

### 3. Polarização da Luz

Sendo uma onda eletromagnética, a luz é caracterizada por vetor um campo elétrico e um campo magnético dependentes do tempo e do espaço. As ondas de luz se propagam em ondas transversais no qual a direção de vibração é perpendicular à direção de propagação.

Numa onda plana com uma frequência angular  $\omega$  o vetor campo elétrico pode ser representado por:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - kz)] \quad (3.1)$$

onde  $k = nk_0$  e  $n$  é o índice de refração do material. O vetor  $\vec{E}_0$  é um vetor complexo que caracteriza a amplitude e o estado de polarização da onda.

$$\vec{E}_0 = \hat{x} A_x e^{i\phi_x} + \hat{y} A_y e^{i\phi_y} \quad (3.2)$$

O tipo mais simples de polarização é a polarização linear ou plana, mostrada na figura 12. Neste caso  $\vec{E}_0$  da equação (3.2) é um real. O campo elétrico da onda eletromagnética representada na figura 11, oscila num plano, dito plano de polarização, que contém a direção de propagação da onda. Diz-se que a onda é linearmente polarizada. Como o campo elétrico, dentro daquele plano, vibra numa direção perpendicular à direção de propagação diz se que a onda eletromagnética plana é transversal.

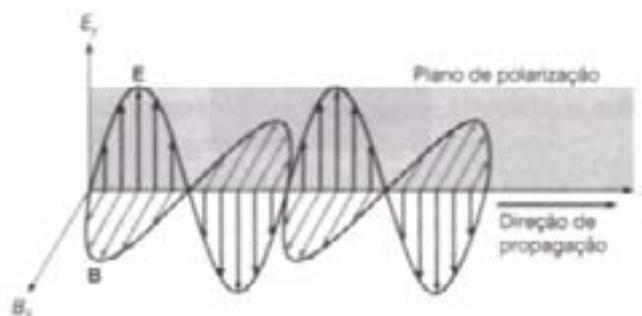


Figura 1: Propagação de uma onda eletromagnética polarizada linearmente

Note que uma onda transversal linearmente polarizada em que o plano onde oscila o campo elétrico faz um ângulo  $\alpha$  com o eixo dos y (figura 12) pode sempre resultar da composição em duas ondas linearmente polarizadas segundo y e z. O estado de polarização da onda é função das amplitudes e fases relativas das componentes do campo elétrico.

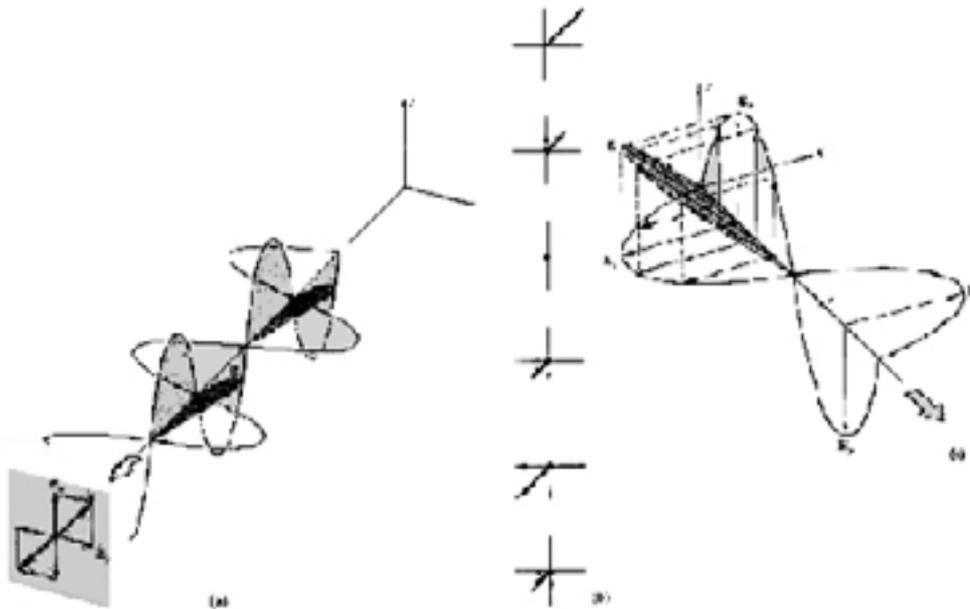


Figura 2: Polarização Linear com ângulo qualquer em relação ao eixo y.

A polarização pode ser representada matematicamente usando-se o vetor de Jones. A polarização linear com ângulo  $\alpha$  (entre 0 e  $\pi$ ) em relação ao eixo x representada pela Matriz de Jones é:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \text{sen} \theta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A polarização linear com ângulo  $\alpha$  (entre 0 e  $\pi$ ) em relação ao eixo y é:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} -\text{sen} \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Estados de polarização nos eixos x e y:

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Estados de polarização a  $+45^\circ$  e  $-45^\circ$  do eixos x:

$$\hat{E}_{+45} = \frac{1}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \hat{E}_{-45} = \frac{1}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A polarização circular resulta da sobreposição de duas ondas com a mesma amplitude, linearmente polarizadas em planos perpendiculares com diferença de fase entre si de  $90^\circ$  e pode ser representada pela seguinte matriz:

$$\hat{E} = \frac{1}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 \\ +i \end{bmatrix} \quad \hat{D} = \frac{1}{2^{1/2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Note que os estados  $\hat{E}$  e  $\hat{D}$  são ortogonais de modo que qualquer outro estado de polarização pode ser decomposto em termos destes dois

estados, assim como em relação aos estados  $\hat{X}$  e  $\hat{Y}$ . Logo,

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \frac{1}{2^{1/2}} (\hat{X} + i\hat{Y}) & \hat{X} &= \frac{1}{2^{1/2}} (\hat{E} + i\hat{D}) \\ \hat{D} &= \frac{1}{2^{1/2}} (\hat{X} - i\hat{Y}) & \hat{Y} &= \frac{1}{2^{1/2}} (\hat{E} - i\hat{D}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Um estado qualquer de polarização representado pelo vetor Jones é dado por:

$$\hat{V} = \begin{bmatrix} A_x e^{-i\phi/2} \\ A_y e^{-i\phi/2} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A partir deste vetor é possível compor um conjunto de quatro parâmetros, conhecidos como os parâmetros Stokes, definidos pelas equações abaixo:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= A_x^2 + A_y^2 \\ P_1 &= A_x^2 - A_y^2 \\ P_2 &= 2A_x A_y \cos\phi \\ P_3 &= 2A_x A_y \sin\phi \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Estes parâmetros não são independentes, todos dependem da defasagem  $\phi$  e da razão  $\text{tg}\chi = A_y/A_x$  e estão relacionados da seguinte maneira:

$$P_0 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 \quad (3.11)$$

Os parâmetros de Stokes têm uma significação física bem definida. O parâmetro  $P_0$  representa  $I_0$ , a intensidade da onda,  $P_1$  representa a diferença entre as intensidades das componentes  $x$  e  $y$  da onda,  $P_2$  a diferença entre as intensidades das componentes ao longo dos eixos a  $45^\circ$  com os eixos  $x$  e  $y$  e  $P_3$  representa as diferenças entre as intensidades da onda das componentes circularmente polarizadas **E** e **D**.

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= I_x + I_y \\ P_1 &= I_x - I_y \\ P_2 &= I_{+45} - I_{-45} \\ P_3 &= I_E - I_D \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Assim, a medida das intensidades das componentes da onda nos eixos de polarização descritos acima permite determinar sem ambigüidade o estado de polarização desta onda, e está no princípio de operação dos principais polarímetros. Tal como na representação de Jones, o vetor coluna  $S$  com quatro componentes  $P_i$ , denominado vetor Stokes, também representa o estado de polarização da onda.

Dividindo-se as equações (3.12) por  $P_0$  obtêm-se três quantidades normalizadas  $S_i = P_i/P_0$ , cuja soma dos quadrados é unitária, de acordo com a equação (3.11). Estas grandezas representam as componentes de um vetor unitário, que corresponde ao estado de polarização da onda. A partir das definições dos parâmetros de Stokes, pode se mostrar que:

$$\begin{aligned} S_1 &= \cos 2\varepsilon \cos 2\alpha \\ S_2 &= \cos 2\varepsilon \sin 2\alpha \\ S_3 &= \sin 2\varepsilon \end{aligned} \quad (3.13)$$

Onde os ângulos  $2\alpha$  e  $2\varepsilon$  são dados pela figura 13, que representa uma polarização elíptica qualquer:

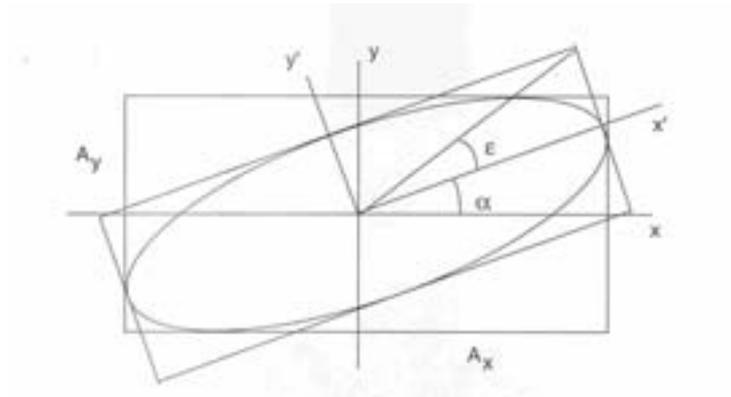


Figura 3: de polarização elíptica e definições dos ângulos de referência.

O vetor  $\hat{P}$  que descreve os estados de polarização possíveis percorre uma superfície esférica de raio unitário, chamada esfera de Poincaré. A figura 14 apresenta os estados de polarização na esfera de Poincaré. Algumas observações devem ser feitas:

- i) Os estados de polarização linear correspondem ao equador da esfera.
- ii) Os estados de polarização circular correspondem aos pólos da esfera.
- iii) Estados com polarizações ortogonais correspondem a pontos opostos sobre um mesmo diâmetro.
- iv) Estados de mesma elipticidade correspondem a um plano paralelo ao equador.

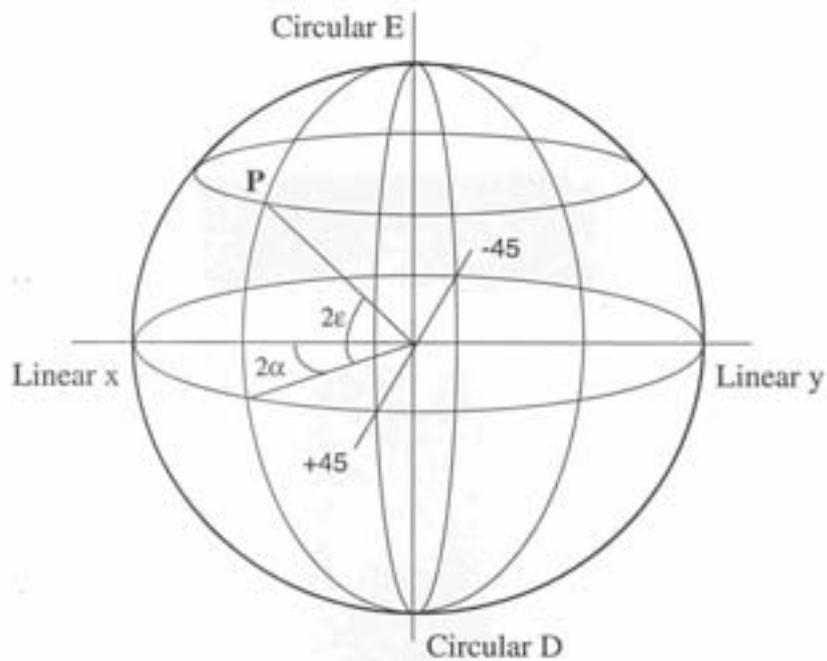


Figura 4: Esfera de Poincaré e os principais estados de polarização.

Quando a onda é perfeitamente monocromática, somente uma frequência está presente, e a onda tem forçosamente uma polarização qualquer, correspondente a um ponto na esfera de Poincaré. Entretanto, se a luz tem um espectro de largura finita, ou atravessa um meio que introduz defasagens aleatórias entre os estados de base ortogonais, a luz torna-se parcialmente polarizada. A representação de Stokes é particularmente adequada para o estudo da luz parcialmente polarizada. Neste caso, as componentes passam a ser dadas por valores médios, de modo que a equação (3.11) deixa de ser válida. O vetor Stokes passa a ser:

$$\hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle I_x + I_y \rangle \\ \langle I_x - I_y \rangle \\ \langle I_{+45} - I_{-45} \rangle \\ \langle I_G - I_D \rangle \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

O grau de polarização da luz correspondente ao vetor de Stokes  $S$  dado pela equação (3.14) então é definido por:

$$p = \frac{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}{P_0^2} \quad (3.15)$$

Quando  $p=0$  a luz é dita não polarizada, e totalmente polarizada quando  $p=1$ . A luz parcialmente polarizada pode ser decomposta em uma soma de duas componentes, uma totalmente polarizada e outra totalmente despolarizada.

### 3.1

#### **Dispersão dos Modos de Polarização (PMD - *Polarization Mode Dispersion*)**

Dispersão dos Modos de Polarização, PMD, é um parâmetro de grande importância nos sistemas modernos de comunicações ópticas. Ela impõe limitações tanto nos sistemas ópticos analógicos (CATV) como nos sistemas digitais de telecomunicação de longa distância. Neste sentido, os projetistas de sistemas precisam entender profundamente a questão da PMD, para poderem especificar fibras e outros componentes. Por outro lado, os fabricantes de fibras e cabos ópticos precisam desenvolver produtos que satisfaçam as especificações cada vez mais exigentes. Também, as técnicas de instalação dos enlaces precisam ser revistas para garantir que a PMD se mantenha em níveis aceitáveis.

Para melhor entender a PMD é preciso recapitular alguns conceitos de polarização. Conforme ilustra a figura 15, um pulso pode ser decomposto em duas componentes ortogonais entre si, ambas as componentes representam um estado de polarização.



Figura 5: Decomposição de um pulso em duas componentes ortogonais.

A figura 16 representa os estados de polarização do pulso na seção transversal de uma fibra óptica (cujo núcleo é perfeitamente redondo).

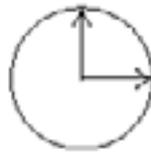


Figura 6: Seção transversal de uma fibra óptica.

Na prática, o núcleo da fibra nem sempre é perfeitamente redondo e/ou simétrico, seja por defeitos de fabricação ou seja por algum stress mecânico que pode ocorrer aleatoriamente (calor, variações das condições ambientais, passagem de um trem, etc). A figura 17 mostra alguns tipos de deformações que o núcleo pode sofrer.

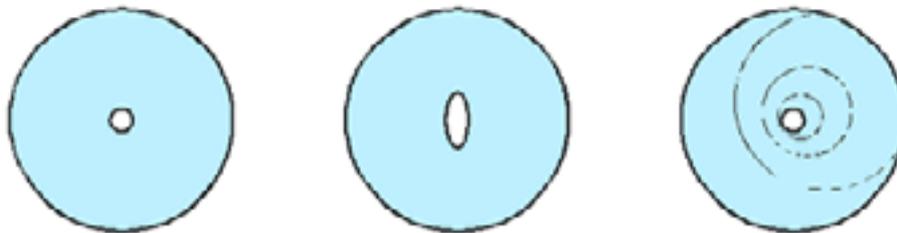


Figura 7: Seção transversal de três fibras ópticas: com seção transversal perfeitamente redonda, oval e submetida a tensão mecânica, respectivamente.

Sob o ponto de vista dos pulsos, essas deformações representam obstáculos, deste modo, fazem com que uma componente do pulso se adiante ou atrase em relação a outra resultando em um alargamento do pulso ao final do percurso conforme pode ser visto na figura 18.

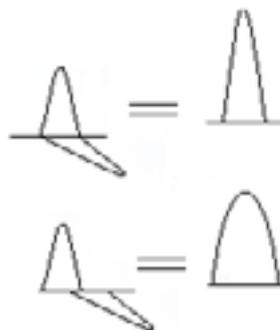


Figura 8: Alargamento do pulso gerado pela dispersão.

De uma maneira geral, a PMD está presente em fibras ópticas e é mais importante em sistemas operando na região próxima a do zero-dispersão em fibras DS, onde a dispersão cromática é pequena. Devido à

birefringência da fibra surgem diferentes modos de propagação. A interação entre estes modos provoca o atraso de grupo diferencial, fazendo com que o sinal se propague a diferentes velocidades, dispersando-se. O principal efeito causado é a interferência intersimbólica.

Em sistemas ópticos de telecomunicação de longa distância, a PMD limita a capacidade de transmissão de informação. Um enlace de 400 km operando a 10 Gbit/s, por exemplo, exige uma fibra com PMD < 0.5 ps km<sup>-1/2</sup>. No caso de uso de fibras DS (dispersão deslocada) em distâncias maiores ou taxas de transmissão mais altas, a especificação de PMD < 0.1 ps km<sup>-1/2</sup> deve ser requerida.

Existem vários métodos propostos para medir PMD. Os experimentos que serão descritos nesse trabalho utilizaram o método interferométrico que foram descritos nas referências [6] e [7]. Como esse método é estatístico, as medidas foram repetidas várias vezes para cada fibra.

### 3.2

#### **Estatística do ganho dependente da polarização (PDG-Polarization Dependent Gain) em sistemas ópticos com amplificadores Raman.**

Alguns experimentos mostraram que os ganho dos amplificadores Raman dependem não só do estado de polarização do sinal de entrada, mas que essa dependência do ganho com a polarização (PDG-Polarization Dependent Gain) flutua sobre uma larga faixa de valores devido à natureza aleatória da PMD nos sistemas ópticos [4], [5]. É importante conhecer a estatística da PDG, sua relação com a PMD e como a PDG pode ser reduzida a níveis aceitáveis. Essa seção irá abordar a teoria matemática desenvolvida em [2] sobre a variação da PDG com a PMD em sistemas ópticos com amplificadores Raman.

Como o espalhamento Raman estimulado depende apenas da orientação relativa dos vetores stokes de sinal e de bombeio, de acordo com [2], a equação que descreve o sinal pode ser obtida da equação (2.4.4) incluindo-se agora as polarizações do sinal e do bombeio:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dz} = -\alpha_s \mathbf{S} + \frac{1}{2} g_R (S_0 \mathbf{P} + P_0 \mathbf{S}) - \Omega_R \mathbf{b} \times \mathbf{S} \quad (3.2.1)$$

Onde  $\vec{P}^{\tau}$  e  $\vec{S}^{\iota}$  são os vetores Stokes do bombeio e do sinal respectivamente. O fator  $\alpha_S$  representa as perdas na fibra e as não linearidades e  $g_R$  é o coeficiente de ganho.  $\Omega_R = \pm\omega_p - \omega_s$ , o sinal negativo corresponde ao bombeamento contra-propagante. O vetor  $\mathbf{b}$  está relacionado a rotação dos vetores stokes na esfera de Poincaré induzida pela PMD.

Será introduzido um vetor PDG  $\vec{\Delta}^{\iota}$  que satisfaz a seguinte equação:

$$\frac{d\vec{\Delta}^{\iota}}{dz} \approx ag_R \vec{P}^{\rho} - \Omega_R \vec{b} \times \vec{\Delta}^{\iota} \quad (3.2.2)$$

A solução da equação (3.2.2) é dada por:

$$\vec{\Delta}^{\rho}(z) = ag_R \vec{R}^{\tau}(z) \int_0^z \vec{R}^{-1}(z') \vec{P}(z') dz' \quad (3.2.3)$$

Onde  $\mathbf{R}$ , rotação matricial induzida pela PMD é obtida a partir de  $d\vec{R}/dz = -\Omega_R^{\tau} \vec{b} \times \vec{R}^{\iota}$ . A função de densidade de probabilidade de  $\Delta$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$p(\vec{\Delta}) = \frac{2\pi^{-3/2}}{2\sigma_{\parallel}\sigma_{\perp}^2} \times \exp\left[-\frac{(\Delta_1 - \Delta_0)^2}{2\sigma_{\parallel}^2} - \frac{(\Delta_2 - \Delta_3)^2}{2\sigma_{\perp}^2}\right] \quad (3.2.4)$$

onde  $\Delta_0 = \langle |\vec{\Delta}^{\rho}| \rangle$  e  $\sigma_{\parallel}^2$  e  $\sigma_{\perp}^2$  são as variâncias do vetor PDG na direção paralela e perpendicular de  $\hat{P}$ , respectivamente. É importante conhecer a distribuição  $p(\Delta)$ , onde  $\Delta = |\vec{\Delta}^{\rho}|$ , porque na realidade é isso que é medido experimentalmente. Após escrever  $\vec{\Delta}^{\rho}$  em coordenadas esféricas e após integrar em  $\theta$  e  $\phi$ , o resultado é:

$$\begin{aligned}
 p(\Delta) = & \frac{\Delta}{2\sigma_{\parallel}\sigma} \exp\{-[\Delta^2(r-1) - r\Delta_0^2]/2\sigma^2\} \\
 & \times (\operatorname{erf}\{[\Delta(r-1) + r\Delta_0]/\sqrt{2}\sigma\} \\
 & + \operatorname{erf}\{[\Delta(r-1) - r\Delta_0]/\sqrt{2}\sigma\})
 \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

Onde  $\Delta$  é o módulo do vetor PDG.  $\sigma^2 = \sigma_{\perp}^2(r-1)$ ,  $r = \sigma_{\perp}^2 / \sigma_{\parallel}^2$ , e erf é a função erro.

Como o PDG é bastante reduzido em esquemas em que o bombeio é contra propagante [3], neste trabalho será usada apenas a configuração co-propagante para ampliar os efeitos da polarização.