadas e com o auxílio do esboço inicial, é fácil preencher as outras colunas. Finalmente, para fazer a ordenação correta das faces, lembrando as regras necessárias para montagem, pode se utilizar a funcionalidade "Sort" usando como primeiro critério a coluna "Tipo de Face" para as faces internas serem colocadas primeiro. O segundo critério é a coluna "Boundary", para agrupar todas as faces com mesma condição de contorno. Com isso, a ordenação fica correta e por uma função simples no próprio Excel é possível montar os arquivos faces, owner e neighbour. Para o arquivo boundary é necessário pegar o modelo exposto anteriormente e adequar as condições de contorno para assim preencher corretamente o número de faces dentro de cada grupo e o índice da face inicial. Neste exemplo, foram definidos que as faces superiores seriam do tipo *MovingWall*, enquanto as restantes seriam do tipo *FixedWall*.

3

Procedimento e Análise de Resultados

Para o presente projeto e conseqüente validação do método de geração de malhas será explorado um problema muito conhecido na literatura, sendo inclusive um caso de tutorial do software *OpenFOAM* para novos usuários, chamado de *lid driven cavity*, exposto abaixo:

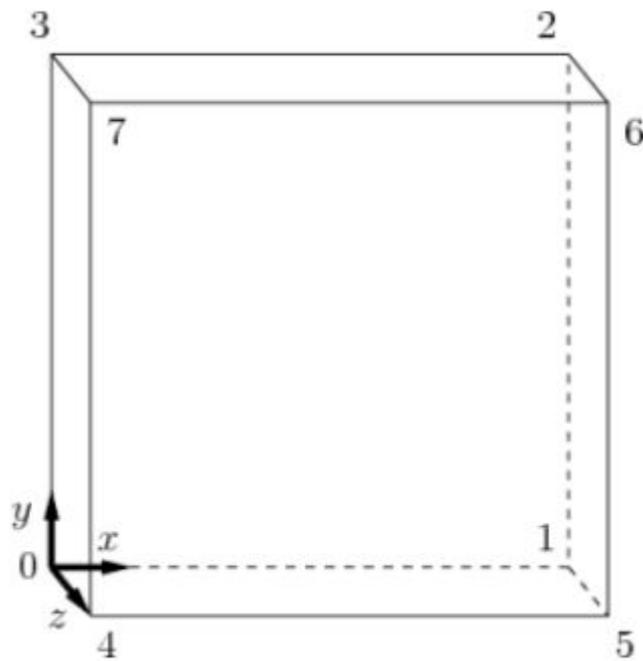


Figura 3.1: Estrutura do problema

Neste problema, todas as fronteiras do domínio são paredes e, tirando a superior (composta pelos pontos dois, três, sete e seis), são fixas enquanto esta é móvel com velocidade de módulo um metro por segundo, na direção x , no sentido positivo. A partir dessa configuração, serão geradas diferentes malhas, variando tanto o seu tamanho, ou número de células, quanto o tipo do elemento básico que compõem a malha. Em seguida, será feita uma comparação entre os resultados se escolhendo grandezas relevantes para o problema, seus erros relativos e o tempo gasto para se simular o mesmo problema com as diferentes malhas.

Inicialmente, para validar o programa desenvolvido, foi gerado uma malha hexaédrica de 50 elementos em cada direção por meio deste e depois uma de mesmo tipo e tamanho por meio do *blockMeshDict*, um dicionário embutido no software, por meio do qual é possível gerar malhas simples de forma mais

fácil, mas não permite gerar as mais complexas. Comparando os resultados entre essas duas simulações, foi validado o modo de geração do programa.

Para a análise foram geradas três malhas regulares, sendo seus elementos básicos o hexaedro regular, o octaedro truncado e o dodecaedro rômico, além de uma malha não estruturada, baseada na tesselação de Voronoi centroidal, na qual são feitas iterações para que as sementes convirjam para o centroide da célula. Para cada um desses quatro tipos de elementos básicos, foram geradas malhas com aproximadamente 8, 64, 512, 4096, 32768 e 262144 elementos, que seriam o equivalente a lados com 2, 4, 8, 16, 32 e 64 elementos respectivamente. Com as malhas geradas pelo *PolyMesher*, como descrito anteriormente, os arquivos respectivos foram copiados para o *OpenFOAM*, onde foi usado o *solver icoFoam*, onde o fluxo é considerado laminar, isotérmico e incompressível.

Após cada simulação, foi extraído um arquivo do tipo .csv com os dados fornecidos pelo software: coordenadas, componentes de velocidade em cada direção e pressão. Para isso, deve se definir uma reta ao longo da qual serão extraídas essas grandezas, e nesse caso, foram escolhidas duas retas, uma ligando o ponto central da face inferior ao da face superior (eixo na direção z) e a outra ligando o ponto central da face esquerda ao da face direita (eixo na direção x). Com esses dados, através do *Microsoft Excel*, foram gerados gráficos para primeiramente visualizar o efeito do tamanho da discretização nos valores das grandezas observadas, para cada tipo de malha. Para efeito de comparação, tomou-se como referência para uma solução próxima da analítica a malha hexaédrica de 100 elementos por direção. Em seguida, foi fixado um tamanho de malha (64 elementos por direção) e variou-se o tipo do elemento básico para avaliar o impacto nos resultados.

3.1

Malhas de diferentes tamanhos

3.1.1

Hexaedros

Primeiramente, foi obtido o gráfico para a velocidade na direção x, ao longo do eixo z:

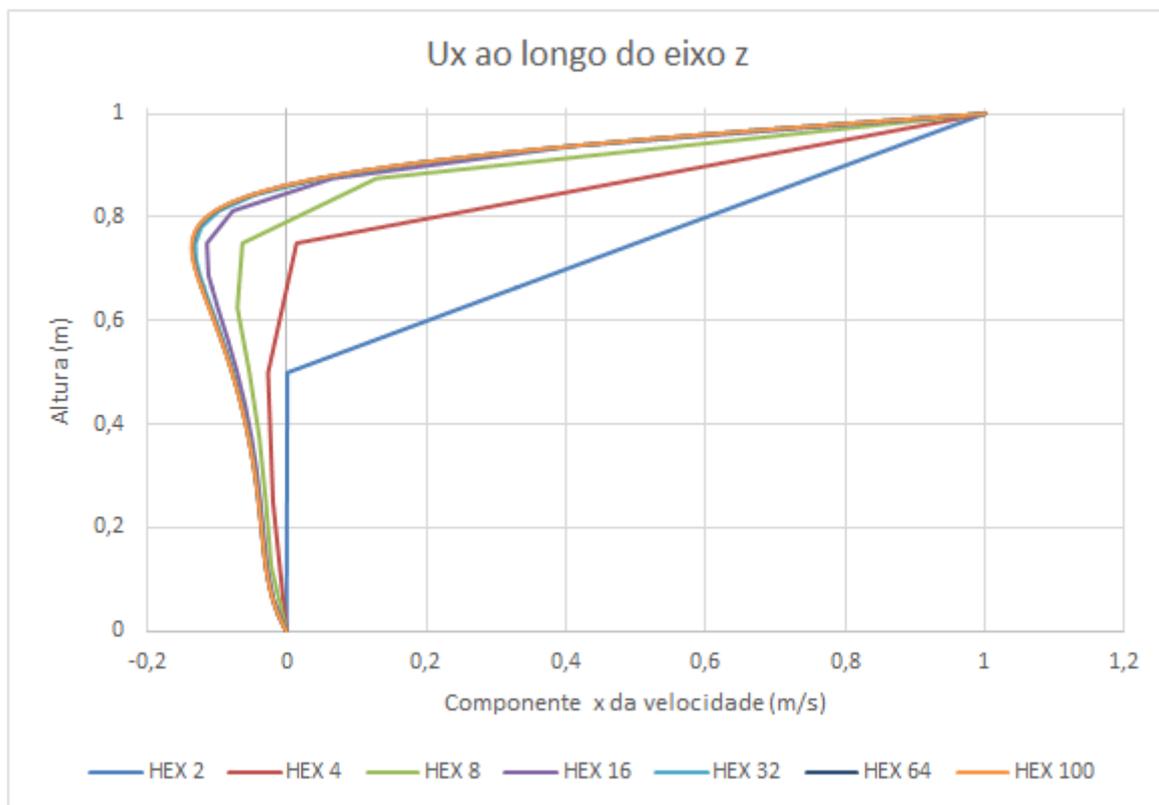


Figura 3.2: Velocidade na direção X ao longo do eixo Z

Na imagem acima, cada linha representa um dos tamanhos, com a legenda representando o tipo de elemento básico de cada malha e a quantidade de elementos por lado da malha, ou seja, a linha "HEX 2" representa a malha formada por hexaedros e com duas células por lado, totalizando oito células no domínio.

Pode se perceber a diferença exacerbada entre os diferentes tamanhos de malha e que a medida que a discretização aumenta a solução converge para a analítica. Além disso, percebe-se que visualmente a malha de 32 elementos por direção já aproxima muito bem a de 100 elementos, apesar de a malha de 64 elementos por direção ter menor erro. Consegue se visualizar essa comparação destacando o valor do ponto mínimo de velocidade da malha de 100 elementos e os valores respectivos de cada malha nessa mesma coordenada:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 2	0.4807
Hex 4	0.0127
Hex 8	-0.0637
Hex 16	-0.1137
Hex 32	-0.1302
Hex 64	-0.1347
Hex 100	-0.1347

Tabela 3.1: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Pode se perceber que a malha de 64 elementos por direção tem valor igual até a quarta decimal quando comparada com a malha de 100 elementos, tomada como referência para a solução analítica, enquanto a malha de 32 elementos por direção se iguala a estas apenas até a segunda casa decimal. Um detalhe que vale ressaltar é a falta de "suavidade" nas curvas formadas pelas malhas menos discretizadas, já que são menos pontos a serem calculados. A medida que o número de elementos por malha vai aumentando, a curva também fica mais suave, até chegar ao nível da malha de lado 100.

Pode se fazer o mesmo procedimento para a velocidade na direção x ao longo desse próprio eixo:

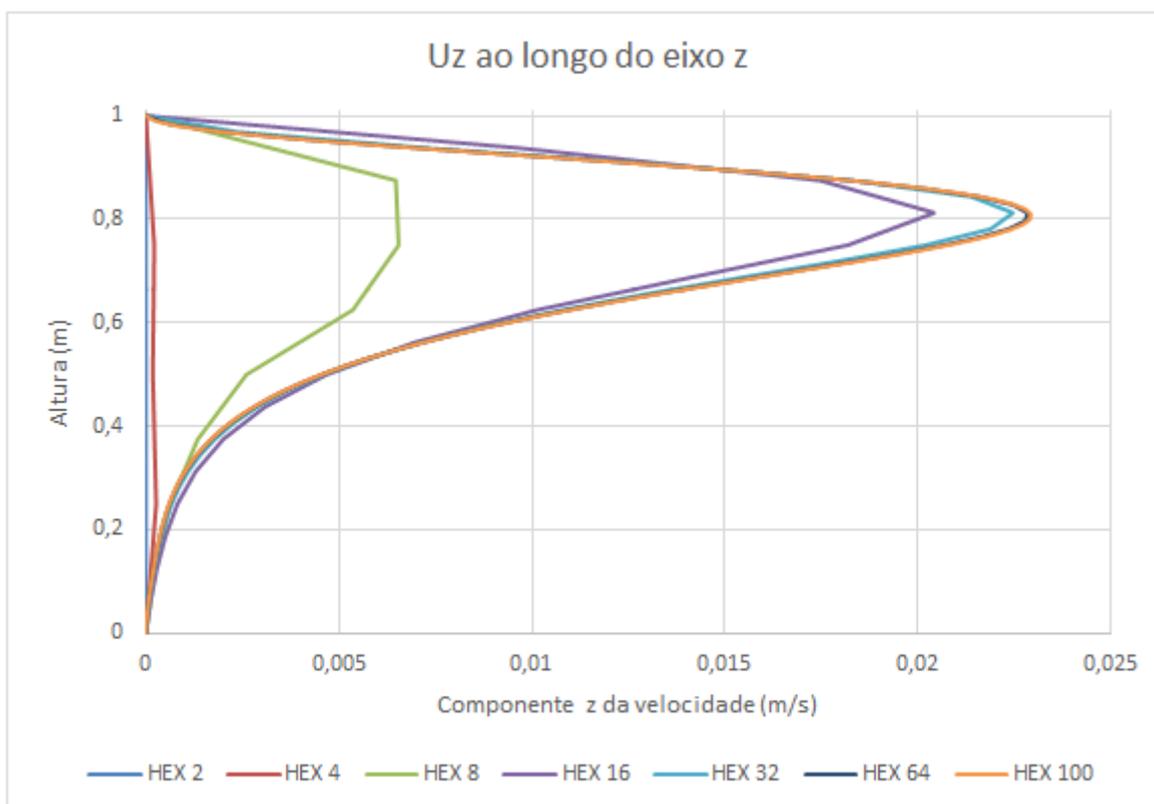


Figura 3.3: Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z

Destaca-se, como esperado, que as discretizações com 64 elementos e 32 elementos por lado são novamente as que mais se aproximam da de referência, apesar desta estar um pouco mais distante do que no gráfico anterior, enquanto aquela está bem próxima, o que é comprovado ao se comparar as velocidades de cada malha no ponto de máximo da malha de referência:

Malhas	Valor Máximo
Hex 2	0.0000
Hex 4	0.0002
Hex 8	0.0065
Hex 16	0.0203
Hex 32	0.0224
Hex 64	0.0228
Hex 100	0.0229

Tabela 3.2: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Apesar de visualmente no gráfico da velocidade na direção z a malha de 32 elementos por lado estar mais distante da de referência do que no da velocidade

x, ao comparar-se os valores na tabela anterior com os da primeira tabela, percebe-se que na última os valores máximos se encontram mais próximos. Em seguida, é apresentado o mesmo gráfico porém considerando a pressão cinemática ao longo do eixo Z:

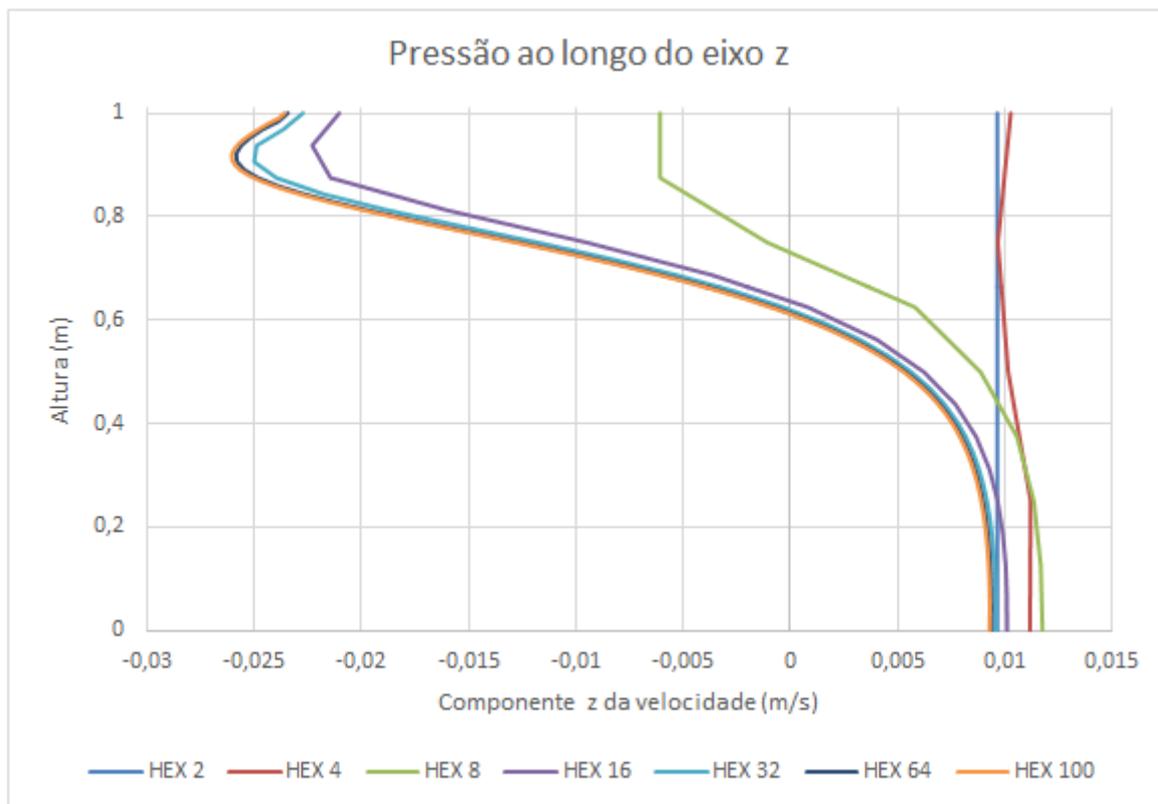


Figura 3.4: Pressão ao longo do eixo Z

Percebe-se de forma bem similar ao caso anterior, que a discretização de lado com 32 elementos aproxima bem da de referência, porém quando chega próximo do valor máximo o erro fica mais relevante, enquanto que ao longo de toda a curva a malha de 64 elementos por lado fica praticamente superposta à de referência. Analisa-se agora as pressões de cada malha no ponto de máxima da referência:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 2	0.0096
Hex 4	0.0101
Hex 8	-0.0061
Hex 16	-0.0221
Hex 32	-0.0250
Hex 64	-0.0258
Hex 100	-0.0260

Tabela 3.3: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Novamente percebe-se que a malha de 32 elementos é uma boa aproximação, mas não tanto quanto a de 64. De forma análoga, pode se comparar os dados ao longo do eixo X. Primeiramente temos a velocidade na direção x:

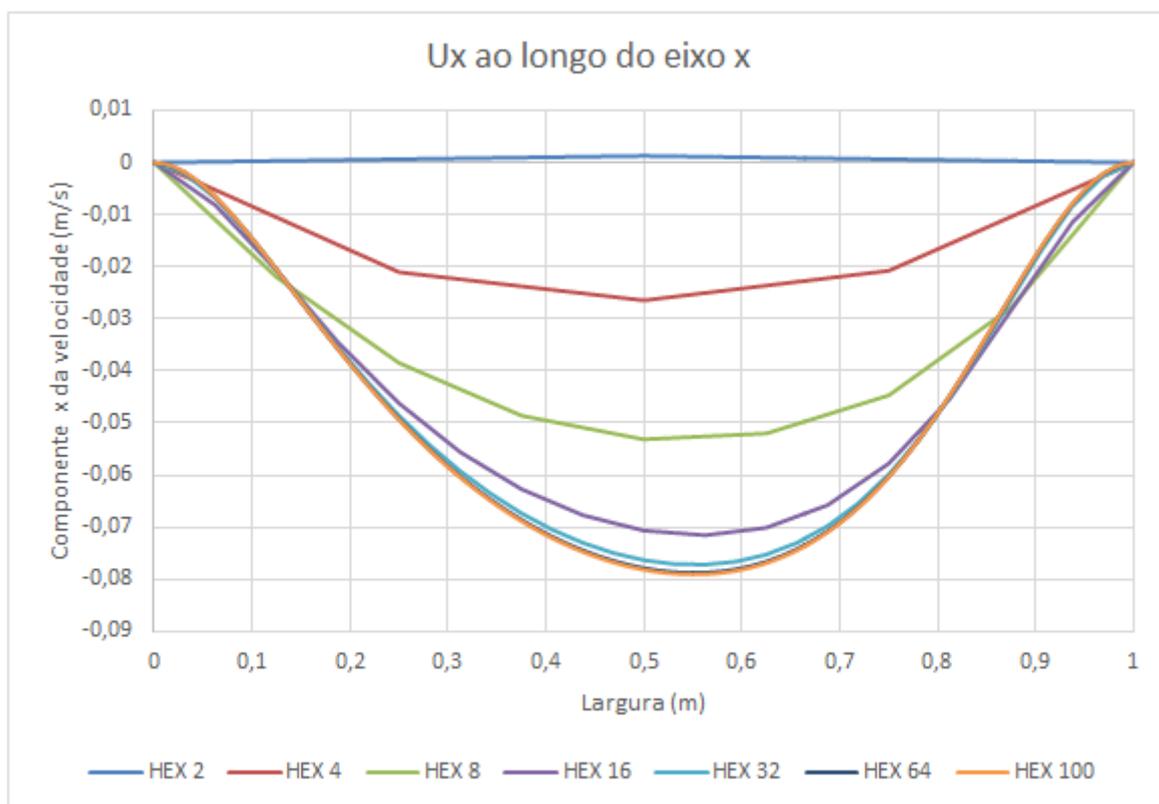


Figura 3.5: Velocidade x ao longo do eixo x

Percebe-se que, devido a simplicidade da malha de lado 2, o perfil de velocidade não apresenta qualquer similaridade com a malha de lado 100, enquanto as de lado 32 e 64 continuam sendo visualmente boas aproximações.

Para confirmar essa análise, é feita novamente a tabela das velocidades para cada tamanho de malha no ponto de mínimo da referência:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 2	0.0011
Hex 4	-0.0253
Hex 8	-0.0527
Hex 16	-0.0714
Hex 32	-0.0771
Hex 64	-0.0788
Hex 100	-0.0791

Tabela 3.4: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente se confirma a ótima aproximação da malha de 64 elementos por lado e a boa aproximação da malha de 32 elementos por lado. Em seguida, foram obtidos o gráfico da componente na direção z da velocidade ao longo do eixo x e a tabela de velocidades no ponto mínimo da referência:

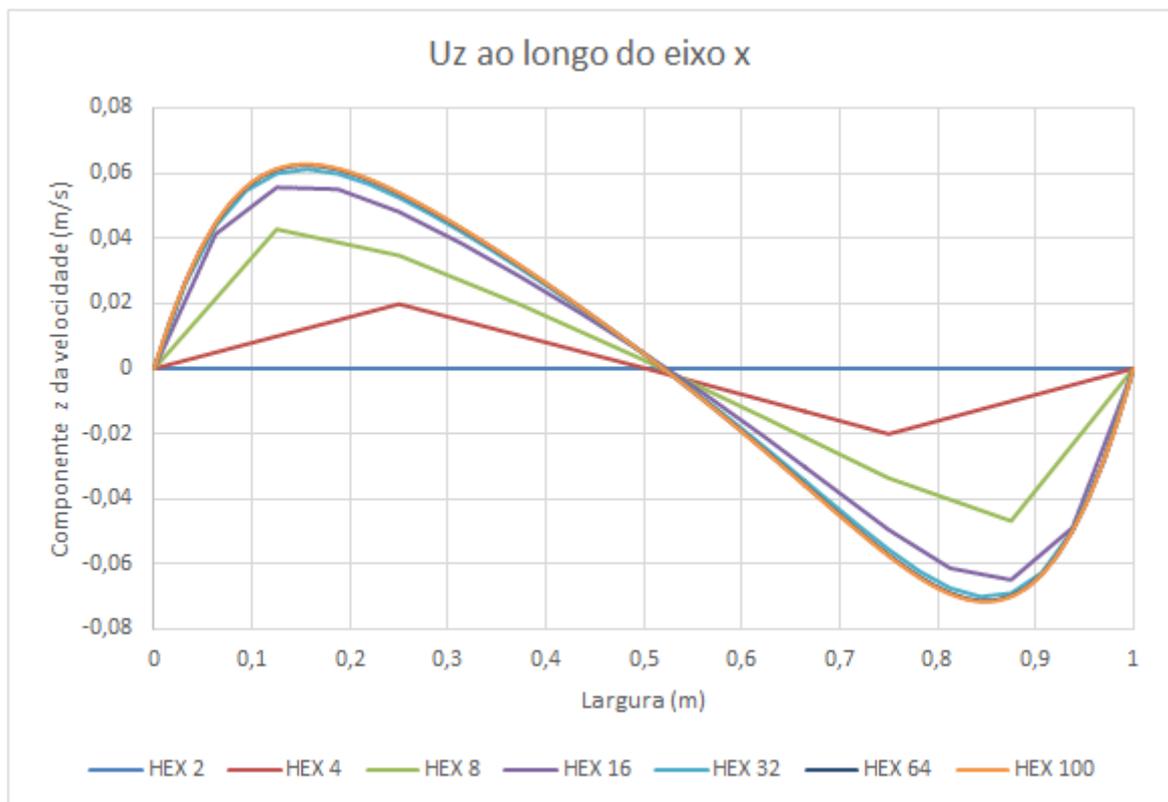


Figura 3.6: Velocidade z ao longo do eixo x

Malhas	Valor Mínimo
Hex 2	0.0000
Hex 4	-0.0121
Hex 8	-0.00442
Hex 16	-0.0635
Hex 32	-0.0699
Hex 64	-0.0713
Hex 100	-0.0716

Tabela 3.5: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Finalmente, obteve-se o gráfico da pressão variando ao longo do eixo x para os diferentes tamanhos de malha:

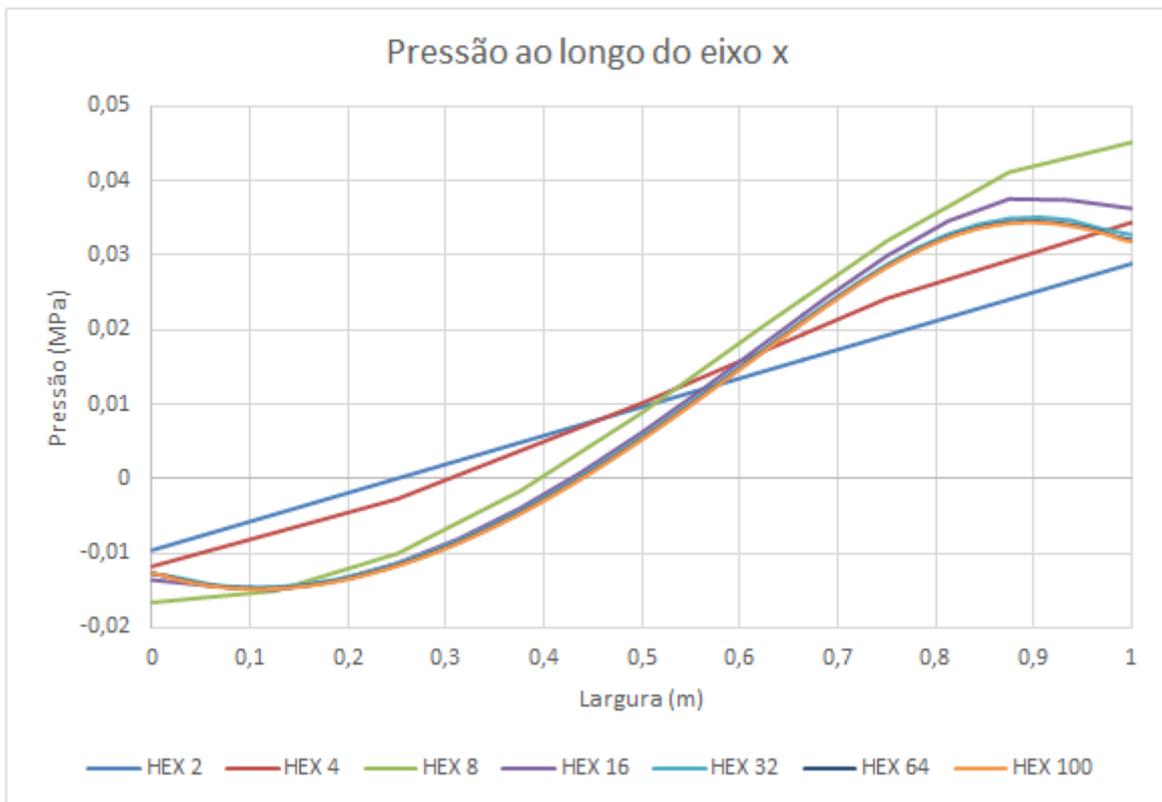


Figura 3.7: Pressão ao longo do eixo x

Malhas	Valor Mínimo
Hex 2	-0.0054
Hex 4	-0.0078
Hex 8	-0.0153
Hex 16	-0.0148
Hex 32	-0.0146
Hex 64	-0.0148
Hex 100	-0.0148

Tabela 3.6: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Logo, a partir da análise visual dos gráficos com as tabelas de velocidades e pressões para os seis casos mostrados, pode se concluir que a malha de lado 32 aproxima bem a solução analítica, enquanto que a de lado 64 quase superpõe em todos esses casos a malha de referência. Deve então se ponderar se o gasto computacional e de tempo proporcionados pela malha de 64 elementos por lado, ou ainda mais refinada, é necessária, visto que o ganho de resultado não parece ser tão expressivo.

3.1.2 Octaedros

Ademais, será feito o mesmo procedimento para as malhas de octaedros, comparando-se os mesmos resultados para as malhas de lado 2, 4, 8, 16, 32 e 64, enquanto a malha de hexaedros de 100 elementos por lado será usado como referência novamente. Primeiramente, tem-se a componente x da velocidade ao longo do eixo z e as tabelas de valores no ponto de mínimo da referência:

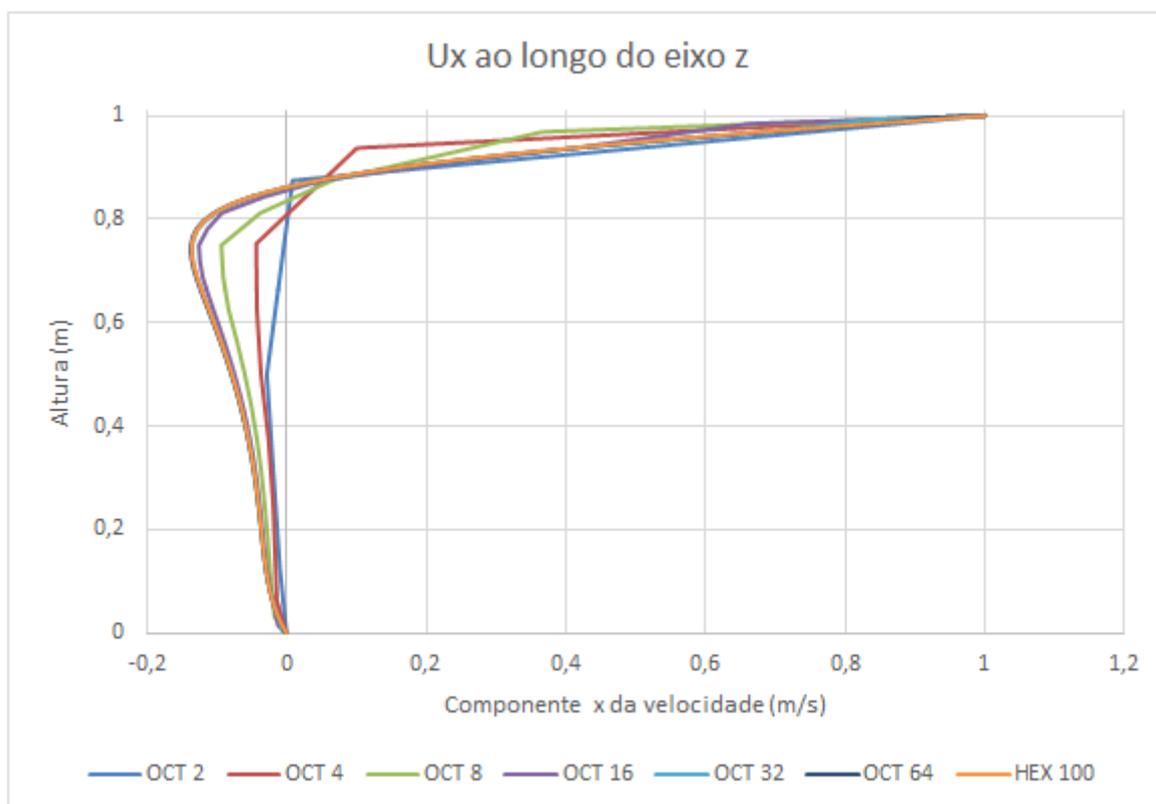


Figura 3.8: Velocidade na direção X ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
Oct 2	-0.0046
Oct 4	-0.0433
Oct 8	-0.0929
Oct 16	-0.1250
Oct 32	-0.1353
Oct 64	-0.1371
Hex 100	-0.1357

Tabela 3.7: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Percebe-se no gráfico que as malhas de 32 e 64, como era de se esperar, superpõe-se à malha de referência, enquanto todas as outras apresentam distanciamento consideráveis em relação à esta. Na tabela comprova-se o mesmo aspecto, com um fato curioso de que a malha de 32 elementos tem valor mais próximo da referência do que a de 64. Um ponto que vale destacar é a confirmação dos valores esperados na fronteira: velocidade x com módulo igual a um metro por segundo na tampa superior e zero na parede inferior, já

que essas são as velocidades das respectivas paredes e o fluido em contato com uma superfície deve apresentar mesma velocidade que esta.

Em seguida, foram obtidos o gráfico da velocidade z ao longo deste próprio eixo e a tabela com os valores das malhas no ponto de máximo da referência:

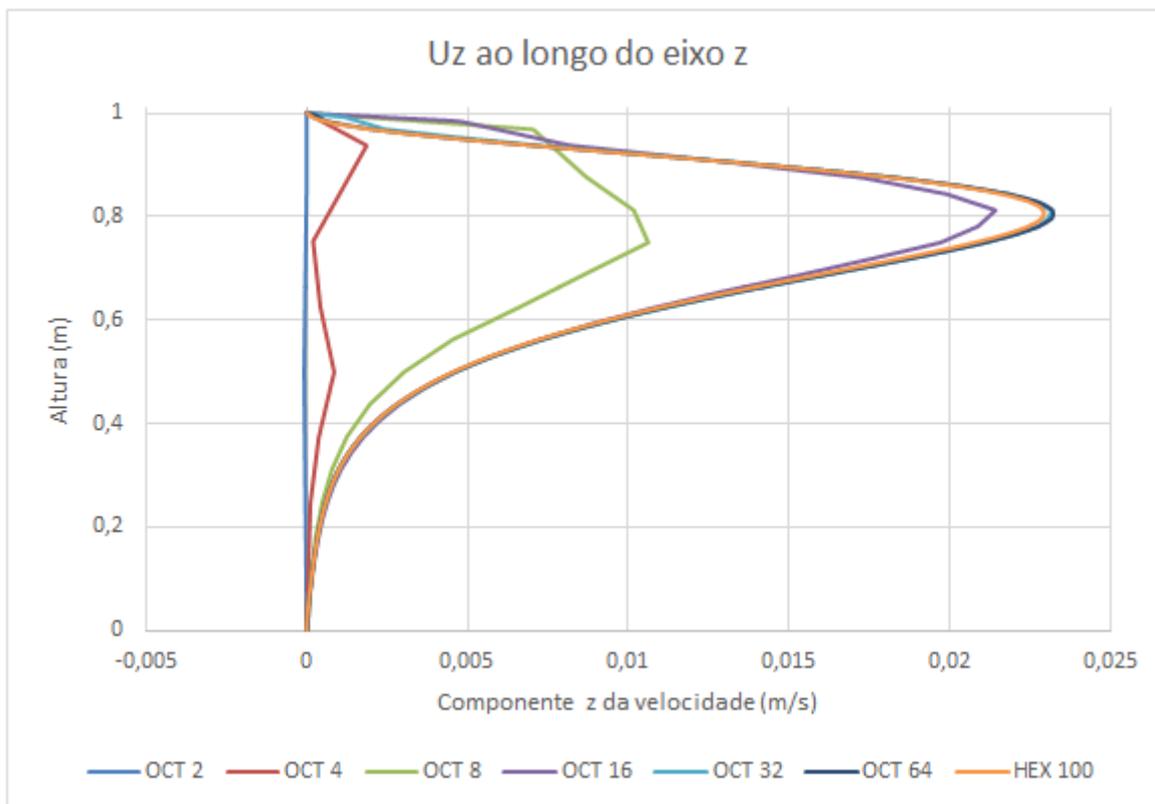


Figura 3.9: Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Máximo
Oct 2	0.0000
Oct 4	0.0007
Oct 8	0.0102
Oct 16	0.0214
Oct 32	0.0231
Oct 64	0.0232
Hex 100	0.0229

Tabela 3.8: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Nesse gráfico, diferentemente dos anteriores, a malha de 64 elementos por lado mostra um descolamento de sua curva em relação à de referência, enquanto

que a de 32 elementos por lado se aproxima mais desta, de modo contra-intuitivo inclusive. Esse fato é demonstrado também na tabela anterior, onde o valor da malha de referência é de 0.0229, mais próximo do valor da malha de 32 elementos por lado, 0.0231 do que da de 64 elementos, 0.0232. Além disso, os valores no limite do domínio confirmam novamente as expectativas, já que as duas condições de contorno são de paredes fixas. Abaixo, foram gerados o gráfico da pressão ao longo do eixo x e os valores de cada malha no ponto de mínimo da de referência:

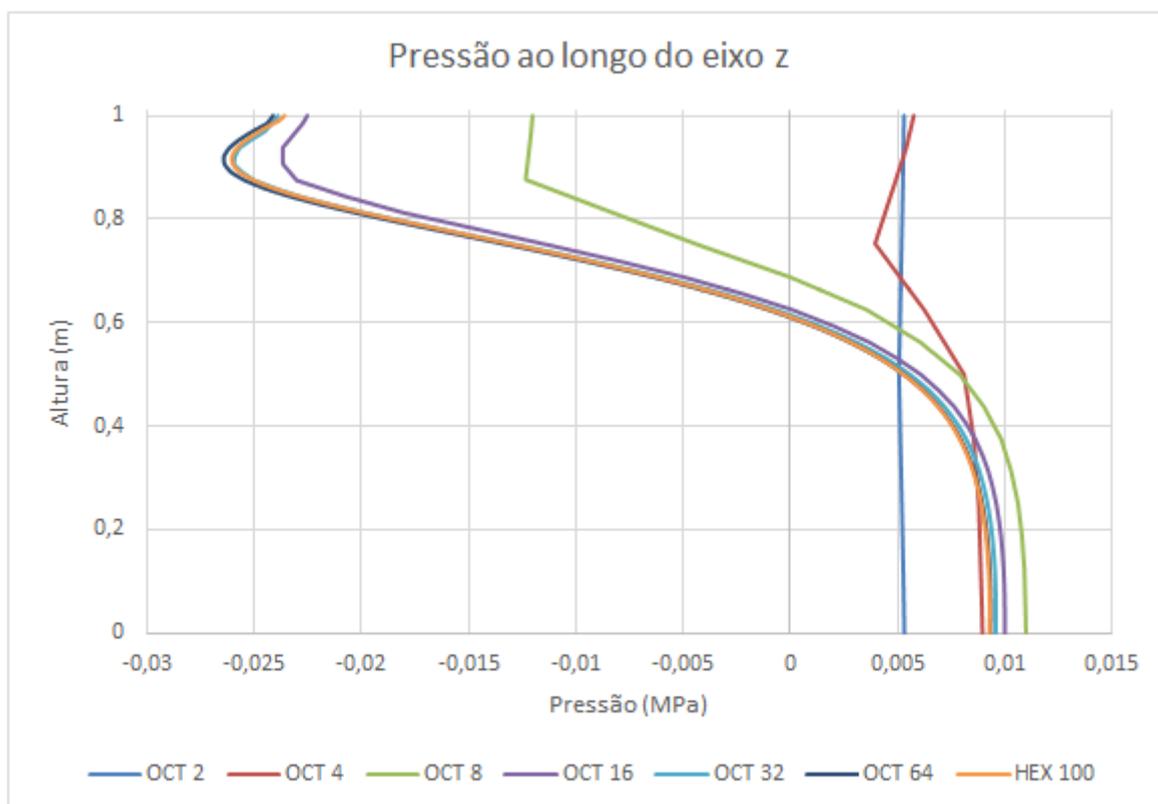


Figura 3.10: Pressão ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
Oct 2	0.0053
Oct 4	0.0053
Oct 8	-0.0122
Oct 16	-0.0237
Oct 32	-0.0259
Oct 64	-0.0264
Hex 100	-0.0260

Tabela 3.9: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Novamente de forma contra-intuitiva a malha de 32 elementos por lado aproxima melhor a malha de referência do que a de 64 elementos por lado, tanto no gráfico quanto na tabela. Abaixo, o gráfico da velocidade x ao longo deste próprio eixo e a tabela de valores para o ponto mínimo da referência:

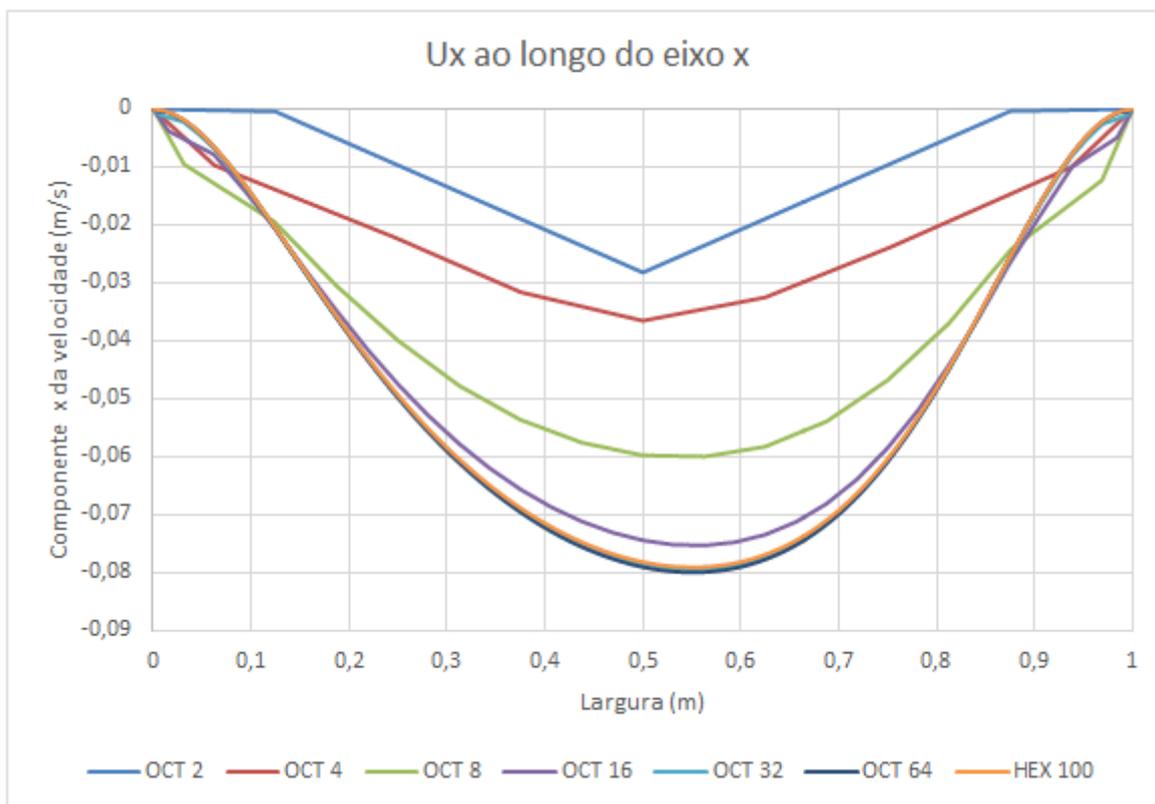


Figura 3.11: Velocidade na direção X ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Oct 2	-0.0245
Oct 4	-0.0349
Oct 8	-0.0599
Oct 16	-0.0752
Oct 32	-0.0794
Oct 64	-0.0799
Hex 100	-0.0791

Tabela 3.10: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente, a malha de 64 elementos por lado descola em relação a malha de referência, enquanto na tabela é possível ver que a de 32 elementos por lado tem valor mais próximo da de 100 elementos por lado do que a de 64. Nota-se

que novamente as condições de contorno se confirmam no gráfico, onde os dois limites apresentam velocidade zero, já que estão junto a paredes fixas. Abaixo, gráfico da velocidade z ao longo do eixo x e tabela de valores:

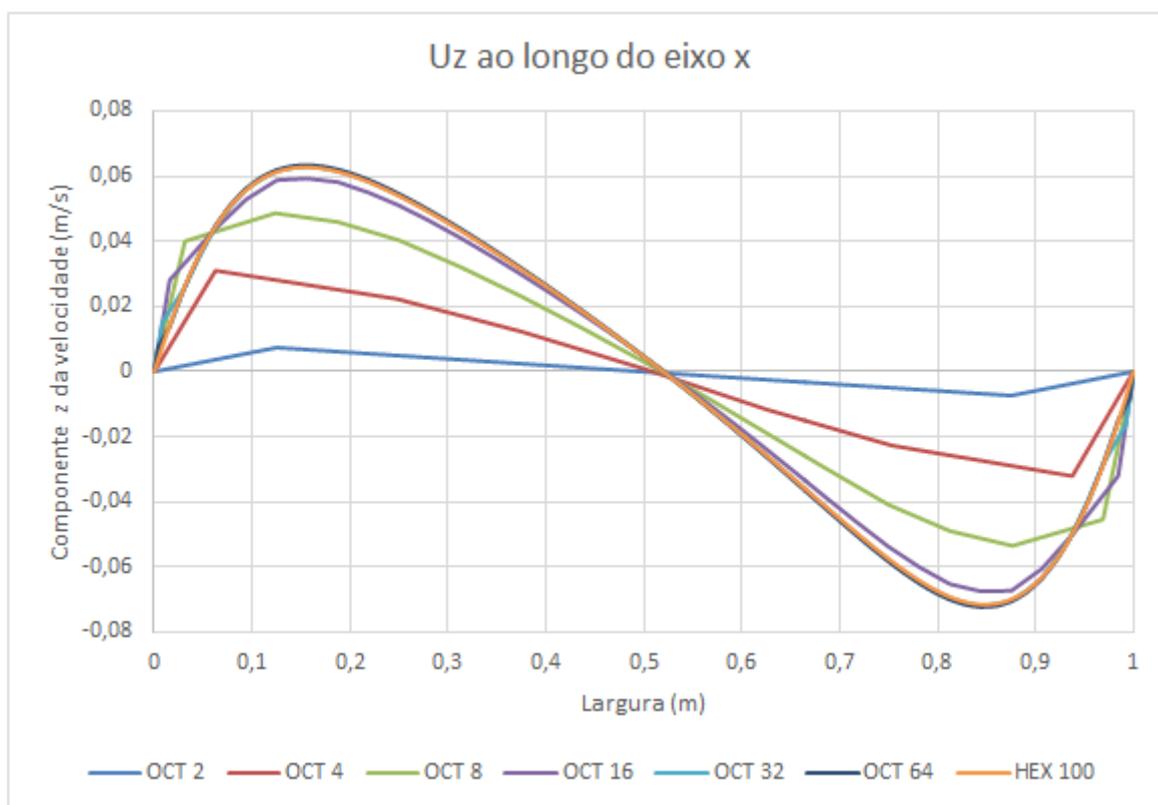


Figura 3.12: Velocidade na direção Z ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Oct 2	-0.0069
Oct 4	-0.0276
Oct 8	-0.0516
Oct 16	-0.0674
Oct 32	-0.0717
Oct 64	-0.0723
Hex 100	-0.0716

Tabela 3.11: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Neste gráfico, pode se perceber um movimento associado à rotação do fluido no interior do domínio, devido a velocidade da superfície superior e ao interior estar confinado num espaço fechado, onde na metade esquerda do gráfico o fluido tem velocidade z positiva (está subindo) e na metade direita

negativa (fluido descendo). Percebe-se novamente pela tabela e gráfico uma melhor aproximação da malha com 32 elementos por lado.

Abaixo são apresentados o gráfico da pressão ao longo do eixo x e a tabela com os valores de cada malha no ponto mínimo da malha de referência:

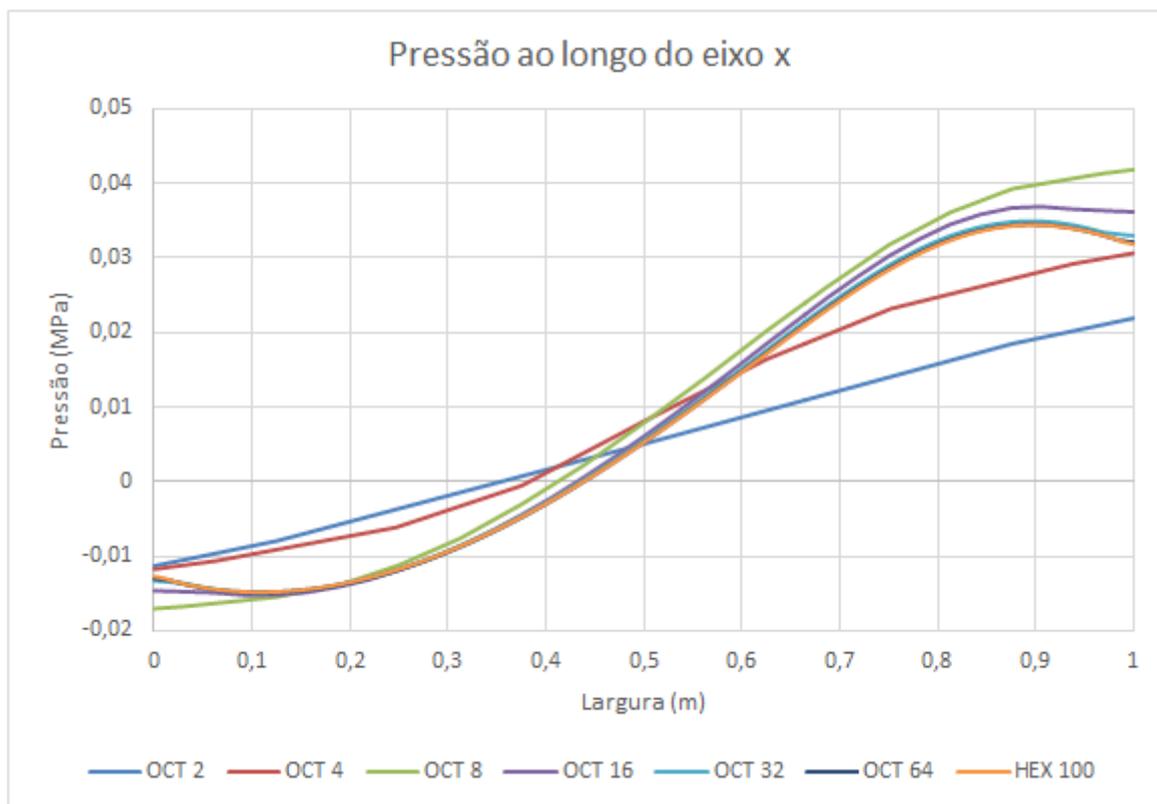


Figura 3.13: Pressão ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Oct 2	-0.0084
Oct 4	-0.0095
Oct 8	-0.0157
Oct 16	-0.0152
Oct 32	-0.0148
Oct 64	-0.0149
Hex 100	-0.0148

Tabela 3.12: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

No gráfico pode se perceber um descolamento da malha de 32 elementos por lado nesse caso, apesar de na tabela o valor estar exatamente igual ao da malha de referência, diferentemente da malha de 64 elementos por lado. No

caso das malhas de octaedro pode se questionar ainda mais se vale a pena o refino da malha para 64 elementos por lado, já que acabou distanciando dos resultados de referência, além de se gastar mais recursos computacionais e tempo.

3.1.3

Dodecaedros

Novamente, será feita a mesma análise para a malha de dodecaedros. Primeiramente com a velocidade x ao longo do eixo z:

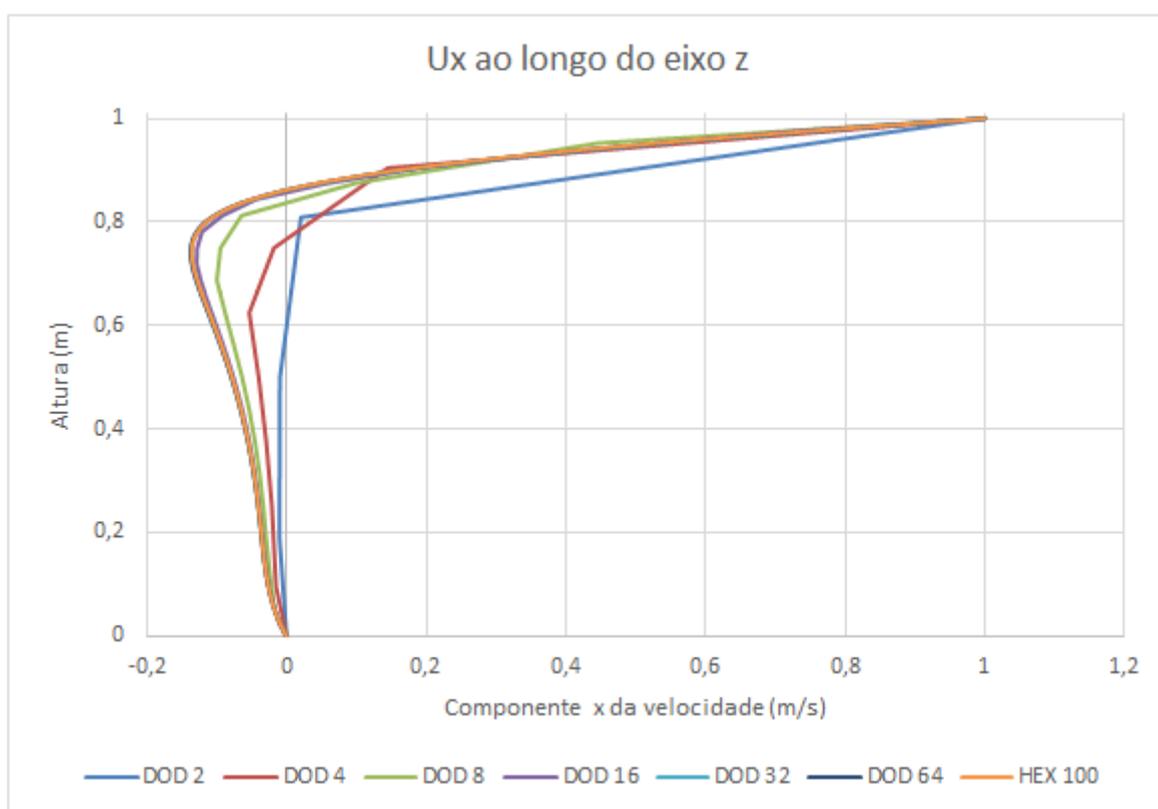


Figura 3.14: Velocidade na direção X ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
Dod 2	0.0139
Dod 4	-0.0210
Dod 8	-0.0955
Dod 16	-0.1283
Dod 32	-0.1365
Dod 64	-0.1374
Hex 100	-0.1357

Tabela 3.13: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Percebe-se pelo gráfico que nos limites do domínio todas as curvas convergem igualmente, respeitando as condições de contorno. Porém, apenas as malhas com mais de 16 elementos por lado representam bem a malha de referência por todo o domínio. Pela tabela, verifica-se que a malha de 16 elementos por lado tem valor consideravelmente distante da de referência, que fica mais próximo da malha de 32 elementos do que a de 64. Abaixo, tem-se a mesma análise para a velocidade na direção z ao longo deste próprio eixo:

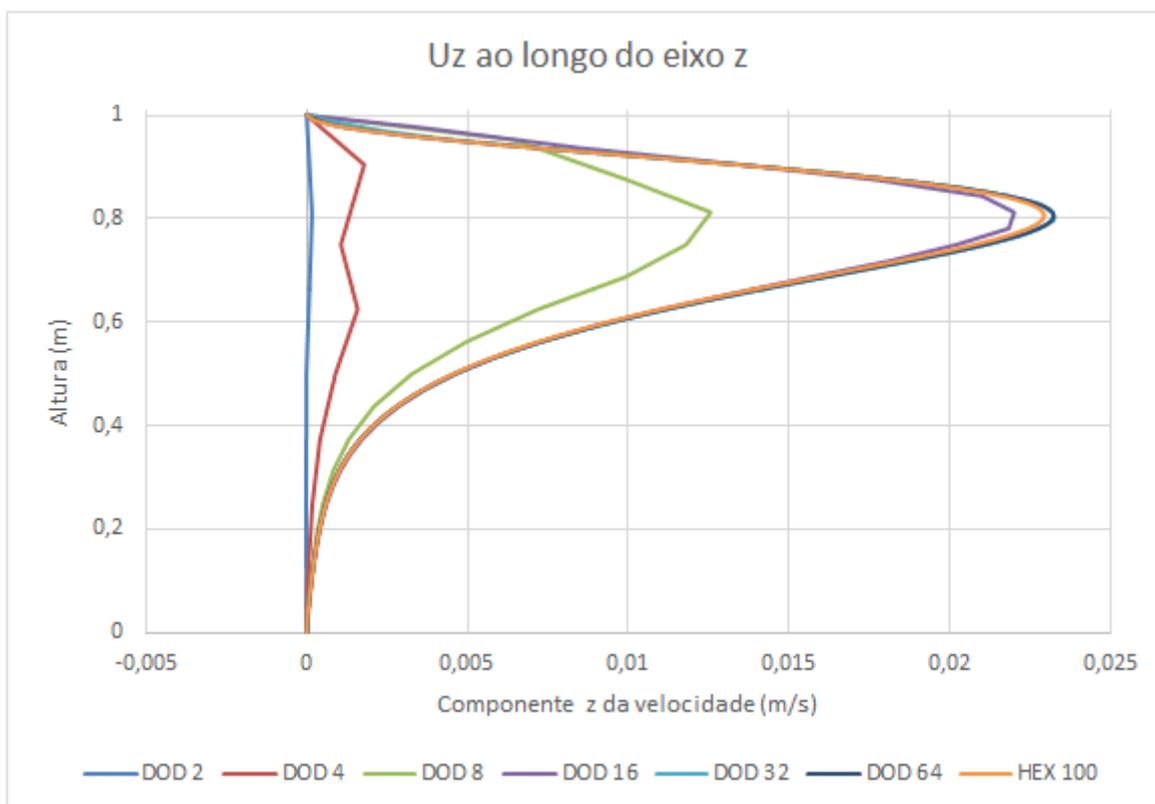


Figura 3.15: Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Máximo
Dod 2	0.0002
Dod 4	0.0013
Dod 8	0.0125
Dod 16	0.0220
Dod 32	0.0232
Dod 64	0.0232
Hex 100	0.0229

Tabela 3.14: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Visualmente perto do ponto máximo percebe-se um descolamento tanto da malha de 64 elementos quanto a de 32 elementos, comprovada na tabela. Ainda assim, durante todo o domínio apresentam melhor relação com a malha de referência. Abaixo, é apresentado o gráfico da pressão ao longo do eixo z, assim como a tabela de valores:

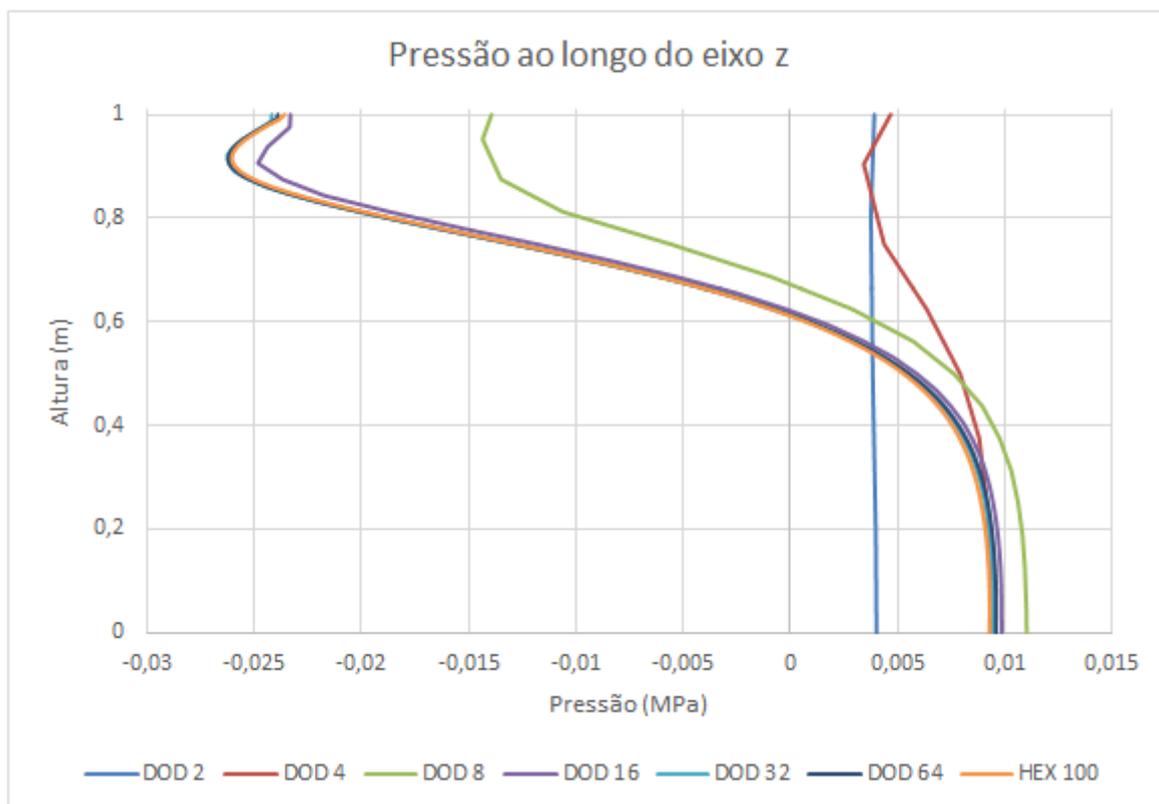


Figura 3.16: Pressão ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
Dod 2	0.0038
Dod 4	0.0036
Dod 8	-0.0140
Dod 16	-0.0246
Dod 32	-0.0262
Dod 64	-0.0262
Hex 100	-0.0260

Tabela 3.15: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

No gráfico anterior, percebe-se uma boa correlação entre as malhas de 32 e 64 elementos por lado com a de referência, comprovada com a tabela, que apresenta um erro muito baixo entre essas. Em seguida, são apresentados o gráfico da velocidade x ao longo do eixo x e a tabela de valores:

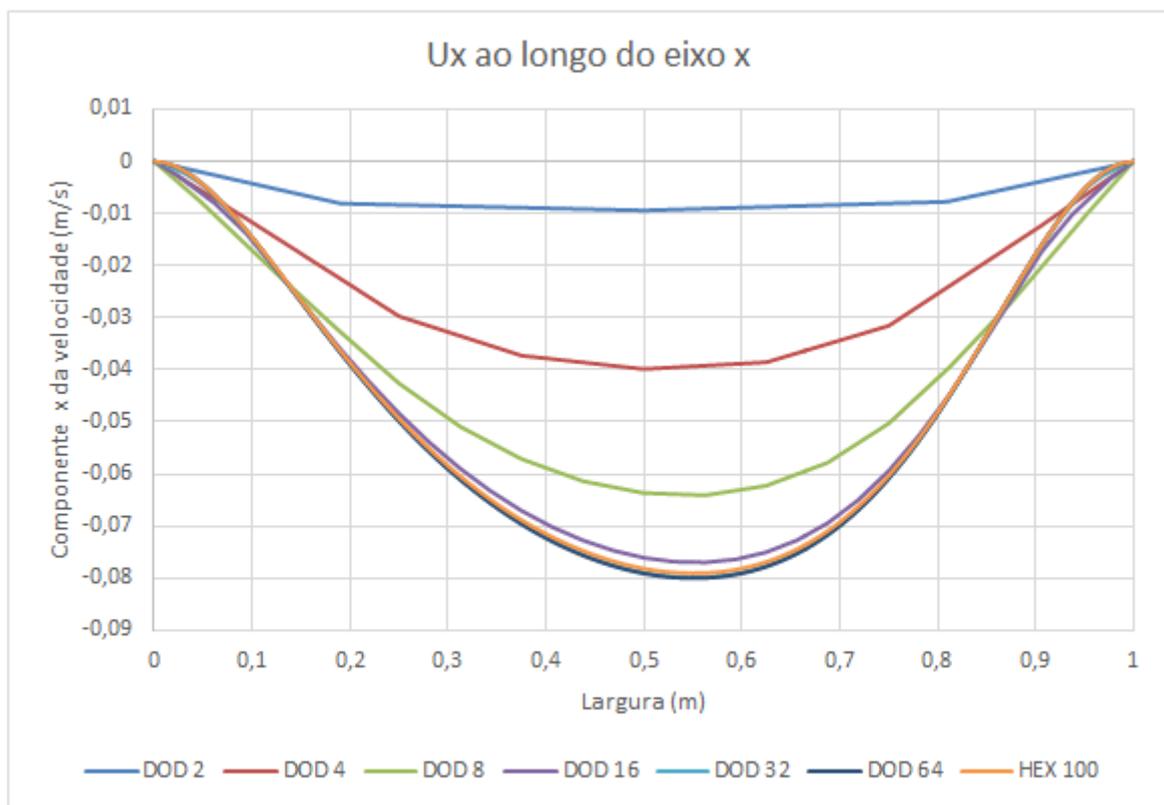


Figura 3.17: Velocidade na direção X ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Dod 2	-0.0091
Dod 4	-0.0393
Dod 8	-0.0640
Dod 16	-0.0769
Dod 32	-0.0798
Dod 64	-0.0800
Hex 100	-0.0791

Tabela 3.16: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente, as condições de contorno para o eixo x sendo confirmadas pelo gráfico, assim como a correlação entre as malhas de 32 e 64 elementos por lado com a de referência. No presente caso, até a malha de 16 elementos por lado representa de forma satisfatória a malha hexaédrica de 100 elementos por lado, apresentando inclusive erro não muito significativo na tabela de valores. Em seguida, são apresentados o gráfico da velocidade z ao longo do eixo x e as tabelas de valores:

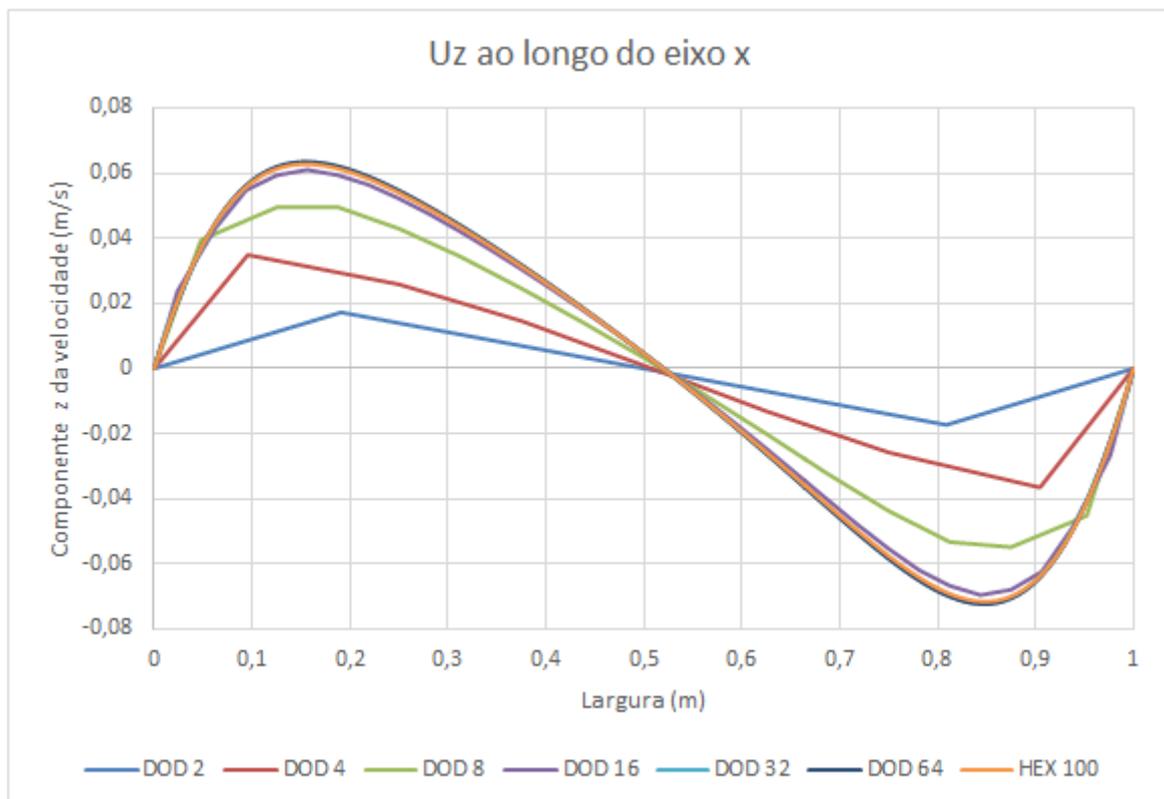


Figura 3.18: Velocidade na direção Z ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Dod 2	-0.0136
Dod 4	-0.0327
Dod 8	-0.0543
Dod 16	-0.0693
Dod 32	-0.0721
Dod 64	-0.0724
Hex 100	-0.0716

Tabela 3.17: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente o gráfico mostra grande aderência entre as três curvas principais, apesar de na tabela a malha de 32 elementos por lado mostrar um valor mais próximo da de referência do que a de 64. O fenômeno de rotação do fluido novamente é mostrado do gráfico. Em seguida, são mostrados o gráfico para a pressão ao longo do eixo x e a tabela de valores:

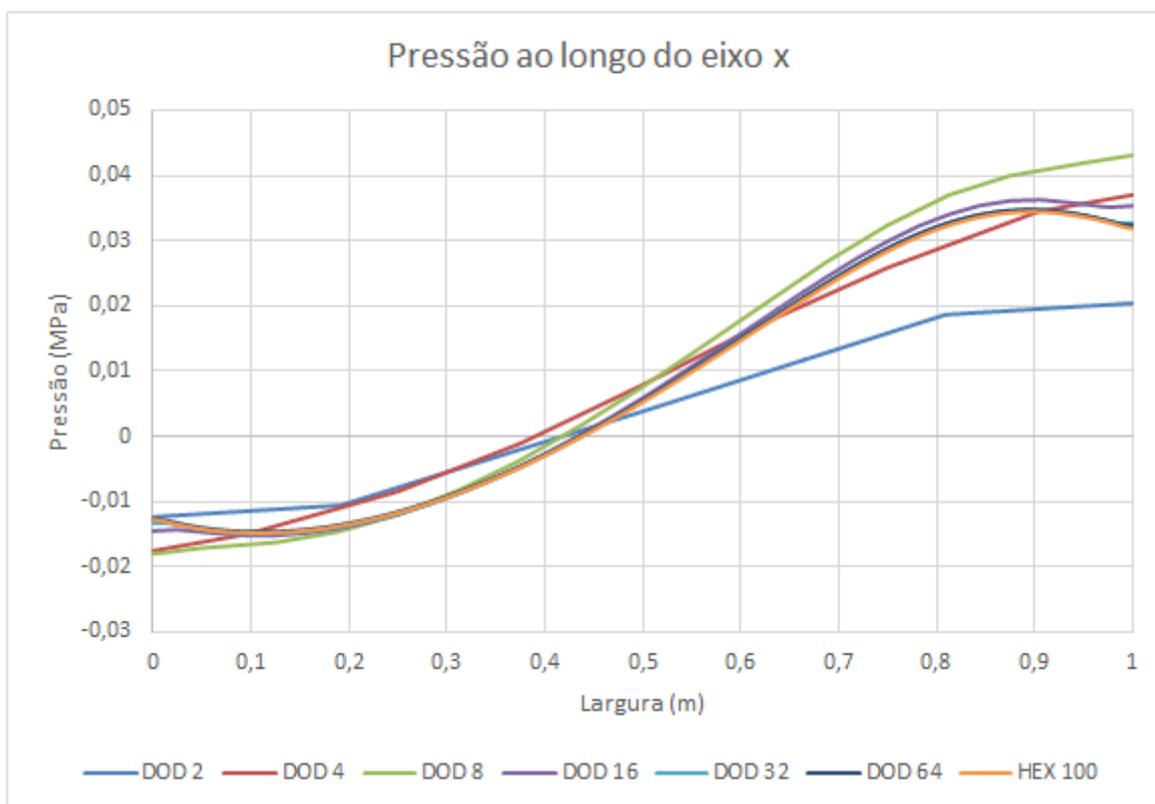


Figura 3.19: Pressão ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
Dod 2	-0.0113
Dod 4	-0.0144
Dod 8	-0.0164
Dod 16	-0.0152
Dod 32	-0.0149
Dod 64	-0.0147
Hex 100	-0.0148

Tabela 3.18: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Ao longo dessa sub-seção novamente foram mostrados e discutidos resultados referentes ao tamanho das malhas para a discretização de dodecaedros, demonstrando que a discretização de 64 elementos por lado não necessariamente compensa o gasto computacional e de tempo, visto que apresenta resultados semelhantes aos da malha de 32 elementos por lado

3.1.4 Tesselação Centroidal de Voronoi

Novamente, será feita a análise para diferentes tamanhos da malha referente a tesselação centroidal de Voronoi, tomando como referência a malha hexaédrica de 100 elementos por lado. Primeiramente, expõe-se o gráfico para a componente x da velocidade ao longo da direção z:

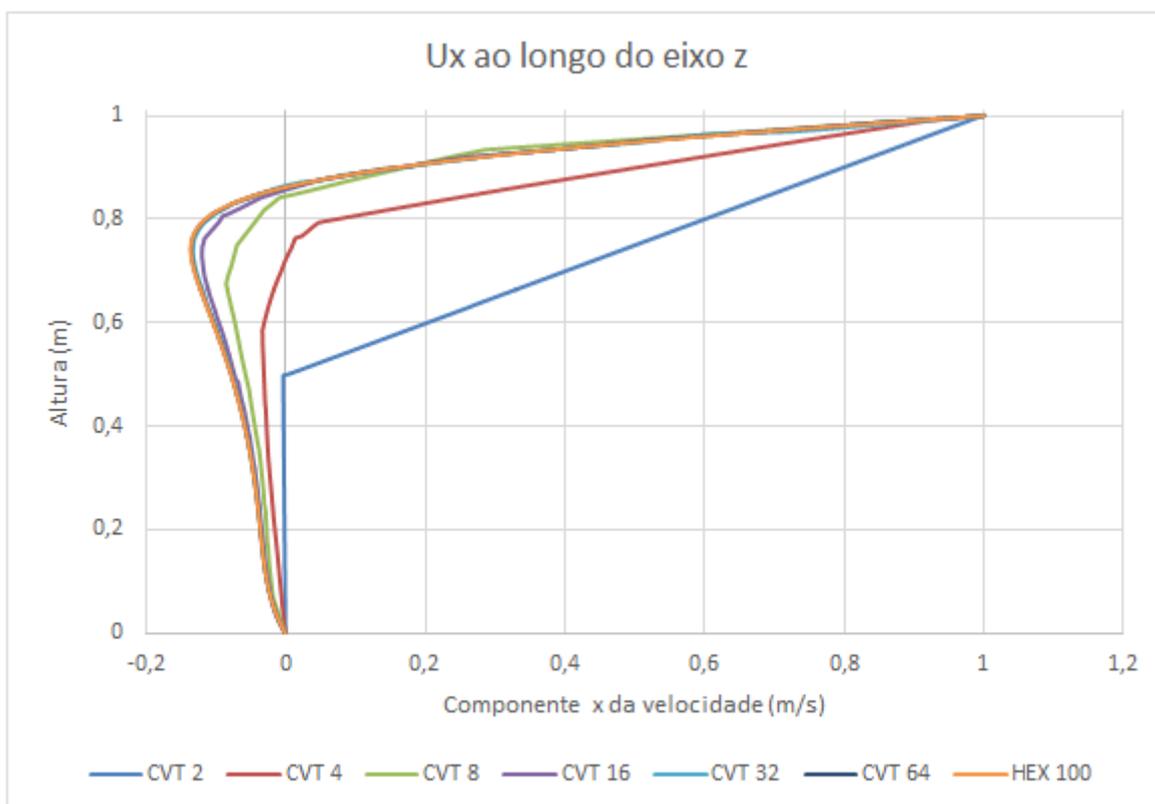


Figura 3.20: Velocidade na direção X ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
CVT 2	0.4807
CVT 4	-0.0067
CVT 8	-0.0717
CVT 16	-0.1195
CVT 32	-0.1321
CVT 64	-0.1350
Hex 100	-0.1357

Tabela 3.19: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Primeiramente, percebe-se que a malha CVT não é tão suave quanto as outras, visto que por ser parcialmente aleatória, possui volumes muito diferentes entre si, deixando a discretização melhor em certos pontos e pior em outros. Nesse caso, percebe-se que as malhas e 32 e 64 elementos por lado representam visualmente bem a curva de referência, apesar da de 64 ter menor erro quando comparada na tabela. A seguir, mostra-se o gráfico para a velocidade z ao longo do próprio eixo e a tabela de valores:

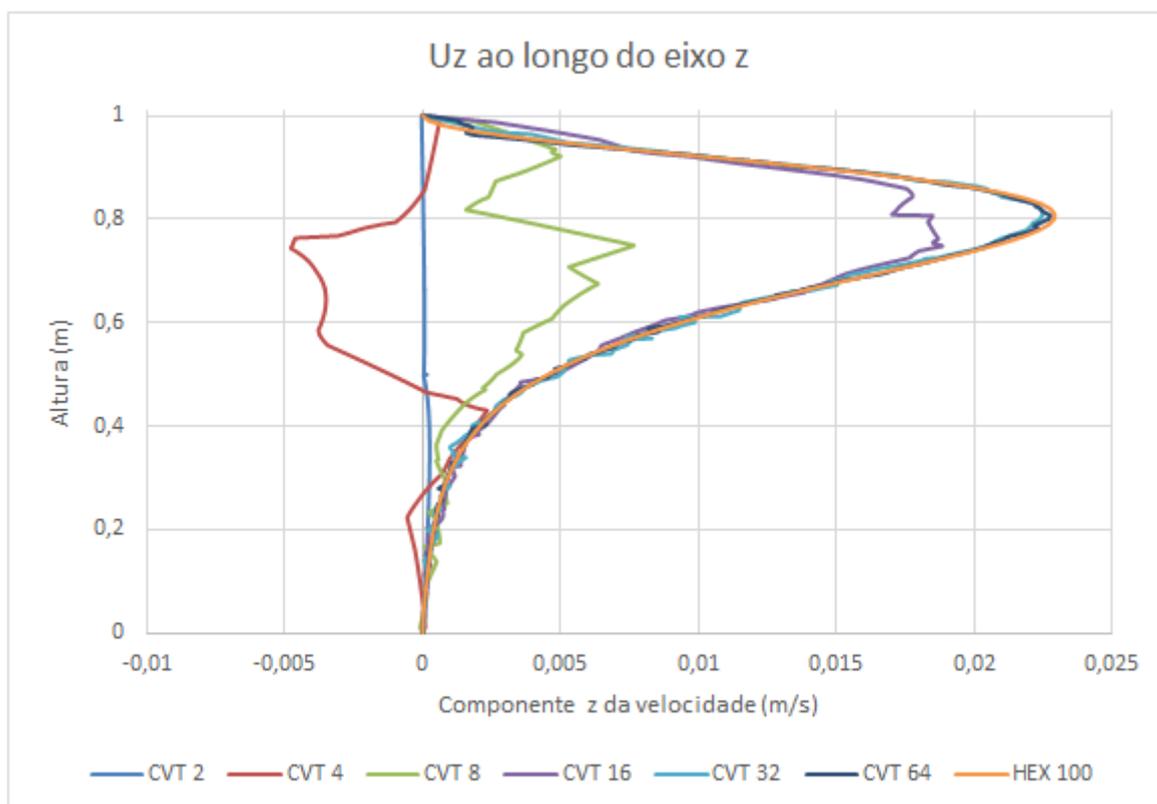


Figura 3.21: Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Máximo
CVT 2	0.0000
CVT 4	-0.0006
CVT 8	0.0229
CVT 16	0.0170
CVT 32	0.0229
CVT 64	0.0229
Hex 100	0.0229

Tabela 3.20: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Nesse caso, percebe-se de forma mais gritante a falta de suavidade nas curvas das malhas CVT, inclusive a malha de 4 elementos por lado tendo forma completamente oposta à de referência, e mesmo a de 64 apresentando uma certa instabilidade perto do valor máximo. Apesar disso, ao se comparar na tabela, todas as três malhas principais apresentam mesmo valor no ponto máximo da malha de referência. Em seguida, é apresentado o gráfico da pressão ao longo do eixo z, assim como a tabela de valores:

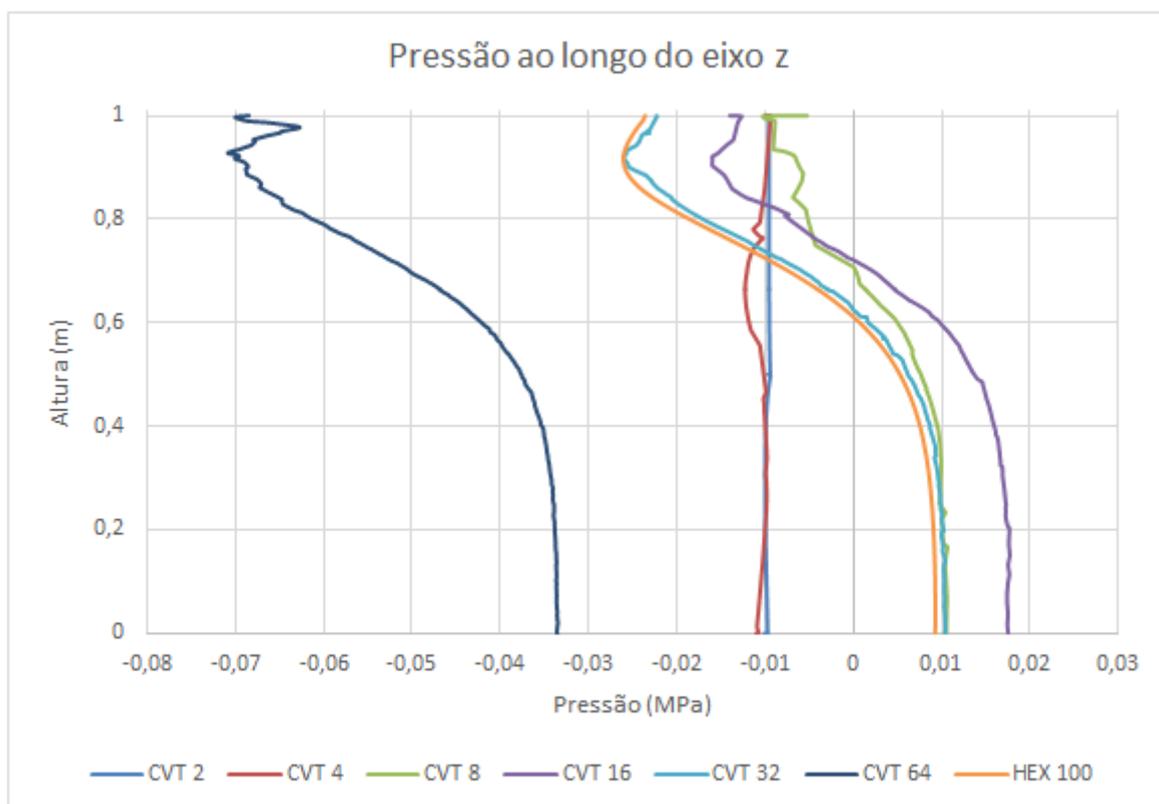


Figura 3.22: Pressão ao longo do eixo Z

Malhas	Valor Mínimo
CVT 2	-0.0095
CVT 4	-0.0196
CVT 8	-0.0066
CVT 16	-0.0196
CVT 32	-0.0260
CVT 64	-0.0697
Hex 100	-0.0260

Tabela 3.21: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Nesse caso, de forma contrária a todos os explorados anteriormente, o que chama atenção é o descolamento total da curva referente a malha de 64 elementos por lado, de forma contrária a de 32 elementos, correlacionada com a de referência, demonstrada também na tabela, como tendo o mesmo valor. Em seguida, é apresentado o gráfico da velocidade x ao longo do próprio eixo:

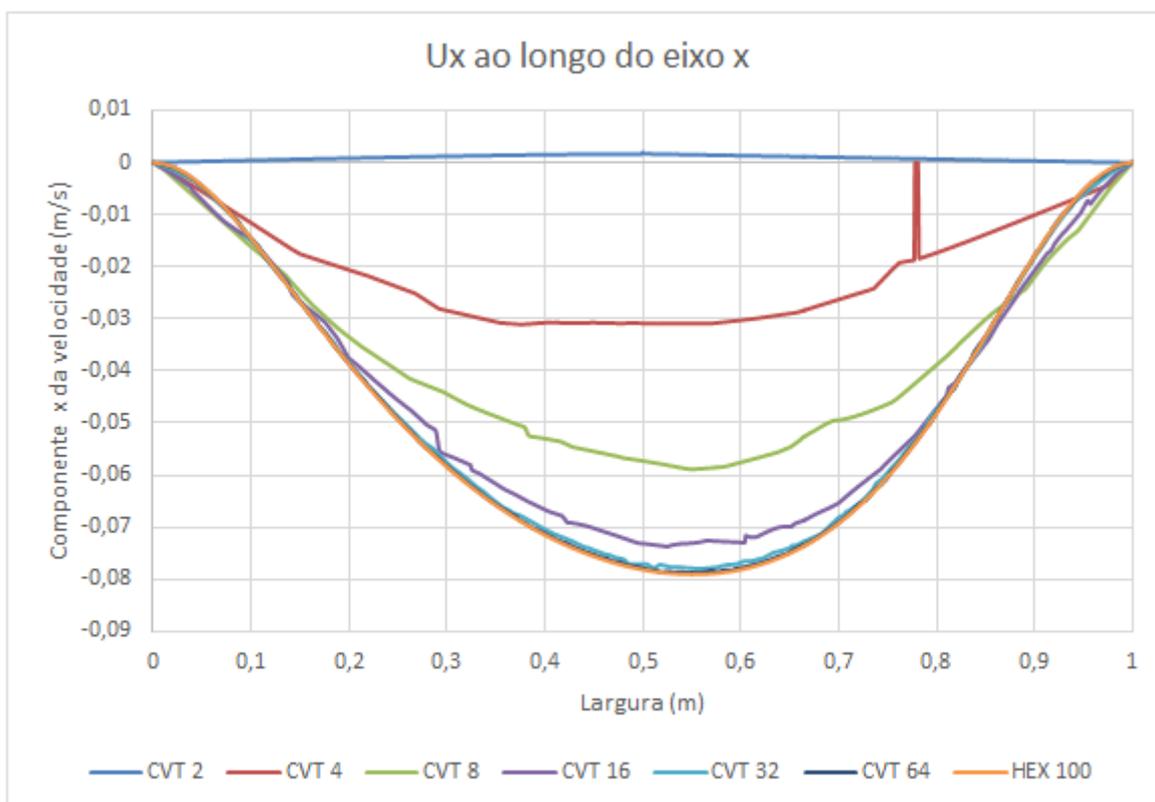


Figura 3.23: Velocidade na direção X ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
CVT 2	0.0015
CVT 4	-0.0309
CVT 8	-0.0589
CVT 16	-0.0730
CVT 32	-0.0779
CVT 64	-0.0787
Hex 100	-0.0791

Tabela 3.22: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente, chama atenção a instabilidade das malhas CVT, como visto no gráfico para a malha de 4 elementos por lado, que vai a zero e volta de forma abrupta. A malha de 64 elementos por lado volta a representar bem a malha de referência, assim como a de 32 elementos. Em seguida, o gráfico da velocidade z ao longo do eixo x e a tabela de valores:

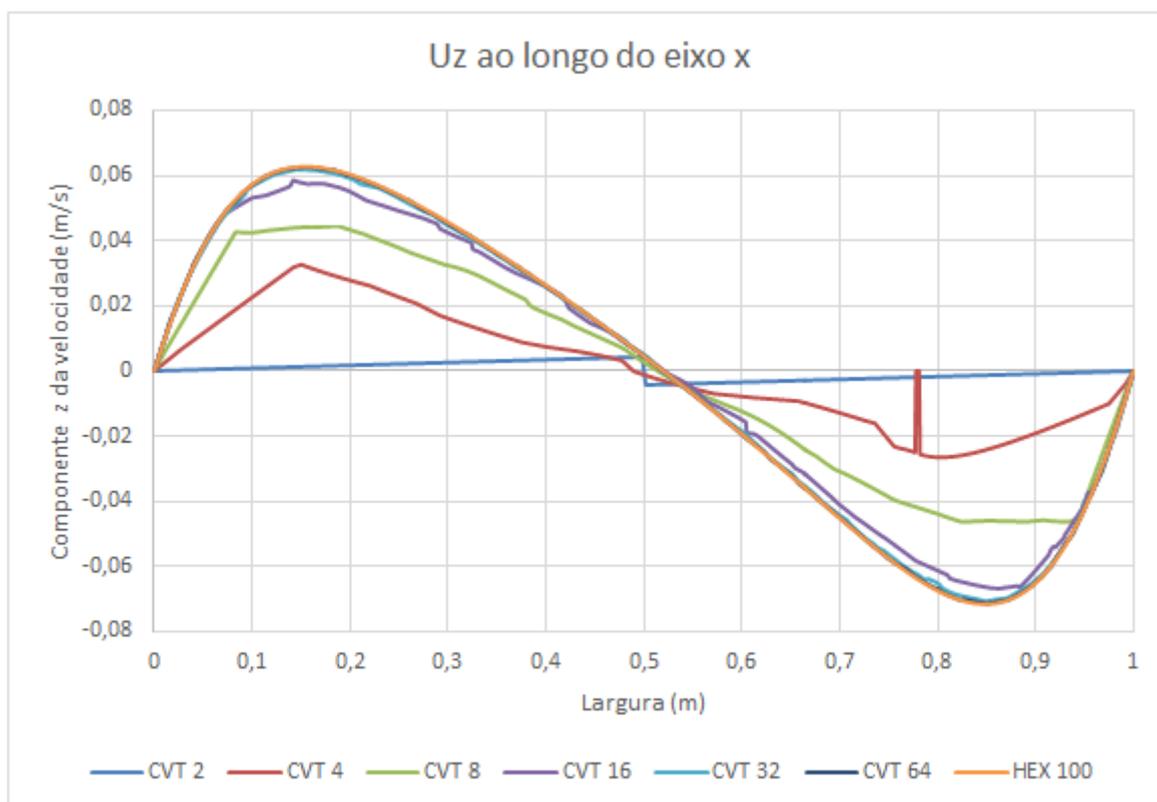


Figura 3.24: Velocidade na direção Z ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
CVT 2	-0.0013
CVT 4	-0.0242
CVT 8	-0.0461
CVT 16	-0.0664
CVT 32	-0.0707
CVT 64	-0.0714
Hex 100	-0.0716

Tabela 3.23: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Dessa vez, a malha de 64 elementos apresenta erro muito menor em relação à de referência do que a de 32 elementos, que oscila muito no gráfico. Finalmente, a pressão ao longo do eixo x:

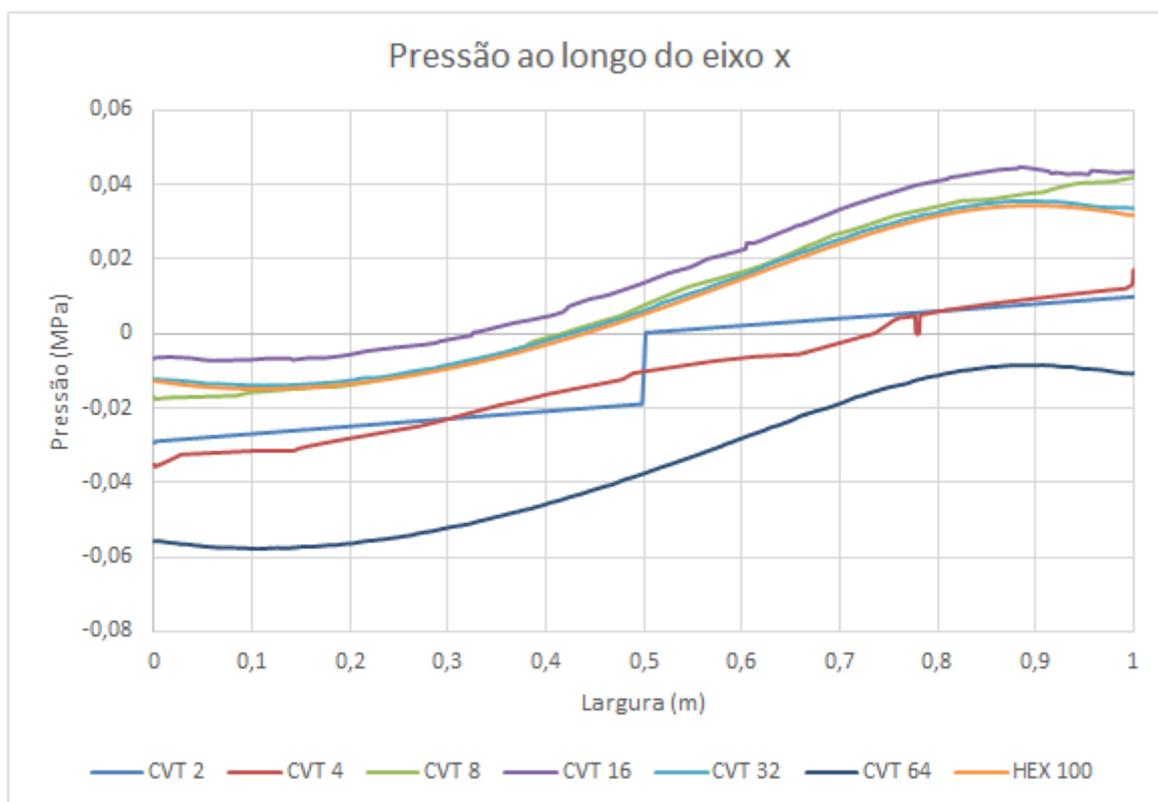


Figura 3.25: Pressão ao longo do eixo X

Malhas	Valor Mínimo
CVT 2	-0.0267
CVT 4	-0.0315
CVT 8	-0.0155
CVT 16	-0.0067
CVT 32	-0.0139
CVT 64	-0.0578
Hex 100	-0.0148

Tabela 3.24: Pressões no ponto máximo da malha de referência

Nota-se novamente um descolamento muito grande da malha de 64 elementos por lado em relação à de referência, que apresenta boa correlação com a de 32 elementos por lado. Pelos gráficos da pressão especialmente, com certeza não compensa a geração da malha de 64 elementos por lado do estilo CVT, pois demanda muito mais recurso computacional e não é uma boa aproximação para a solução de referência.

3.2

Malhas de diferentes tipos

A partir da confirmação de que a malha de lado 32 aproxima bem a solução analítica(assim como a de 64 elementos por lado na maioria dos casos), sem gastar muitos recursos computacionais, será feita agora uma análise da influência do tipo de elemento básico de cada malha nos resultados obtidos, fixando-se o tamanho destas. Para isso, foram geradas cinco malhas diferentes: uma de hexaedros regulares, a mesma usada na seção anterior, uma de octaedros truncados, uma de dodecaedros rômnicos, uma chamada de CVT, referente à tesselação centroidal de Voronoi e, por fim, a malha de hexaedros regulares de 100 elementos por lado, tomada como referência para a solução analítica.

Com isso, os mesmos gráficos e tabelas foram geradas. Primeiramente, o gráfico da componente x da velocidade ao longo do eixo z:

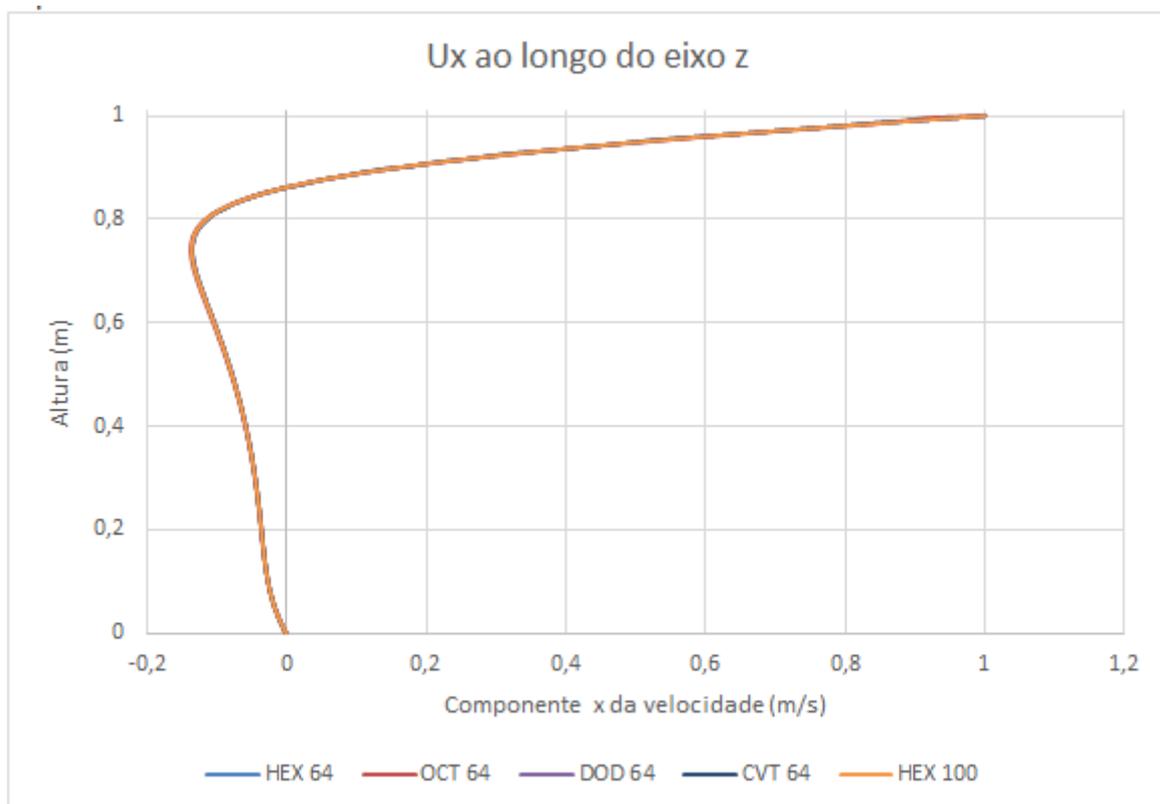


Figura 3.26: Velocidade na direção X ao longo do eixo Z

Pode se perceber que visualmente não é possível distinguir nenhuma das curvas através do gráfico, por estas estarem muito próximas. Com isso, foi feita a tabela dos valores de cada malha no ponto máximo da de referência:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 64	-0.1347
Oct 64	-0.1371
Dod 64	-0.1374
CVT 64	-0.1350
Hex 100	-0.1347

Tabela 3.25: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Nesse caso, através da tabela de valores para cada malha, percebe-se que a malha CVT e de hexaedros são as que aproximam melhor o valor da malha de referência, com erros maiores da malha de dodecaedros e octaedros, apesar de visualmente estarem todas juntas no gráfico.

Em seguida, obteve-se o gráfico para a componente da velocidade z ao longo do eixo z:

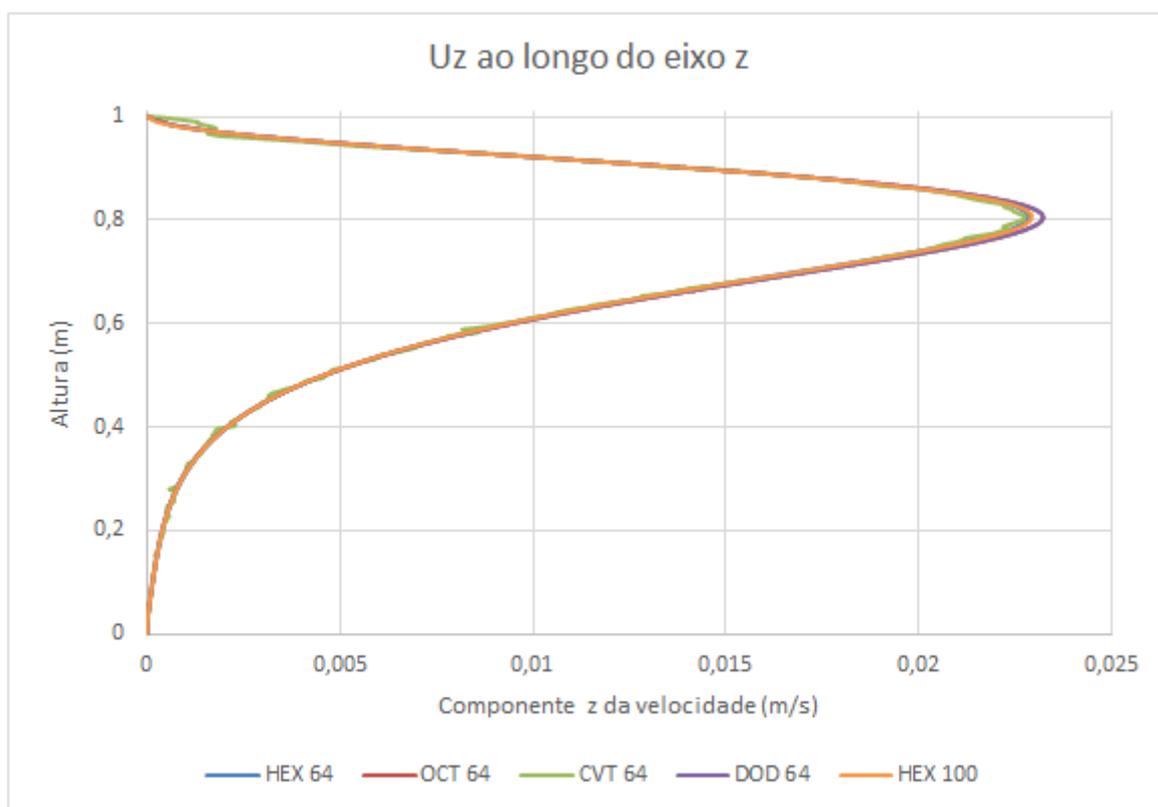


Figura 3.27: Velocidade na direção Z ao longo do eixo Z

No gráfico acima já é possível perceber uma certa variação indesejada na malha CVT, além de um descolamento da malha de dodecaedros perto do ponto máximo da curva.

Malhas	Valor Máximo
Hex 64	0.0228
Oct 64	0.0232
Dod 64	0.0232
CVT 64	0.0229
Hex 100	0.0229

Tabela 3.26: Velocidades no ponto máximo da malha de referência

Na tabela acima, percebe-se que todas as malhas estão com valores muito próximos perto do ápice, apesar das malhas de octaedros e de dodecaedros estarem com um erro um pouco maior.

Em seguida, foi obtido o gráfico da pressão ao longo do eixo z:

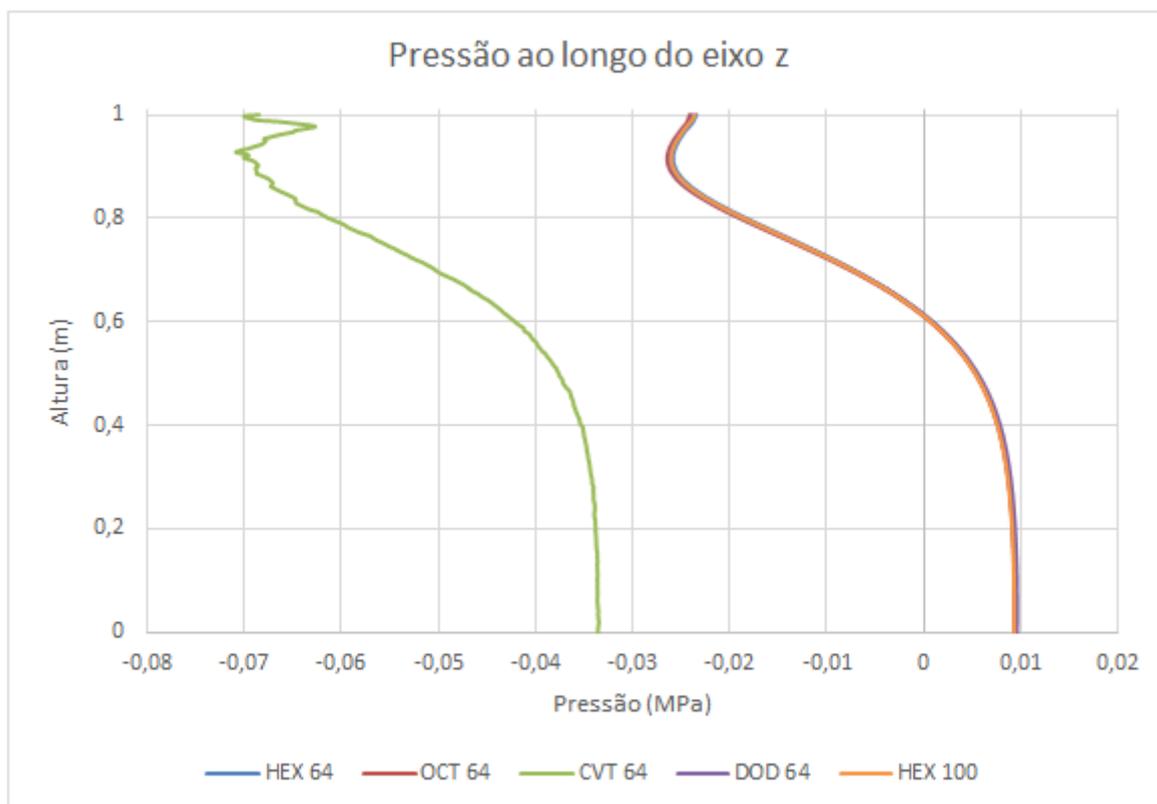


Figura 3.28: Pressão ao longo do eixo Z

Novamente, na imagem acima, os detalhes mais perceptíveis são, primeiro o deslocamento excessivo a variação aleatória da malha CVT, causada pelos tamanho aleatórios de suas células. Essa diferença da malha CVT ficou notória na tabela abaixo:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 64	-0.0258
Oct 64	-0.0264
Dod 64	-0.0262
CVT 64	-0.0697
Hex 100	-0.0260

Tabela 3.27: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

No caso, os valores mais próximos da referência são os da malha de hexaedros e a malha de dodecaedros.

De forma análoga ao que foi feito anteriormente, foram traçados os gráficos para as mesmas grandezas, agora variando ao longo do eixo x. Primeiramente, se apresenta a componente x da velocidade:

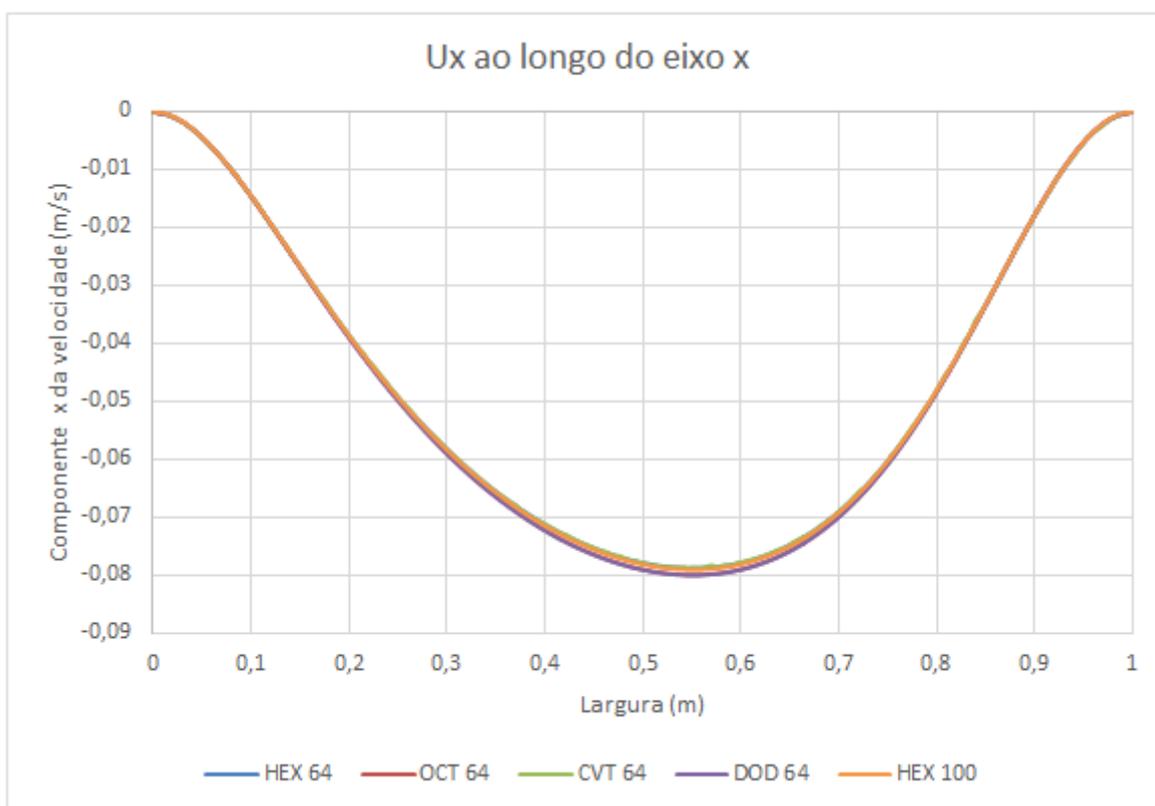


Figura 3.29: Velocidade x ao longo do eixo x

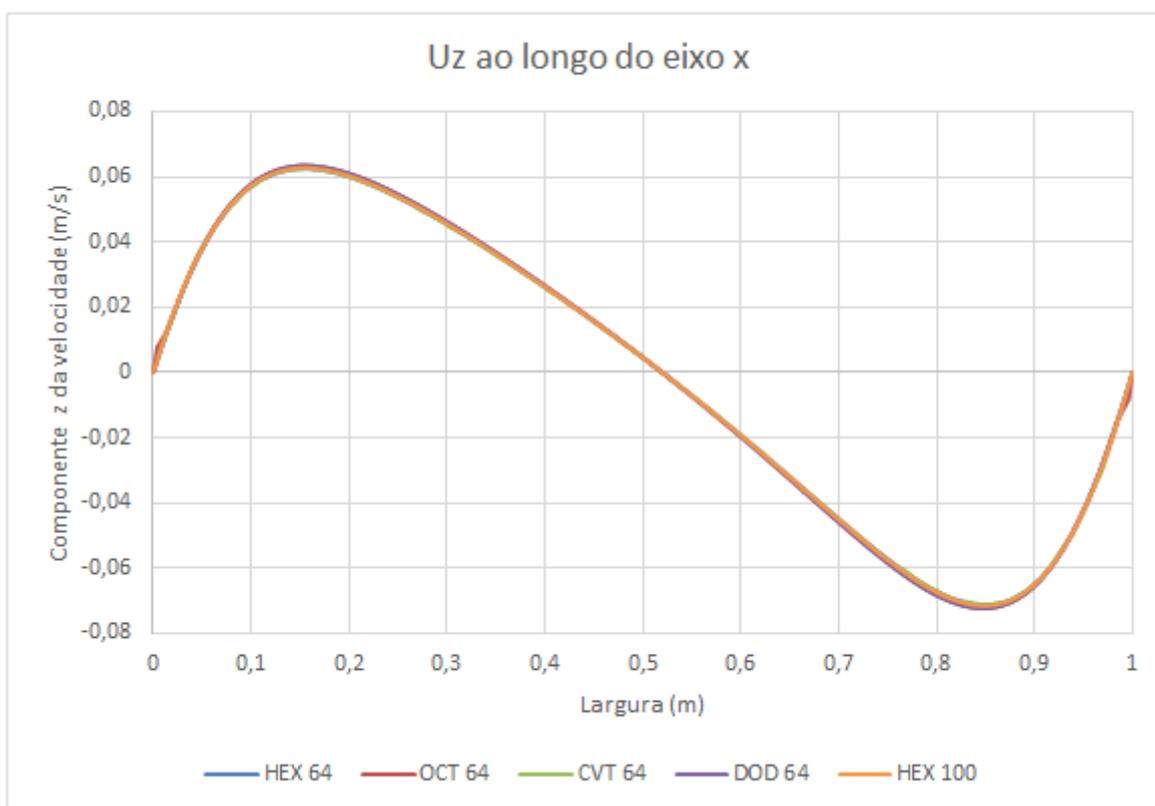
Nesse gráfico, pode se perceber que, como seria esperado, a velocidade nos dois extremos do domínio vai a zero, já que as condições de contorno são paredes fixas, logo, o fluido em contato com elas também estará estacionário. Novamente, para analisar melhor o erro entre as malhas é feita a tabela:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 64	-0.0788
Oct 64	-0.0799
Dod 64	-0.0800
CVT 64	-0.0787
Hex 100	-0.0791

Tabela 3.28: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Neste caso, a malha de dodecaedros visualmente é a que mais foge da malha de referência, confirmada pela tabela. O valor mais próximo fica novamente com a malha de hexaedros, seguida pela malha CVT. A de octaedros também tem erro significativo em relação à referência.

Em seguida, é traçado o gráfico da velocidade z ao longo do eixo x :

Figura 3.30: Velocidade z ao longo do eixo x

Na figura acima é perceptível uma simetria em relação ao ponto médio da largura, com um pico positivo na metade da esquerda e um negativo na parte da direita. Esse fenômeno se dá novamente devido à rotação do fluido dentro do domínio.

Em seguida, é explicitado o valor mínimo da velocidade z ao longo do eixo x para a malha hexaédrica de 100 elementos por lado e as velocidades de cada malha na mesma coordenada:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 64	-0.0713
Oct 64	-0.0723
Dod 64	-0.0724
CVT 64	-0.0714
Hex 100	-0.0716

Tabela 3.29: Velocidades no ponto mínimo da malha de referência

Novamente, as malhas de octaedros e dodecaedros apresentam maior erro em relação à de referência, enquanto que a CVT e hexaedros representam melhor esta. Por fim, é traçado o gráfico da pressão ao longo do eixo x :

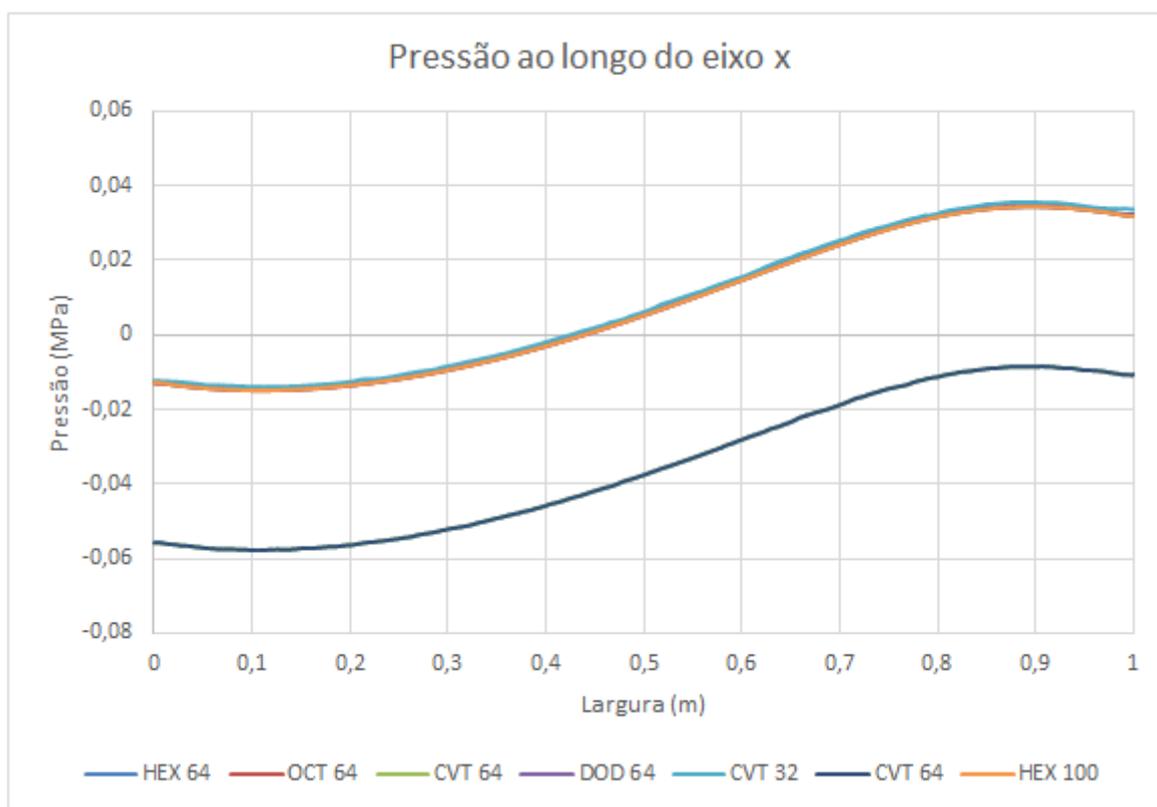


Figura 3.31: Pressão ao longo do eixo x

Pode se notar uma correlação entre a velocidade e a pressão, como era de se esperar: a medida que uma aumenta, a outra diminui. Finalmente, calcula-se a última tabela de erros:

Malhas	Valor Mínimo
Hex 64	-0.0148
Oct 64	-0.0149
Dod 64	-0.0147
CVT 64	-0.057
Hex 100	-0.0148

Tabela 3.30: Pressões no ponto mínimo da malha de referência

Novamente se percebe um erro grotesco da malha CVT quando se trata das pressões cinemáticas. Analisando todas as grandezas, finalmente, percebe-se que na média a malha que representa uma melhor eficiência é a hexaédrica, pois tem menor custo computacional e apresenta boa aproximação em relação à referência.

4

Conclusão

O trabalho teve como objetivo a utilização do *PolyMesher* para geração de malhas com diversos tamanhos e tipos de elementos básicos, obedecendo as exigências do *OpenFOAM*, programa utilizado para fazer a simulação do problema escolhido, *lid driven cavity*, e obtenção dos dados desejados. Para isso, primeiramente foi feito um estudo do programa *OpenFOAM* e como utilizá-lo, quais as restrições e arquivos necessários para fazer as simulações. Em seguida, foi feito um estudo sobre a geração de malhas e como poderiam ser gerados diferentes elementos usando os conceitos de triangulação de Delaunay e diagrama de Voronoi variando apenas os pontos inputados a essas transformações. Com todos esses passos alcançados, focou-se então no desenvolvimento de um script no *MatLab* que utilizava o *PolyMesher* para fazer a geração das malhas e após isso fazia o tratamento para se gerar automaticamente arquivos compatíveis com o *OpenFOAM*, sendo necessários apenas mudá-los de local no computador e rodar a simulação.

A partir disso, foram geradas todas as malhas de interesse e simuladas, para obtenção dos dados e posterior tratamento no *Microsoft Excel* e geração de gráficos. Então, foi feita a análise destes, como já explorada neste relatório e se verificou que, em relação ao tamanho, uma malha de 32 elementos por direção do domínio já é uma aproximação satisfatória para a solução analítica e deve se avaliar se compensa o gasto de recursos computacionais para refinar mais essa malha, já que não teria ganhos expressivos em termos de menores erros. Uma hipótese, que foi comprovada nessas análises é que a alteração do tipo de elemento básico da malha influencia nesses ganhos, dados os exemplos da malha de hexaedros, que apresentou resultados satisfatórios e a malha CVT, com bons resultados, desconsiderando-se as pressões cinemáticas. Em termos de gastos computacionais essas malhas a primeira é a mais simples, e portanto, mais eficiente.

Como próximos passos de estudo, poderia se fazer uma análise com outros tipos de elementos básicos, para se verificar se seria vantajoso ou não. Uma opção não explorada nesse projeto também seria a geração totalmente randômica e análise posterior. Além disso, poderia se estudar o efeito em outras regiões do domínio não exploradas neste relatório, avaliando se o efeito nessas regiões é diferente do que nas observadas.

Referências Bibliográficas

- [1] MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH M. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Springer, Beirut, 1st edition, 2015.
- [2] BALAFAS, G. Polyhedral mesh generation for cfd-analysis of complex structures. Dissertação de mestrado, Faculty of Civil Engineering and Geodesy, Technische Universität München, 2014.
- [3] VASCONCELLOS, J. F. V. *Um Método de Volumes Finitos Usando Malhas Não-Estruturadas Para o Estudo de Escoamentos com Frentes Livres*. Dissertação de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.
- [4] MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Livros Técnicos e Científicos Editora, Santa Catarina, 1995.
- [5] FERZIGER, J.H.; PERIC, M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer-Verlag, Beirut, 1996.