1
Introdução

1.1
Motivação

A malha rodoviária brasileira, apesar dos altos custos e problemas de manutenção das rodovias, ainda é o modal de transporte mais utilizado para a transferência de cargas entre cidades. Existe uma tendência clara para a evolução dos modais ferroviário e naval (cabotagem), mas os problemas políticos, financeiros e culturais fazem com que uma utilização mais equilibrada entre os modais ainda esteja longe de ser atingida.

Existem mais de 5000 transportadoras no Brasil, sendo que muitas delas são empresas familiares com menos de 5 caminhões. As grandes transportadoras se resumem a uma centena. Segundo estatísticas da antiga Empresa Brasileira de Planejamento de Transportes (GEIPOT) 60,5% do transporte de carga foi feito através de rodovias, no ano de 2000. Em alguns estados, a situação é ainda mais crítica. Em São Paulo, o mais importante centro econômico do país, 93,3% dos transportes foram feitos por rodovias, no mesmo ano. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), ainda no mesmo ano, o modal rodoviário foi responsável por 60% dos custos logísticos no Brasil.

Apesar deste cenário, os investimentos na malha rodoviária têm diminuído ao longo dos anos, pois os profissionais da área acreditam que não se pode fazer muito mais para reduzir os custos operacionais neste modal. O novo enfoque dos investimentos têm se voltado para a estocagem e armazenamento dos produtos. Esta é considerada a próxima barreira a ser quebrada na redução dos custos logísticos. Estima-se que, entre 1998 e 2005, serão investidos no Brasil cerca de U$ 1 bilhão em modernização de armazenagem.

Em muitos casos, a complexa operação rodoviária ainda é definida manualmente, sem a utilização de qualquer software ou outro recurso de ajuda à tomada de decisão. Estima-se que, no mercado brasileiro, menos de 5% das empresas utilizem algum tipo de software decisório nas suas operações de transporte. Porém, algumas empresas começaram uma procura por produtos mais focados nos seus problemas individuais. Cada vez mais se observa que, apesar da utilização de técnicas e boas políticas de operação, as operações rodoviárias de transporte ainda são muito ineficazes. A complexidade dos problemas se torna muito elevada devido ao grande número de restrições operacionais e de variáveis de decisão. A solução para conseguir contornar esta ineficácia operacional e alcançar as reduções de custos até então intangíveis é a utilização de modelos matemáticos complexos e a utilização de novas técnicas de resolução para solucioná-los.

Esta dissertação tem como objetivo apresentar os modelos e técnicas de otimização utilizados para resolver dois problemas reais dessa área, o *Problema de Transferência de Cargas (PTC)* e o *Problema de Atribuição de Cargas (PAC)*.

1.2
Descrição dos problemas rodoviários

As empresas de transporte rodoviário gerenciam as suas frotas para atender aos pedidos recebidos. O pedido, de coleta e entrega de mercadorias, é efetuado e negociado com o departamento comercial da empresa que repassa os dados para o departamento de operação; é feito em kg de mercadoria, em quantidade de volumes ou mesmo em tipos de caminhão ou carreta. Cabe ao departamento de operação alocar motoristas e caminhões para atender a tais pedidos, levando em conta as diversas restrições operacionais existentes. Algumas transportadoras de grande porte possuem centros avançados por todo o Brasil, de onde partem estes caminhões. O objetivo do departamento de operação é, além de atender a todos os pedidos, tentar reduzir os custos de transporte. Dois fatores devem ser analisados para este fim:

– reduzir ao máximo a kilometragem rodada com os caminhões vazios;
– avaliar a terceirização do transporte para atender ao pedido

Definida a operação, os motoristas devem carregar o caminhão e escolher a rota que será utilizada para atender aos pedidos existentes. Em certos casos já existem rotas pré-definidas pela empresa de transporte.

Uma outra visão dos problemas rodoviários é a das indústrias, que recebem pedidos em quantidade de produtos e que ativam os processos de produção dos mesmos. Após a sua produção, são enviados para o controle de qualidade onde são inspecionados e, posteriormente, levados para o estoque ou devolvidos para reciclagem. Cabe ao departamento de operação, ou de logística, definir a forma de entrega desses produtos, podendo ser realizada por frota própria da empresa, agregada à empresa ou de transportadoras terceirizadas. Os custos destas entregas são definidos, em geral, sobre rotas previamente estipuladas. Após a definição dos carregamentos, basta liberar os produtos do estoque e carregar os caminhões ou carretas para fazer as entregas.

As heurísticas existentes para resolver estes problemas, nos softwares especializados no mercado, tendem a ser muito generalistas e não costumam gerar resultados satisfatórios.

1.2.1
Alguns problemas de transporte rodoviário

Dentro da operação rodoviária podem ser identificados diversos problemas de otimização. Por exemplo: problemas de alocação de frota e/ou alocação de motoristas, problemas de roteirização, problemas de carregamento, etc. Vários destes problemas podem ser vistos do ponto de vista táticos, onde os períodos de estudo podem durar de vários dias a várias semanas. Todos podem ser tratados como problemas operacionais e são voltados para a rápida utilização de suas soluções num horizonte de um dia ou até de poucas horas.

Nesta dissertação são estudados dois problemas. Um deles é tático e o outro é operacional. Os problemas táticos tratam de decisões mais estruturais da operação rodoviária, com impactos de longo prazo, e podem ser de renovação da frota, de localização e ampliação de centros avançados, de índices sobre a terceirização, etc. A curto prazo, existem os problemas operacionais que dizem respeito a decisões que devem ser tomadas imediatamente ou, no máximo, em um dia. Este último tipo de problemas deve considerar o maior número de detalhes possível e serve para ajustar os planos previamente definidos à realidade, levando-se em conta todos os imprevistos ocorridos.

1.3
Os problemas reais estudados

O primeiro problema é o *Problema de Transferência de Cargas (PTC)*. Trata-se de um planejamento tático de alocação de veículos, de uma empresa transportadora, num horizonte de uma a duas semanas. Neste estudo, a preocupação é com o gerenciamento global da frota e das terceirizações das entregas. A frota é composta por cavalos e carretas, sendo os cavalos a parte motora, onde se encontra o motorista, e a carreta a parte onde se colocam as cargas transportadas. Este planejamento dificilmente será seguido estritamente devido aos imprevistos que podem ocorrer como: problemas climáticos que provocam atrasos, fechamento de estradas, manutenção de veículos, cancelamento de pedidos, mudança de prioridades, etc. O planejamento serve como base para a operação diária. A sua solução pode ser utilizada para a obtenção de indicadores como o índice de terceirização das entregas, índice de utilização de centros avançados, custo médio por km, etc.

Para esse problema, foi desenvolvido um modelo multiperiódico baseado no modelo de multifluxos (1.4), com algumas alterações para considerar a terceirização de entregas. O modelo determina não só a quantidade de cada tipo de veículo que deve ser enviada entre cidades, com suas respectivas datas, como também que entregas serão terceirizadas para que todas as demandas sejam atendidas.

O segundo problema é o *Problema de Alocação de Cargas (PAC)*, que é puramente operacional, como no caso de uma indústria que deseja reduzir os seus custos na entrega de produtos. Deseja-se definir que produtos serão enviados, por que caminhões (frota agregada ou frota de transportadoras) e em que rotas - dentro das rotas pré-definidas -, para atender ao maior número possível de pedidos e minimizar os custos da operação. O horizonte de tempo é de um dia, avaliando os melhores preços e respeitando as restrições operacionais. Ao longo de sua utilização poderão ser vistas informações gerenciais relacionadas com as transportadoras mais utilizadas, a avaliação da reestruturação da frota agregada pela sua utilização, as rotas mais utilizadas, os clientes com maior custo associado nas entregas, etc.

Para esse problema foram desenvolvidas três abordagens. Uma formulação compacta do problema de Programação Linear Inteira, uma heurística baseada em Geração de Colunas (1.5) e um Branch & Price (1.5).

As formulações feitas para os modelos dos dois problemas foram resolvidas utilizando um pacote genérico de Programação Linear e Inteira, CPLEX 8.0. O número de variáveis do primeiro problema é muito elevado, da ordem de milhões de variáveis, tornando-o difícil de ser tratado. Para facilitar a resolução do modelo foram realizados alguns pré-processamentos para reduzir o número de variáveis do problema. O segundo problema possui muitas restrições e, para a sua resolução, os sub-problemas da geração de colunas foram definidos e resolvidos por programação dinâmica. Também foi realizada uma comparação, para a formulação compacta, da resolução entre o CPLEX 8.0 (ver [6]) e o CPLEX 7.0 (ver [5]).

1.4
O modelo de multifluxos

Como o primeiro problema foi modelado e formulado com base no modelo de multifluxos, será dada nesta seção uma breve introdução a este modelo. Durante esta e demais seções da dissertação, assume-se que o leitor tenha conhecimentos básicos de programação linear e inteira. Ao leitor interessado, recomenda-se a leitura de Bertsimas & Tsitsiklis [4] para programação linear e Wolsey [11] para programação inteira.

Os problemas de fluxos em redes são uma subclasse particularmente rica de problemas de otimização e possuem aplicações em diversas áreas como telecomunicações, física, química, logística, etc. Há diversos problemas de fluxo em rede, onde são considerados um ou mais *produtos*[1] distintos. Dada uma rede, os problemas de fluxo simples (um único produto circulando na rede) consistem em achar o fluxo em cada arco de maneira a enviar o produto de um conjunto de uma ou mais origens S até um conjunto de um ou mais destinos T, otimizando algum critério como minimizar os custos ou maximizar a quantidade de fluxo enviada. Os problemas de multifluxos são uma generalização dos problemas de fluxo simples e levam em conta K produtos distintos – cada produto k tem um conjunto de uma ou mais origens S^k e um conjunto de um ou mais destinos T^k – que compartilham dos mesmos recursos da rede, ou seja, cada um dos produtos compete por um recurso escasso que é a capacidade dos arcos da rede.

Há diversos problemas de fluxos simples, como o fluxo a custo mínimo, fluxo máximo e outros, que possuem algoritmos combinatórios polinomiais capazes de gerar a solução ótima inteira (Cook et. al [7] e Ahuja et al. [3]). Por outro lado, o problema de multifluxos, quando há a restrição de integralidade dos fluxos, se torna NP-difícil (Even et al. [15] mostra que o problema de decisão com apenas 2 fluxos é NP-completo). Apesar disto, a formulação usual para este modelo possui uma boa relaxação linear, fornecendo bons limites para a solução, permitindo que diversas instâncias de tamanho consideravelmente grande sejam resolvidas de maneira ótima.

A formulação básica na qual serão baseadas as formulações para os modelos propostos é:

[1]O termo produtos será utilizado ao longo desta tese em substituição ao termo em inglês *commodity*. Este termo deve ser interpretado no contexto de programação matemática, derivado de um problema clássico da área chamado *multicommodity flows*. Nesse contexto, produtos são quaisquer entidades distintas que circulem na rede, por exemplo, ligações telefônicas, mercadorias, tipos de vagão, etc. Não se deve confundir com a interpretação do mesmo termo (*commodity*) no contexto da área de logística

$$\text{Max} \sum_{1 \le k \le K} \sum_{v \in S^k} c^k.w_v^k$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f_a^k - \sum_{a \in \delta^-(v)} f_a^k = \begin{cases} w_v^k & \text{, se } v \in S^k \\ -w_v^k & \text{, se } v \in T^k \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases} \qquad \forall v \in V, k = 1, 2, \ldots K \tag{1-1}$$

$$\sum_{1 \le k \le K} f_a^k \le u_a, \forall a \in A \tag{1-2}$$

$$f_a^k \ge 0, w_k \ge 0 \tag{1-3}$$

onde K é o número total de produtos, as variáveis w_v^k representam a quantidade do produto k que é fornecida/consumida no vértice v, f_a^k a quantidade de produto k que passa pelo arco a, c^k a tarifa unitária associada a cada produto, u_a a capacidade de cada arco a, e V e A são os conjuntos de vértices e arestas do grafo direcionado $G = (V, A)$ que representa a rede.

As restrições (1-1) determinam a conservação de fluxo de cada um dos produtos considerados. As restrições (1-2) controlam a capacidade de cada trecho não permitindo que ela seja violada. Estas restrições diferenciam um problema de multifluxos de diversos problemas de fluxo simples independentes.

1.5 Geração de Colunas

A técnica de Geração de Colunas é necessariamente utilizada para formulações que possuem um número exponencial de colunas (variáveis) ou um grande número de colunas. Não podemos manter todas as colunas no problema devido ao limite de memória da máquina. Outros problemas, que não possuem um número exponencial de colunas, podem ser reformulados dessa forma devido a sua dificuldade de resolução. Descrições detalhadas sobre todos os ítens abordados desta técnica podem ser encontrados em Lübbecke e Desrosiers [13] e Vanderbeck [16]. Resultados computacionais e aplicações podem ser encontradas em Pigatti [2].

1.5.1 Método de resolução

Um problema Mestre é mantido com um sub-conjunto das colunas do problema. Resolvemos este problema até a otimalidade e recuperamos os valores de suas variáveis duais. Com estas variáveis duais podemos calcular os custos reduzidos de todas as colunas que ainda não foram consideradas. Havendo colunas com custos reduzidos negativos, para o caso de minimização, podemos inseri-las no problema Mestre e repetir o processo. Quando não houver mais colunas a serem inseridas possuímos a solução ótima do problema original, tendo utilizado apenas um pequeno conjunto de colunas relevantes.

Encontrar colunas para entrar no problema Mestre se resume a resolver um ou vários sub-problemas. Esses sub-problemas são problemas de otimização cuja solução pode ser representada como uma ou mais colunas do problema original, com os menores custos reduzidos, no caso de minimização. Sub-problemas mais complexos costumam ser resolvidos por técnicas de programação dinâmica (ver Wolsey [11]) por questões de eficiência.

1.5.2 Estabilização

O processo de Geração de Colunas pode se tornar lento devido a problemas de convergência. Descrevemos a seguir o método proposto por Merle, Villeneuve, Desrosiers e Hansen [14] para a estabilização da Geração de Colunas.

Dado um problema P e o seu Dual D da seguinte forma:

P	D
$Min \sum_{\forall j} c_j.x_j$	$Max \sum_{\forall i} b_i.\pi_i$
$s.a. \sum_{\forall j} \alpha_{ij}.x_j = b_i; \forall i$	$s.a. \sum_{\forall i} \alpha_{ij}.\pi_i \leq c_j; \forall j$
$x_j \geq 0; \forall j$	$\pi_i\ irr.; \forall i$

Existem duas formas de estabilizar a Geração de Colunas e, conseqüentemente, acelerá-la:

– redução da degenerecência;
– limitação dos valores das variáveis duais

No primeiro caso queremos evitar que os valores das variáveis duais oscilem sem que haja um real ganho para a resolução do problema. O segundo caso parte do pressuposto que já possuímos uma boa idéia do valor das variáveis duais na otimalidade. Com essa aproximação podemos tentar confinar as variáveis duais a esse valor, penalizando o fato dele não ser respeitado.

Estes dois efeitos são introduzidos no problema acrescentando uma variável de excesso y_1 e uma variável de folga y_2 para cada restrição. Podemos definir as nossas aproximações para os valores das variáveis duais por um vetor de limites inferiores d_1 e por um vetor de limites superiores d_2. Da mesma forma, definimos um vetor de limites superiores ϵ_1 para as variáveis y_1 e um vetor de limites superiores ϵ_2 para as variáveis y_2.

A nova formulação dos problema P e D é:

P	D
$Min \sum_{\forall j} c_j.x_j$	$Max \sum_{\forall i} b_i.\pi_i$
$-\sum_{\forall i} d_{1i}.y_{1i} + \sum_{\forall i} d_{2i}.y_{2i}$	$-\sum_{\forall i} \omega_{1i}.\epsilon_{1i} - \sum_{\forall i} \omega_{2i}.\epsilon_{2i}$
s.a.	s.a.
$\sum_{\forall j} \alpha_{ij}.x_j - y_{1i} - y_{2i} = b_i; \forall i$	$\sum_{\forall i} \alpha_{ij}.\pi_i \leq c_j; \forall j$
$0 \leq y_{1i} \leq \epsilon_{1i}; \forall i$	$d_{1i} - \omega_{1i} \leq \pi_i \leq d_{2i} + \omega_{2i}; \forall i$
$0 \leq y_{2i} \leq \epsilon_{2i}; \forall i$	$\omega_{1i} \geq 0, \omega_{2i} \geq 0; \forall i$
$x_j \geq 0; \forall j$	$\pi_i \; irr.; \forall i$

Os efeitos práticos das alterações são observadas no problema Dual. Podemos notar que as variáveis duais estão encapsuladas no intervalo esperado e que sair deste intervalo leva a uma penalização, em função dos limites superiores definidos para as variáveis acrescentados ao problema Primal. Desta forma podemos usar a informação de uma boa aproximação do valor das variáveis duais no ótimo e evitar a degenerescência.

Em termos práticos os vetores de penalização dual ϵ_1 e ϵ_2 podem ser definidos por um único valor, válido para todas as variáveis. Começamos com um valor pequeno (por exemplo 0.1) e vamos decrementando este valor ao longo do tempo. Após um certo número de iterações esse valor é levado a zero, anulando assim o efeito da estabilização. Este procedimento permite que o início da Geração de Colunas seja controlado e que depois ela termine normalmente. Obtendo boas colunas iniciais espera-se que a convergência seja mais rápida e que se gere menos colunas.

1.5.3
Branch & Price

Todo o processo de Geração de Colunas descrito serve para resolver problemas contínuos. Para problemas inteiros é necessário fazer um Branch & Bound após a resolução da relaxação contínua do problema. Como não possuímos todas as colunas do problema original podemos nem sequer obter uma solução viável para o problema, ao final do Branch & Bound. Um novo nó da árvore possui novas restrições e pode haver colunas que não pertencem ao conjunto de colunas do problema Mestre que tenham condições de entrar na base. Para permitir que o problema seja resolvido na otimalidade é necessário efetuar o processo de Geração de Colunas para cada nó da árvore de Branching. A esse processo de Branch & Bound com Geração de Colunas em cada nó é dado o nome de Branch & Price.

Vários problemas surgem na aplicação desta técnica como por exemplo:

- alterar os sub-problemas para não violar os novos cortes;
- gerenciar os dados de cada nó - as colunas válidas para um nó podem não ser válidas para outro nó;
- não estourar a capacidade de memória do computador;
- definir a estratégia de branching

Para mais detalhes sobre Branch & Price ver Barnhart, Johnson, Nemhauser, Savelsbergh e Vance [12] e Savelsbergh [10].

1.6
Organização da dissertação

No capítulo 2 é descrito o *PTC*, enquanto que o *PAC* é descrito no capítulo 3. As descrições incluem apresentação do problema, da sua formulação, técnicas de pré-processamento utilizadas e os resultados computacionais obtidos. No capítulo final são apresentadas as conclusões, bem como futuros trabalhos a serem desenvolvidos.