

2

O Problema de Transferência de Cargas

2.1

Descrição do Problema

O problema estudado visa maximizar os lucros na transferência de cargas, entre cidades, de uma transportadora com uma grande frota e uma grande área de atuação. A transportadora possui uma frota composta por cavalos e carretas para atender aos pedidos. Quando a frota agregada, i.e. o caminhão pertence a uma pessoa que possui um contrato fixo de prestação de serviços com a transportadora, não possui capacidade para atender as demandas é possível terceirizar somente conjuntos de cavalos e carretas. Sabemos inicialmente quantos, de que tipo e onde estão os cavalos e carretas que a empresa possui. Não existe uma restrição quanto à quantidade, tipo ou local de terceirização de conjuntos devido à alta oferta destes recursos pelas outras transportadoras espalhadas no país. A política comercial da empresa é de atender a todos os pedidos, apesar das possíveis viagens com prejuízo. Desta forma, quando a frota agregada não puder atender a uma demanda, devido ao seu prazo de entrega, ou for mais rentável terceirizar parte, ou a totalidade, de uma demanda, a frota terceirizada será utilizada, mesmo que isto represente algum prejuízo para a empresa transportadora. Isto se deve à grande exigência de qualidade por parte dos clientes e à procura por um diferencial para ganhar a concorrência.

O custo operacional está diretamente ligado aos km rodados, por tipo de carreta ou cavalo. Não são levados em conta o peso ou o tipo de produto transportado já que as demandas já são feitas por quantidade e tipo de carretas. Também não são considerados a localidade do transporte e os custos particulares de cada carreta ou cavalo. Isto se deve à natureza da solução desejada. Espera-se, com este estudo, obter uma ferramenta de planejamento e não um produto de operação direto. Os custos individuais podem variar e estamos interessados em considerar médias de custos para obter um planejamento inicial para as atividades de uma ou duas semanas. Este planejamento será certamente alterado, ao longo do período de estudo, devido a outras restrições como restrições climáticas, de

manutenção de veículos, de fechamento de estradas, cancelamentos de pedidos, etc. Da mesma forma que não se consideram os custos reais da frota agregada, os custos de terceirização também são estimados por km rodados, por conjunto que pode atender a uma demanda. Para a contabilização destes custos existe um cadastro de distâncias entre cidades em horas e km. Outros custos a serem considerados são os dos motoristas, que também possuem um custo associado por hora rodada.

Uma restrição operacional importante é a do comprimento do conjunto cavalo e carreta. A lei rodoviária federal apresenta um limite de 18,15 metros para o comprimento do conjunto. Isto significa que nem todos os tipos de carretas podem estar atreladas a todos os tipos de cavalos.

Outra informação importante é que os carregamentos somente são efetuados durante a parte da manhã. Isso significa que um caminhão que chegue à origem da demanda após o horário de carregamento, até as 10h00 da manhã, só poderá ser carregado no dia seguinte. Carregamentos poderão ser realizados mesmo com a chegada do conjunto no dia do carregamento. Isto pode ocorrer já que para viagens longas é utilizado o "assento quente", i.e. cada cavalo possui dois motoristas para fazer o revezamento na direção do veículo. A regra operacional definida pela transportadora é que viagens acima de 12 horas devem possuir dois motoristas.

Cada cidade não filial da empresa possui uma cidade filial associada. Em cada cidade filial existe um posto avançado da transportadora, onde os motoristas podem ficar estacionados por alguns dias, recebem a remuneração dos serviços, o dinheiro para pedágios e gasolina, além de acertar a nota fiscal da mercadoria que será transportada. A manutenção dos veículos também é feita nas filiais. Os motoristas saem das filiais e seguem para o local de coleta do produto. Após a entrega do produto na cidade de destino, o conjunto agregado deve ir para a filial correspondente à cidade de entrega.

As filiais possuem uma restrição de espaço físico que é traduzida por uma capacidade em número de carretas. Os cavalos, por serem menores, não possuem tal restrição.

As vendas são realizadas pelo departamento comercial da transportadora e passadas para a parte operacional da mesma. As informações relativas às vendas são: produto, quantidade em tipos de carretas, cidade de origem, cidade de destino, prazo de entrega e valor do frete.

Outro ponto a ser observado é o dinamismo da frota. Veículos novos são comprados e outros saem de manutenção. Este aparecimento de veículos também deve ser levado em conta pelo modelo.

O objetivo completo deste estudo é: definir a quantidade de cada tipo de veículo que deve ser enviada entre cidades, com suas respectivas datas, como também que cargas serão terceirizadas para que todas as demandas sejam atendidas, de maneira a maximizar os lucros na transferência de cargas entre cidades. Os custos dependem dos km rodados pela frota própria e terceirizada, além das horas rodadas por motoristas.

As restrições que devem ser consideradas são:

- capacidade da frota agregada;
- atendimento de todas as demandas;
- limite no comprimento do conjunto cavalo e carreta;
- capacidade em número de carretas de cada filial;
- horário de carregamento;
- viagens acima de 12 horas precisam de dois motoristas;
- prazo de entrega do pedido e datas de compra de novos veículos, assim como as saídas de manutenção agendadas

2.2 **Formulação Matemática**

O *PTC* foi formulado com base na formulação do modelo de multifluxos multiperiódico, com restrições adicionais para controlar o atendimento das demandas e a capacidade das filiais.

Nesta formulação definimos uma malha para cada tipo de cavalo e para cada tipo de carreta. Os nós de todas as malhas são idênticos. Para cada cidade considerada temos t nós, sendo t o número de dias do estudo. Cada aresta representa o número de cavalos ou carretas, do tipo considerado, que se movimentam da cidade de origem para a cidade de destino da aresta.

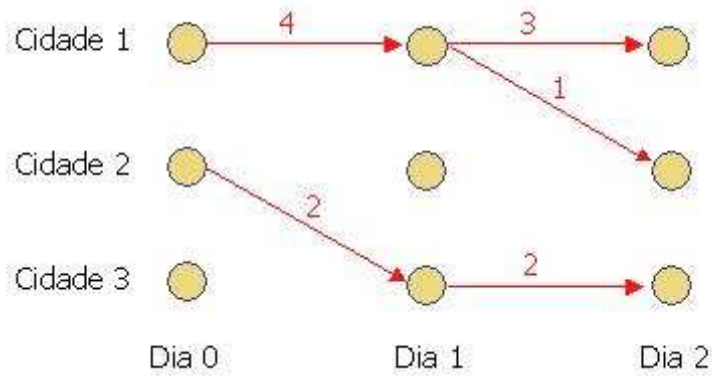


Figura 2.1: Exemplo de uma malha com três cidades e três dias.

As variáveis que representam a movimentação de conjuntos possuem duas arestas associadas. A primeira aresta está na malha do tipo de cavalo do conjunto e a segunda na malha do tipo de carreta do conjunto. Os conjuntos terceirizados são considerados nas restrições complementares para o atendimento de demandas. As restrições, do modelo clássico de multifluxos (1.4), para os vértices de destino T^k não serão consideradas, já que não existe qualquer imposição sobre a localização dos veículos ao final do período de estudo.

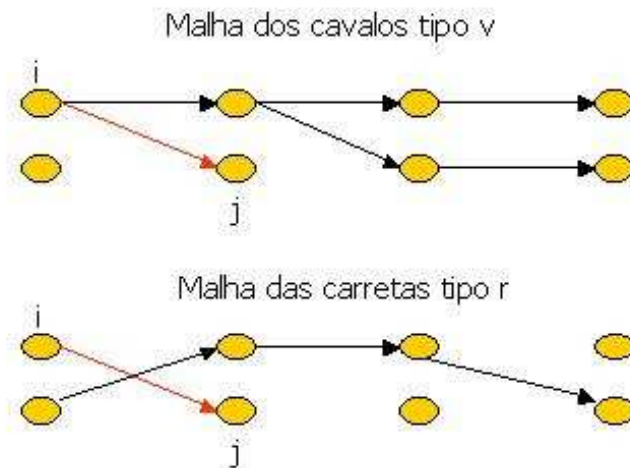


Figura 2.2: Exemplo da representação de uma variável de conjunto.

A restrição associada aos motoristas representa apenas um custo adicional na função objetivo. Para variáveis que envolvem cavalos existe o custo de um motorista em função das horas de viagem, sendo que para viagens com tempo de duração acima de 12 horas deve-se considerar um segundo motorista.

Outras aplicações práticas com este tipo de formulação podem ser vistas em Fukasawa [1].

2.2.1 Pré-Processamentos

Alguns pré-processamentos foram implementados para eliminar restrições e diminuir o número de variáveis do problema. Todos eles são simples e de fácil implementação.

O primeiro pré-processamento trata das variáveis de movimentação de carretas. Uma carreta não pode se locomover sozinha. Ela só pode mudar de cidade quando estiver atrelada a um cavalo. Desta forma, somente são criadas variáveis de carretas paradas. Estas variáveis serão representadas por uma aresta que liga a mesma cidade, em instantes de tempo diferentes. As movimentações de conjuntos são as únicas a gerar arestas, entre cidades diferentes, nas malhas de carretas.

Um segundo passo é não gerar as variáveis, de conjuntos, que não atendem ao comprimento máximo permitido por lei. Este corte de variáveis é significativo já que uma variável de conjunto seria gerada para cada combinação entre cavalos e carretas, para todos os instantes de tempos.

Um outro procedimento, que diminui bastante o número de variáveis e restrições, só gera os arcos que sejam coerentes quanto ao tempo de saída e chegada. Como conhecemos a distância entre as cidades em horas e km, conhecemos o tempo despendido em cada viagem. Com esta análise evitamos arcos onde os veículos associados não conseguem chegar a tempo aos destinos e arcos onde sobra mais de um dia de folga para serem concluídos.

O trajeto filial de coleta – cidade de coleta – cidade de entrega – filial de entrega, também pode ser eliminado. Para isso, basta somar todos os tempos de viagem e considerar esse tempo como o tempo de uma viagem única, entre filial de coleta e filial de entrega. Desta forma, eliminamos todos os nós que não representam cidades filiais e eliminamos diversos arcos intermediários.

Finalmente, só serão considerados os tipos de carretas que atendem às demandas do período e os tipos de cavalos que podem formar conjuntos com elas.

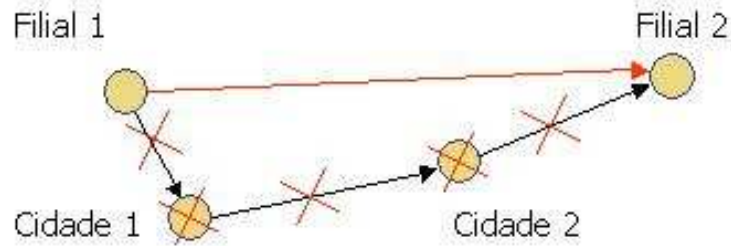


Figura 2.3: Exemplo de trajeto de atendimento de demanda.

2.2.2

Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão para o problema descrito acima são:

- $x_{i,j}^v$: número de cavalos do tipo v , indo do nó i para o nó j ;
- $y_{i,j}^r$: número de carretas do tipo r , indo do nó i para o nó j ;
- $z_{i,j}^{v,r}$: número de conjuntos cavalos do tipo v e carretas do tipo r , vazios, indo do nó i para o nó j ;
- $w_{i,j}^{v,r,d}$: número de conjuntos cavalos do tipo v e carretas do tipo r , atendendo à demanda d , indo do nó i para o nó j ;
- t^d : número de conjuntos terceirizados, atendendo à demanda d

2.2.3

Dados do Problema

Os seguintes dados são requeridos para a resolução do problema:

- V : conjunto de todos os tipos de cavalos;
- R : conjunto de todos os tipos de carretas;
- D : conjunto de todas as demandas;
- N : conjunto de todos os nós das malhas;
- M : conjunto de todas as viagens (i,j) que possuem uma duração acima de 12 horas;
- G : conjunto de todas as viagens (i,j) que possuem uma duração abaixo ou igual a 12 horas e que não representam veículos parados em filiais;
- F_d : frete, ou ganho, de atender a uma carreta da demanda d ;
- Ct_d : custo de terceirizar um conjunto, para atender à demanda d ;

- Dem_d^r : quantidade de carretas, do tipo r , requeridas pela demanda d ;
- $C_{i,j}^v$ e $C_{i,j}^r$: custos da viagem de i para j , para um cavalo do tipo v e uma carreta do tipo r , respectivamente;
- Q_i^v e Q_i^r : quantidade de cavalos do tipo v e de carretas do tipo r , respectivamente, que estão disponíveis na cidade e no dia do nó i ;
- CM : custo por hora de um motorista;
- $H_{i,j}$: quantidade de horas da viagem de i para j ;
- Cap_i : capacidade, em número de carretas, da filial i

Os custos $C_{i,j}^v$ e $C_{i,j}^r$ podem ser obtidos facilmente tendo as distâncias entre as cidades e os custos por km, por tipo de veículo. No caso de veículos parados, i.e. o nó i e o nó j representam a mesma cidade separada por um único dia, estes custos serão nulos.

No caso das quantidades Q_i^v e Q_i^r , podemos notar que quando i não representar o primeiro dia da análise, tratam-se de veículos novos ou que estão voltando de manutenção.

2.2.4 Formulação

Na função objetivo são consideradas todas as variáveis com exceção das variáveis de movimentação de carretas, que representam somente carretas paradas. Existem cinco parcelas a serem consideradas:

- O lucro das entregas de demandas, por frota própria:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d} \cdot (F_d - C_{i,j}^v - C_{i,j}^r) \quad (2-1)$$

- O lucro das entregas de demandas, por frota terceirizada:

$$\sum_{d \in D} t^d \cdot (F_d - Ct_d) \quad (2-2)$$

- O custo das viagens de conjuntos vazios:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} \cdot (C_{i,j}^v + C_{i,j}^r) \quad (2-3)$$

- O custo das viagens dos cavalos, sem carretas:

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} x_{i,j}^v \cdot C_{i,j}^v \quad (2-4)$$

- O custo dos motoristas:

$$CM \left\{ 2 \cdot \sum_{(i,j) \in M} H_{i,j} \cdot \left[\sum_{v \in V} x_{i,j}^v + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d} \right] + \sum_{(i,j) \in G} H_{i,j} \cdot \left[\sum_{v \in V} x_{i,j}^v + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d} \right] \right\} \quad (2-5)$$

As restrições podem ser divididas em quatro blocos:

- Restrições de entrada de fluxo para cada nó que represente o primeiro dia:

- Para cada malha de cavalos v:

$$\sum_{j \in N} (x_{i,j}^v + \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}) = Q_i^v \quad (2-6)$$

- Para cada malha de carretas r:

$$\sum_{j \in N} (y_{i,j}^r + \sum_{v \in V} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}) = Q_i^r \quad (2-7)$$

- Restrições de conservação de fluxo para um nó k que não representa nem o primeiro, nem o último dia:

- Para cada malha de cavalos v:

$$\sum_{j \in N} (x_{k,j}^v + \sum_{r \in R} z_{k,j}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{k,j}^{v,r,d}) - \sum_{i \in N} (x_{i,k}^v + \sum_{r \in R} z_{i,k}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,k}^{v,r,d}) = Q_k^v \quad (2-8)$$

- Para cada malha de carretas r:

$$\sum_{j \in N} (y_{k,j}^r + \sum_{v \in V} z_{k,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{k,j}^{v,r,d}) - \sum_{i \in N} (y_{i,k}^r + \sum_{v \in V} z_{i,k}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,k}^{v,r,d}) = Q_k^r \quad (2-9)$$

- Restrições de atendimento de demandas, indo do nó i para o nó j, para cada tipo de carreta r:

$$t^d + \sum_{v \in V} w_{i,j}^{v,r,d} = Dem_d^r \quad (2-10)$$

– Restrições de capacidade de um pátio i , para todas as carretas:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} y_{k_{in},i}^r + \sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} z_{k_{in},i}^{v,r} + \right. \\ & \left. \sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{k_{in},i}^{v,r,d} \right) - \left(\sum_{k_{out} \in N} \sum_{r \in R} y_{i,k_{out}}^r + \right. \\ & \left. \sum_{k_{out} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,k_{out}}^{v,r,d} \right) \leq Cap_i \end{aligned} \quad (2-11)$$

A formulação completa do problema é:

$$\text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d} \cdot (F_d - C_{i,j}^v - C_{i,j}^r) +$$

$$\sum_{d \in D} t^d \cdot (F_d - Ct_d) -$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} \cdot (C_{i,j}^v + C_{i,j}^r) -$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{v \in V} x_{i,j}^v \cdot C_{i,j}^v -$$

$$\begin{aligned} CM\{2. \sum_{(i,j) \in M} H_{i,j} \cdot [\sum_{v \in V} x_{i,j}^v + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}] + \\ \sum_{(i,j) \in G} H_{i,j} \cdot [\sum_{v \in V} x_{i,j}^v + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}]\} \end{aligned}$$

s.a.

$$\sum_{j \in N} (x_{i,j}^v + \sum_{r \in R} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}) = Q_i^v, \quad i \in S, \quad \forall v \in V \quad (2-12)$$

$$\sum_{j \in N} (y_{i,j}^r + \sum_{v \in V} z_{i,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,j}^{v,r,d}) = Q_i^r, \quad i \in S, \quad \forall r \in R \quad (2-13)$$

$$\sum_{j \in N} (x_{k,j}^v + \sum_{r \in R} z_{k,j}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{k,j}^{v,r,d}) - \sum_{i \in N} (x_{i,k}^v + \sum_{r \in R} z_{i,k}^{v,r} + \sum_{r \in R} \sum_{d \in D} w_{i,k}^{v,r,d}) = Q_k^v, \quad k \notin S, \quad k \notin T, \quad \forall v \in V \quad (2-14)$$

$$\sum_{j \in N} (y_{k,j}^v + \sum_{v \in V} z_{k,j}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{k,j}^{v,r,d}) - \sum_{i \in N} (y_{i,k}^v + \sum_{v \in V} z_{i,k}^{v,r} + \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,k}^{v,r,d}) = Q_k^r, \quad k \notin S, \quad k \notin T, \quad \forall r \in R \quad (2-15)$$

$$t^d + \sum_{v \in V} w_{i,j}^{v,r,d} = Dem_d^r, \quad \forall d \in D, \quad \forall r \in R \quad (2-16)$$

$$\left(\sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} y_{k_{in},i}^r + \sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} z_{k_{in},i}^{v,r} + \sum_{k_{in} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{k_{in},i}^{v,r,d} \right) - \left(\sum_{k_{out} \in N} \sum_{r \in R} y_{i,k_{out}}^r + \sum_{k_{out} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} z_{i,k_{out}}^{v,r} + \sum_{k_{out} \in N} \sum_{r \in R} \sum_{v \in V} \sum_{d \in D} w_{i,k_{out}}^{v,r,d} \right) \leq Cap_i; \quad \forall i \in N \quad (2-17)$$

$$x_{i,j}^v \geq 0, \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in N, \quad \forall v \in V \quad (2-18)$$

$$y_{i,j}^r \geq 0, \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in N, \quad \forall r \in R \quad (2-19)$$

$$z_{i,j}^{v,r} \geq 0, \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in N, \quad \forall v \in V, \quad \forall r \in R \quad (2-20)$$

$$w_{i,j}^{v,r,d} \geq 0, \quad \forall i \in N, \quad \forall j \in N, \quad \forall v \in V, \quad \forall r \in R, \quad \forall d \in D \quad (2-21)$$

$$t^d \geq 0, \quad \forall d \in D \quad (2-22)$$

2.3 Resultados

Todas as instâncias utilizadas na avaliação dos resultados são reais, sendo que algumas delas foram ligeiramente modificadas para aumentar um pouco a sua complexidade. Foram geradas instâncias para sete, dez e quatorze dias de análise. Elas possuem, para um mesmo número de dias, um número de variáveis e de restrições muito próximos já que a malha rodoviária da transportadora não muda. As ligeiras diferenças se devem ao número de demandas do período. Todas as instâncias possuem 49 filiais, 5 tipos de carretas e 4 tipos de cavalos. Dos 20 tipos diferentes de conjuntos (cavalo e carreta) apenas dois não são permitidos pela restrição do comprimento do conjunto.

A tabela abaixo exhibe os tamanhos das instâncias resolvidas em número de dias, demandas, cavalos, carretas, variáveis e restrições.

Instância	Dias	Demandas	Cavalos	Carretas	Variáveis	Restrições
1	7	86	153	202	98.222	3.075
2	7	103	154	202	98.301	3.092
3	7	109	154	202	98.309	3.098
4	7	120	155	202	98.338	3.109
5	7	115	155	202	98.251	3.104
6	7	121	158	203	98.301	3.110
7	7	128	158	203	98.368	3.117
8	7	158	158	203	98.341	3.110
9	7	116	158	203	98.316	3.105
10	10	156	155	202	170.675	4.615
11	10	169	155	202	170.738	4.628
12	10	177	158	203	170.760	4.636
13	10	178	158	203	170.743	4.637
14	10	170	158	203	170.641	4.629
15	10	169	158	203	170.658	4.628
16	14	225	158	203	267.290	6.644
17	14	242	158	203	267.375	6.661

Tabela 2.1: Tamanho de 17 instâncias do *PTC*

Os resultados computacionais foram obtidos em um computador com um processador AMD K7, 1GHz e com 512Mb de RAM. O pacote para a resolução da relaxação contínua do problema e do MIP foi o CPLEX 8.0. Vários métodos de resolução para a relaxação contínua do problema foram testados:

- Simplex Primal;
- Simplex Dual;
- Barreiras sem Crossover (Pontos Interiores sem solução básica);

- Barreiras com Crossover (Pontos Interiores com solução básica);
- Network Simplex

Na próxima tabela são exibidos todos os tempos de resolução obtidos para todos os métodos e todas as instâncias, em segundos. O menor tempo de resolução para cada instância está assinalado com um '*' após o tempo.

Inst.	S. Primal	S. Dual	B. sem Cr.	B. com Cr.	Network
1	387,76	59,36	56, 21*	165,46	61,43
2	401,97	59,23	55, 54*	205,83	97,60
3	371,72	52,10	50,99	176,43	50, 98*
4	409,65	83,36	75, 12*	223,66	82,05
5	437,39	50,32	47, 17*	137,35	48,80
6	499,97	196,96	172,09	246,10	124, 41*
7	959,23	66,17	64, 25*	256,13	113,70
8	513,68	111,34	106,13	245,16	57, 28*
9	391,85	112,57	104, 98*	206,58	123,71
10	13.393,37	984,49	962,65	1.292,50	841, 21*
11	11.757,23	381,04	383,21	859,06	313, 61*
12	11.593,49	497,68	500,69	776,53	212, 97*
13	11.853,66	202,19	197,39	751,17	169, 54*
14	11.763,04	321, 42*	331,42	781,84	488,23
15	9.949,40	760,99	764,34	1.340,66	702, 20*
16	88.473,42	2.023,76	2.299,68	2.333,27	1.176, 66*
17	152.475,61	4.729,85	5.337,25	6.391,25	3.108, 14*

Tabela 2.2: Tempos de resolução para 17 instâncias do *PTC*

Dependendo do método utilizado na relaxação contínua do problema a solução básica inicial é diferente. Com uma base diferente as fixações do Branch & Bound são outras e a primeira solução inteira encontrada pode ser diferente dos outros métodos, obtidas com outras bases. Uma das colunas da próxima tabela apresenta o maior gap obtido na primeira solução inteira e a outra representa o maior número de nós visitados na árvore de branching, para todos os métodos testados.

Inst.	Maior Gap	Maior número de nós
1	0,19%	1
2	0,07%	14
3	0,00%	2
4	0,52%	2
5	0,76%	3
6	0,25%	10
7	0,03%	3
8	2,98%	8
9	0,12%	4
10	0,05%	7
11	0,30%	1
12	0,00%	4
13	0,01%	5
14	0,80%	6
15	0,80%	6
16	0,02%	4
17	0,00%	39

Tabela 2.3: Piores resultados computacionais no Branch & Bound para 17 instâncias do *PTC*

Um problema de fluxo em redes possui uma matriz de coeficientes unimodular (Cook et. al [7] e Ahuja et al. [3]). Essa propriedade implica na obtenção de uma solução inteira ao final da resolução da relaxação contínua do problema. Como a solução contínua já é inteira, ela já é ótima e não montamos a árvore de Branching. O problema do *PTC* é um problema de mult fluxos com algumas restrições adicionais. Como as restrições adicionais não alteram muito a estrutura do problema, as soluções obtidas após a relaxação contínua são quase inteiras. Com poucas variáveis a serem fixadas na árvore de Branching a resolução do MIP é muito rápida. Podemos notar esse comportamento nos maiores gap's obtidos por instância. Eles são muito pequenos e, na sua maioria, inferiores a 1,00%. Em todas as instâncias, e para todos os métodos, o maior número de nós da árvore pesquisados, para achar a solução ótima, não passou de quarenta.

Devido a essas propriedades o melhor método de resolução analisado foi o Network Simplex. Neste método, o CPLEX identifica e extrai os diversos problemas de fluxo em redes, cria uma rede para cada um deles e resolve os seus fluxos, independentemente. Após a resolução das redes, o Simplex Dual é utilizado para acrescentar as restrições que não foram consideradas inicialmente (as restrições que fazem as conexões entre as redes tratadas). Nas instâncias de sete dias o Network Simplex foi melhor em 33% das instâncias perdendo nas outras para o método de Barreiras sem Crossover. Nas instâncias maiores, de sete e dez dias, o Network Simplex foi o mais rápido, com a exceção de uma instância em que o Simplex Dual foi superior.