

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Murilo Oliveira Sousa

Otimização de Peças Entalhadas

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador : Jaime Tupiassú Pinho de Castro, Ph.D.
Coorientador: Ivan F.M Menezes, D.Sc.

Rio de Janeiro
Junho de 2019

Agradecimentos

Ao longo da minha graduação muitas pessoas me ajudaram, seria inviável citar todas aqui, sem falar das pessoas que me ajudaram a entrar na PUC-RIO. Tentarei ser o mais justo possível. Primeiramente, agradeço à todo o corpo docente e secretária do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio por todo o apoio durante esses anos. Eu tive o privilégio de ter aula com professores excepcionais e pesquisados renomados internacionalmente. Quero agradecer em especial aos meus orientadores Jaime Tupiassú e Ivan Menezes, que me ensinaram valores e conhecimentos incalculáveis, e sempre prestaram auxílio quando eu precisei. Agradeço a todos integrantes da grupo MicDigi, em especial ao professor Sidnei Paciornik, ao professor José Luiz de França Freire, ao Valter e ao Giancarlo por todo o suporte que me deram ao longo da iniciação científica.

Agradeço aos meus amigos Adriel, Bastos, Betinho, Castelo Erick, Francisco, Gabi Wegman, Gabi Sertã, Heitor, Henrique, Léo, Marcelo, Patrick, Rosa, Tavin, Thiago Brasil e Welligton por compartilhar momentos de felicidade e de desespero ao longo da faculdade. Serei eternamente grato a vocês.

Agradeço a instituição PUC-Rio, ao FESP, a vice-reitoria comunitário, em especial ao Augusto Sampaio, pela bolsa e por todos os auxílios recebidos durante os 5 anos e 6 meses. Gostaria de agradecer à família PVCR, por todos os ensinamentos e por ter me acolhido quando eu mais precisei.

Agradeço à minha namorada, pelos carinhos, mensagens e todo o suporte. Por fim, nada disso seria possível se não fosse pela ajuda de Deus e da minha família. Se fui o primeiro da família a ingressar e se formar em uma universidade, foi porque pessoas batalharam por mim para que eu pudesse apenas estudar. Agradeço à minha mãe, à minha irmã, ao meu irmão e a minha sobrinha por todos os sacrifícios e por confiarem em mim, essa vitória é para vocês.

Resumo

Otimização de Peças Entalhadas

Este trabalho tem como objetivo criar uma rotina para minimizar o concentrador de tensões de peças entalhadas, visando aumentar a vida à fadiga destas. A fadiga é uma falha mecânica causada primariamente pela aplicação de cargas que variam no tempo, cuja principal característica é a geração e/ou o crescimento progressivo de uma trinca. A fratura de fadiga é um processo cumulativo e localizado. A trinca nucleia no local crítico do componente, que depende dos detalhes geométricos nesse local. A vida à fadiga até fratura final é dividida em duas fases: a de nucleação e a de crescimento da trinca. A iniciação da trinca é causada primariamente pela amplitude e pelo valor da tensão máxima, que depende fortemente de detalhes geométricos, ou seja, do fator de concentração de tensão. Nesse contexto, a vida à fadiga é sensivelmente afetada pelo gama (variação) da máxima tensão que atua na estrutura. Pensando nisso, adotou-se técnicas de Otimização implementadas no software MATLAB para minimizar o concentrador de tensões de peças entalhadas. Os perfis entalhados foram definidos por uma curva Bézier cúbica com 4 pontos de controle. As tensões foram calculadas por um código de elementos finitos. A função de otimização recebe as tensões e modifica as posições dos pontos de controle de tal forma que a função objetiva seja minimizada. Nesse sentido, a função objetiva adotada foi a tensão de Von Mises. Por último, é feito dois dimensionamentos à fadiga, um seguindo a técnica SN e outro adotando ϵN , das geometrias original e otimizada.

Palavras-chave

Entalhe; Concentrador de tensões; Otimização; Bézier; Vida à fadiga; Resistência à fadiga; Raio variável.

Abstract

Optimization notch

This work aims to create a methodology to minimize the stress concentrator of notched parts, aiming to increase the life to the fatigue of these. Fatigue is a mechanical failure primarily caused by the application of time-varying loads, the main characteristic of which is the generation and / or progressive growth of a crack. Fatigue fracture is a cumulative and localized process. The crack nucleus at the critical component location, which depends on the geometric details at that location. The life to the fatigue until final fracture is divided in two phases: the one of nucleation and the one of growth of the crack. The initiation of the crack is caused primarily by the amplitude and the value of the maximum stress, which depends strongly on geometric details, that is, on the stress concentration factor. In this context, fatigue life is appreciably affected by the maximum stress acting on the structure . With this in mind, Optimization techniques implemented in MATLAB software were adopted to minimize the stress concentrator of notched parts. The notched profiles were defined by a cubic Bézier curve with 4 control points. The tensions were calculated by a finite element code. The optimization function receives the stresses and modifies the positions of the control points in such a way that the objective function is minimized. In this sense, the objective function adopted was the tension of Von Mises. Finally, two fatigue sizing is done, one following the SN technique and another adopting ϵN , of the original and optimized geometries.

Keywords

Notch; Stress concentrator; optimization; Bézier; Fatigue life; pre-loading; Resistance to fatigue; Variable radius.

Sumário

1	Introdução	9
2	Motivação	13
3	Teoria	15
3.1	Revisão Bibliográfica	22
3.2	Otimização	25
4	Métodos	28
4.1	Tensão de Von Mises	29
4.2	Dimensionamento à fadiga	31
5	Resultados	35
5.1	Caso 1: Placa com um furo central submetida a um carregamento uniaxial de tração	35
5.2	Caso 2: Placa submetida a um carregamento biaxial	38
5.3	Caso 3: Placa com um furo elíptico	41
5.4	Caso 4: Corpo de Prova ε N (Tensão Plana)	44
5.5	Caso 5: Corpo de Prova ε N (Modelo Axissimétrico)	46
5.6	Dimensionamento à fadiga	49
6	Conclusões	52
7	Sugestões para trabalhos futuros	54

Lista de figuras

1.1	Fluxograma do Trabalho	11
2.1	Avião Comet da BOAC [1].	13
2.2	Crescimento de uma trinca em uma janela do lado esquerdo [2].	14
2.3	Bomba de vácuo do departamento de física da PUC-RIO [3].	14
3.1	Fases de iniciação e propagação de trincas [3].	15
3.2	Estágios fadiga [3].	16
3.3	Fluxo das linhas de forças [3].	17
3.4	Peças com diferentes configurações de entalhes[3].	18
3.5	Configurações propostas por Juvinal em juntas roscadas [3].	18
3.6	Placa de Kirsh [3].	19
3.7	K_t em função do tamanho do furo [3].	20
3.8	Tensões radiais e tangenciais da placa de Kirsh [3].	20
3.9	Placa de Inglis [3].	21
3.10	Relação K_t e K_f em função do raio do entalhe [3].	22
3.11	Jato livre de água [4].	23
3.12	Entalhes de ganhos de árvores [5].	23
3.13	Spline definida por n pontos de controle [2].	24
3.14	Otimização Paramétrica [6].	26
3.15	Otimização de Forma [6].	26
3.16	Otimização Topológica	27
4.1	Curva Bézier cúbica [7]	28
4.2	Sistema de coordenadas S.	30
4.3	Curva Coffin-Manson [3].	34
5.1	Placa de Kirsh.	35
5.2	Campos de tensões de Von Mises.	36
5.3	Distribuição de tensões de Von Mises.	36
5.4	Perfis original e otimizada.	37
5.5	K_t da geometria original e otimizada.	38
5.6	Placa de Kirsh submetida a carregamento biaxial.	39
5.7	Perfis original e otimizado.	39
5.8	Campos de tensões de Von Mises.	40
5.9	Distribuição de tensões de Von Mises.	40
5.10	K_t da geometria original e otimizada.	41
5.11	Geometria original e otimizada do caso 3.	42
5.12	Geometria original e otimizada do caso 3.	42
5.13	Campo de tensões de Von Mises para o caso 3.	43
5.14	Distribuição de tensões de Von Mises para o caso 3.	43
5.15	Desenho do corpo de prova ϵN padronizado pela ASTM.	44
5.16	Geometrias original e otimizada do caso 4.	45
5.17	Distribuição de tensões de Von Mises do caso 4.	45
5.18	Campo de tensões de Von Mises do caso 4.	46

5.19 Geometrias original e otimizada do caso 5.	47
5.20 Campo de tensões de Tresca do caso 5.	47
5.21 Distribuição de tensões Tresca do caso 5.	48
5.22 Desenho do corpo de prova ϵN padronizado.	48
5.23 Desenho do corpo de prova ϵN otimizado.	48

Lista de tabelas

5.1	Resultados do dimensionado SN.	49
5.2	Resultados do dimensionado εN .	50

1

Introdução

A principal função da engenharia estrutural é garantir a funcionalidade operacional e controlar as consequências de qualquer falha a custo competitivo. Nesse sentido, a grande maioria das falhas estruturais que ocorrem na prática envolve problemas de fadiga. Fadiga é um tipo de falha mecânica causada primariamente pela aplicação de cargas que variam no tempo. As falhas estruturais são chamadas de “mecânica” quando causadas primariamente por cargas de serviço. As falhas por fadiga são localizadas, progressivas e cumulativas. Sua principal característica é a geração e/ou a propagação paulatina de uma trinca, até a eventual fratura da peça. Ela pode ser causada por baixas variações nas cargas de serviço e pode ser bastante lenta, levando milhares e milhares de ciclos até a sua ocorrência. A falha por fadiga é muito perigosa, pois um determinado componente que está em serviço há vários anos pode falhar abruptamente sem aviso prévio e levar a acidentes catastróficos com grande perda pessoal e material. A iniciação da trinca depende dos detalhes da geometria e do material do ponto crítico da peça. Este ponto é onde a relação máxima entre a tensão atuante e resistência à fadiga ocorre, ou seja, onde a tensão se concentra. Já a propagação da trinca, que é paulatina e estável, depende da história dos fatores de intensidade de tensões.

Nesse contexto, a resistência à fadiga depende do material e de detalhes geométricos no local crítico. Entalhes são detalhes geométricos tais como furos, ranhuras, rasgos de chaveta, ombros e roscas, inevitavelmente encontrados em componentes estruturais. Apesar de serem necessários para a sua funcionalidade, tais detalhes alteram localmente a distribuição de tensão, aumentando as tensões nominais em torno do entalhe. A importância deste conceito é tal que, se negligenciada, pode levar a falhas mecânicas e até resultar em causalidades fatais. O início do desenvolvimento das ferroviárias na Europa no século XIX foi marcado por acidentes fatais, causados por falha de fadiga em componentes mecânicos. Esses acidentes resultaram num grande avanço tecnológico nessa área. O problema das falhas de fadiga de eixos de locomotivas tornou-se muito importante com a rápida expansão do sistema ferroviário. Um dos primeiros artigos sobre fadiga escritos em inglês foi apresentado por Rankine [8] em 1843. Rankine investigou eixos fraturados e revelou o efeito deletério da concentração de tensão, mostrando que os eixos haviam falhado devido ao crescimento progressivo de uma trinca frágil nucleada a partir de um ombro ou outra fonte de concentração de tensão como, por exemplo, um rasgo de

chaveta. Com isso, preocupações com concentradores de tensão e práticas de inspeção logo se tornaram muito comuns entre os engenheiros da época. Em virtude disso, definiu-se um parâmetro capaz de quantificar a concentração de tensão em um determinado ponto, chamado de concentrador de tensão (K_t), que pode ser calculado da seguinte forma:

$$K_t = \frac{\sigma_m}{\sigma_n} \quad (1-1)$$

Onde σ_m é a tensão máximo atuando em uma região do componente e σ_n é a tensão nominal do próprio. Todavia, na maioria dos casos, é extremamente difícil calcular K_t nas proximidades de entalhes, como serão visto adiante. Desde então, desenvolveram-se equações analíticas para calcular K_t e algumas peça, a partir de conceitos da teoria elasticidade e de experimentos. A primeira técnica experimental utilizada para medir K_t de componentes mecânicos de forma satisfatória foi a fotoelasticidade [3].

Atualmente, problemas complexos de concentração de tensão linear elásticos podem ser resolvidos usando o método dos elementos finitos (MEF). Este método calcula o deslocamento, deformação e/ou campos de tensões globais em componentes estruturais usando uma malha adequada para subdividi-los em pequenas partes (ou elementos finitos) e, em seguida, forçando o MEF a permanecer compatível após o carregamento. Todavia, a técnica de MEF apenas calcula as tensões e deslocamentos de componentes estruturais, ela não consegue achar uma solução para o problema de concentração de tensões nas proximidades de entalhes. Dessa forma, foram desenvolvidos algoritmos de otimização para minimizar a concentração de tensão de componentes mecânicos e, com isso, aumentar a vida útil destes.

O termo otimização refere-se ao estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função por meio de métodos numéricos apropriados. Em problemas de engenharia, de administração, de logística, de transporte, de economia, de biologia ou de outras ciências, quando se consegue construir modelos matemáticos representativos dos respectivos sistemas em estudo, é possível aplicar as técnicas de otimização para maximizar ou minimizar uma função previamente definida, visando encontrar uma "solução ótima" do problema, isto é, que resulte no melhor desempenho possível do sistema, respeitando-se as restrições do problema. Com o avanço da tecnologia nas últimas décadas, foi possível implementar e sofisticar técnicas de otimização para alcançar resultados cada vez melhores no campo da engenharia. Uma aplicação nobre dessa técnica é na otimização de peças entalhadas.

O presente trabalho de conclusão de curso tem como objetivo estudar e implementar métodos de otimização em peças estruturais, visando a diminui-

ção da concentração de tensão em pontos críticos desses componentes e analisar o efeito da melhoria na vida à fadiga dessas peças. Além disso, este trabalho visa fazer o dimensionamento à fadiga a partir dos resultados numéricos obtidos. Para tal, utilizou-se um programa de otimização de projeto de vasos de pressão, de autoria de Hugo Bastos de Sá Bruno [7], que foi modificado para otimizar outros componentes. O código de otimização é acoplado a uma rotina de elementos finitos e ambos trabalham de forma iterativa no MATLAB. A figura 1 mostra o fluxograma da metodologia de otimização usada neste trabalho. A primeira etapa é a representação geométrica do espécime, onde é feito o desenho da peça e a modelagem do entalhe por uma curva Bézier cúbica com 4 pontos de controle. A posição desses pontos é alterada a cada iteração, de acordo com o algoritmo de otimização. A segunda etapa é o cálculo das tensões via MEF, em todo o domínio definido na etapa anterior. A terceira etapa é a análise dos resultados obtidos na segunda etapa: se o critério de convergência for satisfeito o algoritmo é encerrado; caso contrário, é realizado um novo ciclo no código de otimização para atualizar as posições dos pontos de controle da Bézier cúbica de tal forma a minimizar as tensões no perfil.

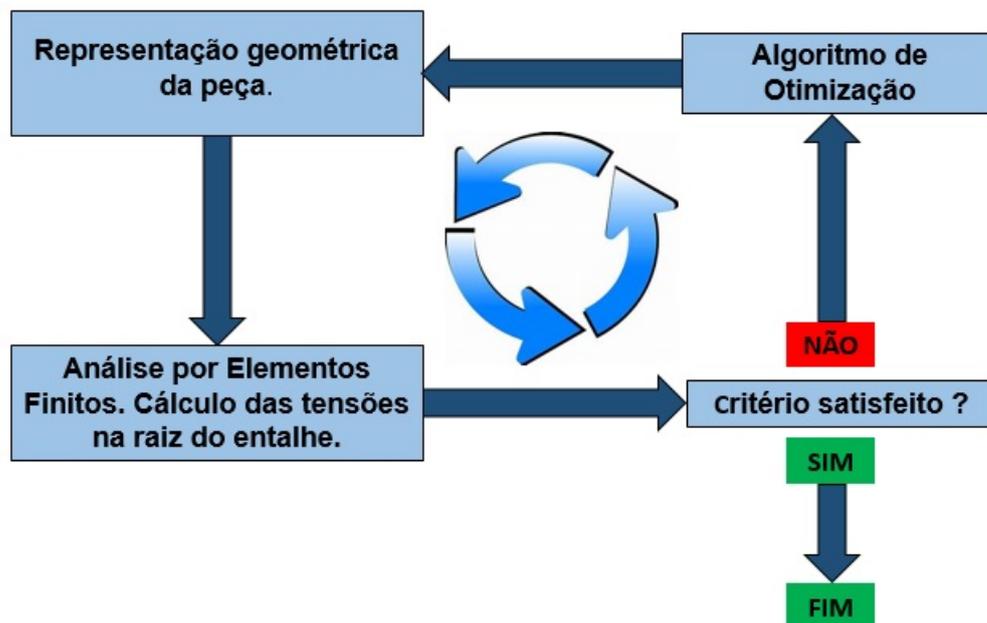


Figura 1.1: Fluxograma do Trabalho

Este trabalho está organizado em 5 capítulos: Introdução, Motivação, Teoria, Métodos, Resultados e Conclusão. No capítulo da Motivação, são apresentados alguns acidentes causados por falhas de fadiga em decorrência do elevado K_t de pontos críticos de componentes mecânicos. No capítulo da Teoria são analisadas as principais soluções de K_t da literatura, técnicas de otimização e projeto à fadiga. No capítulo de Métodos são apresentadas as

técnicas utilizadas no trabalho. Em Resultados, são expostos e analisados os resultados obtidos na modelagem. E por fim, é apresentada a Conclusão do trabalho e propostas para trabalhos futuros.

2

Motivação

Antes de qualquer estudo mais profundo, é importante ter conhecimento de algumas consequências da elevada concentração de tensão em projetos de engenharia. O famoso acidente de avião do Comet de Havilland (Figura 2.1) é um caso clássico de falha por fadiga devido à concentração de tensão. O Comet foi o primeiro avião comercial a jato do mundo e foi considerado um marco na história da aviação. Ele foi projetado para voar a 40.000 pés e sua fuselagem tinha que suportar uma pressão interna nunca adotada até aquele momento [1]. No dia 10 de janeiro de 1954, o vôo 781 da BOAC (British Overseas Airways Corporation) sofreu uma descompressão explosiva e caiu no mar Mediterrâneo, matando todos a bordo.



Figura 2.1: Avião Comet da BOAC [1].

No dia 8 de abril de 1954, outro avião Comet de Havilland, agora voando pela South African Airways, caiu no mar Mediterrâneo. Este segundo acidente fez com que as autoridades britânicas parassem toda a frota de Comet e iniciassem uma grande investigação. A preocupação com o futuro da indústria de aviação britânica era tão grande que fez com que Winton Churchill dissesse que o "custo de resolver o mistério do Comet não devia levar em conta nem dinheiro nem recursos humanos"[9]. Nesta investigação, partes dos destroços do avião foram recuperadas no local do acidente, tal como o fragmento de telhado, as quais deram algumas pistas para os investigadores no sentido de que a causa deste acidente estaria relacionada à fadiga.

Extensômetros de resistência elétrica foram instalados perto dos cantos de algumas dessas janelas e escotilhas para medir a deformação, dando-se uma atenção especial à iniciação e à propagação de trincas nesses locais. Inspeções

nos testes de fadiga revelaram que todas as trincas se originaram nos furos escareados das cravações próximos às janelas e escotilhas. As medições dos extensômetros indicaram que as tensões nesses locais atingiram seus valores de pico na borda, e que perto da linha externa do rebite a tensão era cerca da metade daquela observada na borda. A presença de furos escareados, ou seja, furos afiados, resultaram em um campo de tensão elevado que pode ter aumentado ainda mais a tensão localmente. As medidas desses extensômetros mostraram que as tensões em torno de aberturas na fuselagem foram consideravelmente maiores do que se esperava, especialmente em torno de recortes mais afiados. Como resultado, futuros aviões a jato teriam janelas com cantos mais arredondados, a fim de reduzir a concentração de tensão.

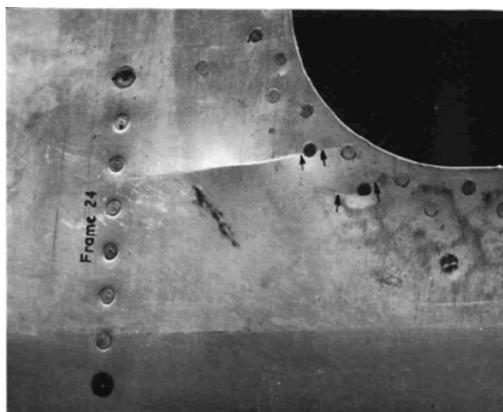


Figura 2.2: Crescimento de uma trinca em uma janela do lado esquerdo [2].

Nesse contexto, a introdução de cantos vivos em componentes mecânicos é extremamente danosa à vida à fadiga destes pontos. A Figura 2.3 mostra uma bomba de vácuo do departamento de física da PUC-RIO, cujo rotor tinha rasgos com cantos vivos. Tal detalhe facilita a iniciação de trinca, resultando assim no trincamento do rotor. O arredondamento desses cantos vivos poderia evitar a falha.

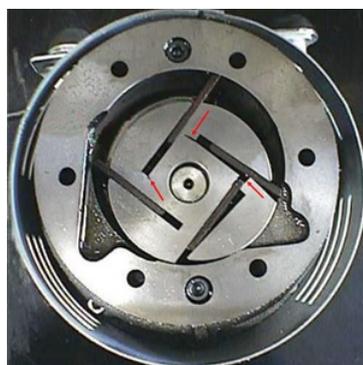


Figura 2.3: Bomba de vácuo do departamento de física da PUC-RIO [3].

3 Teoria

A fadiga é uma falha mecânica causada primariamente pela aplicação de cargas que variam no tempo (como dobrar um clipe para cima e para baixo) e cuja principal característica é a geração e/ou o crescimento progressivo de uma trinca. A fratura de fadiga é um processo cumulativo e localizado. A trinca nucleia no local crítico do componente, que depende dos detalhes geométricos nesse local [3]. A vida à fadiga até a fratura final é dividida em duas fases: a de nucleação e a de crescimento da trinca. A iniciação da trinca é causada primariamente pela amplitude e pelo valor da tensão máxima, que depende fortemente de detalhes geométricos, ou seja, do fator de concentração de tensão. A primeira fase pode ser modelada por análise de tensões e a segunda por conceitos da mecânica da fratura.

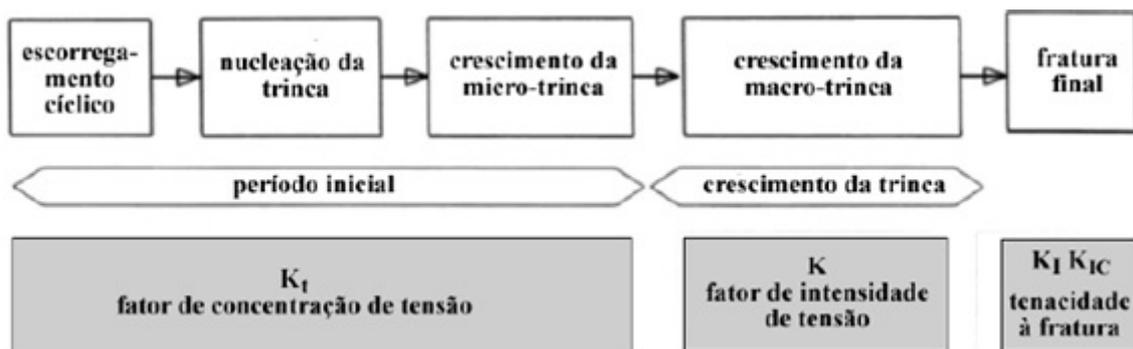


Figura 3.1: Fases de iniciação e propagação de trincas [3].

A iniciação da trinca é fisicamente causada pelas deformações plásticas cíclicas, que geram a movimentação das discordâncias. A nucleação de uma trinca ocorre quando a amplitude da tensão (mesmo que macroscopicamente elástica) é capaz de causar o movimento microscópico das discordâncias. A iniciação de trincas em ligas metálicas começa com a formação de bandas de deslizamento no local crítico; algumas dessas bandas geram extrusões e intrusões superficiais. A intrusão dominante torna-se uma micro-trinca, que normalmente se propaga paralelamente à tensão de cisalhamento máxima através de alguns grãos. A micro-trinca se torna uma trinca quando sua direção muda e ela se propaga perpendicularmente à tensão normal máxima [3].

Segundo o princípio de Saint-Venant [10], as formulas clássicas da análise de tensão só são validas nas regiões da peça que fiquem longe das transições bruscas de geometria e dos pontos de aplicação das cargas concentradas.

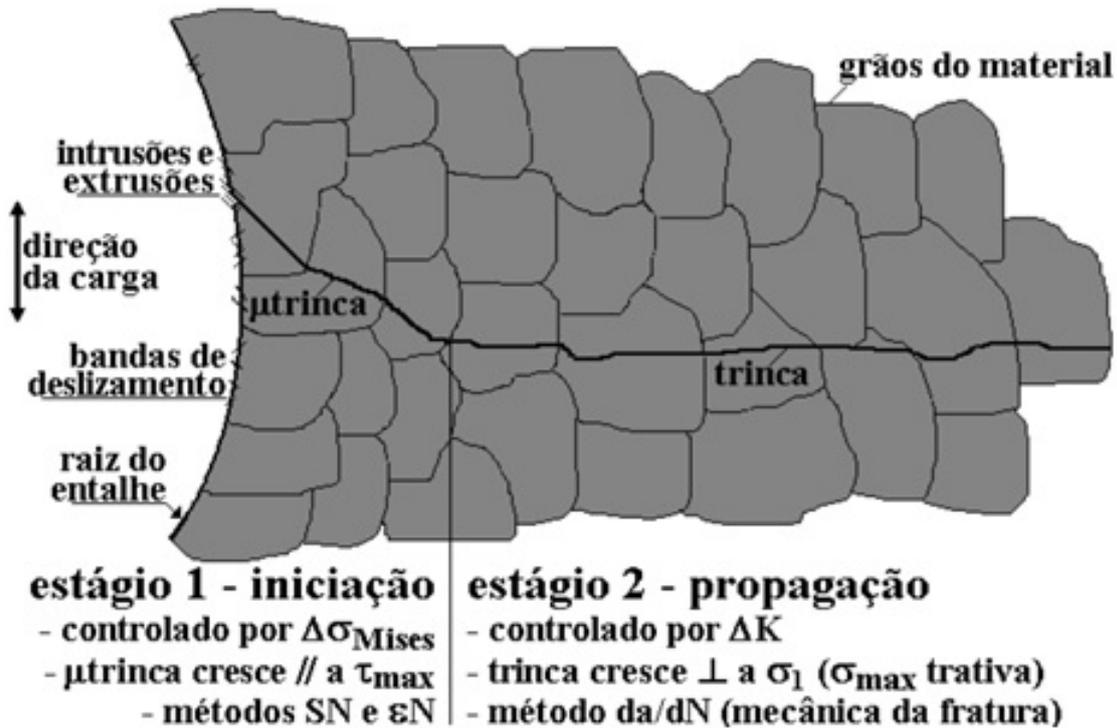


Figura 3.2: Estágios fadiga [3].

Em virtude disso, as fórmulas da resistência dos materiais só servem para calcular as chamadas tensões nominais (σ_n), as quais desprezam os efeitos localizados nas transições geométricas bruscas. Todavia, a maioria das peças reais precisa ter entalhes, ou variações bruscas localizadas da sua geometria como furos, rasgos, ombros, ou outros detalhes similares, os quais são em geral indispensáveis para a fixação e/ou a operação da peça. Entretanto, estes entalhes aumentam localmente as tensões nominais que atuariam na peça se ela fosse isenta deles. Para quantificar este aumento localizado de tensões, se definiu o fator de concentração de tensão (K_t), que é a razão entre a máxima tensão que atua numa dada seção entalhada ($\sigma_{m,x}$) e a tensão nominal (σ_n) que atuaria naquela seção se o entalhe nela não causasse qualquer efeito:

$$K_t = \frac{\sigma_m}{\sigma_n} \quad (3-1)$$

De acordo com a segunda lei de Newton, se o somatório de forças atuando em um corpo for diferente de zero, este é acelerado. Levando em consideração que as estruturas analisadas no presente trabalho estão em repouso, ou seja, em equilíbrio, todos os esforços que nela entram têm que sair de forma a manter a soma dos esforços nula. Uma forma de visualizar esse efeito, é adotando o conceito de linhas de força. Elas indicam de forma qualitativa o fluxo dos esforços através de uma dada estrutura, como eles se distribuem ao atravessá-la. Ela é análoga às correntes elétricas em um circuito elétrico, ou às

linhas de corrente em escoamentos de fluidos, etc. Usando qualquer uma dessas analogias, fica fácil compreender que as linhas de força não podem ser cortadas pelos entalhes de uma determinada estrutura, e que elas têm que contorná-los para manter o equilíbrio. As linhas de correntes em escoamentos desenvolvidos em regime permanente são perturbadas por variações bruscas de diâmetro que aproximam as linhas de correntes, induzindo, assim, elevadas perdas de cargas. Com as linhas de força não é diferente, quanto maior a quantidade de linhas de força por unidade de área, maior será a concentração de tensão. Portanto, a regra básica para diminuir os efeitos de K_t em qualquer peça é suavizar o fluxo dos esforços que a atravessam.

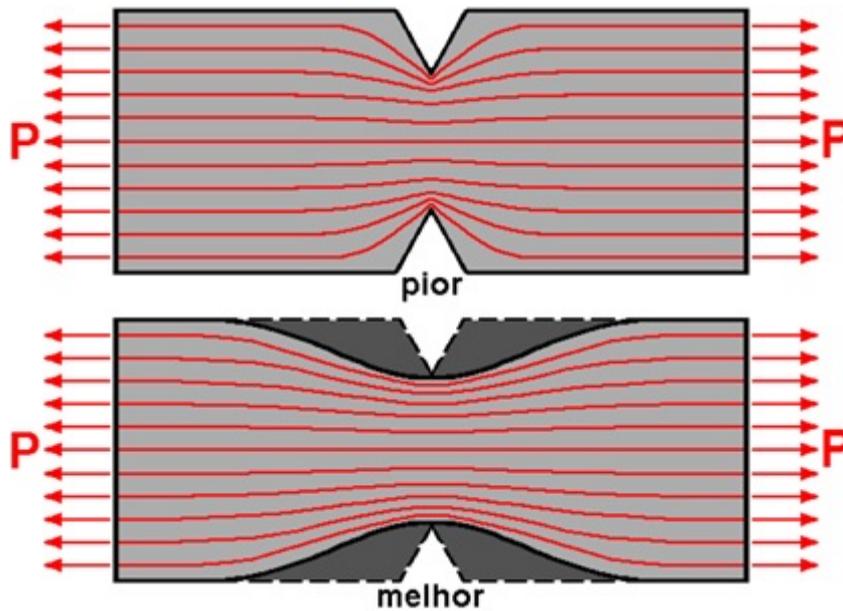


Figura 3.3: Fluxo das linhas de forças [3].

A Figura 3.3 mostra o fluxo de esforços em duas peças. O primeiro caso apresenta um entalhe afiado em V, onde as linhas de força contornam o entalhe. A densidade de linhas de força próximas ao detalhe é maior do que no restante da estrutura, acarretando em um altíssimo K_t . Já na segunda peça, o entalhe é suavizado e a densidade de linhas de força cai nas proximidades do entalhe. Este simples exemplo traz dicas valiosas de projeto, além de derrubar alguns “mitos” da engenharia estrutural. A remoção inteligente de material reduz a concentração de tensões e, como já foi visto e será demonstrado nos próximos capítulos, aumenta a vida à fadiga da peça.

Ainda nesse contexto, as falhas por fadiga nas uniões roscadas quase sempre ocorrem no parafuso [1]. Alterando o formato da porca é possível suavizar o fluxo das linhas de força e diminuir o concentrador de tensão do parafuso. A Figura 3.5 mostra três configurações propostas por Juvinal [10]. A primeira da esquerda é uma configuração ruim pois há uma mudança brusca

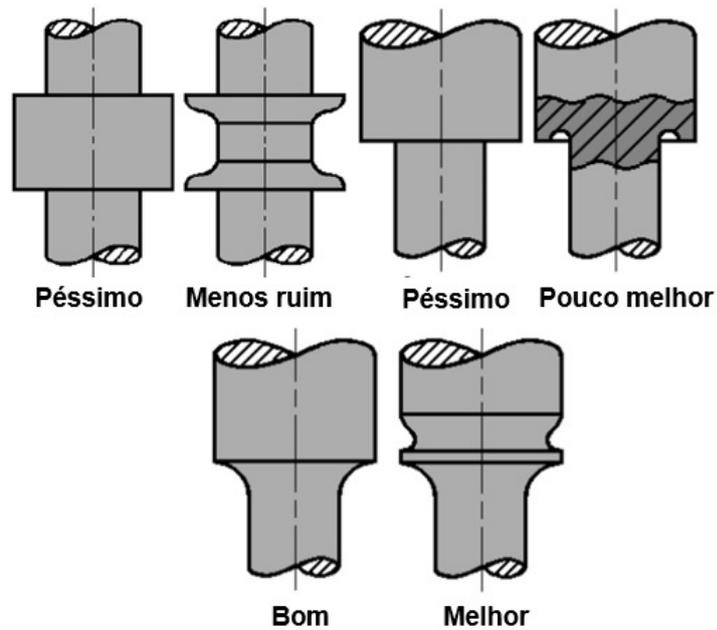


Figura 3.4: Peças com diferentes configurações de entalhes[3].

das linhas de força. Já o esquema do meio é mais eficiente, o caminho das linhas de esforços na porca é alongado e provoca uma redução na densidade das linhas de força no parafuso. Por último, a configuração da esquerda é ainda melhor em virtude da suavização da transição das linhas de força do parafuso para a porca.

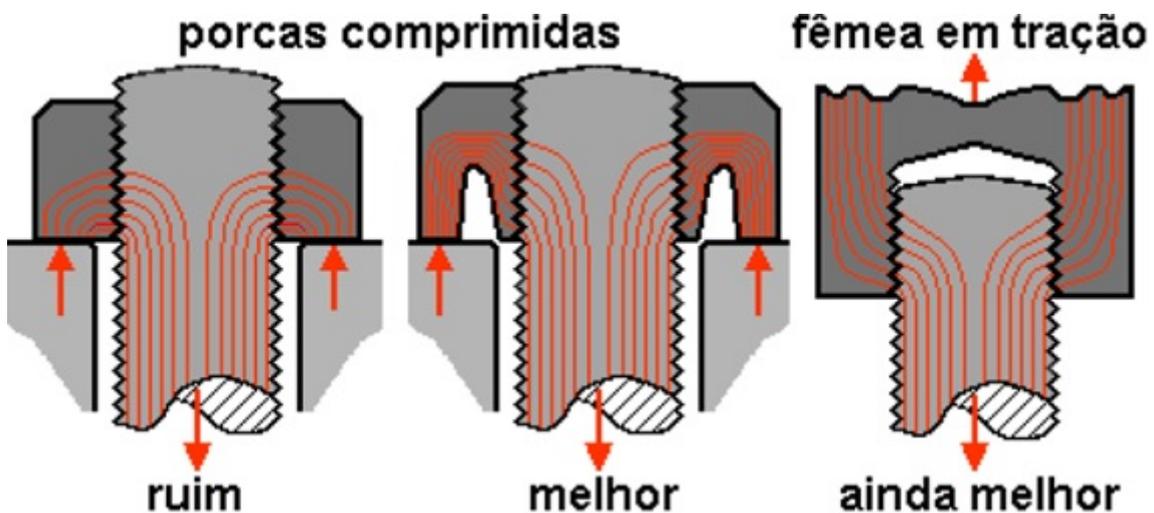


Figura 3.5: Configurações propostas por Juvinal em juntas roscadas [3].

O cálculo do K_t no ponto crítico de estrutura é uma etapa muito importante e, na maioria dos casos, complexa em projeto estrutural. O conceito de linhas de forças ajuda a visualizar as regiões críticas e a tomar decisões na hora de definir geometrias. Pensando nisso, os cantos vivos devem ser sempre evitados em projetos estruturais. A Figura 3.3 ilustra como a remoção

de material, de forma criteriosa, melhora a vida à fadiga de uma peça com canto vivo. Levando em consideração esse conceito de linhas de força, pode-se avaliar resultados de otimização, seja de forma ou topológica, de uma maneira qualitativa. Entretanto, não basta fazer uma análise qualitativa, é preciso calcular os K_t 's dos pontos críticos. Alguns fatores de concentração de tensão podem ser calculados analiticamente utilizando conceitos da teoria da elasticidade. A primeira solução analítica de um problema de concentração de tensões foi obtida em 1898 por Kirsh [3] que calculou as tensões tangenciais em torno de um furo circular de raio R numa placa infinita tracionada:

$$K_t = \frac{\sigma_n}{2} \left[\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) - \left(1 + \frac{3R^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right] \quad (3-2)$$

Para $r=R$ $\theta = \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow K_t=3$

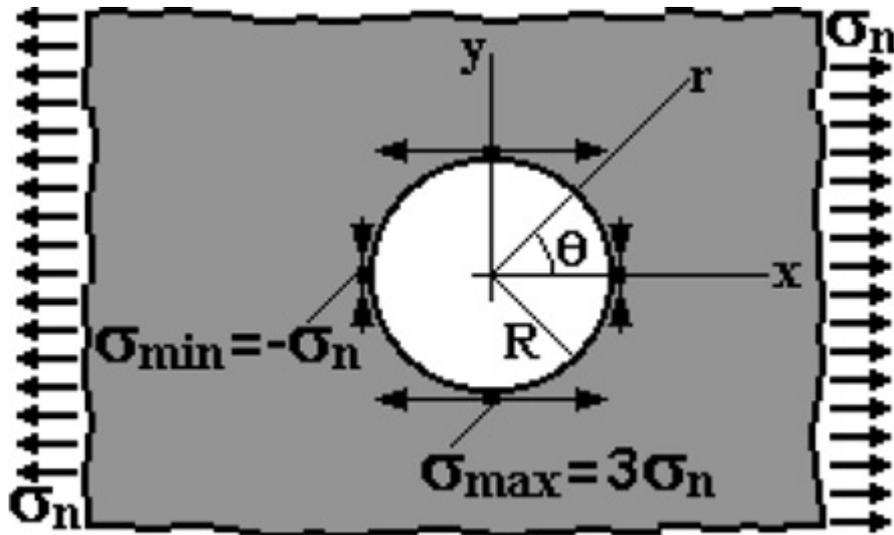


Figura 3.6: Placa de Kirsh [3].

A mera introdução de um furo circular que em nada altera a tensão global da placa infinita, faz com que a tensão máxima local na borda do furo seja 3 vezes maior que a tensão nominal. Este é um número relativamente grande, que não pode ser ignorado no dimensionamento de uma peça. Além disso, tensões trativas induzem uma tensão local mínima compressiva em torno da face do furo junto ao eixo x , que pode flambar ou enrugar localmente as chapas finas furadas. A Figura 3.7 mostra a dependência do K_t com o tamanho do furo em relação as dimensões da placa.

Vale ressaltar que a tensão tangencial não é o único efeito da tensão aplicada na placa, tensões radiais são induzidas. Entretanto, a tensão radial chega a ser desprezível comparada com a tangencial e também diminui longe do furo. Neste trabalho, analisou-se a combinação das tensões no pontos crítica da peça, adotando assim a tensão de Von Mises.

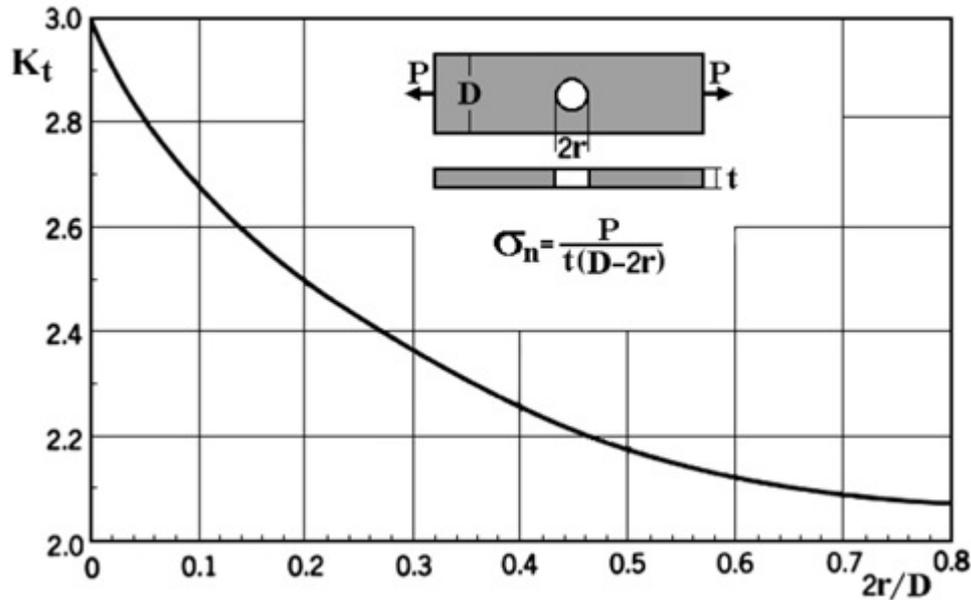


Figura 3.7: K_t em função do tamanho do furo [3].

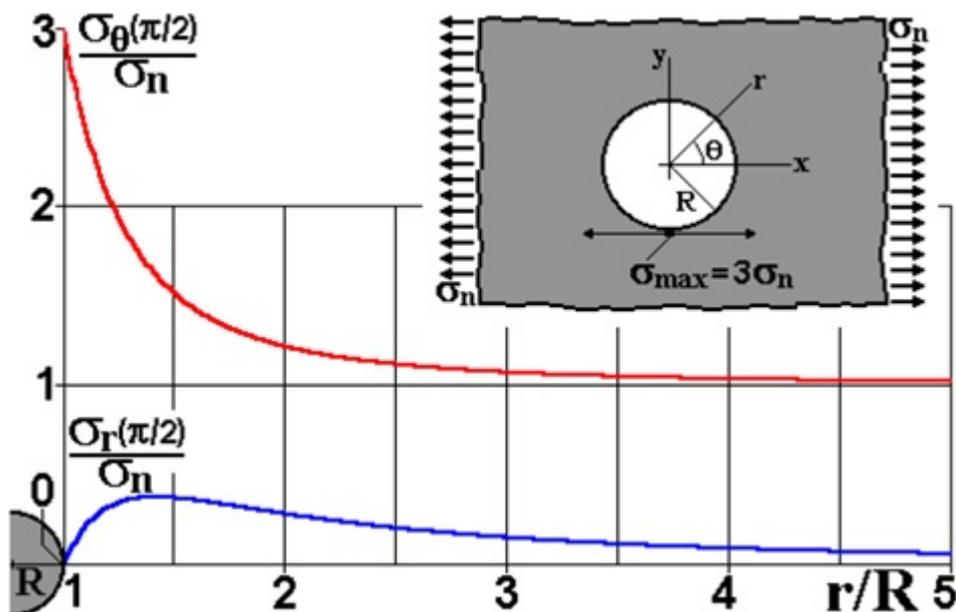


Figura 3.8: Tensões radiais e tangenciais da placa de Kirsh [3].

Um outro problema clássico da concentração de tensões é o furo elíptico numa placa infinita tracionada. Tal problema foi resolvido por Inglis em 1913:

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b} = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (3-3)$$

Esta equação quantifica o efeito dos entalhes achatados, com raios de ponta pequenos. Por exemplo, um furo elíptico com $a=10$ e $b=3,16$; $\rho=1$; tem um $K_t=7,32$. Este valor é muito elevado, por isso os entalhes achatados devem ser evitados no dimensionamento de componentes mecânicos. A solução completa de Inglis não é apresentada neste trabalho, entretanto é possível

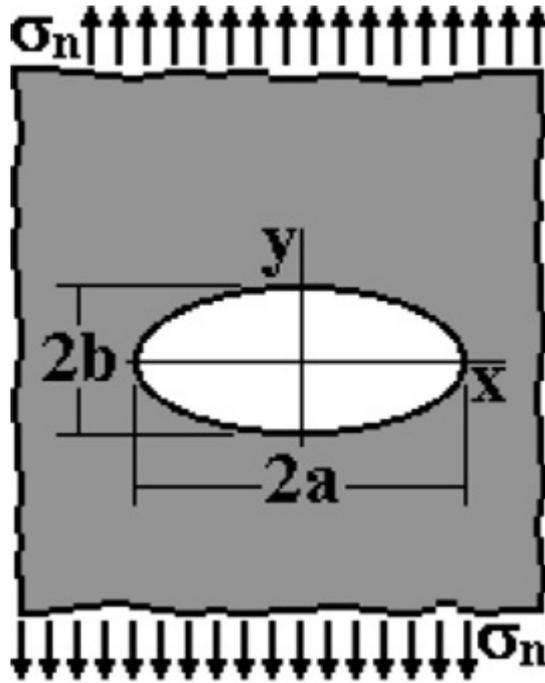


Figura 3.9: Placa de Inglis [3].

calcular o K_t para outras configurações de carregamentos. O problema de Inglis tem grande aplicação na prática pois pode-se aproximar trincas por elipse com b pequeno. Essa é uma boa aproximação quando a trinca propaga em uma única direção, ou seja, em um modo. Todavia, deve-se ressaltar que os efeitos de K_t são localizados em torno do raio ρ do entalhe. Para entalhes afiados, como de furos elípticos, a tensão no ponto pode ultrapassar o limite de escoamento. Como o escoamento localizado quase nunca causa falhas importantes, os entalhes em geral não são críticos no dimensionamento estático de peças dúcteis. Mas o efeito de K_t é essencial em projetos de fadiga, onde as trincas são primariamente causadas pelo gama de tensão atuante no ponto crítico. Assim, definiu-se K_f como sendo o fator de concentração de tensão à fadiga.

$$K_t = 1 + q(K_t - 1) \quad (3-4)$$

Onde q é a sensibilidade ao entalhe. Em dimensionamento estrutural é comum estimar q . A Figura 3.10 mostra a relação entre K_f e K_t . Percebe-se que quando o raio do entalhe for grande, K_f tende para K_t .

Creager & Paris [11] propuseram uma maneira de estimar o K_t de entalhes a partir dos fatores de intensidade de tensão (K_I) de trincas geometricamente semelhantes a eles. Eles mostraram que o campo de tensão linear elástico em torno de entalhes alongados com ponta de raio ρ podem ser estimados a partir de trincas correspondentes, controladas por campos de tensões K

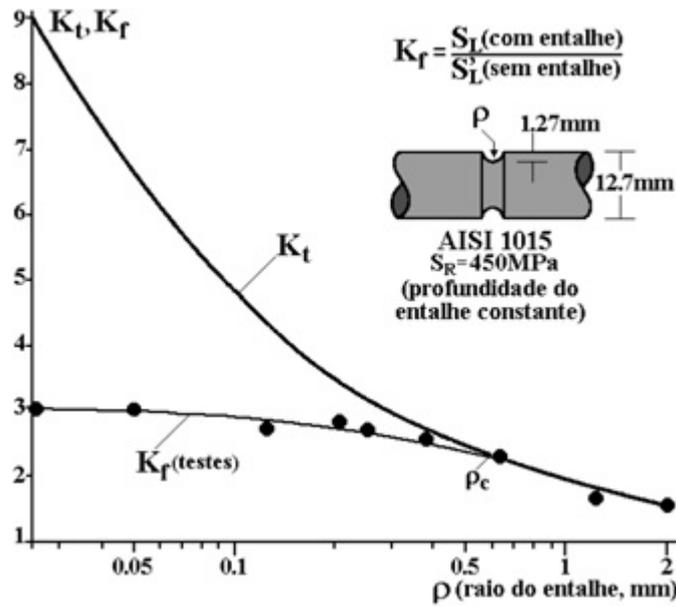


Figura 3.10: Relação K_t e K_f em função do raio do entalhe [3].

(se carregadas no modo I) se a coordenada do eixo r e a origem θ se move para $\frac{\rho}{2}$ dentro do entalhe. Isso não é uma surpresa, pois entalhes são semelhantes a trincas cegas ou a trincas com pontas arredondadas, como raio $\rho \neq 0$. Dessa maneira, o K_t para entalhes carregados no modo I podem ser estimados por:

$$K_t = \frac{2K_I}{\sigma \sqrt{\pi \rho}} \quad (3-5)$$

Antes da era dos computadores, os problemas de concentração de tensão cuja solução analítica era inviável eram resolvidos de forma experimental, em geral por técnicas fotoelásticas e extensometria. No entanto, hoje em dia problemas complexos de concentração de tensão linear elásticos podem ser convenientemente resolvidos usando MEF.

3.1

Revisão Bibliográfica

Estudos hidrodinâmico mostram que um sistema de tensão plano bidimensional possui características análogas aos campos potenciais de fluxo não viscosos por um lado e ao fluxo viscoso por outro lado [12]. O campo de tensão pode ser representado por um campo hidrodinâmico, onde um jato de água representa o perfil ideal. Negligenciando o efeito da gravidade, a pressão ao longo da superfície do jato de água é constante e, portanto, a velocidade é constante. Desta maneira, é possível criar filetes de curvatura progressiva, onde a tensão é constante ao longo do perfil, de forma que não há mais chance de falha no filete do que em qualquer outro lugar do componente [13]. O contorno mais econômico, sob o ponto de vista de material e tensão, é aquele onde a tensão

é constante ao longo do seu perfil. Baud [4] sugeriu uma abordagem semi teórica, baseada na analogia hidrodinâmica do "jato de água livre", mencionada acima, para resolver este problema. Um líquido que flui por gravidade de uma abertura na parte inferior do tanque, conforme mostrado na Figura 15, tem velocidade constante na suas bordas (seções extremas), o que pode ser associado a uma tensão constante.

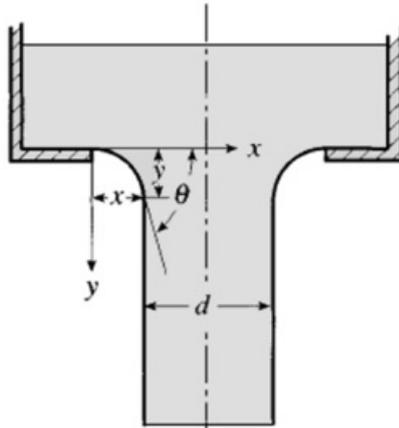


Figura 3.11: Jato livre de água [4].

Mattheck [5] percebeu que a natureza não usa entalhes de raios constantes e que ela encontrou uma maneira mais inteligente para melhorar a integridade estrutural das árvores. Ele observou que os materiais orgânicos crescem onde a tensão concentra na estrutura de árvore, como ilustrado na Figura 3.12.

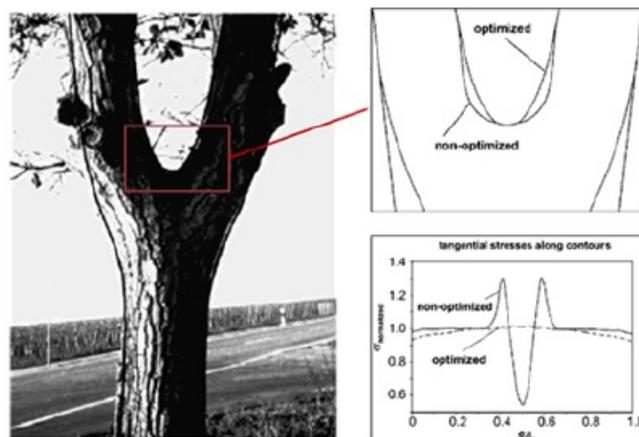


Figura 3.12: Entalhes de ganhos de árvores [5].

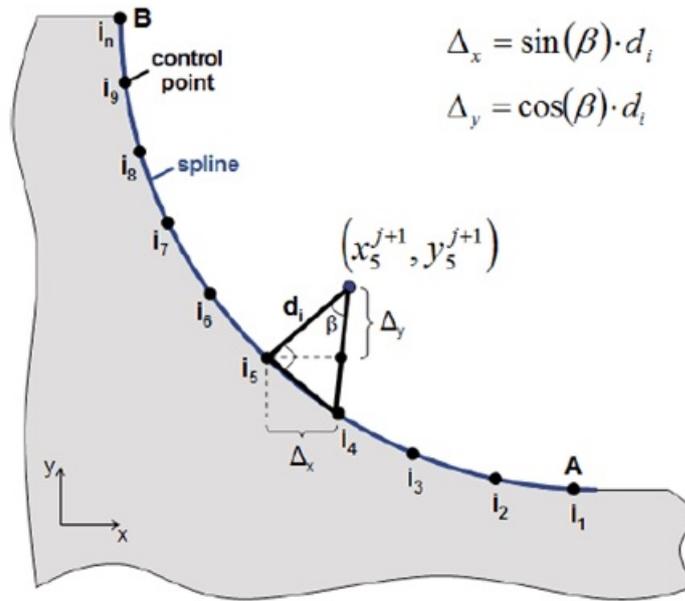


Figura 3.13: Spline definida por n pontos de controle [2].

No trabalho [2] utilizou-se o método de otimização o Método sem gradiente. Quando a tensão tangencial é menor que um valor limite material é removido, caso contrário material é adicionado. O processo de otimização sem gradiente procura o perfil ideal, onde a tensão tangencial é uniforme ao longo da fronteira. Em outras palavras, o perfil de tensão deve ser o mais constante quanto possível. O método de otimização sem gradiente busca uma tensão tangencial constante ao longo do filete, movendo seus pontos de controle por uma quantidade adequada (d_i), definida pela equação 3-6.

$$d_i = C \left(\frac{\sigma_i - \sigma_{th}}{\sigma_{th}} \right) \quad (3-6)$$

A figura 3.13 ilustra esse método. Nesse trabalho usou-se uma spline com n pontos de controle. O movimento na direção normal de qualquer ponto (i) depende da tensão tangencial (σ_i) e uma tensão limite (σ_{th}) especificada no ponto A, que não se move durante o processo de otimização. Um fator C pode ser usado para acelerar o processo de otimização. Este é um processo iterativo, pois a tensão é calculada em cada ponto da fronteira a cada iteração e comparada com a tensão de referência (tensão limite) desejada. Se a tensão calculada for inferior a limite, o material é removido nesse ponto (valor negativo d_i); se for maior, material é adicionado a ele (d_i positivo). Neste trabalho, adota-se o método sem gradiente, implementado no MATLAB na interface fmicon [14].

3.2

Otimização

A técnica de otimização consiste em maximizar a eficiência de um equipamento, ou minimizar o custo de fabricação de um equipamento, por exemplo. Uma das formas de se alcançar esses objetivos é alterando as variáveis de projeto. Existem duas abordagens para se chegar a uma solução ótima desse problema. A primeira abordagem, mais conhecida e utilizada, é chamada abordagem de análise. Consiste essencialmente em se analisar os projetos que resultam de diferentes combinações dos parâmetros descritos acima. Mediante o resultado das análises são construídos gráficos de desempenho em função dos valores de cada parâmetro. A segunda abordagem para a solução do problema é denominada abordagem de síntese ou otimização. Nessa abordagem são utilizados métodos computacionais de otimização que realizam uma busca da solução ótima, de forma iterativa, ou seja, o algoritmo irá procurar dentro do espaço de soluções definidos pelas combinações dos parâmetros possíveis, a combinação que fornece o sistemática e automática a busca pelo ponto ótimo, ou seja, independente da experiência do projetista. Assim, o tempo de solução de problemas de otimização pode ser reduzido para algumas horas. Dessa forma o termo otimização é corretamente utilizado quando é utilizado um método matemático de busca sistemática de solução ótima e não simplesmente quando se executa uma análise de diferentes configurações de projetos propostas baseadas na tentativa e erro. A função objetivo está relacionada com o parâmetro que se quer maximizar ou minimizar. No caso de uma peça mecânica a função objetivo pode ser, por exemplo, a rigidez, ou o volume da peça, etc. As restrições são limites impostos à solução da otimização. Pode ser representada pela máxima massa ou volume que a peça pode apresentar ou o deslocamento máximo ou o valor de tensão mecânica máxima que pode ocorrer num certo ponto da peça. Ou seja, as restrições em geral impõem uma solução de compromisso na melhora da função objetivo. As variáveis de projeto são os parâmetros que podem ser alterados na otimização. Podem ser as dimensões da peça, os parâmetros matemáticos de uma curva ou superfície que representam a forma da peça, ou distribuição de material no domínio da peça. Há essencialmente três abordagens em otimização, são elas: Otimização paramétrica, Otimização de forma e Otimização topológica. A seguir têm-se as características de cada uma delas.

Otimização paramétrica: Nesse tipo de otimização as variáveis de projeto são definidas por parâmetros. Assim, esse tipo de otimização não altera a topologia na região de domínio, onde é definida a equação de estado do problema. O valor ótimo é alcançado por meio do algoritmo computacional, que

encontra as diversas combinações possíveis entre os parâmetros estabelecidos na função objetivo para uma condição de restrição imposta ao projeto. Na Figura 3.14 é possível observar a otimização das variáveis de projeto, onde a forma é mantida, mas o seu aspecto é alterado. Este método foi o primeiro a ser desenvolvido pela indústria aeroespacial para minimizar o peso da estrutura.

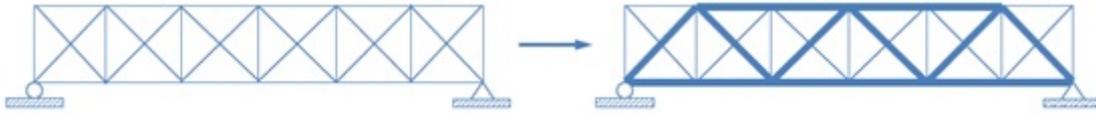


Figura 3.14: Otimização Paramétrica [6].

Otimização de forma: As variáveis de projeto podem ser as coordenadas de alguns pontos pertencentes ao contorno dos parâmetros, como por exemplo, coeficientes de uma curva que representa a forma desejada (curvas “spline”). Os parâmetros dessa curva constituem as variáveis de projeto. Utilizando um software de otimização determinam-se os parâmetros ótimos das curvas splines, e, portanto, a forma ótima para o projeto. Devido às formas complexas que podem ser obtidas é utilizado em geral o MEF para a análise das estruturas durante a otimização. A principal desvantagem da otimização de forma nesse caso é que com a alteração da forma da estrutura a malha de MEF é distorcida exigindo um remalhamento do domínio durante a otimização.



Figura 3.15: Otimização de Forma [6].

Em um procedimento típico de otimização de forma tem-se o projeto inicial com um carregamento correspondente e a região de domínio. Então são especificadas as direções e regiões em que se deseja alterar a forma. Mediante essa informação o software realiza uma análise de sensibilidade em cada uma dessas direções, ou seja, ele avalia o quanto a mudança da forma em cada direção influencia na melhora da função objetivo. Terminada a análise de sensibilidade o software decide o quanto alterar (ou não) a forma em cada direção especificada. Trata-se de um processo iterativo que após algumas iterações fornece o resultado final.

Otimização Topológica: Trata-se de um método que consiste num método computacional que permite projetar a topologia ótima de estruturas segundo certo critério. Basicamente, o método de otimização topológica distribui o material no interior de um domínio fixo de forma a maximizar ou minimizar

uma função custo especificada. A otimização topológica pode ainda ser definida como um método numérico para encontrar a distribuição ótima de material dentro de um domínio de projeto pré-definido de modo a atender as condições de projeto.



Figura 3.16: Otimização Topológica

O material em cada ponto do domínio pode variar de “vazio” (não há presença de material) até “sólido” (total presença de material) podendo assumir densidades intermediárias de acordo com um modelo de material definido. Em um procedimento típico usando a otimização topológica, primeiramente se define o domínio no qual o projeto pode existir. Esse domínio é limitado pelas condições de contorno da estrutura e pelos pontos de aplicação de carga. Outras limitações podem estar relacionadas com a restrição do espaço ocupado.

Neste trabalho é adotada a otimização de forma, pois se deseja otimizar a forma do entalhe, ou seja, o contorno de uma determinada região da peça. Nesse contexto, precisa-se definir como representar e controlar a forma do contorno da estrutura. As principais abordagens em direção à parametrização dos limites na otimização da forma são: Abordagem livre de parâmetros, Seleção de nível, Representação polinomial, Representação Spline e Representação de forma livre. Optou-se pela representação do contorno por uma curva Bézier cúbica. Comumente, são usadas curvas de Bézier quadráticas ou cúbicas, já que polinômios de graus maiores são computacionalmente mais custosos de calcular.

Por fim, o problema geral de otimização pode ser representado matematicamente como:

$$\begin{array}{ll}
 \min & f(x) & x \in \mathbb{R}^n \\
 \text{s. t.} & h_k(x) = 0 & k = 1 \dots m \\
 & c_l(x) \leq 0 & l = 1 \dots p \\
 & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots n
 \end{array}$$

Onde $f(x)$ é a função objetivo do problema de otimização, $h_k(x)$ é a restrição de igualdade e $c_l(x)$ a restrição de desigualdade.

4 Métodos

Conforme já discutido, o objetivo deste trabalho é otimizar peças entalhadas visando aumentar a vida fadiga destas. Uma das maneiras para alcançar isso é minimizar o K_t . Esta é, na maioria das vezes, a mais econômica e mais simples solução para aumentar a vida à fadiga. Para isto, criou-se um código de elementos finitos no MATLAB acoplado a um algoritmo de otimização do próprio MATLAB, `fmincon` [14]. Os seguintes casos foram estudados:

⇒ Placa com um furo circular no meio submetido a um carregamento uniaxial.

⇒ Placa com um furo circular no meio submetido a um carregamento biaxial.

⇒ Placa com um furo elíptico no meio submetido a um carregamento uniaxial.

⇒ Corpo de prova ϵN em tensão plana.

⇒ Corpo de prova ϵN em tensão axissimétrica.

Nesse sentido, aproveitou-se da simetria dupla do problema e modelou-se apenas 1/4 das geometrias analisadas. Nesta configuração inicial, o furo circular é aproximado por uma curva Bézier cúbica com pontos de controle 1, 2, 3 e 4. Quanto à modelagem de otimização, os pontos 2 e 3 estão livres para se mover em qualquer direção e nenhum limite é especificado para os pontos inicial (1) e final (4) de cada vão.

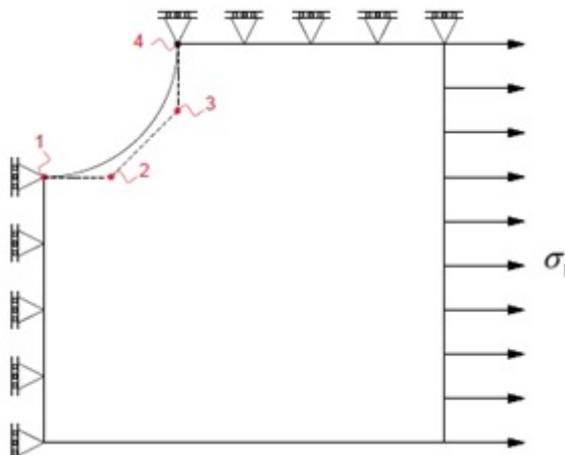


Figura 4.1: Curva Bézier cúbica [7]

Utilizou-se um algoritmo de otimização pronto do MATLAB chamado *fmincon* [14]. A função avalia as tensões da estrutura e por meio de uma função objetivo, a configuração dos pontos de controle 1,2,3 e 4 é alterada. Para o cálculo das tensões na estrutura, utilizou o método dos elementos finitos. Trata-se do método mais utilizado em mecânica computacional hoje em dia. Foi provado ser uma técnica numérica robusta e eficiente para obter a solução de problemas governados por equações diferenciais. O MEF tem sido um das técnicas mais comumente empregadas na solução de problemas de otimização de forma. No entanto, esta escolha geralmente leva a sérios inconvenientes associados a geração da malha. Para começar, vale ressaltar que problemas de otimização são geralmente resolvidos por um procedimento iterativo em que a geometria muda em cada etapa, exigindo, portanto, um remalhamento da malha para cada iteração.

4.1

Tensão de Von Mises

O função objetivo a ser minimizada neste trabalho é a tensão de Von Mises. A tensão de Von Mises é um critério de escoamento de materiais metálicos. Este critério foi originalmente elaborado como uma relação matemática entre as tensões principais atuando em um determinado corpo. Ela diz que a deformação plástica começará quando a energia elástica de distorção por unidade de volume, armazenada no material devido a um carregamento externo, atingir um certo valor crítico característico do material [15]. Neste trabalho, utiliza-se a tensão de Von Mises com o objetivo de combinar as tensões que atuam na peça. A tensão de Von Mises pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (4-1)$$

ou

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)}{2}} \quad (4-2)$$

Onde σ_1, σ_2 e σ_3 são as tensões principais.

Para o caso de estado plano de tensões:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (4-3)$$

Outra função objetivo utilizada neste trabalho é a tensão de Tresca, que também é um critério de escoamento. De acordo com ele, a deformação plástica se iniciará quando a máxima tensão de cisalhamento, associada ao estado de tensões causado por um carregamento externo, atingir um valor crítico característico de cada material [15]. Este valor característico é o limite de escoamento medido em ensaios de tração. No contexto deste trabalho, utiliza-se a tensão de Tresca afim de combinar as tensões que atuam na peça. A tensão de Tresca pode ser definida por:

$$\text{se } \sigma_2 < 0 \quad \sigma_{Tresca} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (4-4)$$

se $\sigma_2 > 0$

$$\sigma_{Tresca} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}}{2} \quad (4-5)$$

Em seguida, foi feita uma mudança de sistema de coordenadas para analisar o comportamento das tensões ao longo do entalhe. Adotou-se uma coordenada S que se ajusta ao perfil analisado. A Figura 4.2 mostra o sistema de coordenadas S ajustado sobre o perfil original. A origem do sistema fica no extremo superior do entalhe.

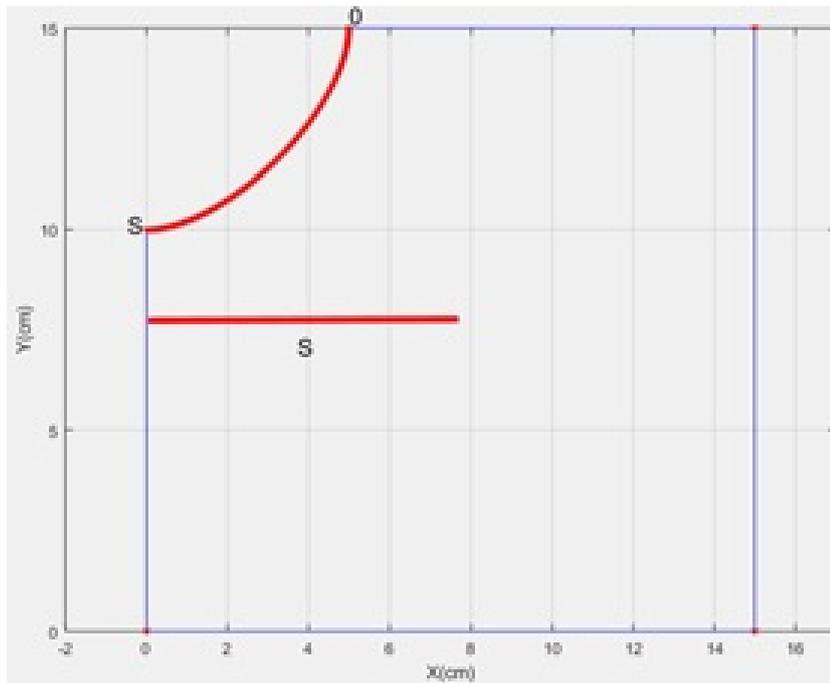


Figura 4.2: Sistema de coordenadas S.

4.2

Dimensionamento à fadiga

O foco deste trabalho não é a metodologia SN, entretanto é necessário introduzir este assunto pois ele será abordado no capítulo de resultados. O método SN é usado para evitar ou prever a iniciação de trincas por fadiga em vidas longas, ou seja, para dimensionar peças e estruturas que resistam a um grande número de ciclos sob cargas de serviços reais [3]. Ele admite apenas análise de tensões linear elástica e é baseado em parâmetros empíricos. O criador dessa metodologia foi August Wöhler [1819-1914] [3], e ele introduziu ideias que são utilizadas no dimensionamento SN até hoje, construiu diversas máquinas para testar corpos de prova e executou os primeiros ensaios de fadiga. Por meio de inúmeros testes de fadiga ao longo dos anos, foi possível formular a seguinte equação:

$$NS_F^B = C \quad (4-6)$$

Onde B e C são constantes do material, S_F a resistência à fadiga e N o número de ciclos que a peça duraria para uma dada resistência. Neste trabalho considerou-se o aço 1020 para quantificar o efeito da redução do K_t na vida à fadiga das peças analisadas. As seguintes propriedades SN foram adotadas [3]:

$$E = 205000MPa \quad (4-7)$$

$$S_R = 420MPa \quad (4-8)$$

$$S_e = 350MPa \quad (4-9)$$

$$N_L = 10^6 \text{ ciclos} \quad (4-10)$$

$$S_L = 0.5S_R \quad (4-11)$$

$$S_F = 0.76S_R \quad (4-12)$$

$$B = \frac{\log 1000 - \log N_L}{\log S_L - \log S_F} \quad (4-13)$$

$$C = 1000S_F^B \quad (4-14)$$

Assim como o método SN, o ϵN é um método de iniciação de trincas, entretanto, há algumas diferenças entre estes. O método ϵN requer uma análise de tensões elastoplásticas, que é mais complicada do que a análise linear elástica usada no método SN. Em compensação, os procedimentos do ϵN podem considerar explicitamente os efeitos de sequência da carga (que não são modeláveis pela lei de Hooke), além de serem aplicáveis para modelar qualquer

vida N de iniciação de trincas por fadiga.

O método εN supõe que se possa prever a vida à iniciação de uma trinca por fadiga calculando o dano causado pela história das deformações que atuam no ponto crítico de qualquer peça, desde que a resistência do material ao trincamento por fadiga tenha sido medida por meio do teste de pequenos CPs sujeitos à história das deformações conhecidas. Assim, a rotina εN de dimensionamento à fadiga só difere da rotina SN porque reconhece explicitamente a sequência das deformações elastoplásticas cíclicas macroscópicas. Desta forma, as principais características desta metodologia de dimensionamento à fadiga são:

⇒ Como quantifica de forma explícita as deformações e tensões elastoplásticas cíclicas que atuam no ponto crítico da peça, o método εN pode ser usado para prever qualquer vida de iniciação, e também as tensões residuais naquele ponto após a descarga da peça;

⇒ Mas como as deformações elastoplásticas são permanentes e a curva $\sigma x \varepsilon$ é não-linear, o princípio da superposição não pode ser usado no método εN (desta forma os efeitos da memória plástica têm que ser quantificados sequencialmente);

⇒ O método εN considera o amolecimento ou o endurecimento cíclico do material, mas não modela os transientes de encruamento da relação $\sigma x \varepsilon$ monotônica para a cíclica $\Delta \sigma x \Delta \varepsilon$;

⇒ Ele não modela explicitamente o efeito das trincas, logo não pode prever a sua propagação nem a vida total das peças grandes.

⇒ As principais desvantagens do método εN são usar equações não inversíveis (passíveis de serem resolvidas apenas por métodos numéricos que, apesar de relativamente simples, são bastante trabalhosos), e requerer o uso sequencial das equações $\Delta \sigma x \Delta \varepsilon$ na modelagem dos laços de histerese complicados;

⇒ A implementação prática da rotina de dimensionamento à fadiga usada no método εN é baseada na solução simultânea de 4 equações semi-empíricas;

⇒ A regra $\Delta \sigma x \Delta \varepsilon$, para modelar e quantificar os laços de histerese elastoplástica que solicitam o ponto crítico da peça durante o seu serviço real (os quais são causados pelo encruamento cíclico macroscópico do material);

⇒ A regra de concentração de tensões e deformações, para converter as gamas (variações) de tensão e deformações elastoplásticas nominais nas gamas que atuam no ponto crítico da peça (em geral a raiz de um entalhe);

⇒ A regra $\Delta \sigma x N$, para correlacionar a vida de iniciação da trinca por fadiga no ponto crítico com a gama de deformação que solicita aquele ponto em serviço;

⇒ A regra de acúmulo de dano à fadiga (quando se analisam os carregamentos de amplitude variável ao longo do tempo);

⇒ A diferença de fazer com controle de carga com controle de deslocamento é a seguinte: com controle de carga pode-se prever a vida, N , da peça controlando o carregamento. Pelo controle de deslocamento a vida CP é controlada pela deformação. A segunda opção é mais adequada para prever a vida de iniciação do componente quando há deformação plástica, pois, quem tem mais influência no dano é a deformação.

É possível então, utilizar as equações de Morrow, SWT ou Coffin-Manson, dependendo do carregamento, seguida de Miner para calcular a vida a iniciação. A equação de Ramberg-Osgood é baseada na soma das deformações, sendo elástica mais plástica. A qual permite a obtenção da seguinte formula:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^{1/h}}{H} \quad (4-15)$$

Contudo, tal enfoque é válido apenas para ensaios de tração não cíclicos onde H é o coeficiente de encruamento e h é o expoente de encruamento, que é um número entre 0 e 0,5. Dessa forma, se h é zero, estamos em um caso perfeitamente plástico e o encruamento também é zero. Em geral, o modelo Ramberg-Osgood também pode descrever satisfatoriamente a curva $\sigma\varepsilon$ cíclica dos materiais cujo encruamento sob tração é simétrico ao escoamento sob compressão. Ramberg-Osgood cíclico possui a seguinte formulação:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma^{1/h_c}}{H_c} \quad (4-16)$$

Onde H_c é o coeficiente de encruamento para curvas cíclicas e h_c é o expoente de encruamento para curvas cíclicas que é tipicamente um número entre 0,05 e 0,4. Quando consideramos laço de histerese $\Delta\sigma \times \Delta\varepsilon$, usamos uma equação bastante similar, contudo, com um fator de 2, devido aos Δ , da seguinte forma:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \frac{\Delta\sigma^{1/h_c}}{2H_c} \quad (4-17)$$

Já a equação de Coffin-Manson relaciona a gama de deformação com a vida, utilizando a seguinte equação:

$$\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon_{el}}{2} + \frac{\varepsilon_{pl}}{2} = \frac{\sigma_c}{E}(2N)^b + \varepsilon_c(2N)^c \quad (4-18)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, o coeficiente σ_c e o expoente b da parte elástica e o coeficiente ε_c e o expoente c da parte plástica são propriedades do material, que devem ser medidas experimentalmente. Esta relação pode ser esquematizada da seguinte maneira:

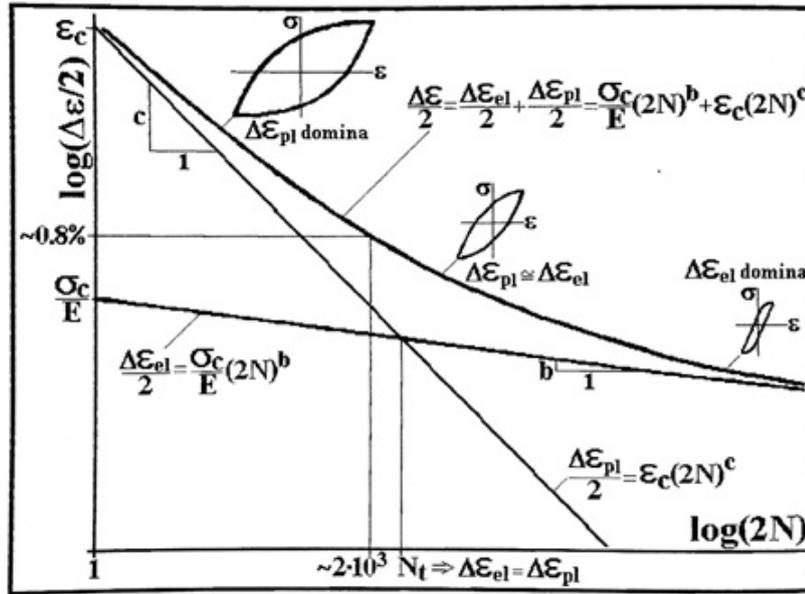


Figura 4.3: Curva Coffin-Manson [3].

Para o aço 1020 foram adotadas as seguintes constantes:

$$b = -0.09 \tag{4-19}$$

$$\sigma_c = 1.5S_R \tag{4-20}$$

$$c = -0.59 \tag{4-21}$$

$$\varepsilon_c = 0.45 \tag{4-22}$$

$$h_c = 0.18 \tag{4-23}$$

$$H_c = 941MPa \tag{4-24}$$

Esses parâmetros foram retirados da referência [11].

5

Resultados

5.1

Caso 1: Placa com um furo central submetida a um carregamento uniaxial de tração

O primeiro caso estudado neste trabalho é o da placa com um furo central, submetida a um carregamento uniaxial de tração.

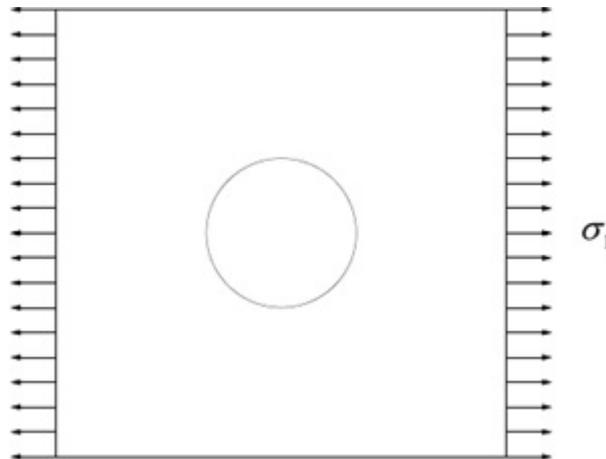


Figura 5.1: Placa de Kirsh.

Conforme já mencionado, o presente trabalho tem como objetivo otimizar perfis entalhados por meio de algoritmos de otimização do MATLAB. Este é um exemplo clássico da literatura, resolvido analiticamente em 1898 por Kirsh. A Figura 5.2 apresenta a distribuição de tensões de von Mises no perfil original (circular) e a distribuição de tensões de von Mises no perfil otimizado em tabela de cores. Analisando o perfil original é possível verificar, de maneira qualitativa, a solução de Kirsh. Para x igual a 0, a tensão é máxima pois neste ponto as componentes de tensões estão alinhadas com o carregamento σ_1 . Já para $x=5$ cm, as componentes estão dispostas de forma perpendicular ao carregamento. Após a modelagem, a tensão ao longo do entalhe diminuiu significativamente. Reduziu-se a Tensão de mises de 48 MPa para 17,25 MPa, alterando apenas a forma do entalhe. É possível verificar essa redução utilizando o conceito de linhas de força. Com o alongamento do entalhe na direção do carregamento, a densidade de linhas de esforços cai bruscamente.

A Figura 5.3 mostra a tensão de Von Mises no perfil original e no perfil otimizado. Neste gráfico, o eixo das abscissas representa o sistema de coordenadas S linearizado, definido anteriormente. Percebe-se que a tensão

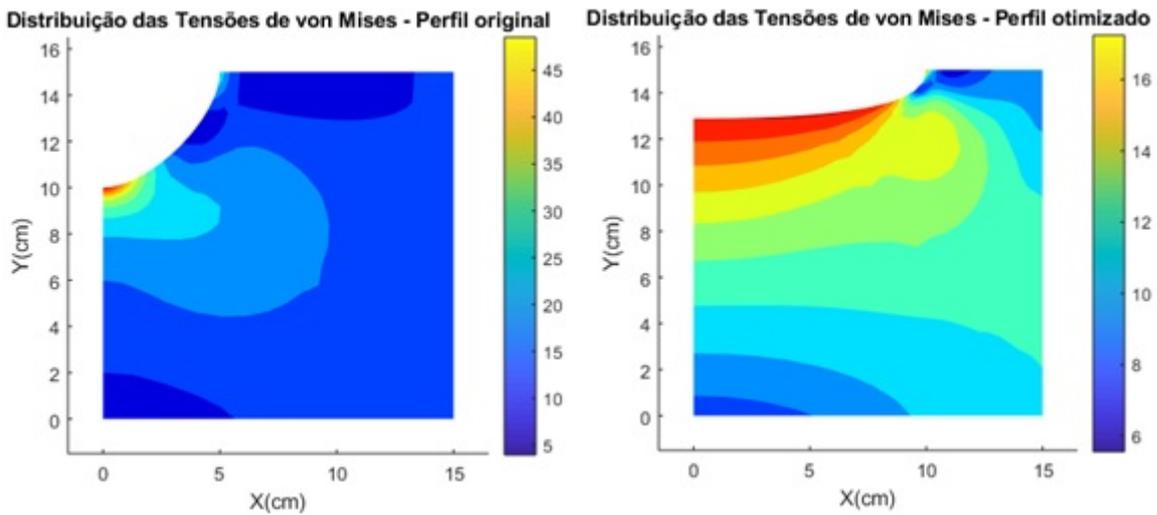


Figura 5.2: Campos de tensões de Von Mises.

oscila ao longo de todo o entalhe até chegar no seu valor máximo no perfil original. Já no perfil otimizado, a tensão máxima diminuiu e o gradiente de tensão ficou constante na maior parte do entalhe. Vale ressaltar que a tensão em $s=0$ é negativa segundo a solução de Kirsh. Entretanto, analisou-se a tensão de Von Mises que é obviamente positiva. Para se obter uma análise das tensões na direção x , basta espelhar um trecho (0 a 2,5 cm) da curva do perfil original em relação ao eixo x .

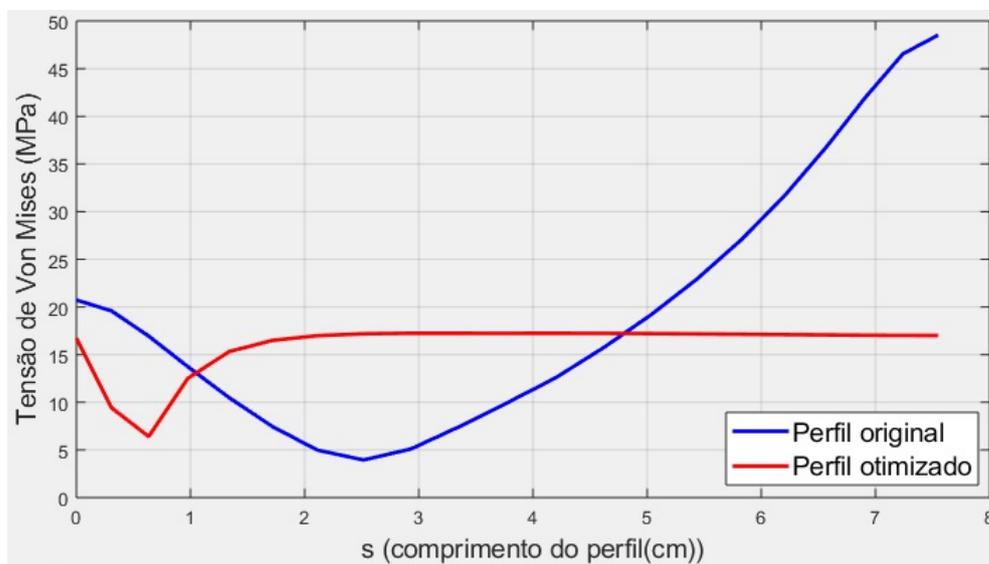


Figura 5.3: Distribuição de tensões de Von Mises.

Além disso, obteve-se a geometria do perfil otimizado (Figura 5.4) em contraste com o perfil original. Nota-se que o entalhe otimizado se aproxima de uma elipse, o que é um pouco contraditório pois o K_t de uma elipse costuma ser maior que o de uma circunferência, como já foi demonstrado nos problemas

de Kirsh e de Inglis. Todavia, o concentrador de tensões não depende apenas da geometria da peça, como também do tipo de carregamento e de sua direção. Estudando a solução de Inglis, é possível verificar que, para uma placa sob tração paralela ao maior semi-eixo, o K_t é dado por:

$$K_t = 1 + \frac{2b}{a} = 1 + \sqrt{\frac{\rho}{a}} \quad (5-1)$$

Para $a=10$ cm e $b=2,1$ cm, se obtém $K_t=1.42$ para a placa de Inglis. Isto significa que quanto menor o raio do entalhe, maior será o concentrador de tensões. Diferentemente da placa carregada na direção do menor eixo, cujo K_t é inversamente proporcional a $\frac{1}{\rho}$. Esta relação tem grande valor na prática, pois uma das maneiras de resolver o problema de concentração de tensões é modificando a configuração do carregamento. Em muitos casos isto não é viável, mas quando possível pode ser implementado com bons resultados. Além disso, o K_t obtido no entalhe otimizado foi de 1.72 resultando em um erro de 21 % . Tal erro pode ser justificado pelo fato do trabalho de Inglis adotar uma placa infinita e aproximações numéricas na modelagem de otimização.

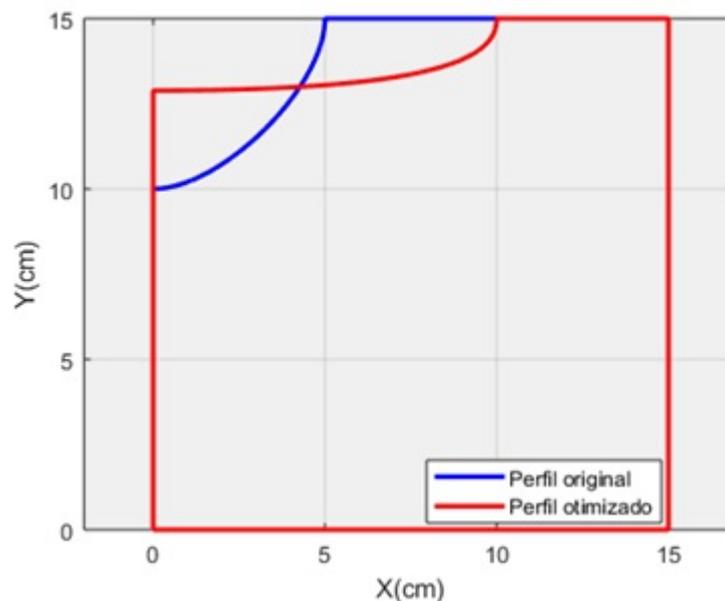


Figura 5.4: Perfis original e otimizada.

A Figura 5.5 compara o desenvolvimento do K_t nos perfis original e otimizado. Em grande parte do entalhe melhorado o concentrador de tensões permanece constante e maior comparado com o perfil original. Todavia, o K_t máximo no perfil otimizado é menor do que no original. Este progresso é extremamente relevante em projetos de fadiga, pois este mecanismo de falha é localizado e a trinca irá nuclear no ponto mais solicitado do componente. No dimensionamento à fadiga, é escolhido o pior caso de concentração de tensão, ou seja, o ponto crítico, para se desenvolver o projeto. O K_t do ponto crítico

da peça original é maior do que o K_t da peça otimizada, portanto a vida à fadiga da peça otimizada é maior. Uma solução analítica para uma placa finita com um furo central é:

$$K_t = 3 - 3.13\left(\frac{d}{B}\right) + 3.66\left(\frac{d}{B}\right)^2 - 1.53\left(\frac{d}{B}\right)^3 \quad (5-2)$$

Onde d é o diâmetro do furo e B é a largura da placa. Para $d=10$ cm e $B=30$ cm

$$K_{t_{analitico}} = 2.3 \quad (5-3)$$

e

$$K_{t_{numerico}} = 2.42 \quad (5-4)$$

Resultando em um erro de 5.2 %. Tal erro está associado ao número reduzido de pontos de controle e a discretização relativamente simples da malha de elementos finitos.

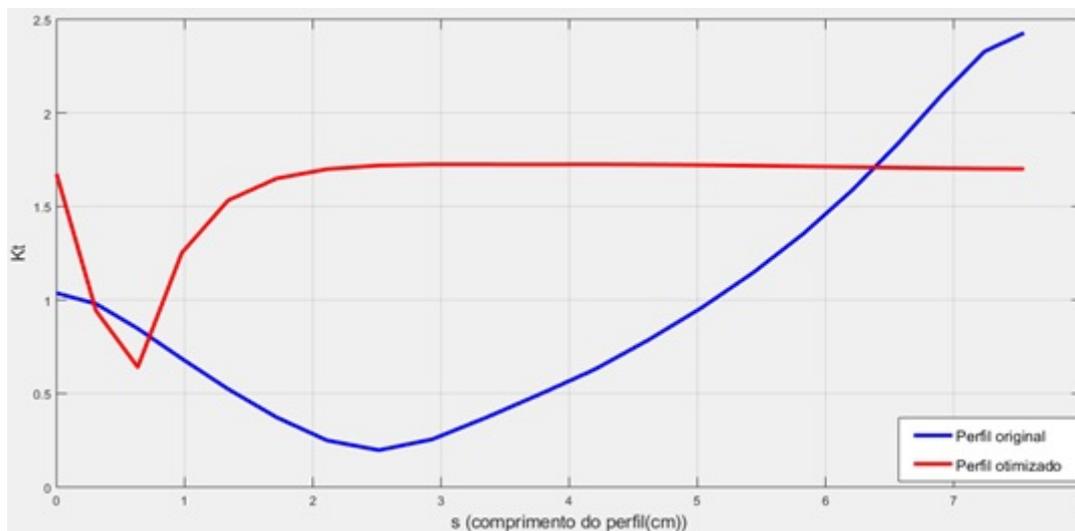


Figura 5.5: K_t da geometria original e otimizada.

5.2

Caso 2: Placa submetida a um carregamento biaxial

O segundo caso estudado é de uma placa com um furo no meio, submetido a um carregamento biaxial (Figura 5.6), onde $\sigma_1 = \sigma_2$. Adotou-se a mesma modelagem do exemplo anterior, alterando apenas as condições de contorno. É possível calcular o K_t de forma analítica nos pontos A e B, utilizando a solução de Kirsh e o princípio da superposição:

$$K_{tA} = K_{tB} = 2\sigma_{nominal} \quad (5-5)$$

O princípio da superposição é um artifício facilitador na análise tensões elásticas. Neste trabalho, consideram-se apenas tensões elásticas e dupla simetria da peça. Analisando a Figura 5.7, percebe-se que não há muita

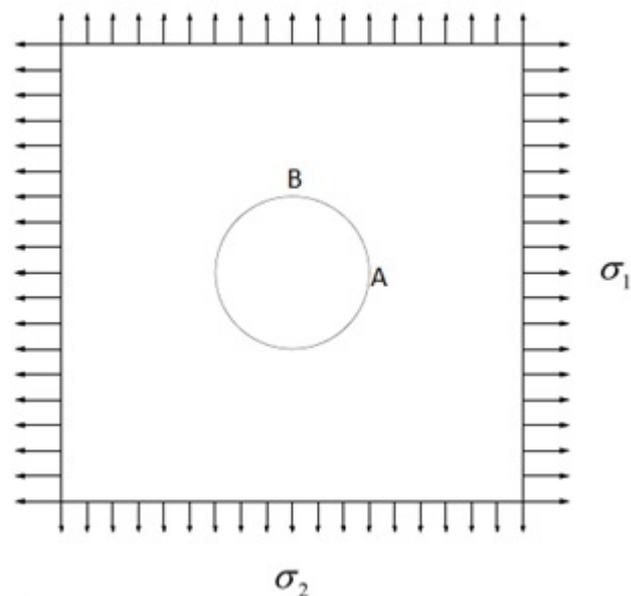


Figura 5.6: Placa de Kirsh submetida a carregamento biaxial.

diferença entre o perfil otimizado e o original. Entretanto este caso tem grande aplicação em projetos, pois o perfil otimizado difere pouco do perfil original, isso facilita a montagem de peças. Por exemplo, uma placa aparafusada submetida a carregamento biaxial, pode ter o K_t 's dos furos minimizados.

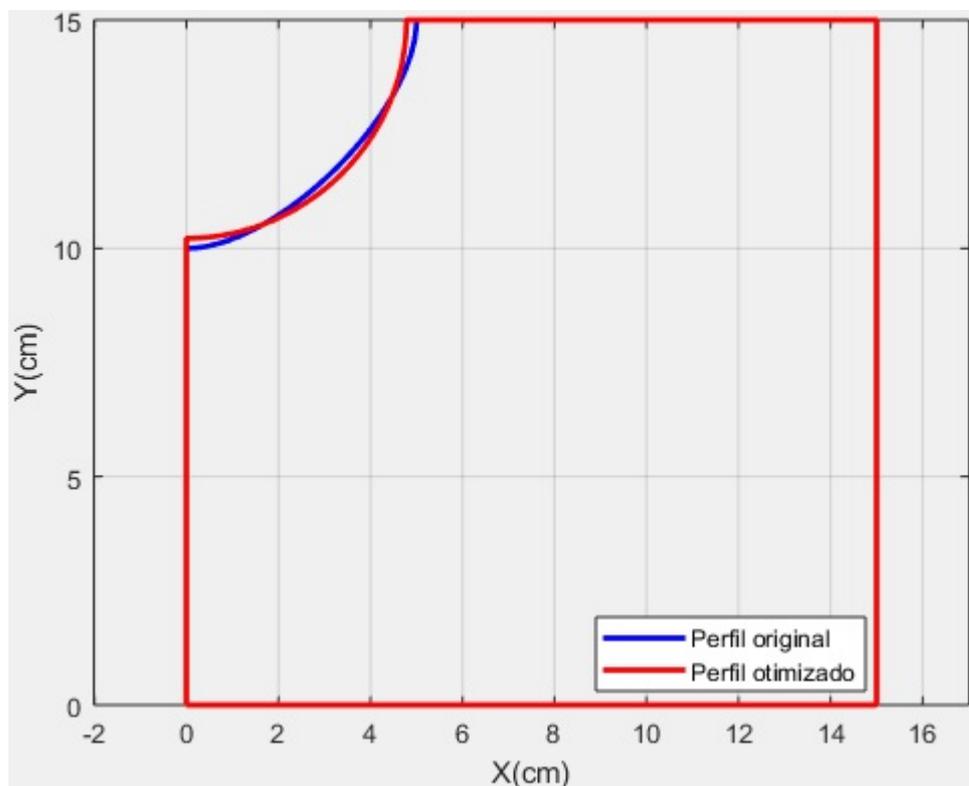


Figura 5.7: Perfis original e otimizado.

A Figura 5.8 ilustra a distribuição das tensões de Von Mises em tabela de cores. Nota-se que o campo de tensões nas proximidades do entalhe sofre uma redução uniforme.

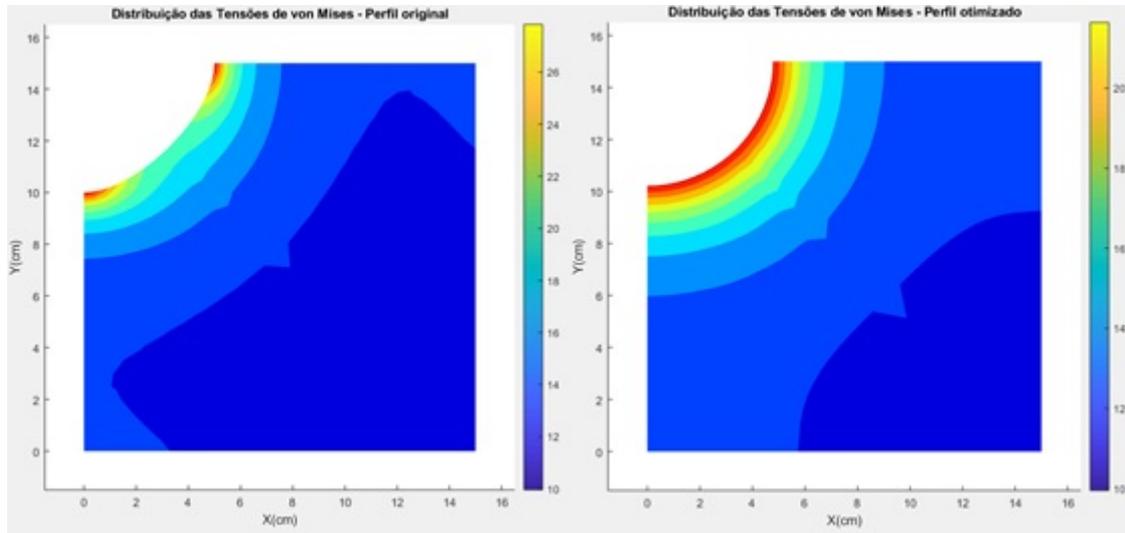


Figura 5.8: Campos de tensões de Von Mises.

Nesse sentido, o entalhe otimizado possui raio variável e o original apresenta raio constante. Essa diferença provoca uma uniformização da tensão de Von Mises e uma redução das tensões nos extremos do entalhe. A Figura 5.9 permite visualizar esse efeito de forma quantitativa.

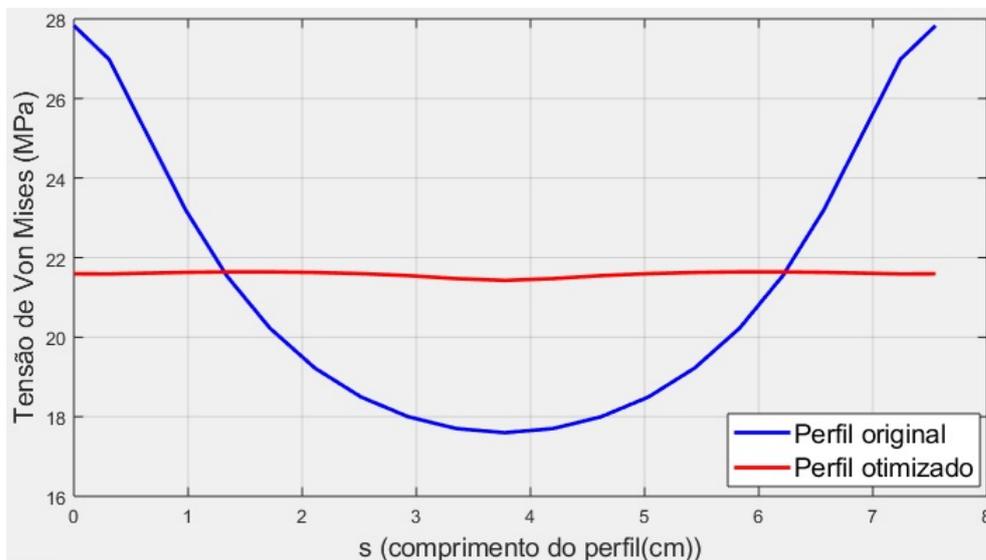


Figura 5.9: Distribuição de tensões de Von Mises.

Como já mencionado anteriormente, há uma simetria na direção x e y em relação a geometria e ao carregamento. Tal simetria foi confirmada pelos resultados da modelagem. A solução analítica foi $K_t=2$ e as soluções numéricas foram:

$$Kt_{otimizado} = 1.54 \quad (5-6)$$

$$Kt_{original} = 1.98 \quad (5-7)$$

Calculou-se uma tensão máxima de 27,90 MPa na geometria original e 21,80 MPa no entalhe otimizado. Além disso, calculou-se o erro da solução do K_t da geometria original com a solução analítica do K_t , e chegou-se a um erro de 1 %.

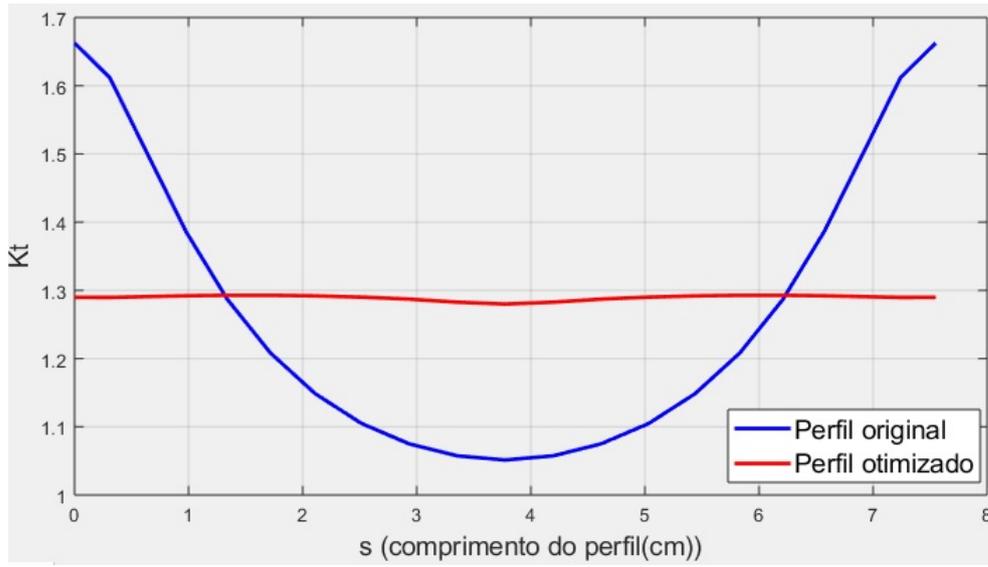


Figura 5.10: K_t da geometria original e otimizada.

5.3

Caso 3: Placa com um furo elíptico

Um outro exemplo clássico de concentração de tensão da literatura é uma placa finita/infinita com um furo elíptico no centro. Inglis conseguiu resolver este problema usando coordenadas ortonormais elíptico-hiperbólicas em uma placa infinita em tração, como visto anteriormente. Inicialmente, considerou-se uma placa, de 300 x 300 mm e espessura de 10 mm, tracionada com um furo elíptico no centro com semi-eixo horizontal " a " e semi-eixo vertical " b ", onde $a=50$ mm e $b=10$ mm. A Figura 5.11 mostra as geometrias inicial e final do cp. Percebe-se que o furo elíptico sofreu um alongamento no semi-eixo horizontal e um encurtamento no semi-eixo vertical. Com a otimização do K_t , o semi-eixo original, que era 50 mm, foi para 94,27 mm. Já o semi-eixo vertical foi de 10 mm para 5,10 mm. Foram utilizados 400 elementos finitos, levando a um total de 441 pontos nodais.

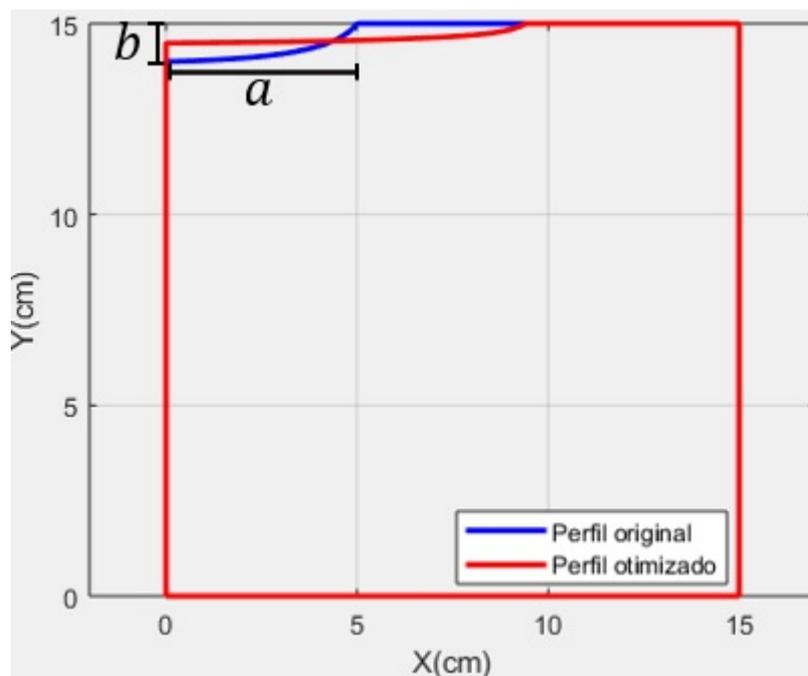


Figura 5.11: Geometria original e otimizada do caso 3.

As Figuras 33 e 34 comparam a geometria original com a otimizada. Nota-se o alongamento da elipse de tal forma que as linhas de força foram suavizadas.

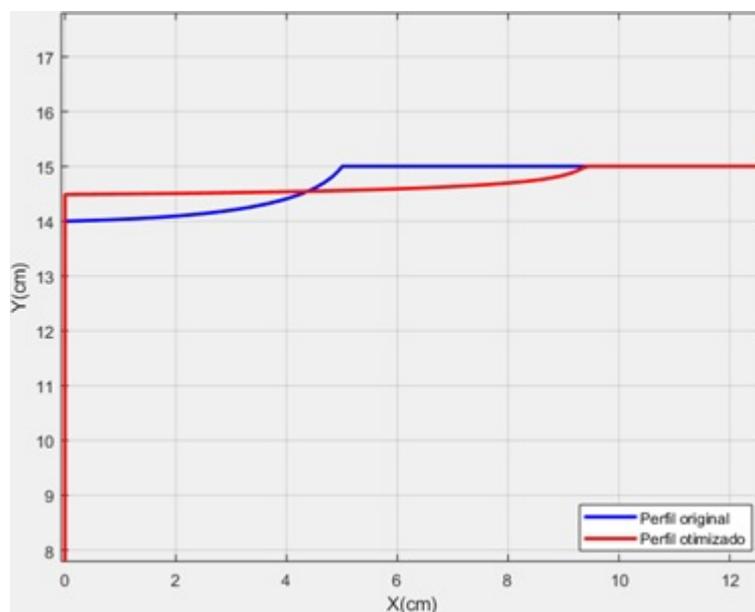


Figura 5.12: Geometria original e otimizada do caso 3.

Em seguida, foi feito um estudo da distribuição de tensão de Von Mises na placa (Figura 5.13). A otimização conseguiu suavizar e reduzir o campo de tensões da placa. A Figura 5.13 apresenta esses resultados de forma qualitativa e a Figura 5.14 de forma quantitativa.

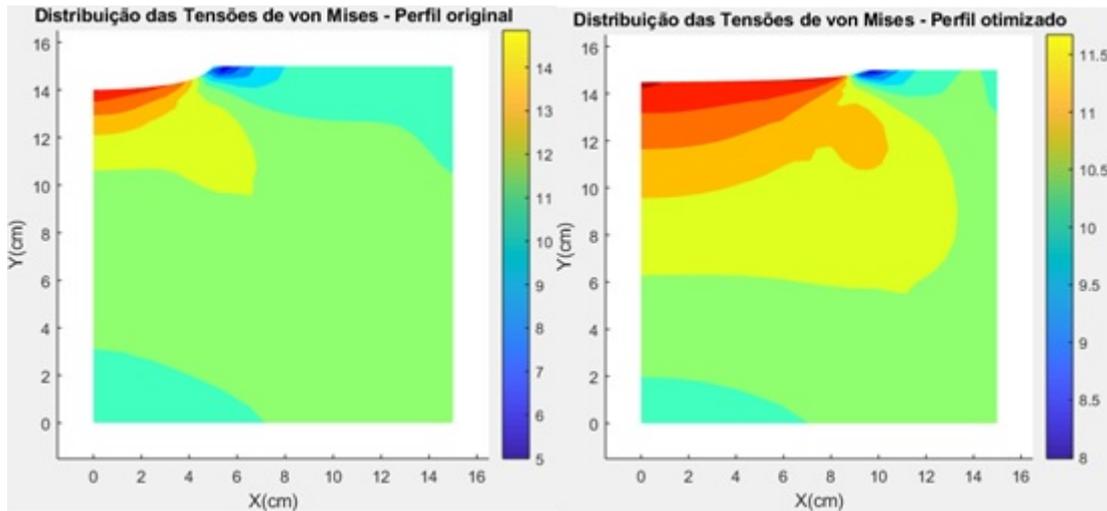


Figura 5.13: Campo de tensões de Von Mises para o caso 3.

A tensão máxima na geometria original é de 14,85 MPa, enquanto que, o perfil otimizado, é de 11,67 MPa. Com uma tensão nominal de 10 MPa, o K_t original resulta em 1,485 e o K_t otimizado fica em 1,167. Essa redução de 0,318 no K_t afeta de forma significativa a vida à fadiga da placa.

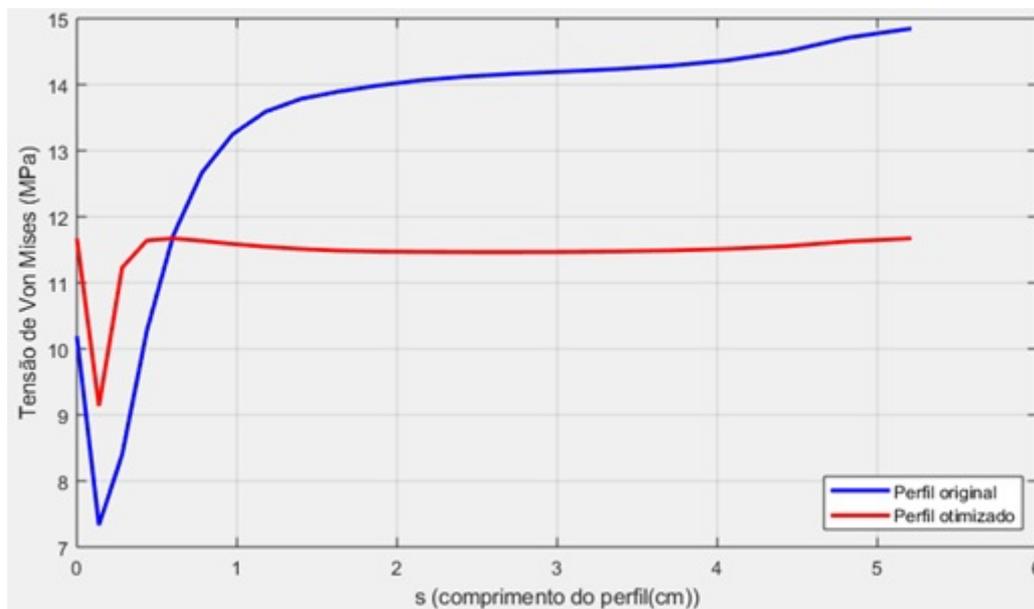


Figura 5.14: Distribuição de tensões de Von Mises para o caso 3.

Esse exemplo tem grande aplicação em projeto estruturais, pois pode-se aproximar trincas por entalhes elípticos. Esta aproximação é útil quando se quer estimar a concentração de tensões induzidas por trincas.

5.4

Caso 4: Corpo de Prova εN (Tensão Plana)

Um dos grandes problemas enfrentados em ensaios εN é o surgimento de trincas na raiz do entalhe dos corpos de prova (CP) no decorrer deste teste. A trinca se inicia no ponto crítico, ou seja, na região de maior tensão, e se propaga até a fratura do espécime. Isto prejudica a credibilidade do ensaio e induz resultados duvidosos, já que a metodologia εN não admite a existência de trincas na amostra testada. Uma das maneiras de se contornar esse problema é diminuir o concentrador de tensão do entalhe. A American Standard for Testing Materials (ASTM) padronizou muitos ensaios mecânicos, dentre eles o Método Padrão para Teste de fadiga controlada por deformação (E606), que é usado na metodologia εN . O método εN tradicional de projeto à fadiga pode ser utilizado para prever vidas longas e curtas, considerando deformações plásticas e elásticas cíclicas. No presente trabalho foi projetado um corpo de prova de acordo com a norma E606, com o objetivo de minimizar o concentrador de tensões do entalhe. A Figura 5.15 mostra as dimensões do espécime utilizado.

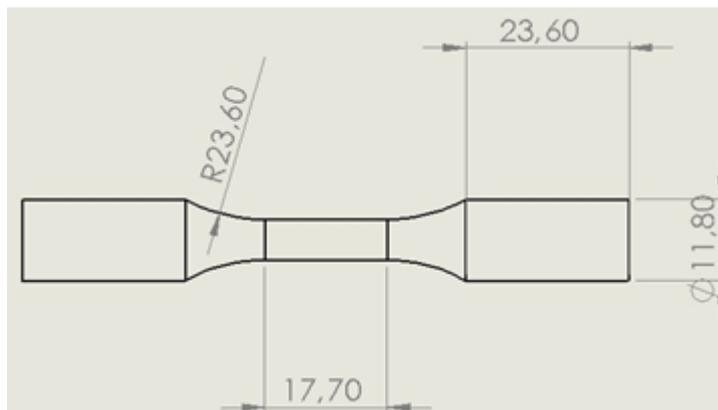


Figura 5.15: Desenho do corpo de prova εN padronizado pela ASTM.

Inicialmente, considerou-se um modelo de tensão plana com a seção transversal retangular. Em seguida, foi feita uma modelagem similar à anterior, com a placa quadrada. A otimização foi feita considerando a tensão Von Mises. A Figura 5.16 compara a geometria original (padronizada pela ASTM) com a geometria otimizada. Nota-se que a norma adota um raio constante para o filete, enquanto que o perfil melhorado possui raio variável ao longo do entalhe.

A Figura 5.17 apresenta a distribuição de tensões ao longo dos entalhes original e otimizado. Percebe-se que o raio variável tende a uniformizar a tensão do filete e, assim, diminuir o gradiente de tensões do mesmo. Além disso, as tensões máxima e mínima foram reduzidas. Em virtude desses fatores, o tradicional filete $\frac{1}{4}$ de círculo está longe de ser a melhor escolha para ser usado como a geometria de transição.

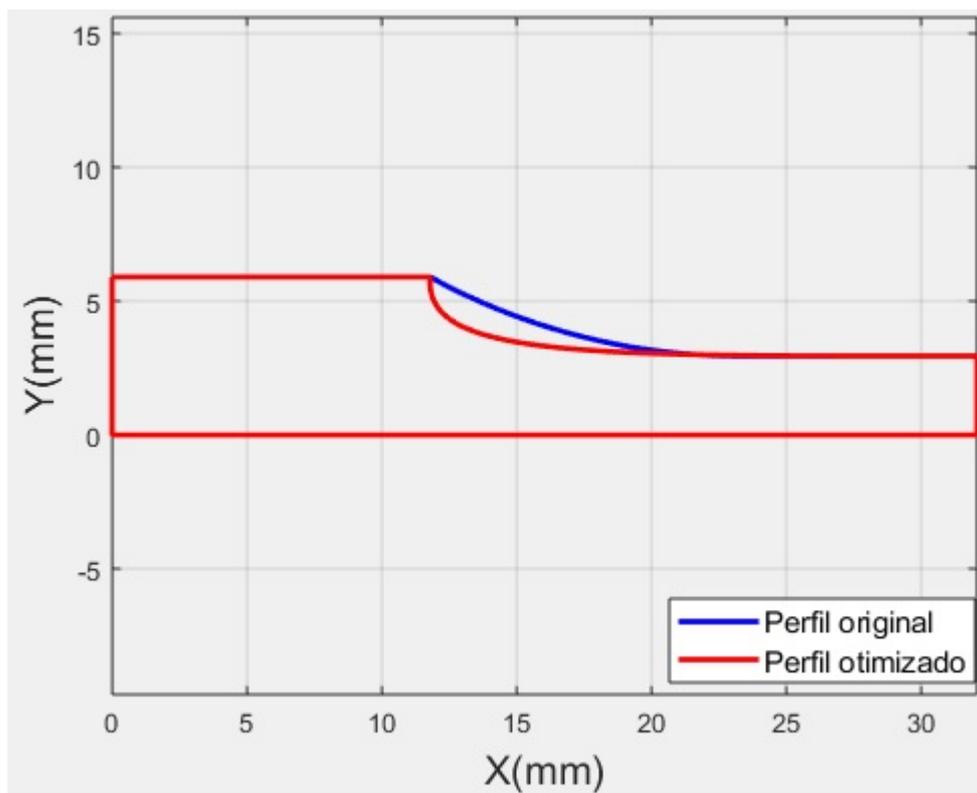


Figura 5.16: Geometrias original e otimizada do caso 4.

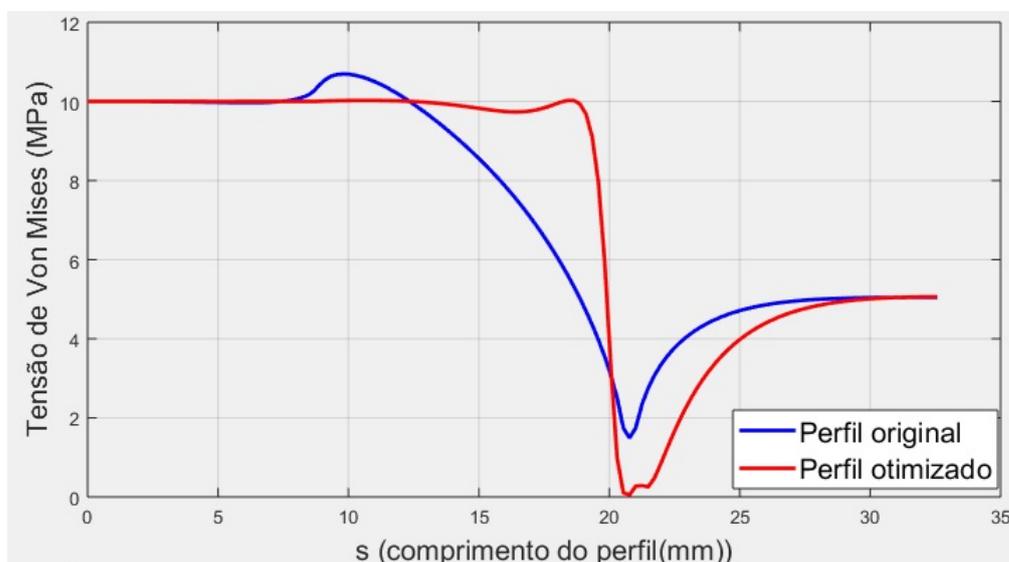


Figura 5.17: Distribuição de tensões de Von Mises do caso 4.

É possível visualizar na Figura 5.18 a distribuição de tensões de Von Mises das duas geometrias analisadas com tabela de cores. A diferença é mínima, todavia o filete otimizado possui uma tensão máxima menor que a original. A máxima tensão no filete original foi de 10,70 MPa e no perfil otimizado foi de 10,02 MPa.

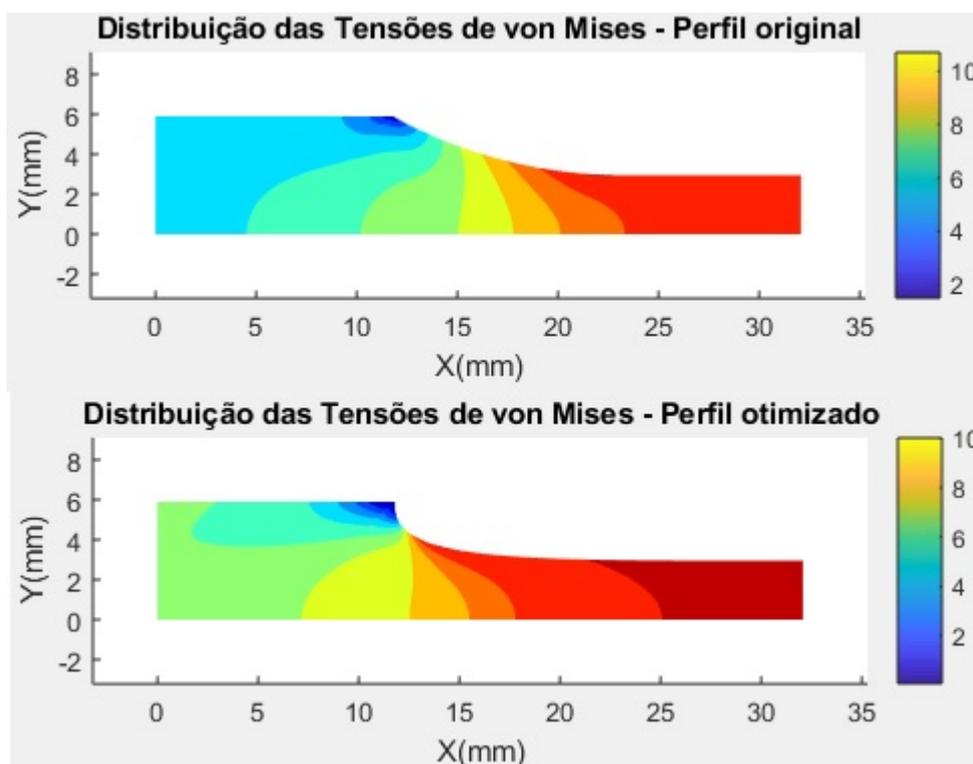


Figura 5.18: Campo de tensões de Von Mises do caso 4.

5.5

Caso 5: Corpo de Prova ϵN (Modelo Axissimétrico)

Em seguida, criou-se um modelo axissimétrico de elementos finitos para otimizar o corpo de prova padronizado, pois os espécimes testados no método ϵN são de seção transversal circular. Neste caso, minimizou-se tensão de Tresca e delimitou o comprimento da seção resistência (l). Essa delimitando preserva a resistência à flambagem do corpo de prova. A Figura 5.19 mostra as geometrias original e a otimizada. Nota-se que houve retirada de material de tal forma que a distribuição de linhas de força fossem suavizadas.

Em seguida, foram obtidos os campos de tensões de Tresca ao longo do corpo de prova (Figura 5.20). Percebe-se que houve uma redução e uma uniformização das tensões. Observa-se que esta solução é parecida com a solução de Juvinal para parafusos e porcas [10]. Tal resultado demonstra a ideia de melhoramento apresentada na Figura 3.5.

Em seguida, foi feita uma análise quantitativa dos resultados (Figura 5.21). Observa-se que a tensão máxima ou pico de esforços caiu de 20,72 MPa para 20,016 MPa. Tal redução é pequena quando comparada com os outros casos estudados, todavia, esta diminuição representa um ganho considerável na vida à fadiga do espécime.

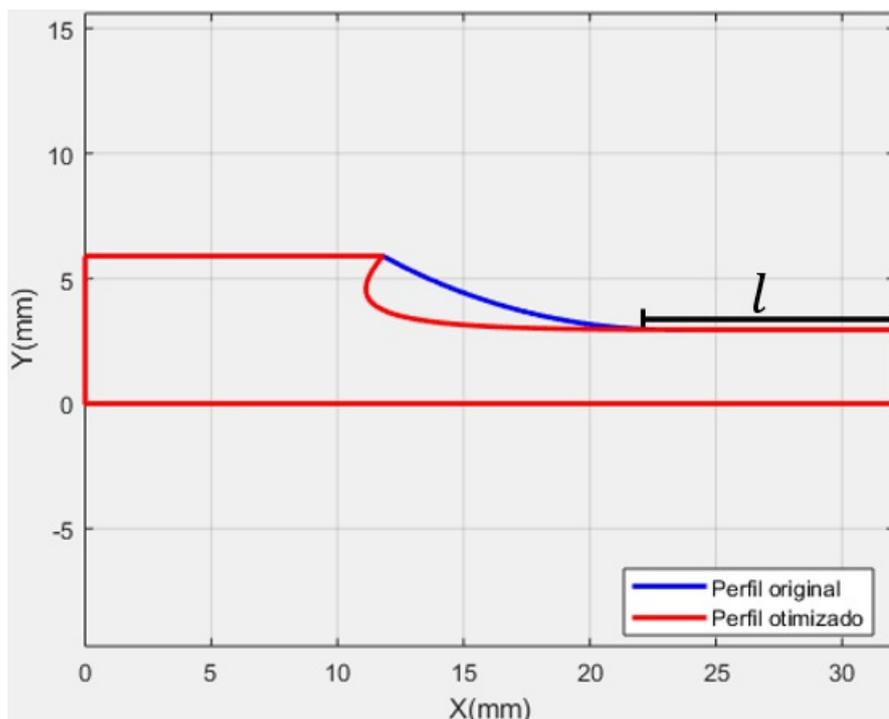


Figura 5.19: Geometrias original e otimizada do caso 5.

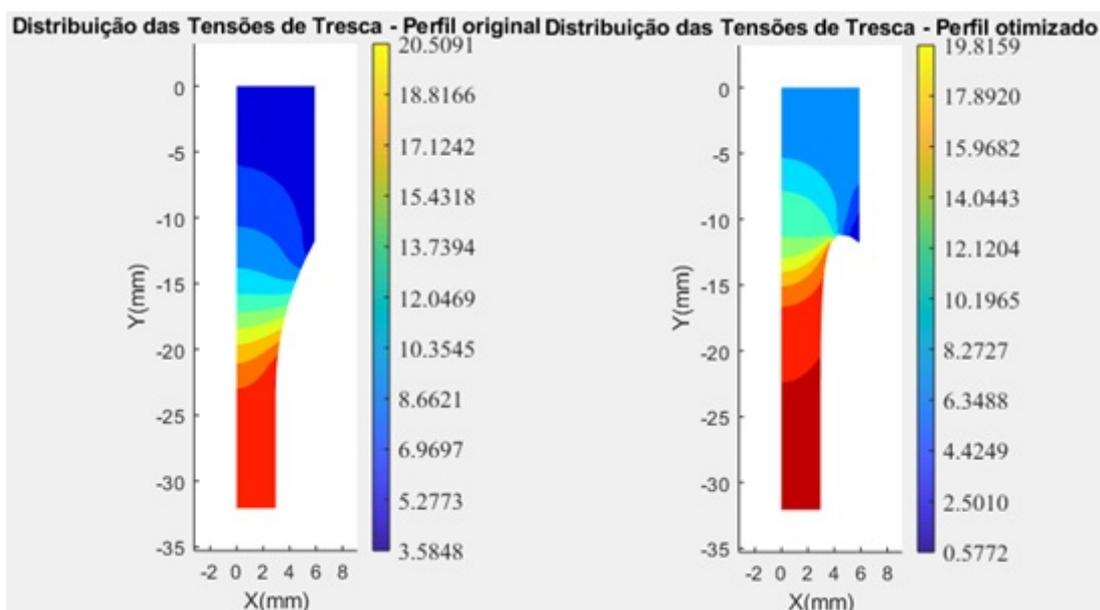


Figura 5.20: Campo de tensões de Tresca do caso 5.

Levando-se em consideração uma tensão nominal de 19,96 MPa, obteve-se para o perfil original um K_t de 1,038. Já para o entalhe otimizado conseguiu-se um K_t de 1,0028. Assim, foi possível reduzir o K_t em 3,4 % do seu valor inicial. Por último, apresentam-se as geometrias original, padronizada pela ASTM E606, e a do corpo de prova otimizado no SolidWorks (Figuras 5.22 e 5.23).

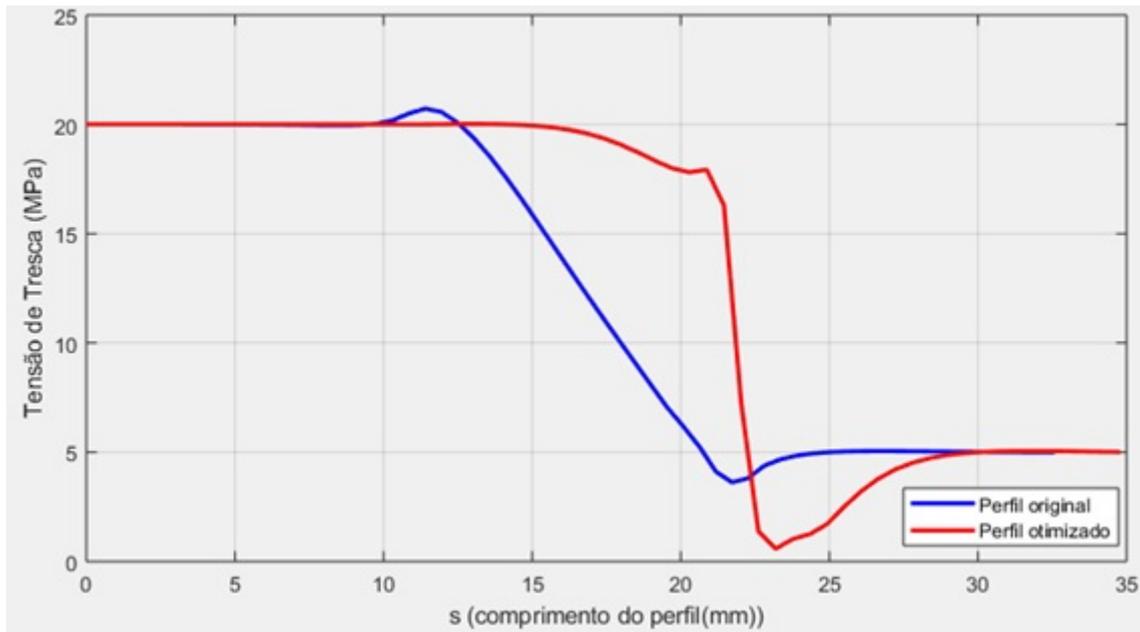


Figura 5.21: Distribuição de tensões Tresca do caso 5.

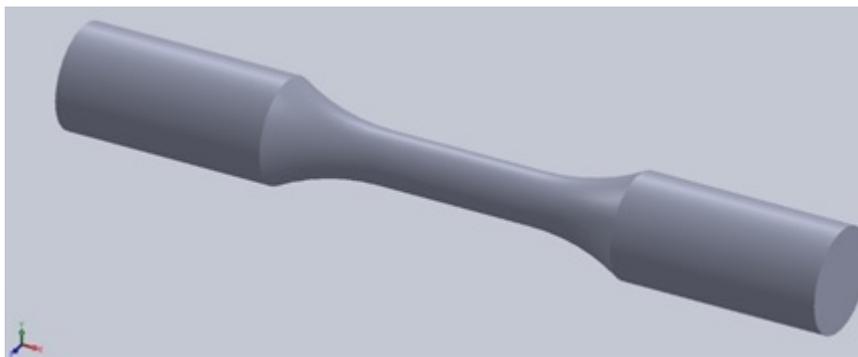


Figura 5.22: Desenho do corpo de prova ϵN padronizado.

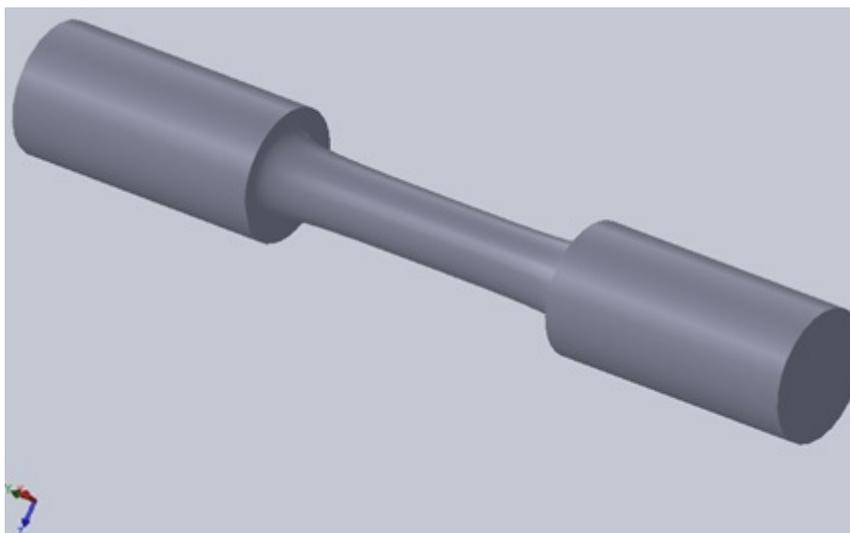


Figura 5.23: Desenho do corpo de prova ϵN otimizado.

5.6

Dimensionamento à fadiga

Conforme discutido nas seções anteriores, a redução do K_t afeta diretamente a resistência à fadiga, fazendo, aumentar a vida à fadiga. Por questões de simplicidade e pelo fato de ser usado em 90 % dos casos de fadiga na prática, adotou-se o dimensionamento SN para estimar o ganho em termos de ciclos que a minimização do concentrador de tensões pode proporcionar. Adotou-se o aço 1020 para fazer o dimensionamento à fadiga. A partir disso e dos resultados obtidos na otimização construiu-se a Tabela 5.1, que permite analisar a vida à fadiga, das geometrias original e otimizada, pela metodologia SN.

Tabela 5.1: Resultados do dimensionado SN.

Caso	K_t inicial	K_t otimizado	N inicial (anos)	N otimizado (anos)
<i>Placa furo circular</i> <i>Carga uniaxial</i> <i>(50 MPa)</i>	2,420	1,720	4,7	1316,8
<i>Placa furo circular</i> <i>Carga biaxial</i> <i>(60 MPa)</i>	1,980	1,540	6,4	402,9
<i>Placa furo elíptico</i> <i>Carga uniaxial</i> <i>(80 MPa)</i>	1,485	1,167	6,4	339,8
<i>CP εN</i> <i>Tensão Plana</i> <i>(110 MPa)</i>	1,070	1,002	7,4	21,9
<i>CP εN</i> <i>Modelo Axissimétrico</i> <i>(110 MPa)</i>	1,038	1,0028	12,3	21,7

Com esses resultados, pode-se verificar o efeito da redução do K_t na vida à fadiga da placa com o furo circular submetida a um carregamento uniaxial. Com a otimização, o K_t do perfil original foi reduzido em 29 %, valor extremamente relevante na prática. Isto resultou em um aumento de 1312,1 anos na vida à fadiga. Esta extraordinária diferença confirma o que já foi discutido anteriormente, ou seja, a resistência à fadiga de um componente mecânico é afetada pelo concentrador de tensões do ponto crítico da estrutura. Adotando a mesma linha de raciocínio do exemplo anterior, chega-se na modelagem SN da geometria original da placa com o furo circular submetida a um carregamento biaxial. Neste caso, a vida à fadiga foi aumentada em 396,5

anos. Na prática, esse caso pode ser representado por uma placa aparafusada submetida a um carregamento biaxial. Como o perfil otimizado não difere muito do perfil original, a implementação dessa melhoria é relativamente fácil em termos de montagem.

Para o furo elíptico o ganho em ciclos foi de 333,4 anos. Essa geometria não é muito comum na prática, entretanto, na maioria dos casos, trincas podem ser representadas por elipses com a finalidade de estimar o K_t desses defeitos. A otimização do corpo de prova εN em tensão plana proporcionou um aumento na vida à fadiga de 14,5 anos. Não é muito usual dimensionar um corpo de εN padronizado. Todavia, como já foi mostrado, para carregamentos predominantemente elásticos, os resultados obtidos nas metodologias SN e εN se aproximam.

Por último, para o modelo axissimétrico do corpo de prova εN chegou-se a um ganho de 9,4 anos. Este caso é mais representativo na prática pois os corpos testados na metodologia εN são cilíndricos. A modelagem εN é mais complexa de ser implementada na prática pois envolve equações não lineares, pelo fato de considerar a plasticidade. Todavia, neste trabalho não se trabalha com tensões plásticas e, com isso, as fórmulas apresentadas no capítulo de métodos podem ser simplificadas. A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos com essa metodologia.

Tabela 5.2: Resultados do dimensionado εN .

Caso	N inicial (anos)	N otimizado (anos)
<i>Placa furo circular Carga uniaxial (50 MPa)</i>	303,5	13484,6
<i>Placa furo circular Carga biaxial (60 MPa)</i>	372,2	6073,9
<i>Placa furo elíptico Carga uniaxial (80 MPa)</i>	372,2	5414,9
<i>CP εN Tensão Plana (110 MPa)</i>	412,7	856,0
<i>CP εN Modelo Axissimétrico (110 MPa)</i>	578,3	848,5

Os resultados apresentados na Tabela 2 mostram a mesma relação do perfil otimizado com o ganho na vida à fadiga. É que há uma diferença dos resultados pois os parâmetros experimentais e as propriedades utilizadas na modelagem foram estimados e retirados da literatura. Para uma análise mais precisa, é preciso medir as propriedades SN e ϵ N e calcular os parâmetros ajustáveis por meio de ensaios mecânicos. Além disso, a metodologia ϵ N considera o regime plástico e, com isso, a vida à fadiga é superior à vida estimada pelo método SN. O aço 1020 é um aço de baixo teor de carbono, logo possui uma ductilidade alta e conseqüentemente uma área plástica grande quando comparada com a região elástica

6

Conclusões

As Tabelas 5.1 e 5.2 mostram o quanto pode ser melhorada a vida à fadiga de peças entalhadas. Em projetos estruturais, quando se deseja aumentar a vida à fadiga de componentes mecânicos, a primeira solução sugerida pelos engenheiros é aumentar a resistência mecânica do material. Com isso, a resistência à fadiga também aumentará. Isso pode ser feito por meio de tratamentos térmicos, dentre eles o tratamento de solução sólida. Muitos componentes como engrenagens e eixos de virabrequim são submetidos a tratamentos de carbonetação. Esses tratamentos, na maioria das vezes, podem ser muito caros e até inviáveis em algumas peças. A segunda opção é aumentar o tamanho do componente mecânico e, em virtude disso, diminuir as tensões. Essa é a solução mais óbvia, ou seja, na prática, tornar a estrutura mais robusta e diminuir a probabilidade de ocorrência de falha por fadiga. Entretanto, em 99 % dos projetos de engenharia tenta-se otimizar o custo, diminuindo a quantidade de material. Além disso, aumentar o tamanho das peças pode ser impraticável por conta de montagens padronizadas. A terceira solução é diminuir as cargas. Esta solução implica na redução do rendimento do componente mecânico em questão, acarretando assim, numa diminuição dos lucros. Portanto, na maioria dos casos, isso também é inviável. A quarta e última solução é minimizar o concentrador de tensão do ponto crítico da estrutura. Como já foi mostrado, a redução do K_t proporciona um ganho significativo na resistência à fadiga e conseqüentemente na vida à fadiga. Neste trabalho, foi possível minimizar a concentração de tensões de 4 peças entalhadas, resultando em 4 perfis de raios variáveis. Além disso, foi possível tornar o fluxo das linhas de força mais suave. Esta solução é muito útil na prática, é mais econômica na maioria dos casos, mais eficiente e tende a tornar o projeto mais barato pois envolve uma retirada de material. Essa ideia paradoxal derruba alguns mitos da engenharia estrutural, pois o senso comum diz que a retirada de material implica na redução da resistência mecânica. Todavia, este trabalho mostra que a remoção de material de forma criteriosa pode reduzir a concentração de tensão e aumentar a vida à fadiga. Além disso, todos os resultados obtidos corroboram a ideia apresentada no capítulo 3, do método sem gradiente que procura manter a tensão constante ao longo do perfil. Foi desenvolvido um código de MATLAB baseado no trabalho de autoria de Hugo Bastos de Sá Bruno [7] para 4 configurações. É possível otimizar outras geometrias com outros tipos de carregamento. Isso tem grande valor comercial

e pode ser executado com uma certa facilidade, já que hoje em dia máquinas CNC são capazes de fabricar perfis otimizados de raios variáveis.

7

Sugestões para trabalhos futuros

A melhor forma de complementar um trabalho numérico é realizando experimentos para confirmar os resultados obtidos na modelagem numérica. Uma sugestão para trabalhos futuros é executar ensaios mecânicos para medir o K_t ao longo do entalhe das peças original e otimizada usando a técnica de Correlação Digital de Imagens (DIC), e comparar com os resultados numéricos. Em seguida, realizar testes εN para quantificar o aumento de vida à fadiga dos perfis estudados.

Outra proposta é otimizar outros componentes mecânicos, usando outros métodos de otimização. Além disso, para o cálculo das tensões ao longo do entalhe, implementar outros métodos numéricos, como por exemplo Elementos virtuais e Elementos de Contorno.

Por último, pode-se implementar novos algoritmos de otimização considerando Fadiga Multiaxial e plasticidade no em torno do entalhe. Esta proposta de trabalho é extremamente complexa e possui grande valor na prática, já que a maioria dos componentes mecânicos estão sujeitos à carregamentos multiaxiais.

Referências Bibliográficas

- [1] G. Bibel. *Beyond the black box: The forensics of airplane crashes*. John Hopkins University press, Baltimore, 2008.
- [2] Daniel de Albuquerque Simões. Entalhes melhorados e otimizados. Master's thesis, PUC-RIO, 2012.
- [3] MA Meggiolaro and JTP De Castro. *Fadiga - Tecnicas E Praticas de Dimensionamento Estrutural Sob Cargas Reais de Servico*, volume I - Iniciacao de Trincas. Createspace IPP, 2009.
- [4] R.V. Baud. Fillet for constant stress. *Product Engineering*, pages 133 – 134, 1934.
- [5] C. Mattheck. Teacher tree: The evolution of notch shape optimization from complex to simple. *Engineering Fracture Mechanics*, 73(12):1732 – 1242, 2006.
- [6] Ivan Menezes. Notas de aula - otimização: Algoritmos e aplicações na engenharia mecânica- puc-rio, 2019.
- [7] Hugo Bastos de Sá Bruno. Otimização de forma usando o método dos elementos de contorno simétrico de galerkin. Master's thesis, PUC-RIO, 2017.
- [8] W. J. M. Rankine. On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles, and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction. *Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 126:105 – 108, 1843.
- [9] M. Job. Air disaster. *Aerospace publications*, 22(6):531 – 538, 1996.
- [10] R.C. Juvinall and K.M. Marshek. *Fundamentals of Machine Component Design*. Wiley, 5th edition, 2011.
- [11] MA Meggiolaro and JTP De Castro. *Fadiga - Tecnicas E Praticas de Dimensionamento Estrutural Sob Cargas Reais de Servico*, volume II - Propagação de Trincas, Efeitos Térmicos e Estocásticos. Createspace IPP, 2009.
- [12] M. Hetényi. On similarities between stress and flow patterns. *Journal of applied physics*, 12:592 – 595, 1941.

- [13] R. RLansard. *Fillets without stress concentration, Laboratoires de la société des automobiles Peugeot*. Sochaux, 1954.
- [14] Site matlab, <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [15] Richard G. Budynas and J. Keith Nisbett. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. McGraw-Hill Higher Education, 10th edition, 2014.
- [16] W. D. Callister Jr. *Ciência e Engenharia de Materiais: uma Introdução*. LTC Editora, 2012.
- [17] G.E Dieter. *Metalurgia Mecânica*. Guanabara Dois, 1981.
- [18] R.L. Norton. *Machine Design: An Integrated Approach*. Pearson, 2011.