

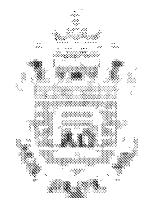
Tania Vieira de Vasconcelos

**O problema inverso de
autovalores para matrizes de
Toeplitz**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-Graduação em
Matemática

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2004



Tania Vieira de Vasconcelos

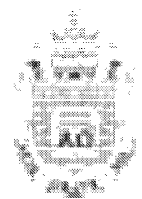
**O problema inverso de autovalores para
matrizes de Toeplitz**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Carlos Tomei

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2004



Tania Vieira de Vasconcelos

**O problema inverso de autovalores para
matrizes de Toeplitz**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Carlos Tomei

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Carlos Isnard

IMPA

Prof. Derek Hacon

Departamento de Matemática—PUC-Rio

Prof. Ricardo Leite

Departamento de Matemática—UFES

Prof. Sérgio Volchan

Departamento de Matemática—PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico
Científico—PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de Fevereiro de 2004

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Tania Vieira de Vasconcelos

Graduou-se em Matemática Pura pela PUC-Rio em 2001. Durante o mestrado trabalhou com Carlos Tomei.

Ficha Catalográfica

Vasconcelos, Tania Vieira

O problema inverso de autovalores para matrizes de Toeplitz/ Tania Vieira de Vasconcelos; orientador: Carlos Tomei. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2004.

v., 47 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Problemas inversos de autovalores. 3. Matrizes de Toeplitz. 4. Completude espectral. I. Tomei, Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Resumo

Vasconcelos, Tania Vieira; Tomei, Carlos. **O problema inverso de autovalores para matrizes de Toeplitz**. Rio de Janeiro, 2004. 47p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Em 1994, Henry Landau mostrou que uma matriz de Toeplitz real simétrica pode assumir qualquer valor real. O objetivo desse texto é apresentar a demonstração de Landau. São empregadas técnicas de teoria de grau topológico e teoria espectral.

Palavras-chave

Matrizes de Toeplitz; Problemas inversos de autovalores.

Abstract

Vasconcelos, Tania Vieira; Tomei, Carlos. **The inverse eigenvalue problem for Toeplitz matrices**. Rio de Janeiro, 2004. 47p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In 1994, Henry Landau proved that a real, symmetric Toeplitz matrix obtains an arbitrary real spectrum. In this text, we present the details of his proof. The key ingredients are topological degree theory and spectral theory.

Keywords

Toeplitz matrices; Inverse eigenproblems.

Conteúdo

1	Introdução	8
2	Esboço de demonstração	9
3	A geometria do espectro normalizado em dimensão 4	14
4	Propriedades gerais de matrizes de Toeplitz	20
5	O grau da aplicação espectral	28
A	Continuidade e diferenciabilidade de autovalores e autovetores	36
B	Grau Topológico e duas aplicações em teoria espectral	38
C	Entrelaçamento de autovalores	44
	Bibliografia	46

Lista de Figuras

2.1	Os conjuntos $\mathcal{T}_{\text{norm}}^2$, $\mathcal{T}_{\text{norm}}^3$ e $\mathcal{T}_{\text{norm}}^4$	11
2.2	Estrutura de faces de dimensões crescentes em $\partial\mathcal{R}_k$	12
3.1	Conjunto crítico de σ_0 nos planos $t_2 = 1$ e $t_2 = -1$	14
3.2	Cinco componentes conexas representativas	15
3.3	O conjunto L_4 e os valores críticos de σ_{esf}	15
3.4	A meia-esfera tem 8 pré-imagens de I_1 , 6 de I_2 e 4 de I_3	16
3.5	As regiões I_4 , I_5 e I_6 têm respectivamente 6, 4 e 2 pré-imagens	17
3.6	Existem 4, 2 e 4 pré-imagens de I_7 , I_8 e I_9	18
3.7	Finalmente, I_{10} e I_{11} têm 6 e 4 imagens inversas	19
4.1	Paridades de autovalores nas componentes de $\mathcal{T}_{\text{norm}}^4$	25
5.1	O_0 , O_1 e O_2 são abertos de S_0 , S_1 e S_2 , respectivamente	31
B.1	O número de raízes não varia continuamente com a função	38
B.2	Um exemplo mais delicado de descontinuidade	38
C.1	Autovalores de S e N	45