

## 2 Análise pseudo-estática

### 2.1 Introdução

Métodos de equilíbrio limite para análise da estabilidade de taludes são amplamente utilizados no estudo da estabilidade de encostas naturais e no projeto de escavações e aterros, tendo a experiência acumulada ao longo dos anos demonstrado que são rápidos, simples e satisfatoriamente precisos para a maioria das aplicações de engenharia envolvendo carregamentos estáticos.

Os métodos de equilíbrio limite têm as seguintes características comuns:

- a) Usam a mesma definição para o fator de segurança local  $FS_{local}$  :

$$FS_{local} = \frac{s}{\tau} \quad (2.1)$$

onde  $s$  representa a resistência ao cisalhamento do material e  $\tau$  a tensão cisalhante atuante no ponto.

Em grande parte dos problemas de engenharia geotécnica as maiores incertezas estão relacionadas com a avaliação da resistência ao cisalhamento dos solos. Assim, a definição do fator de segurança em termos da resistência ao cisalhamento  $s$  associa  $FS_{local}$  diretamente com um parâmetro cujo grau de incerteza é bastante significativo.

Além disso, os métodos de equilíbrio limite consideram que este fator de segurança é o mesmo em todos os pontos da potencial superfície de deslizamento, embora não haja razões para se aceitar esta hipótese como verdadeira, exceto na condição crítica de ruptura quando  $FS_{local} = 1.0$

- b) Consideram também como hipótese genérica que os maciços de solo comportam-se mecanicamente como materiais rígido-perfeitamente plásticos, não sendo feitas quaisquer considerações sobre os campos de tensão e de deformação gerados pelo carregamento externo, normalmente o próprio peso. Em certas situações, esta hipótese não é estritamente aplicável, como no caso de taludes em argilas rijas fissuradas onde a resistência residual pode ser significativamente menor do que a resistência no pico. Na prática, esta dificuldade pode ser contornada (Skempton, 1977) usando-se valores de resistência ao cisalhamento inferiores aos avaliados no pico.
- c) Usam algumas ou todas as equações de equilíbrio para calcular valores médios da tensão cisalhante mobilizada  $\tau$  e da tensão normal  $\sigma$  ao longo da potencial superfície de ruptura, necessários para estimativa da resistência ao cisalhamento pelo critério de Mohr-Coulomb.

$$s = c + \sigma \tan \phi \quad (2.2)$$

onde  $c$  e  $\phi$  são os parâmetros de resistência associados ao critério.

- d) Introduzem hipóteses para suplementar as equações de equilíbrio visto que o número de incógnitas do problema é em geral superior ao número de equações fornecidas apenas pela estática de corpos rígidos.
- e) As principais características dos diversos métodos de equilíbrio limite propostos na literatura estão listadas nas tabelas 2.1 e 2.2:

Tabela 2.1 - Características de métodos de equilíbrio limite não rigorosos (de Campos, 1985).

<b>Método</b>	<b>Hipóteses</b>	<b>Comentários</b> (Tipo de Superfície de Ruptura)
Fellenius (1927) (fatias)	Não considera forças entre fatias	(Circular)
Bishop Simplificado (1955) (fatias)	Resultante das forças entre fatias é horizontal.	(Circular) – n hipóteses sobre o ponto de aplicação da força normal e (n-1) sobre a magnitude das forças tangenciais entre fatias. Fator de segurança determinado a partir da consideração de equilíbrio de momentos.
Janbu Simplificado (1968) (fatias)	Resultante das forças entre fatias é horizontal. Um fator de correção empírico $f_0$ é usado para levar em conta os efeitos das forças tangenciais.	(Qualquer) – Valores de $f_0$ sugeridos para condições de solos homogêneos. FS é determinado a partir do equilíbrio de forças.
Janbu Generalizado (1968) (fatias)	Localização da força normal entre fatias definida por uma linha de empuxo arbitrária.	(Qualquer) – n hipóteses sobre o ponto de aplicação das forças normais entre fatias. Posição da última não é usada, com o equilíbrio de momentos não sendo satisfeito na última fatia. FS determinado a partir do equilíbrio de forças e de momentos.

Tabela 2.2 - Características de métodos de equilíbrio limite rigorosos (de Campos, 1985)

<b>Método</b>	<b>Hipóteses</b>	<b>Comentários</b> (Tipo de Superfície de Ruptura)
Spencer (1967) (fatias)	Resultantes das forças entre fatias têm inclinações constantes através da massa do solo.	(Qualquer) – método semelhante ao de Morgenstern – Price com $f(x) = 1$ .
Morgenstern – Price (1965) (fatias)	Direção da resultante das forças entre fatias definidas usando uma função arbitrária $f(x)$ . A parcela de $f(x)$ necessária para satisfazer o equilíbrio de forças e de momentos é calculada.	(Qualquer) – n hipóteses sobre o ponto de aplicação da força normal e (n-1) sobre a magnitude relativa das forças entre fatias. Uma incógnita $\lambda$ é introduzida. Fatias são de espessura infinitesimal.
Sarma 1973 (fatias)	Resistência interna entre fatias é mobilizada. Distribuição das resultantes das forças tangenciais entre fatias definidas com base em uma função arbitrária. A porcentagem da função $\lambda$ necessária para satisfazer o equilíbrio de forças e momentos é calculada.	(Qualquer) - n hipóteses sobre o ponto de aplicação das forças normais e (n-1) sobre a magnitude relativa das forças tangenciais entre fatias. Incógnita $\lambda$ introduzida.
Sarma 1979 (cunhas)	Assume que a resistência ao cisalhamento é mobilizada nos lados de todas as cunhas. A inclinação das interfaces das cunhas é variada para produzir uma condição crítica de equilíbrio.	(Qualquer) – (n-1) hipóteses sobre o ponto de aplicação das forças normais ou das forças tangenciais entre cunhas e (n-1) sobre o valor relativo das forças entre cunhas. Solução obtida na forma de um fator de aceleração crítico $K_C$ .

## 2.2 Métodos pseudo – estáticos

As diversas soluções de equilíbrio limite obtidas para carregamentos estáticos podem ser estendidas para consideração de carregamentos sísmicos através da inclusão de forças estáticas adicionais (figura 2.1), com módulo proporcional ao peso  $W$  da massa de solo potencialmente instável, representando as componentes da força de inércia gerada pelo carregamento dinâmico. Tipicamente, assume-se na maioria das aplicações de métodos pseudo-estáticos a hipótese que  $K_v = 0$ , permanecendo entretanto a questão de como escolher um valor apropriado do coeficiente horizontal  $K_h$ . Um erro comum é empregar o valor da máxima aceleração horizontal esperada como coeficiente sísmico, o que produz resultados excessivamente conservadores, pois a aceleração máxima geralmente atua em um único instante de tempo e apenas em único sentido. Valores típicos para o coeficiente horizontal sísmico  $K_h$  estão entre valores limites publicados na literatura e reproduzidos na tabela 2.3.

Nas seções seguintes são apresentados alguns dos métodos pseudo-estáticos mais comuns para análise da estabilidade de taludes de solo sob condições de carregamento sísmico.



Figura 2.1 – Representação das forças de inércia na análise pseudoestática.

Tabela 2.3 – Valores típicos do coeficiente sísmico  $K_h$ .

Coeficiente Sísmico $K_h$	Referência
0,10 – 0,15	Corpo de Engenheiros, 1982
0,05-0,15	Califórnia, EUA
0,15 – 0,25	Japão
0,33 – 0,5 PGA	Marcuson e Franklin (1983)
0,5 PGA	Hynes-Griffin e Franklin (1983)

PGA – aceleração de pico do terreno

### 2.2.1

#### Método de Koppula (1984)

Um talude de argila saturada ( $\phi=0$ ) com altura  $H$ , peso específico  $\gamma$  é apresentado na figura 2.2. A resistência ao cisalhamento não-drenada  $C_u$  da argila é admitida crescer linearmente com a profundidade de acordo com

$$C_u = C_o + a_o z \quad (2.3)$$

$a_o$  = constante

$C_o$  = resistência não-drenada na superfície do solo ( $z=0$ )

$z$  = profundidade de um ponto do maciço de solo a partir do topo do talude

O arco de círculo com centro em  $O$  e raio  $R$  delimita, por unidade de comprimento do talude, uma massa de solo de peso  $W$  sobre a qual atua a componente horizontal da força de inércia  $K_h W$ . O momento  $M_D$  provocado por estas forças (peso próprio, força de inércia) em relação a  $O$  pode ser escrito como

$$M_D = W\ell_1 + K_h W\ell_2 = M_W + M_E \quad (2.4)$$

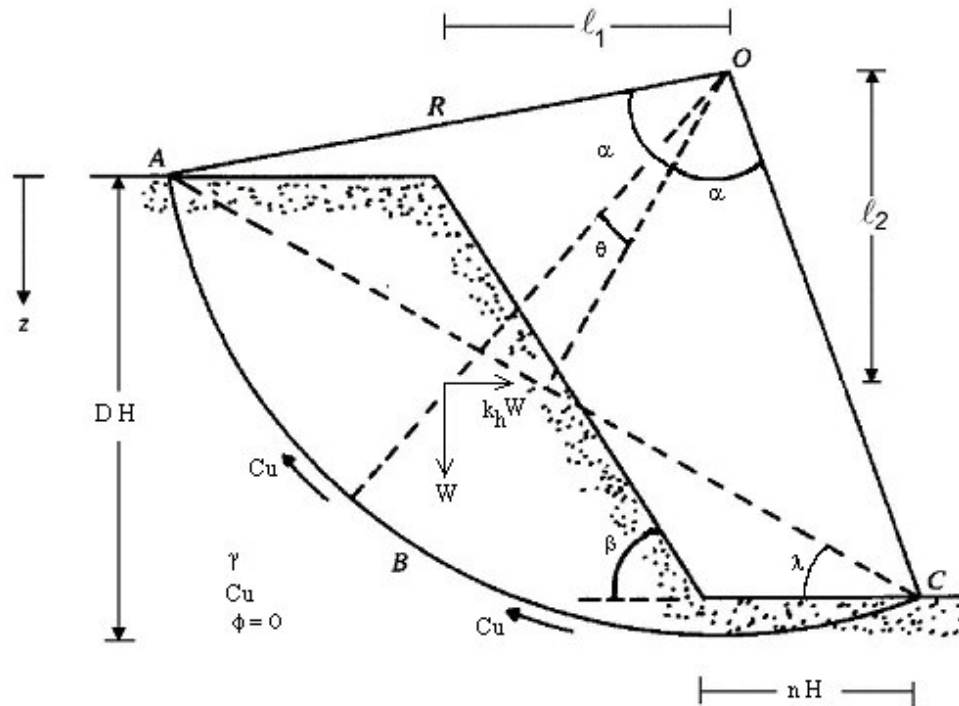


Figura 2.2 - Método de Koppula (1984) para estabilidade de talude de argila saturada ( $\phi = 0$ )

De acordo com Koppula (1984) as expressões de  $M_W$  e  $M_E$  podem ser expressas como

$$M_W = \frac{\gamma H^3}{12} (1 - 2 \cot^2 \beta - 3 \cot \alpha \cot \beta + 3 \cot \beta \cot \lambda + 3 \cot \lambda \cot \alpha - 6n \cot \beta - 6n^2 - 6n \cot \alpha + 6n \cot \lambda) \quad (2.5)$$

$$M_E = \frac{K_h \gamma H^3}{12} (\cot \beta + \cot^3 \lambda + 3 \cot \alpha \cot^2 \lambda - 3 \cot \alpha \cot \beta \cot \lambda - 3 \cot \alpha \cot \beta \cot \lambda - 6n \cot \alpha \cot \lambda) \quad (2.6)$$

onde os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\lambda$  estão ilustrados na figura 2.2 e  $n$  representa a distância horizontal normalizada da saída da superfície circular em relação ao pé do talude.

O momento resistente desenvolvido ao redor de O pelas forças tangenciais distribuídas na potencial superfície circular de ruptura é também expresso por

$$M_R = R \int_{-\alpha}^{+\alpha} C_u R d\theta \quad (2.7)$$

onde a variação linear de  $C_u$  (equação 2.3) pode ser reescrita como

$$C_u = C_o + a_o [R \cos(\lambda + \theta) - R \cos(\alpha - \lambda) + H] \quad (2.8)$$

Assim,

$$M_R = \frac{a_o H^3}{4 \sin^2 \alpha \sin^2 \lambda} [\alpha(1 - \cot \alpha \cos \lambda) + \cos \lambda] + \frac{C_o H^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha \sin^2 \lambda} \quad (2.9)$$

O fator de segurança  $FS$  é definido como

$$FS = \frac{M_R}{M_W + M_E} \quad (2.10)$$

Koppula (1984) apresentou solução em termos dos números de estabilidade  $N_1$  e  $N_2$  que permitem expressar a equação (2.10) como

$$FS = \frac{a_o}{\gamma} N_1 + \frac{C_o}{\gamma H} N_2 \quad (2.11)$$

Os números de estabilidade dependem dos valores do coeficiente sísmico  $K_h$ , do ângulo de inclinação do talude  $\beta$  e do fator de profundidade  $D$  (figura 2.2). Soluções gráficas mostrando a variação dos números de estabilidade  $N_1$  e  $N_2$  em função destes parâmetros são apresentadas nas figuras 2.3 a 2.5. Observe-se que para  $\beta > 53^\circ$  o valor de  $N_2$  é função de  $\beta$  e  $K_h$ , somente (figura 2.5).

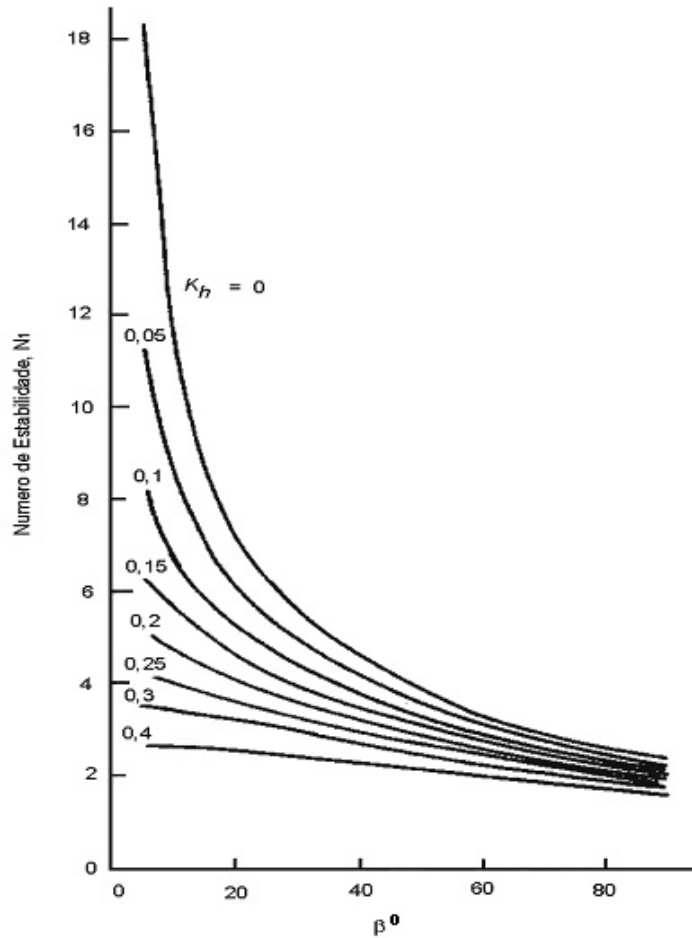


Figura 2.3 - Variação de  $N_1$  com o ângulo de inclinação do talude  $\beta$  e do coeficiente sísmico  $K_h$  (Koppula, 1984).

Koppula também constatou que se a resistência ao cisalhamento não drenado do solo incrementar a partir de zero, no topo do talude,

$$C_u = a_0 z \quad (2.12)$$

então, neste caso particular, a superfície de deslizamento crítica associada com o valor mínimo de  $FS$  passa pelo pé do talude (isto é,  $n=0$ ,  $D=0$ ), resultando em

$$FS = \frac{a_0}{\gamma} N_1 \quad (2.13)$$

Se, por outro lado, a magnitude de  $C_u$  for constante com a profundidade, (isto é,  $a_0=0$ ,  $C_u = C_0$ ) então,



$$FS = \frac{c_o}{\gamma H} N_2 \quad (2.14)$$

### 2.2.2

#### Método de Majumdar (1971)

Majumdar (1971) expandiu o método de círculo de atrito desenvolvido por Taylor (1937) considerando a influência da força sísmica horizontal (figura 2.6).

O ângulo de atrito  $\phi$  no método de Majumdar (1971) é modificado ( $\phi_m$ ) por

$$\phi_m = \tan^{-1}(M \tan \phi) \quad (2.15)$$

onde  $M$  é uma função do ângulo de inclinação do talude  $\beta$  e do coeficiente sísmico  $K_h$ , conforme mostra a figura 2.7 para  $\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  e  $75^\circ$ .

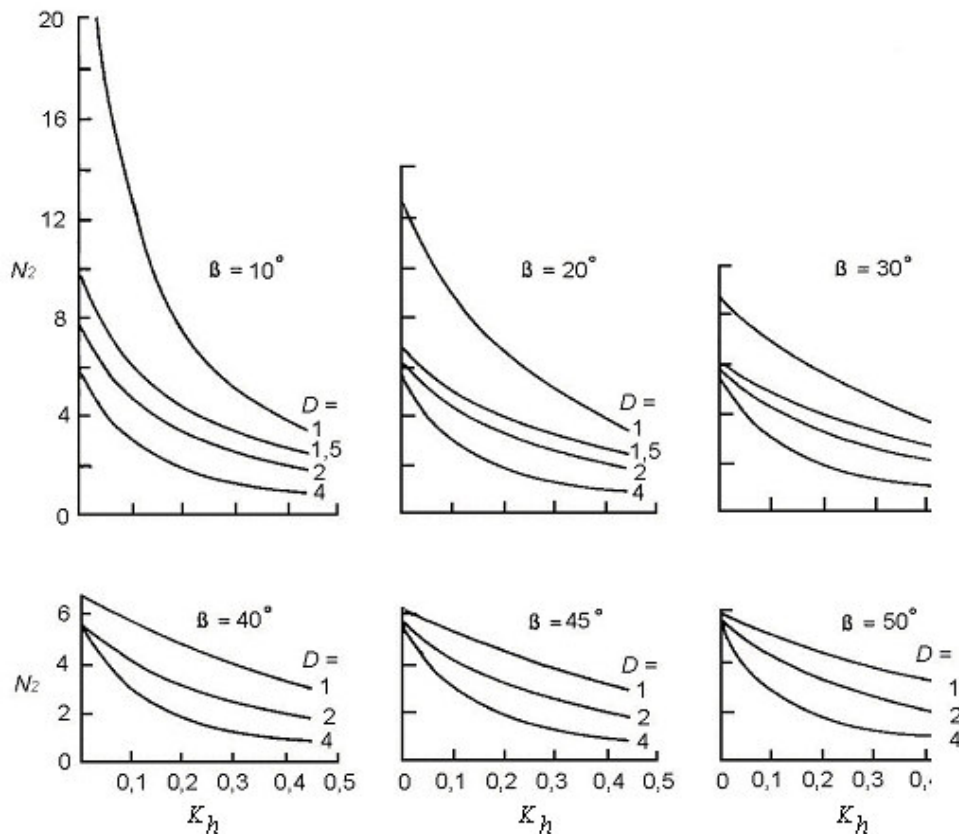


Figura 2.4 - Variação de  $N_2$  com o coeficiente sísmico  $K_h$ , fator de profundidade  $D$  e ângulo de inclinação do talude para  $\beta \leq 53^\circ$  - Koppula, 1984.

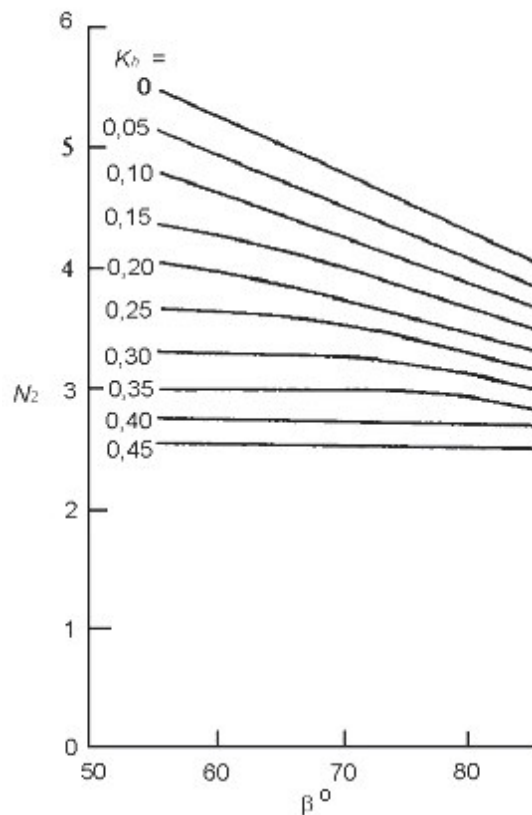


Figura 2.5 – Variação de  $N_2$  com  $K_h$  e ângulo de inclinação do talude  $\beta > 53^{\circ}$  (Koppula, 1984)

O procedimento para cálculo do fator de segurança  $FS$  pelo método de Majumdar (1971) segue os seguintes passos:

- obtenção dos valores dos parâmetros de solo  $\phi$ ,  $c$  e do peso específico  $\gamma$ ;
- determinação do fator  $M$  através dos gráficos da figura 2.7, considerando os valores de  $\phi$ ,  $\beta$  e  $K_h$ ;
- assumindo sucessivos valores para o ângulo de atrito mobilizado  $\phi_d$  (por exemplo  $\phi_{d(1)}$ ,  $\phi_{d(2)}$ ,  $\phi_{d(3)}$ ,...  $\leq \phi_m$ ), cálculo dos fatores de segurança com relação ao coeficiente de atrito  $F_{\phi}$  através das relações

$$\begin{aligned}
 F_{\phi(1)} &= \frac{\tan \phi_m}{\tan \phi_{d(1)}} \\
 F_{\phi(2)} &= \frac{\tan \phi_m}{\tan \phi_{d(2)}} \\
 F_{\phi(3)} &= \frac{\tan \phi_m}{\tan \phi_{d(3)}}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} F_{\phi(1)} \\ F_{\phi(2)} \\ F_{\phi(3)} \end{aligned}} \right\} \rightarrow \quad (2.16)$$

- d) determinação do número de estabilidade  $m = c_d / \gamma H$  com base no ângulo de inclinação do talude  $\beta$  e dos valores assumidos do ângulo de atrito mobilizado  $\phi_d$ , conforme figura 2.8;
- e) determinação dos coeficientes de segurança com relação à coesão  $F_c$ , a partir dos diversos valores de  $m$  calculados anteriormente, isto é

$$\begin{aligned}
 c_{d(1)} &= m_1 \gamma H & F_{c(1)} &= \frac{c}{c_{d(1)}} \\
 c_{d(2)} &= m_2 \gamma H & F_{c(2)} &= \frac{c}{c_{d(2)}}
 \end{aligned}
 \quad (2.17)$$

- f) do gráfico obtido com os valores de  $F_\phi$  versus  $F_c$  (figura 2.9), avaliação do fator de segurança FS considerando-se a igualdade FS (equação 2.1) =  $F_\phi$  (equação 2.16) =  $F_c$  (equação 2.17).

### 2.2.3

#### Método de Prater (1979)

Prater (1979) analisou taludes de solos ( $c$ ,  $\phi$ ) para determinação da aceleração horizontal crítica de fluência ou de escoamento plástico, que pode ser associada com uma definição de fator de segurança  $FS$ .

A potencial superfície de ruptura foi admitida como um arco de espiral logarítmica (figura 2.10) definido por

$$r = r_0 e^{\theta \tan \phi} \quad (2.18)$$

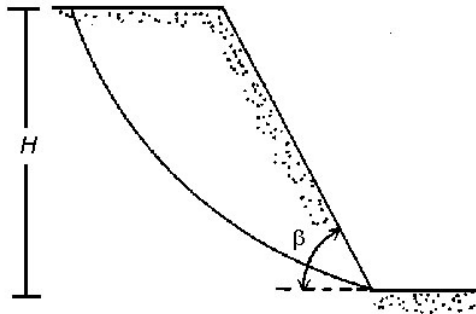


Figura 2.6 - Taludes de solo ( $c, \phi$ ) no método de Majumdar (1971).

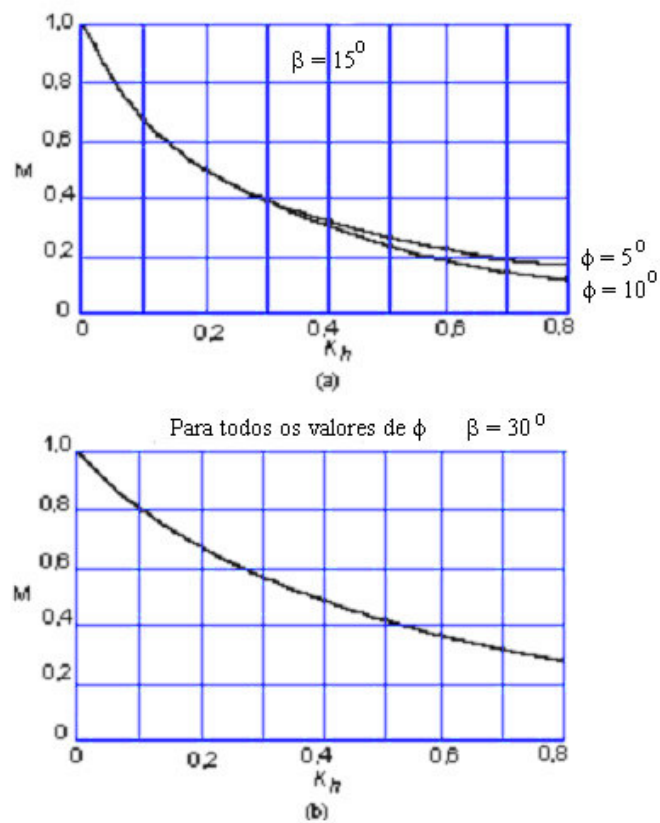


Figura 2.7 - Variação de  $M$  com o coeficiente sísmico  $K_h$  (Majumdar, 1971)

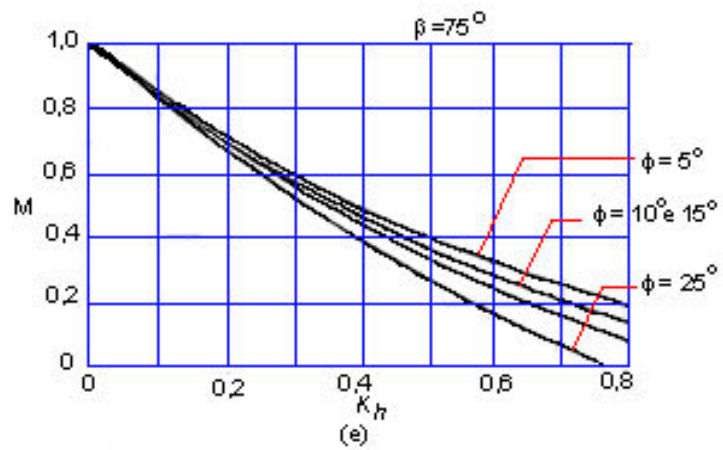
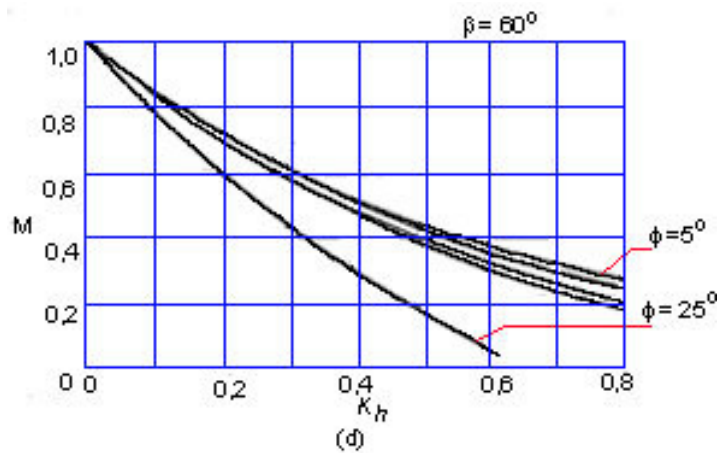
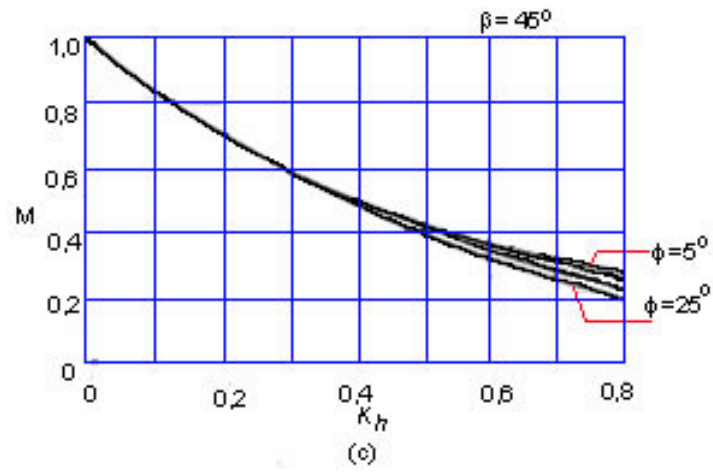


Figura 2.7 (continuação) – Variação de  $M$  com o coeficiente sísmico  $K_h$  (Majumdar, 1971)



Figura 2.8 – Gráfico de Taylor modificado (Majumdar, 1971).

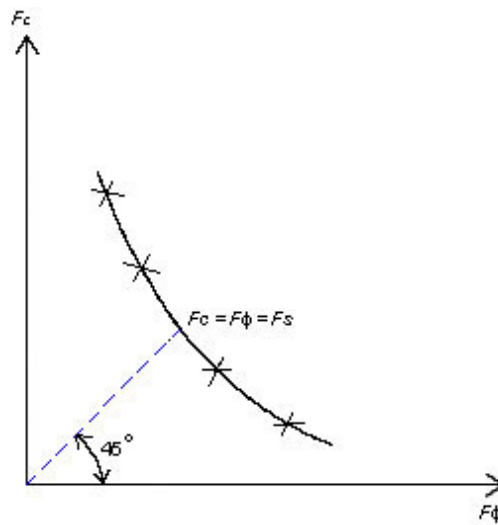


Figura 2.9 – Determinação do fator de segurança  $F_s$ .

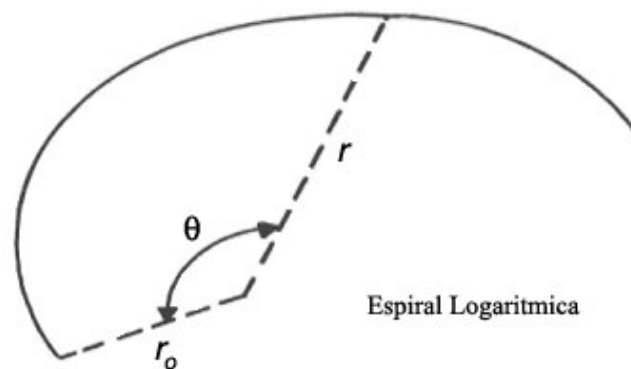


Figura 2.10 – Potencial superfície de ruptura espiral logarítmica considerada por Prater (1979).

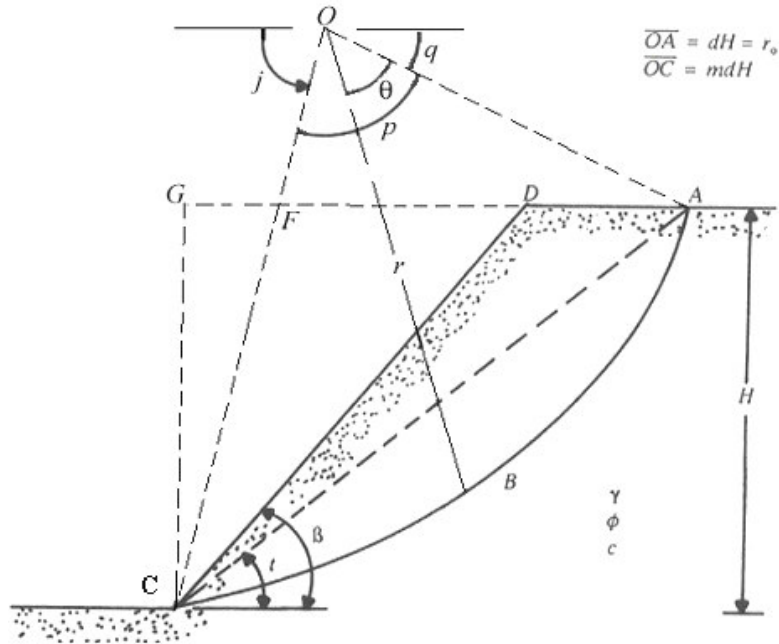


Figura 2.11 – Método de Prater (1979) para análise sísmica de taludes de solo.

Observando-se os parâmetros da figura 2.11, põem ser estabelecidas as seguintes relações:

$$m = e^{p \tan \phi} \quad (2.19)$$

$$d = \frac{r_0}{H} = [\sin t \sqrt{1 + m^2 - 2m \cos p}]^{-1} \quad (2.20)$$

$$j = t + \sin^{-1} \left( \frac{\sin p}{\sqrt{1 + m^2 - 2m \cos p}} \right) \quad (2.21)$$

$$q = \pi - p - j \quad (2.22)$$

Considerando um comprimento unitário para o talude de solo, as seguintes componentes do momento atuante  $M_D$ , em relação ao ponto O, podem ser escritas:

$$M_D = M_W + M_E = (1 \mp K_v) M_g + M_E \quad (2.23)$$

onde  $K_v$  é o coeficiente sísmico na direção vertical, como anteriormente definido.

O momento devido ao peso da massa de solo pode ser também decomposto nas parcelas:

$$M_g = M_1 - M_2 - M_3 \quad (2.24)$$

$M_g$  = Momento resultante das forças verticais

$M_1$  = Momento da força vertical da área OABC

$M_2$  = Momento da força vertical da área OAF

$M_3$  = Momento da força vertical da área CDF

$$M_1 = \frac{\gamma d^3 H^3}{3(9 \tan^2 \phi + 1)} \left[ (m^3 \sin j - \sin q) - 3 \tan \phi (m^3 \cos j + \cos q) \right] \quad (2.25)$$

$$M_2 = \frac{\gamma d^3 H^3}{6} \left[ \sin^3 q (\cot^2 q - \cot^2 j) \right] \quad (2.26)$$

$$M_3 = \frac{\gamma H^3}{6} \left[ \cot^2 \beta - \cot^2 j - 3md \cos j (\cot \beta - \cot j) \right] \quad (2.27)$$

O momento  $M_E$  causado pela componente horizontal da força de inércia resulta em

$$M_E = M_e K_h = (M_4 - M_5 - M_6) K_h \quad (2.28)$$

onde

$M_e$  = Momento resultante das forças horizontais

$M_4$  = Momento da força horizontal da área OABC

$M_5$  = Momento da força horizontal da área OAF

$M_6$  = Momento da força horizontal da área CDF

$$M_4 = \frac{\gamma d^3 H^3}{3(9 \tan^2 \phi + 1)} \left[ (m^3 \cos j + \cos q) + 3 \tan \phi (m^3 \sin j - \sin q) \right] \quad (2.29)$$

$$M_5 = \frac{\gamma d^3 H^3}{3} \left[ \sin^3 q (\cot q + \cot j) \right] \quad (2.30)$$

$$M_6 = \frac{\gamma H^3}{6} (3d \sin q + 1) (\cot \beta - \cot j) \quad (2.31)$$

O momento resistente  $M_R$  por sua vez pode ser decomposto nas seguintes parcelas, em relação ao ponto O:



$$M_R = \left[ \begin{array}{l} M_c = \text{momento da força} \\ \text{coesiva desenvolvida ao longo} \\ \text{da potencial superfície de} \\ \text{ruptura ABC} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} M_\phi = \text{momento da força de} \\ \text{atrito desenvolvida ao longo} \\ \text{da potencial superfície de} \\ \text{ruptura ABC} \end{array} \right] \quad (2.32)$$

Com base em propriedades da espiral, a linha de ação da força de atrito em qualquer ponto da superfície de ruptura ABC passará pela origem O, portanto resultando que

$$M_\phi = 0 \quad e \quad M_c = \frac{cd^2 H^2 (m^2 - 1)}{2 \tan \phi} \quad (2.33)$$

Considerando o equilíbrio de momentos entre o momento atuante  $M_D$  e o momento resistente final  $M_R = M_C$ , vem

$$M_D - M_c = 0 \quad (2.34)$$

$$M_g (1 \mp K_v) + M_e K_h - M_c = 0 \quad (2.35)$$

$$K_h = \frac{M_c - M_g}{M_e \mp b M_g} \quad (2.36)$$

onde:

$$b = \frac{K_v}{K_h} \quad (2.37)$$

Prater (1979) sugeriu que um valor realista de  $b$  poderia ser adotado igual a 0,3. A tabela 2.4 apresenta as magnitudes da aceleração de escoamento determinadas de acordo com a equação (2.36).

## 2.2.4

### Método das fatias

Métodos de análise para serem aplicáveis a problemas práticos devem ser suficientemente versáteis para incluir situações onde as propriedades do solo e valores de poropressão variem no interior do maciço. Por esta razão, a maioria das técnicas para análise da estabilidade de taludes de solo baseadas no método do equilíbrio limite subdividem a região de solo estudada em um número qualquer de fatias verticais, analisando-se as condições de equilíbrio de cada fatia isoladamente (figura 2.12) e também globalmente da massa de solo delimitada pela potencial superfície de ruptura.

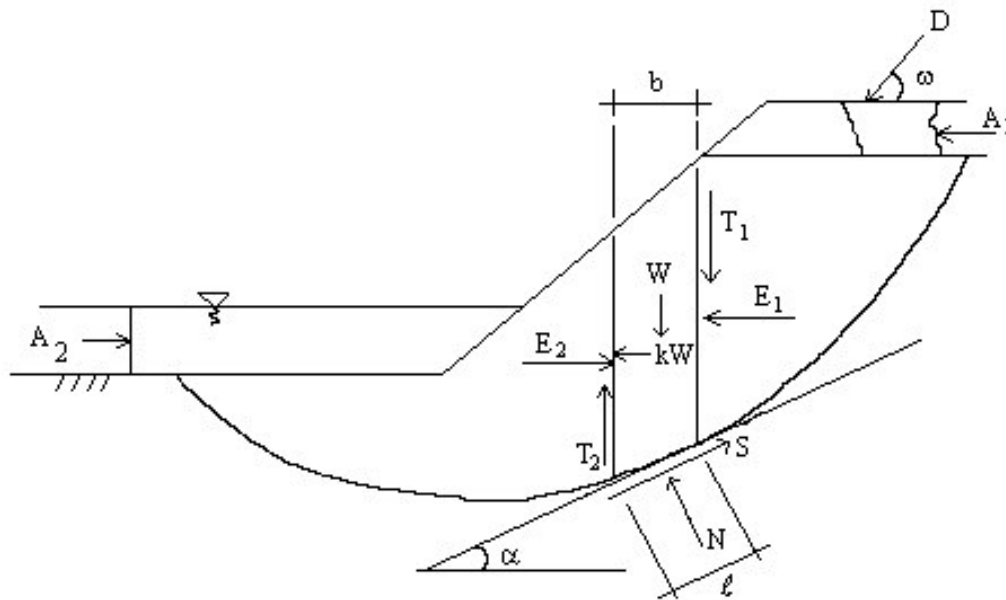


Figura 2.12: Forças atuantes em uma fatia vertical delimitada por potencial superfície de deslizamento.

Tabela 2.4 - Aceleração de escoamento para  $K_h = K_v$  (Prater, 1979)

$\beta$ (deg)	$\tan \phi$	$c / \gamma H$			
		0,05	0,1	0,15	0,2
<b>15</b>	0,1	0,00	0,08	0,15	0,20
	0,2	0,10	0,20	0,27	0,33
	0,3	0,20	0,31	0,39	0,44
	0,4	0,30	0,41	0,50	0,55
	0,5	0,40	0,51	0,60	0,66
	0,6	0,49	0,61	0,70	0,76
	0,7	0,58	0,70	0,80	0,87
	0,8	0,66	0,79	0,89	0,97
	0,9	0,74	0,87	0,98	1,07
<b>30</b>	0,1	-	0,00	0,13	0,20
	0,2	0,00	0,11	0,25	0,35
	0,3	0,05	0,22	0,37	0,46
	0,4	0,14	0,32	0,46	0,56
	0,5	0,24	0,41	0,55	0,66
	0,6	0,32	0,50	0,63	0,75
	0,7	0,40	0,57	0,72	0,83
	0,8	0,47	0,65	0,79	0,91
	0,9	0,53	0,71	0,86	0,98
<b>45</b>	0,1	-	-	0,07	0,22
	0,2	-	0,00	0,18	0,33
	0,3	-	0,11	0,28	0,42
	0,4	0,00	0,20	0,37	0,51
	0,5	0,06	0,29	0,46	0,59
	0,6	0,14	0,36	0,53	0,67
	0,7	0,21	0,43	0,59	0,74
	0,8	0,27	0,49	0,66	0,80
	0,9	0,33	0,54	0,71	0,84
<b>60</b>	0,1	-	-	0,00	0,16
	0,2	-	-	0,08	0,26
	0,3	-	0,00	0,18	0,34
	0,4	-	0,05	0,26	0,42
	0,5	-	0,13	0,33	0,49
	0,6	0,00	0,20	0,39	0,55
	0,7	0,01	0,26	0,45	0,60
	0,8	0,07	0,32	0,50	0,65
	0,9	0,13	0,36	0,54	0,69
<b>75</b>	0,1	-	-	-	0,04
	0,2	-	-	0,00	0,14
	0,3	-	-	0,02	0,22
	0,4	-	-	0,10	0,29
	0,5	-	0,00	0,17	0,35
	0,6	-	0,01	0,23	0,40
	0,7	-	0,07	0,28	0,44
	0,8	-	0,12	0,32	0,38
	0,9	-	0,16	0,35	0,51

onde

$W$	peso da fatia
$K_h W$	força horizontal para incorporar efeitos sísmicos
$N$	força normal à base da fatia
$S$	força tangencial à base da fatia ( $S = \tau l$ )
$E_1, E_2$	componente horizontal das forças entre as fatias
$T_1, T_2$	componente vertical das forças entre as fatias
$D$	força aplicada na superfície do talude
$b$	largura da fatia
$l$	comprimento da base da fatia
$A_1, A_2$	forças hidrostáticas

Da definição do fator de segurança local (equação 2.1) é possível escrever:

$$S = \tau l = \frac{s l}{FS_{local}} = \frac{l}{FS_{local}} [c' + (\sigma - u) \tan \phi'] \quad (2.38)$$

onde:

$$\sigma = \frac{N}{1} \quad \text{tensão normal média na base da fatia de comprimento}$$

unitário

$$u \quad \text{poropressão média na base da fatia}$$

$$c', \phi' \quad \text{parâmetros de resistência em termos de tensões efetivas}$$

Fatores de segurança globais  $FS$  podem ser determinados com base nas equações de equilíbrio de forças ou momentos, sendo importante reconhecer quais destas equações são satisfeitas pelas diferentes versões do método das fatias, a fim de possibilitar ao engenheiro uma melhor interpretação e senso de comparação entre as possíveis variações dos valores do fator de segurança global calculados pelas diversas técnicas.

Considerando, em relação a um ponto qualquer, o equilíbrio de momentos das forças que atuam em todas as fatias em que se subdivide o talude, temos:

$$\sum W_x - \sum S r - \sum N f + \sum K_h W e \pm D d \pm \sum_{i=1}^2 A_i h = 0 \quad (2.39)$$

onde  $x, r, f, e, d, h$  representam os braços de alavanca das diferentes forças em relação ao ponto selecionado.

Admitindo-se, como usualmente, que os fatores de segurança local ( $FS_{local}$ ) e global ( $FS$ ) são os mesmos, é possível combinar-se as equações 2.38 e 2.39 para produzir:

$$FS_{momentos} = \frac{\sum [c' l r + (N - u l) r \tan \phi']}{\sum W_x - \sum N f + \sum k W e \pm D d \pm \sum_{i=1}^2 A_i h} \quad (2.40)$$

Considerando-se o equilíbrio das forças horizontais que atuam em todas as fatias, obtém-se:

$$\sum (E_1 - E_2) - \sum N \sin \alpha + \sum S \cos \alpha - \sum k W - D \cos \omega \pm \sum_{i=1}^2 A_i = 0 \quad (2.41)$$

Novamente combinando-se as equações 2.38 e 2.41 é possível escrever-se, observando-se que a parcela  $\sum (E_2 - E_1)$  é nula para toda a massa deslizando:

$$FS_{forças} = \frac{\sum [c' l \cos \alpha + (N - u l) \tan \phi' \cos \alpha]}{\sum N \sin \alpha + \sum k W + D \cos \omega \mp \sum_{i=1}^2 A_i} \quad (2.42)$$

Ambas as equações para cálculo dos fatores de segurança globais ( $FS_{momentos}$  e  $FS_{forças}$ ) são não lineares, visto que a força normal  $N$  atuante em cada base da fatia é também função do fator de segurança.

As equações (2.40) e (2.42) são gerais, porém contêm um número excessivo de incógnitas, necessitando-se, para solução do problema, da consideração de

equações adicionais da mecânica dos corpos deformáveis ou da introdução de hipóteses simplificadoras que permitam diminuir o número de incógnitas. Este último procedimento é adotado no método de equilíbrio limite, cujas várias versões se diferenciam entre si pela natureza das simplificações, geralmente relacionadas com as forças entre fatias ou no modo de se determinar a força normal  $N$  na base da fatia.

#### 2.2.4.1

##### **Método de Fellenius (1927) ou método ordinário**

A superfície de deslizamento é admitida circular e o fator de segurança global é calculado satisfazendo-se apenas a equação de equilíbrio de momentos (equação 2.40). O método assume que a resultante das forças que atuam nas faces laterais de cada fatia é paralela a sua base, permitindo que  $N$  seja calculada considerando-se o equilíbrio de forças na direção perpendicular à base da fatia.

No caso particular do método de Fellenius a força normal  $N$  é independente do fator de segurança, mas as equações de equilíbrio de forças nas direções vertical e horizontal não são satisfeitas, porque a resultante das forças laterais, admitida paralela à base de cada fatia, varia continuamente de direção à medida que as diversas fatias do problema são consideradas no processo de cálculo para obtenção do fator de segurança global.

#### 2.2.4.2

##### **Método de Bishop Simplificado (1955)**

A superfície de deslizamento é também admitida circular e o fator de segurança global é calculado satisfazendo-se a equação de equilíbrio de momentos

(equação 2.40) e de equilíbrio de forças verticais, esta empregada para obtenção das forças normais  $N$ . A resultante das forças laterais atuantes em cada fatia é admitida como horizontal.

Embora o método de Bishop Simplificado não satisfaça o equilíbrio das forças horizontais, a nível global, a experiência tem indicado que se trata de um método bastante preciso para análises envolvendo superfícies de ruptura circulares (solos homogêneos), mesmo nos casos de taludes pouco inclinados e com altos valores de poropressão.

#### 2.2.4.3

#### **Método de Janbu Simplificado (1968)**

Considera superfícies de ruptura de formas quaisquer, satisfazendo as equações de equilíbrio de forças verticais e horizontais, porém desprezando as componentes verticais  $T_1$  e  $T_2$  das forças entre as fatias, como no método de Bishop Simplificado.

O equilíbrio de momentos é parcialmente satisfeito, pela utilização de um fator de correção  $f_o$  que depende do tipo de solo e da curvatura da potencial superfície de deslizamento sendo analisada (figura 2.13). O fator de segurança é formulado em termos de forças.

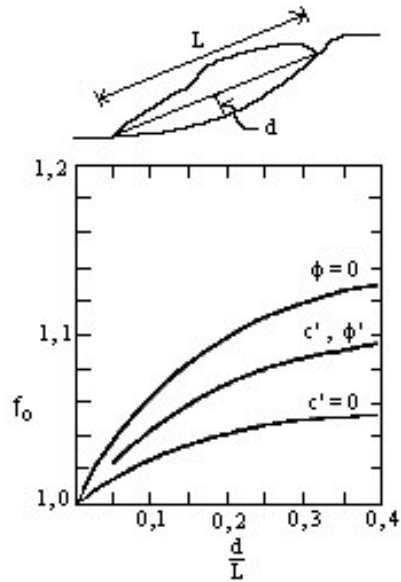


Figura 2.13: Fator de correção  $f_0$  no método de Janbu Simplificado

#### 2.2.4.4

##### Método de Spencer (1967)

Aplicável para análise da estabilidade de taludes com superfícies de deslizamento de formas quaisquer, o método de Spencer satisfaz simultaneamente às equações de equilíbrio de forças e de momentos.

Como hipótese simplificadora para solução do problema admite que o ângulo de inclinação  $\theta$  da resultante das forças entre fatias (figura 2.14) é constante (isto é, estas resultantes são paralelas em todas as fatias analisadas).

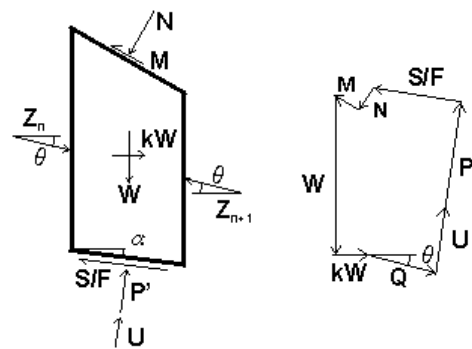


Figura 2.14: Forças em uma fatia no método de Spencer



#### 2.2.4.5 Método de Morgenstern e Price (1965)

Método bastante genérico, envolvendo superfícies de formas quaisquer e satisfazendo simultaneamente às equações de equilíbrio de forças e de momentos, considerando a hipótese que o ângulo de inclinação  $\delta$  formado pelas forças resultantes nas faces da fatia (figura 2.15) é variável, de acordo com uma função previamente estabelecida  $f(x)$ .

$$T = \lambda f(x) E \quad (2.43)$$

onde  $\lambda$  é uma constante (fator de escala) a se determinar em processo iterativo.

O fator de segurança  $FS$  calculado depende da função  $f(x)$  selecionada e, portanto, não é único, embora as variações de seu valor sejam normalmente pequenas.

O método de Morgenstern & Price, assim como o método de Spencer, exige um grande número de cálculos iterativos que requerem, via de regra uma implementação computacional.

#### 2.2.4.6 Método de Sarma (1973)

O método de Sarma (1973) representou uma mudança significativa com respeito à filosofia dos métodos de equilíbrio limite anteriormente apresentados, já que procura estabelecer o valor da aceleração horizontal necessária para que a massa de solo alcance o equilíbrio. A superfície potencial de ruptura também pode ser de forma qualquer.

Para o cálculo das forças entre fatias, assume-se que os valores relativos das forças verticais  $X_i$  entre fatias sejam conhecidos, determinados pela multiplicação da função específica  $Q$  pelo fator de proporcionalidade  $\lambda^*$ .

$$X_i = \lambda^* Q_i \quad (2.44)$$

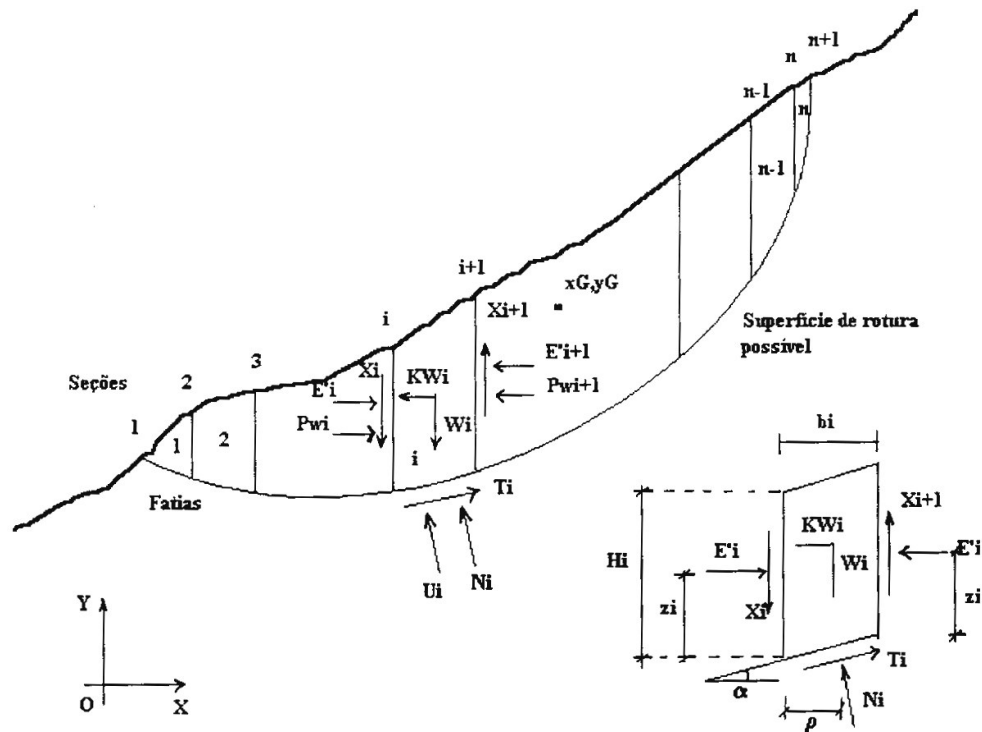


Figura 2.15 – Diagrama de corpo livre no método de Sarma (1973)

Fazendo-se o equilíbrio de forças da fatia  $i$ , nas direções horizontal e vertical, obtém-se a expressão:

$$\sum DX_i \cdot \text{tg}(\psi'_i - \alpha_i) + \sum D_i - K \cdot \sum W_i \quad (2.45)$$

onde

$$D_i = W_i \cdot \text{tg}(\psi'_i - \alpha_i) + [\bar{c}'_i \cdot L_i \cos \psi'_i - U_i \cdot \text{sen} \psi'_i] \sec(\psi'_i - \alpha_i) \quad (2.46)$$

$$DX_i = X_{i+1} - X_i \quad (2.47)$$

$$DE_i = E_{i+1} - E_i \quad (2.48)$$

com

$$\psi'_i = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_i}{FS} \right) \quad \text{ângulo de atrito minorado pelo fator de segurança;}$$

$\bar{c}'_i = \frac{c'_i}{FS}$  coesão minorada pelo fator de segurança;

$U_i = ru_i * W_i \sec \alpha_i$  força desenvolvida pelas poropressões;

$ru_i$  parâmetro de poropressão.

O equilíbrio de momentos pode ser efetuado em relação a um ponto qualquer, mas Sarma (1973) sugeriu que este ponto fosse o centro de gravidade da massa deslizando, com coordenadas  $(x_G, y_G)$ , pois assim a soma dos momentos produzidos por  $W_i$  e  $K_h W_i$  torna-se identicamente nula. Após algumas operações algébricas, tem-se:

$$\sum DX_i [(ym_i - y_G) * \tan(\psi'_i - \alpha_i) + (xm_i - x_G)] = \sum W_i (xm_i - x_G) + \sum D_i (ym_i) \quad (2.49)$$

onde  $(xm_i, ym_i)$  são as coordenadas do ponto de aplicação de  $N_i$ , correspondentes ao ponto médio da base da fatia  $i$ .

Existem infinitas possibilidades para a função  $Q$ , porém somente poucas delas fornecem soluções aceitáveis para o problema. A função  $Q$  sugerida por Sarma (op.cit.) foi:

$$Q_i = f_i \left[ \frac{(\bar{K}'_i - ru_i) * (\bar{\gamma}'_i * H_i^2 * \tan \phi'_i)}{2} + \bar{c}'_i * H_i \right] \quad (2.50)$$

onde

$$\bar{K}'_i = \frac{1 - \text{sen } \beta_i \left[ (1 - 2 * ru_i) \text{sen } \phi'_i + \frac{(4 * c'_i * \cos \phi'_i)}{\gamma_i * H_i} \right]}{1 + \text{sen } \beta_i * \text{sen } \phi'_i} \quad (2.51)$$

com

$f_i =$  constante a ser selecionada, geralmente igual a 1;

$\bar{ru}_i, \bar{\phi}'_i, \bar{c}'_i, \bar{\gamma}'_i =$  valores médios dos parâmetros do solo na fatia  $i$ ;

$$\beta_i = 2 * \alpha_i - \phi'_i \quad (2.52)$$

Da expressão (2.48) vem:

$$Dx_i = \lambda * (Q_{i+1} - Q_i) \quad (2.53)$$

ou

$$Dx_i = \lambda * P'_i \quad (2.54)$$

ou ,

$$P'_i = (Q_{i+1} - Q_i) \quad (2.55)$$

Na ausência de forças externas, tem-se ainda que

$$\sum DE_i = 0 \quad (2.56)$$

Substituindo-se as equações (2.54) e (2.56) em (2.46) e (2.48), obtém-se as seguintes expressões após algumas manipulações algébricas:

$$\lambda = \frac{s_4}{s_3} \quad (2.57)$$

$$K = \frac{(s_1 - \lambda * s_2)}{\sum W_i} \quad (2.58)$$

onde

$$s_1 = \frac{1}{F} \sum [c'_i * b_i + W_i * (1 - ru_i) \tan \phi'_i] \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \frac{\tan \alpha * \tan \phi_i}{F}} - \sum W_i * \tan \alpha \quad (2.59)$$

$$s_2 = \sum P'_i * \tan(\psi'_i - \alpha_i) \quad (2.60)$$

$$s_3 = \sum P'_i * [(y_{m_i} - y.G) * \tan(\psi'_i - \alpha_i) + (x_{m_i} - x.G)] \quad (2.61)$$

$$s_4 = \sum W_i * (x_{m_i} - x.G) + \sum D_i (y_{m_i} - y.G) \quad (2.62)$$

Notar que o método de Sarma (1973) não é iterativo, pois as incógnitas não se repetem em ambos os lados das equações acima, o que elimina problemas associados com a convergência da solução. O cálculo é feito através da seleção de diversos valores do fator de segurança pseudo-estático F, seguindo-se a avaliação dos correspondentes valores do coeficiente sísmico K. Um gráfico da variação de F com K pode então ser construído, como mostra a figura 2.16.

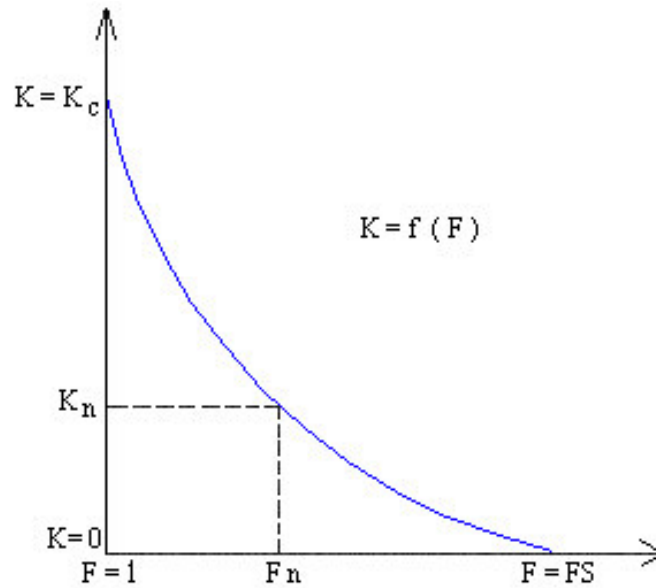


Figura 2.16 - Variação do coeficiente sísmico  $K$  em função do fator de segurança  $F$ .

Observa-se que a relação entre o fator de segurança e o coeficiente sísmico  $K$  é não linear, necessitando-se, portanto, de no mínimo três pontos para se definir a curva  $K = f(F)$  com alguma precisão. O valor de  $K$  correspondente à condição de ruptura iminente (ou seja,  $F=1$ ) é chamado de coeficiente de aceleração crítico ( $K_c$ ). Já na situação de ausência de carregamentos sísmicos (ou seja,  $K=0$ ), tem-se o valor do coeficiente de segurança estático ( $FS$ ). As componentes verticais da força de inércia são adicionadas (ou subtraídas) aos pesos das fatias em que atuam e as componentes horizontais entram nas equações do equilíbrio de forças e de momentos como parcelas adicionais.