

Pedro de Almeida Martins das Neves Miranda

Análise Geomecânica Direcionada à Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr. Coorientador: Dr. Anderson Moraes

Rio de Janeiro agosto de 2018



Pedro de Almeida Martins das Neves Miranda

Análise Geomecânica Direcionada à Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr. Orientador Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

> **Dr. Anderson Moraes** Coorientador CENPES – PETROBRAS

Prof<u>a</u>. Raquel Quadros Velloso Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

> Dr<u>a</u>. Flávia de Oliveira Lima Falcão Petróleo Brasileiro S.A.

Prof. Márcio da Silveira Carvalho Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 17 de agosto de 2018

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Pedro de Almeida Martins das Neves Miranda

Graduou-se em Engenharia Civil pela UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro) em 2010. Ocupa o cargo de Engenheiro Civil na Petrobras desde 2011, onde trabalha com pesquisa e desenvolvimento de *softwares* científicos com aplicações em geociências.

Ficha Catalográfica

Miranda, Pedro de Almeida Martins das Neves

Análise Geomecânica Direcionada à Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos / Pedro de Almeida Martins das Neves Miranda; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.; coorientador: Anderson Moraes. – 2018.

118 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2018.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Modelagem numérica; 3. Bacias sedimentares; 4. Sistemas petrolíferos; 5. Modelos constitutivos; 6. Geomecânica. I. Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. II. Moraes, Anderson. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, ao professor Eurípedes do Amaral Vargas Jr. pelos valiosos ensinamentos e orientação do trabalho.

Ao Dr. Anderson Moraes pela coorientação, revisão do trabalho e inabalável paciência.

Aos gestores Marco Antônio Schreiner Moraes, Maria José Resende de Oliveira, Mônica Alves Pequeno e Sebastião César Assis Pereira pela oportunidade concedida.

Ao amigo Wagner Nahas Ribeiro pelas discussões sempre produtivas e revisão deste trabalho.

Aos colegas do projeto SimBR pelo apoio e pela contribuição com as tarefas do dia a dia.

E a todos que participaram direta ou indiretamente dessa jornada.

Resumo

Miranda, Pedro de Almeida Martins das Neves; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Moraes, Anderson. Análise Geomecânica Direcionada à Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos. Rio de Janeiro, 2018. 118p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM) integra técnicas sofisticadas das disciplinas de geologia, engenharia e desenvolvimento de *software*, com o objetivo de mitigar os riscos econômicos da atividade de exploração de hidrocarbonetos. Entretanto, ainda que o processo de formação de bacias sedimentares apresente alta complexidade, envolvendo diversos processos geológicos, a técnica empregada majoritariamente em análises numéricas para representar o comportamento tensãodeformação das rochas sedimentares consiste em uma lei empírica desenvolvida pelo geofísico Lawrence F. Athy na década de 1930, fundamentada em uma série de simplificações sobre o problema mecânico. Neste contexto, o presente trabalho avalia a capacidade de modelos constitutivos baseados na mecânica do contínuo: elástico, elastoplástico com superfície de escoamento aberta e elastoplástico com superfície de escoamento fechada de representar o comportamento mecânico de rochas sedimentares associado aos processos de deposição e compactação observados na BPSM, usando os dados do modelo empírico de Athy como referência. Após a investigação inicial, os modelos constitutivos são comparados à solução tradicional (Lei de Athy) na representação de outros processos geológicos (erosão, compressão tectônica e extensão tectônica) usando cenários simplificados, com a finalidade de projetar o impacto desse tipo de representação em uma análise convencional de BPSM.

Palavras-chave

Modelagem numérica; Bacias sedimentares; Sistemas petrolíferos; Modelos constitutivos; Geomecânica.

Abstract

Miranda, Pedro de Almeida Martins das Neves; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor); Moraes, Anderson (Co-Advisor). **Geomechanical Analysis Directed at Basin and Petroleum System Modeling**. Rio de Janeiro, 2018. 118p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Basin and Petroleum System Modeling integrates sofisticated techniques from the fields of geology, engineering and software development, aiming to mitigate the economic risks presented in the exploration of hydrocarbons. Even though the formation of sedimentary basins presents a high level of complexity, involving several geological processes, the main technique applied to represent the tension-deformation behavior of sedimentary rocks in numerical analyses is an empirical law developed by geophysicist Lawrence F. Athy in the 1930s, based on a series of simplifications about the mechanical problem. In that context, this work evaluates the capability of constitutive models based on Continuum Mechanics: elastic, elastoplastic with an uncapped yield surface and elastoplastic with a capped yield surface to represent the mechanical behavior of sedimentary rocks associated with the deposition and compaction processes observed in BPSM, using the data from Athy's empirical model as reference. After the initial investigation, the constitutive models are compared to the traditional solution (Athy's Law) in the representation of other geological processes (erosion, tectonic compression and tectonic extension) using simplified scenarios to predict the impact of such models in conventional BPSM analyses.

Keywords

Numerical Modeling; Sedimentary Basins; Petroleum Systems; Constitutive Models; Geomechanics.

Sumário

1 Introdução	19
1.1 Motivação	19
1.2 Objetivos	21
1.3 Estruturação do Trabalho	22
2 Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos	23
2.1 Histórico	24
2.2 Escopo da Modelagem	25
2.3 Equações Governantes	30
2.3.1 Deposição e Compactação	30
2.3.2 História Térmica	35
2.3.3 Geração de Hidrocarbonetos	38
2.3.4 Migração de Hidrocarbonetos	40
2.4 Aplicação de Métodos Numéricos	47
2.5 Simulação Computacional	48
2.6 Tratamento de Incertezas	52
2.6.1 Incertezas dos Dados	53
2.6.2 Incertezas dos Modelos Matemáticos	54
3 Comportamento Mecânico de Rochas	56
3.1 Modelo Empírico de Athy	56
3.2 Modelos Fundamentados pela Mecânica do Contínuo	59
3.2.1 Modelo Elástico Linear	61
3.2.2 Modelos Constitutivos Elastoplásticos	63
3.2.2.1 Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb	65
3.2.2.2 Modelo Cam-Clay Modificado (MCC)	68
4 Avaliação dos Modelos Constitutivos	75
4.1 Conversão do Modelo Empírico de Athy	75
4.2 Avaliação do Modelo Elástico Linear	77
4.3 Avaliação do Critério de Mohr-Coulomb	79
4.4 Avaliação do modelo Cam-Clay Modificado	82
4.4.1 Análise de Sensibilidade	87
4.4.1.1 Relações Empíricas para os Parâmetros κ e λ	90
5 Modelagem Geomecânica de Processos Geológicos	94
5.1 Sedimentação e Compactação	94
5.2 Erosão	98
5.3 Esforços Tectônicos	101
5.3.1 Tectônica Compressional	102
5.3.2 Tectônica Extensional	104
6 Considerações Finais	107
6.1 Conclusões	107

6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	108
Ref	erências bibliográficas	110
A	Parametrização do modelo Cam-Clay Modificado	116

Lista de figuras

Figura 2.1 Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolí-	
feros (BPSM): integração de conhecimentos em geologia, enge-	~ 4
nharia, metodos numericos e desesnvolvimento de <i>software</i> .	24
Figura 2.2 Encadeamento de processos geologicos no evento. Adap-	~~
tado de Hantschel e Kauerauf (2009).	26
Figura 2.3 Esquematização das etapas do fluxo de trabalho da BPSM.	27
Figura 2.4 Esquema conceitual da técnica de <i>backstripping</i> . Adap-	
tado de Ungerer <i>et al.</i> (1990).	31
Figura 2.5 Processo de deformação da rocha: dissipação de poro- pressão (p) ; redução do volume poroso; expulsão de fluidos dos	
poros (V_W) [Hantschel e Kauerauf (2009)].	32
Figura 2.6 Esquema do modelo de estiramento litosférico proposto	
por McKenzie (1978): a) 1- Litosfera em equilíbrio térmico, com	
espessura a ; 2- Redução uniforme da espessura litosférica por	
um fator β e ascensão da astenosfera, gerando desequilíbrio no	
campo de temperatura; 3- Recomposição do manto litosférico e	
processo de resfriamento ao final da fase rifte, até que a condição	
de equilíbrio térmico seja novamente atingida; b) Assinatura	
típica do fluxo térmico, contemplando as etapas do item a).	36
Figura 2.7 Relação entre as condições geológicas (profundidade,	
temperatura, reflectância de vitrinita) e a geração de hidrocar-	
bonetos. Adaptado de Hantschel e Kauerauf (2009).	38
Figura 2.8 Caracterização do querogênio a partir do diagrama de	
Van Krevelen [Tissot e Welte (1984)]. O querogênio é dividido	
em três tipos principais, de acordo com as quantidades de Hi-	
drogênio (H), Carbono (C) e Oxigênio (O): Tipo I – predo-	
minantemente compostos alifáticos; Tipo II – majoritariamente	
compostos aromáticos e naftênicos; e Tipo III – formado pre-	
dominantemente por compostos poliaromáticos condensados e	
grupos funcionais oxigenados.	39
Figura 2.9 Determinação experimental da pressão capilar. Adap-	
tado de Hantschel e Kauerauf (2009).	41
Figura 2.10 Curva típica de pressão capilar. Adaptado de	
Hantschel e Kauerauf (2009). S_{wr} e S_{or} representam as sa-	
turações residuais da água e do óleo; e p_{ce} representa a pressão	
capilar de entrada do óleo, ou seja, a pressão necessária para	
provocar o deslocamento da água pelo óleo.	42
Figura 2.11 Curvas de permeabilidade relativa típicas para um sis-	
tema óleo-água [Aziz e Settari (1979)]. A permeabilidade rela-	
tiva da água é determinada pela curva k_{max} e a permeabilidade	
relativa do óleo pela curva k_{ro} .	43
1 10	_

3

Figura 2.12 Curvas de permeabilidade relativa típicas para um sis-	
tema trifásico [Aziz e Settari (1979)]: a) Sistema bifásico óleo-	
água: k_{rw} e k_{row} representam as curvas permeabilidades relati-	
vas da água e do óleo em relação à água; b) Sistema bifásico	
gás-óleo: k_{rq} e k_{roq} representam as curvas de permeabilidades	
relativas do gás e do óleo em relação ao gás.	44
Figura 2.13 Métodos numéricos empregados na BPSM	
[Cordazzo (2006)].	49
Figura 2.14 Exemplo de malhas triangulares: a) Estruturadas; b) Não estruturadas.	50
Figura 2.15 Exemplo de um modelo sintético tridimensional criado	
no programa computacional SimBR: a) Definição dos horizontes	
estratigráficos; b) Visualização das camadas com a atribuição de	
litofácies distinguidas pela escala de cores: verde para folhelhos,	
marrom para siltes e amarelo para arenitos; c) Visualização da	
malha de elementos discretos (elementos tetraédricos).	51
Figura 2.16 Resumo dos dados básicos para a construção de um	
modelo computacional na BPSM.	52
Figura 2.17 Exemplo de uma seção sísmica na Bacia do Golfo do	
México [Allen e Allen (2013)]. Os horizontes geológicos e as	
falhas interpretados encontram-se marcados sobre o perfil.	53
Figura 3.1 Resultados do estudo de Athy: a) ajuste para a densi-	
dade; b) ajuste para a porosidade. Adaptado de Athy (1930) .	57
Figura 3.2 Exemplo do ajuste de parâmetros do Modelo de	
Athy para dois arenitos da Bacia do Recôncavo: Formação	
Sergi (esquerda); Formação Candeias (direita). Adaptado de	
Coutinho (2008). Os dados da análise petrofísica das amostras	
estãos marcado em vermelho e a sua média móvel na cor preta.	58
Figura 3.3 Definição física dos parâmetros $K \in G$ para o comporta-	
mento elástico linear [Desai e Siriwardane (1984)]: a) Compres-	
são isotrópica; b) Cisalhamento. p representa a tensão média;	
ϵ_v representa a deformação volumétrica; S_{ij} e E_{ij} simbolizam a	
tensão e a deformação cisalhantes.	62
Figura 3.4 Resposta tensão-deformação tipica para: a) Material	
elástico-perfeitamente plástico; b) Material elastoplástico com	
endurecimento. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002).	64
Figura 3.5 Envoltória de ruptura de Coulomb no gráfico $\tau \ge \sigma$.	
Adaptado de Davis e Selvadurai (2002).	66
Figura 3.6 Critério de Mohr-Coulomb [Davis e Selvadurai (2002)]:	
a) Seção transversal no plano $\pi;$ b) Representação em perspec-	
tiva no espaço das tensões principais.	67
Figura 3.7 Representação do critério de ruptura de Mohr-Coulomb	
no plano $p' \ge q$ [Romanel (2017)].	67
Figura 3.8 Direção do incremento de deformação para o critério de	
Mohr-Coulomb, considerando lei de fluxo associado. Adaptado	
de Romanel (2017) .	68

Figura 3.9 Trajetórias de tensões efetivas para ensaios de argilas saturadas normalmente adensadas: a) ensaios CTC não drenados; e b) ensaios CTC drenados. Adaptado de Desai e Siriwardane (1984). P_1 a P_4 e Q_1 a Q_4 representam os estados de tensão de consolidação e críticos das amostras, respectivamente.

Figu	ra	3.10	Repr	esentaçã	lo do	pot	encial	plást	ico	e da	a d	ireção	dos
	in	crem	entos	de defo	rmaçã	ão p	lástica	ı para	0 1	nod	elo	Cam-0	Clay
	m	odific	ado.	Adaptad	lo de	Ron	nanel	(2017)					

Figura 3.11 Superfície de escoamento do modelo Cam-Clay Modificado. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002): a) Seção ortogonal à diagonal espacial: comparação com o critério de Mohr-Coulomb; b) Representação em perspectiva no espaço das tensões principais.

- Figura 4.1 Comportamento mecânico de rochas sedimentares a partir dos parâmetros da Tabela 4.1: a) Curva de compactação de Athy; b) Relação tensão efetiva vertical – porosidade equivalente. 76
- Figura 4.2 Relação entre tensão efetiva média e deformação volumétrica para rochas sedimentares.
- Figura 4.3 Comparação entre modelo de Athy e modelo elástico linear, usando como exemplo o caso do arenito. Para o modelo elástico linear emprega-se K = 20GPa (extraído da biblioteca de litofácies do PetroMod 2015). Observa-se que pela similaridade das respostas, os casos de siltito e folhelho foram omitidos.
- Figura 4.4 Trajetória de Tensões Efetivas para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito.
- Figura 4.5 Comportamento mecânico das rochas sedimentares: a) Representação $e \ge \log \sigma'_v$; b) Obtenção gráfica dos parâmetros p'_c , $\lambda \in \kappa$ para o litotipo folhelho. Observa-se que $\lambda = \lambda^* \ln 10$; $\kappa = \kappa^* \ln 10$.
- Figura 4.6 Comportamento tensão-deformação de folhelho: comparação entre a parametrização obtida experimentalmente e através do ajuste sobre a curva de compactação de Athy. Os valores dos parâmetros experimentais utilizados ($\lambda = 0.074$ e $\kappa = 0.01$) são referentes ao Folhelho *Pierre* (profundo) [Fleming *et al.* (1970)] e estão condizentes com valores típicos encontrados na literatura para folhelhos.
- Figura 4.7 Correlação entre λ e o logaritmo da tensão efetiva vertical média do trecho de compressão virgem, baseada nos dados das Tabelas A.1 a A.7.

Figura 4.8 Correlação entre λ e o índice de vazios médio do trecho de compressão virgem, baseada nos dados das Tabelas A.1 a A.7. 86

Figura 4.9 Análise de sensibilidade para configurações $[\phi_0, b]$. Resultados para: a) κ ; b) λ ; c) σ'^* (unidade: MPa). 88

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612921/CA

69

70

71

78

79

81

83

85

86

Figura 3.12 Resposta típica de um solo submetido ao ensaio de compressão isotrópica. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002). 72

Figura 4.10 Limites para aplicação do modelo Cam-Clay Modificado: a) tensão efetiva vertical máxima (unidade: MPa); b) profundi- dade de soterramento máxima (unidade: km). São adotados para esta análise uma margem de erro de 10% do valor do índice de	
vazios e valor da massa específica do grão fixo: $\rho_s = 2.700 \text{kg/m}^3$	89
Figura 4.11 Análise de sensibilidade para configurações $[\phi_0, \rho_s]$. Resultados para: a) κ ; b) λ ; c) σ'^* (unidade: MPa).	91
Figura 4.12 Correlação entre parâmetros do modelo Cam-Clay Mo- dificado e parâmetros do modelo de Athy: a) $\kappa \ge \phi_0$; b) $\lambda \ge \phi_0$	
Figura 4.13 Correlação entre parâmetros do modelo Cam-Clay Mo-	92
dificado e índice de vazios inicial: a) $\kappa \ge e_0;$ b) $\lambda \ge e_0$.	92
Figura 5.1 Esquema de análise geomecânica para o processo depo- sicional da BPSM.	95
Figura 5.2 Comportamento tensão-deformação obtido com o mo- delo Cam-Clay Modificado (em negro) e com o modelo de Athy (am verda) durante o processo deposicional para: a) Folhelho:	
b) Arenito; c) Siltito.	95
Figura 5.3 Trajetória de Tensões Efetivas correspondente ao pro- cesso de sedimentação para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito. A mudança de direção das TTEs indica a transição do regime elástico para o elastoplástico. Também são indicados, como pon-	
tos de referencia, os ensaíos $a, f \in k$, correspondentes a 1000m de soterramento.	97
Figura 5.4 Comportamento tensão-deformação obtido com o mo- delo Cam-Clay Modificado (em negro) e com o modelo de Athy (em wordo) durante o processo provincia para o) Folhelber b) Are	
nito; c) Siltito.	99
Figura 5.5 Trajetória de Tensões Efetivas correspondente ao pro- cesso de sedimentação seguido de erosão para: a) Folhelho; b)	
Arenito; c) Siltito.	100
Figura 5.6 Esquema de carregamento representativo de processos tectônicos: a) Compressão Litosférica; b)Extensão Litosférica.	101
Figura 5.7 Trajetória de Tensões Efetivas típica considerando um estágio de deposição seguido de compressão tectônica.	102
Figura 5.8 Trajetória de Tensões Efetivas típica considerando um estágio de deposição seguido de extensão tectônica.	105

Lista de tabelas

tado de I
Tabela 4.1 I
mento te
simulado
Tabela 4.2 V
mentares
Tabela 4.3 V
do Critér
PetroMo
Tabela 4.4 \hat{A}
mentares
e Roman
Tabela 4.5 C
tensões ϵ
do estudo
Tabela 4.6 V
Modelo (
Tabela 4.7 I
mento te
simulado
Tabela 4.8 F
na anális
Tabela 4.9 Li
a) tensão
mento m
Tabela 4.10 V
estimado
Tabela 5.1 P
1,.1

Tabela 2.1 Resumo do modelo composicional: Variáveis do pro- blema e Relações que compõem o sistema de equações. Adap- tado de Peaceman (1977).	47
Tabela 4.1 Dados necessários para a determinação do comporta- mento tensão-deformação das rochas sedimentares extraídos do simulador PetroMod 2015.	76
Tabela 4.2 Valores de coeficiente do Poisson (ν) para rochas sedi- mentares.	77
Tabela 4.3 Valores de c' e ϕ' relativos à superfície de ruptura do Critério de Mohr-Coulomb. Dados extraídos do simulador PetroMod 2015.	80
Tabela 4.4 Ângulo de dilatância (ψ') adotados para rochas sedi- mentares segundo as orientações de Vermeer e De Borst (1984) e Romanel (2017).	80
Tabela 4.5 Gradientes da superfície de ruptura e da trajetória de tensões efetivas (regime elástico) para as rochas sedimentares	0.1
do estudo. Tabela 4.6 Valores consolidados para os parâmetros ν , $e_0 \in M$ do Modelo Cam Clay Modificado	81 83
Tabela 4.7 Dados necessários para a determinação do comporta- mento tensão-deformação das rochas sedimentares extraídos do simulador PetroMod 2015.	84
Tabela 4.8Faixa de variação dos parâmetros ϕ_0 , $b \in \rho_s$ empregadas na análise de sensibilidade do modelo Cam-Clay Modificado.Tabela 4.9Limites para aplicação do modelo Cam-Clay Modificado:	87
a) tensão efetiva vertical máxima; b profundidade de soterra- mento máxima.	89
Tabela 4.10 Valores de κ e λ do modelo Cam-Clay Modificado estimados através das relações empíricas (4-3) e (4-4).	93
Tabela 5.1Processo de Sedimentação. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para as	0.0
rochas sedimentares do estudo. Tabela 5.2 Simulações do processo de erosão em dois estágios. Está- gio 01: carregamento (profundidade de soterramento); Estágio	96
02: erosão (profundidade final). Tabela 5.3 Processo de Erosão. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para rochas	98
sedimentares. Tabela 5.4 Dados das simulações de compressão tectônica: litotipo;	99
simulação de origem (deposição); acréscimo de $\sigma_h^{'}$ na fase de cisalhamento.	102

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612921/CA

Tabela 5.5Processo de Compressão Tectônica. Comparação da po- rosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado	
para rochas sedimentares. Tabela 5.6 Dados das simulações de extensão tectônica: litotipo; simulação de origem (deposição): acréscimo de σ'_{1} na fase de	103
cisalhamento	104
Tabela 5.7 Processo de Extensão Tectônica. Comparação da poro- sidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para rochas sedimentares.	105
Tabala (1. Determinação de parêmetro) e partir de engeios es	
dométricos disponíveis em Fleming <i>et al.</i> (1970). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametri-	
zar o VCL também são apresentados.	116
Tabela A.2 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo- métricos disponíveis em Liu e Carter (2002). Os valores de ten- são efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar	
o VCL também são apresentados.	116
Tabela A.3 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo- métricos disponíveis em Wesley e Pender (2008). Os valores de	
zar o VCL também são aprosentados	117
Tabela A.4 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo- métricos disponíveis em Roberts (1965). Os valores de tensão	111
VCL também são apresentados	117
Tabela A 5 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo-	111
métricos disponíveis em Lambe e Withman (1969). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para para-	
metrizar o VCL também são apresentados.	117
Tabela A.6 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo- métricos disponíveis em Favero <i>et al.</i> (2017). Os valores de ten- são efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar	
o VCL também são apresentados.	118
Tabela A.7 Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedo-	
métricos disponíveis em Yin $et al.$ (2015). Os valores de tensão	
efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o	110
VCL também são apresentados.	118

Lista de Símbolos

Alfabeto Latino:

- A produção de calor radiogênico na litosfera
- A_0 produção de calor radiogênico na litosfera no presente
- a espessura da litosfera
- b constante de decaimento do modelo de Athy
- C_{iq}, C_{io}, C_{iw} fração de massa do i-ésimo componente nas fases vapor (gás),
- líquida (óleo) e aquosa
- c' coesão
- c_f calor específico do fluido
- c_s calor específico do sólido
- D constante de decaimento do modelo de Waples (2002)
- ${\cal E}$ módulo de elasticidade
- E_a energida de ativação
- e índice de vazios
- e_0 índice de vazios inicial
- f critério de escoamento G módulo de cisalhamento
- g aceleração da gravidade
- J_1 primeiro invariante do tensor de tensões
- J_{2D} segundo invariante do tensor de tensões desviadoras
- J_{3D} terceiro invariante do tensor de tensões desviadoras
- K módulo de deformabilidade volumétrica
- k taxa de transformação de hidrocarbonetos
- $k_{rg},\,k_{ro},\,k_{rw}$ permeabilidade relativa das fases vapor (gás), líquida (óleo) e aquosa
- M- inclinação da superfície de escoamento do modelo Cam-Clay Modificado no gráfico $p'\ge q$
- m_{x0} massa de reagente (querogênio) inicial
- m_y massa de produto (petróleo) gerada
- \boldsymbol{p} por opressão
- p_c pressão capilar
- p^\prime tensão efetiva média
- p_c^{\prime} tensão efetiva média de pré-adensamento
- ${\cal Q}$ função potencial plástico

 \boldsymbol{q} - tensão desviadora

 $q_f,\,q_g,\,q_o,\,q_w$ - taxa de massa de fluido e das fases vapor (gás), líquida (óleo) e aquosa geradas

 ${\cal R}$ - constante dos gases perfeitos

r - raio

 $S_g,\,S_o,\,S_w$ - saturação das fases vapor (gás), líquida (óleo) e aquosa

T - temperatura

t - tempo

 V_{poros} - Volume dos poros

 $V_{s\acute{o}lidos}$ - Volume da matriz da rocha

- V_{total} Volume total
- v_D velocidade de fluxo
- v_f velocidade do fluido
- \boldsymbol{v}_s velocidade do sólido
- x(t) concentração de querogênio
- y(t) concentração de petróleo
- z profundidade
- z_w batimetria

Alfabeto grego:

- α coeficiente de condutividade térmica
- δ_{ij} delta de Kronecker
- $\epsilon^{e},\,\epsilon^{p}$ deformações elástica e plástica
- $\epsilon_v,\,\epsilon_d$ deformações volumétrica e desviadora
- γ tensão interfacial
- κ gradiente da reta de recompressão no gráfico $e\ge \ln p$
- λ gradiente da reta de compressão virgem no gráfico $e\ge \ln p$

 $\mu_f,\,\mu_g,\,\mu_o,\,\mu_w$ - viscosidade do fluido e das fases vapor (gás), líquida (óleo) e aquosa

- ν coeficiente de Poisson
- ϕ porosidade
- ϕ_0 porosidade inicial do modelo de Athy
- ϕ' ângulo de atrito interno
- ψ' ângulo de dilatância
- ρ_f massa específica do fluido
- ρ_s massa específica do sólido
- σ tensão total
- σ' tensão efetiva
- σ_c' tensão efetiva vertical de pré-adensamento

 $\sigma'_{H},\,\sigma'_{h}$ - tensões efetivas horizontais σ'_{v} - tensão efetiva vertical θ - ângulo de Lode

Abreviaturas:

BPSM – Basin and Petroleum System Modeling
COT – Carbono Orgânico Total
CSL – Critical State Line
CTC – Compressão Triaxial Convencional
CTR – Compressão Triaxial Reduzida
CVFEM – Control Volume Finite Element Method
DFN – Discrete Fracture Network
EbFVM – Element based Finite Volume Method
ETC – Extensão triaxial Convencional
FDM – Finite Difference Method
FEM – Finite Element Method
FVM – Finite Volume Method
IH – Índice de Hidrogênio
MCC – Modified Cam-Clay
MPM – Material Point Method

VCL - Virgin Compression Line

Agir, eis a inteligência verdadeira. Serei o que quiser. Mas tenho que querer o que for. O êxito está em ter êxito, e não em ter condições de êxito. Condições de palácio tem qualquer terra larga, mas onde estará o palácio se não o fizerem ali?

Fernando Pessoa

1 Introdução

1.1 Motivação

A modelagem do comportamento mecânico de rochas representa uma área de conhecimento de origem relativamente recente. Segundo Jaeger *et al.* (1979), as primeiras aplicações em projetos de engenharia datam da segunda metade do século XIX, com o objetivo de compreender os mecanismos que causavam o colapso de túneis e galerias subterrâneas.

Na indústria de petróleo e gás, a análise dos estados de tensão e de deformação do meio poroso permite quantificar a evolução de propriedades relevantes durante a produção de campos (porosidade, permeabilidade), e também prever situações críticas (quebra de selo, geração e propagação de fraturas) que podem inviabilizar economicamente a atividade de exploração do petróleo ou, em algumas situações, podem ser controladas para estimular/incrementar a produção.

Tais possibilidades tornaram a modelagem geomecânica um requisito obrigatório de segmentos do processo produtivo que apresentam maior risco, como a avaliação da estabilidade de poços e a simulação do comportamento de reservatórios durante o desenvolvimento da produção de hidrocarbonetos [Zoback (2007), Fjaer *et al.* (2008), Aadnoy e Looyeh (2011), Zoback *et al.* (1985), Tran *et al.* (2009), Zhang *et al.* (2015)].

Isto posto, a solução geomecânica não apresenta o mesmo aprofundamento na Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM), área que estuda a formação de acumulações de petróleo e gás através da simulação integrada dos processos geológicos que atuam em uma bacia sedimentar desde sua formação. Os modelos mecânicos tradicionalmente implementados em simuladores de bacias possuem formulações simplificadas, consideradas vantajosas por implicarem custo computacional e tempo de simulação reduzidos [Hantschel e Kauerauf (2009), Wangen (2010)].

Segundo Hantschel e Kauerauf (2009), as simplificações, que incluem: estado 1D de deformação, incompressibilidade dos grãos e validade da curva de compactação de Athy (1930), são suficientes para capturar os efeitos básicos da compactação mecânica de sedimentos e da geração de excesso de poropressão na bacia sedimentar. Em contrapartida, outros efeitos relevantes para a evolução da bacia (atividade tectônica, halocinese), que suscitariam uma representação tridimensional das tensões e deformações, estariam mal representados [Bernaud *et al.* (2006), Bruch (2016)].

Uma forma de superar as aparentes limitações da metodologia tradicional é através da associação de relações constitutivas mais abrangentes aos sedimentos. Um modelo mais robusto permitiria descrever o comportamento do material em mais cenários geológicos do que a lei empírica proposta por Athy, que representa uma aproximação válida para o caso de compactação normal em condição de deformação unidimensional.

Entretanto, Bruch (2016) observa que a literatura dedicada ao desenvolvimento e aplicação de formulações alternativas para a BPSM ainda é escassa, principalmente se comparada ao volume de trabalhos sobre modelagem mecânica publicado em outras áreas como fundações, escavações subterrâneas e reservatórios de petróleo.

Entre as abordagens desenvolvidas, destacam-se trabalhos como o de Smith (1971), um dos primeiros a aplicar os conceitos da teoria do adensamento primário [Terzaghi (1943)] no processo de compactação de sedimentos na BPSM. Em sua pesquisa, o autor busca generalizar a lei empírica de Athy, substituindo a profundidade pela tensão efetiva vertical como grandeza que determina o comportamento da porosidade.

Alguns trabalhos também se dispõem a incorporar outros processos além do mecânico em suas formulações. É o caso de Schneider *et al.* (1996), que propõem um modelo de compactação mecânica e química para sedimentos em regime de deformação uniaxial. Nesta formulação, a relação entre tensão efetiva e porosidade é descrita por um modelo visco-elastoplástico mais refinado, considerando não linearidades em parâmetros como: limite de plastificação, módulo de elasticidade, fator de endurecimento do material e coeficiente de viscosidade.

Tuncay *et al.* (2000) também apresentam uma formulação para compactação mecânica e química, em que a modelagem das deformações macroscópicas da rocha está relacionada à evolução de sua textura. O modelo reológico proposto é definido por características da matriz (tamanho e forma de grãos, mineralogia, área superficial) e da rede de fraturas (quantidade, extensão e espaçamento das descontinuidades).

Já Bernaud *et al.* (2006) avaliam o problema da grande variação de porosidade observada durante a evolução temporal de bacias sedimentares através de um modelo de compactação puramente mecânica de sedimentos usando a formulação de deformações finitas. O comportamento poroelastoplástico utiliza o modelo Cam-Clay Modificado [Roscoe e Burland (1968)] como base, adequando-o às condições particulares da BPSM.

Posteriormente, Bruch (2016) desenvolve um modelo termoporomecânico para a compactação de sedimentos, estendendo aquele apresentado por Bernaud *et al.* (2006). O autor realiza comparações entre as formulações puramente mecânica e químico-mecânica, avaliando também a influência do acoplamento térmico em ambos os casos, usando como base um cenário geológico simplificado (somente um litotipo em condição edométrica).

Bruch (2016) também ressalta que as circunstâncias físicas e geológicas observadas na modelagem de bacias sedimentares são distintas em relação a outras aplicações da geomecânica: em função dos processos geológicos envolvidos, os sedimentos são submetidos a variações significativas de tensão e temperatura ao longo do tempo. Como consequência, o material sofre grandes deformações, além de alterações da sua microestrutura e de suas propriedades mecânicas.

Tal contexto indica que há necessidade de estudar a validade das relações constitutivas clássicas nas condições específicas da BPSM, já que não se pode garantir que tais modelos, recorrentes em projetos de geotecnia e vastamente discutidos na literatura, estejam aptos a descrever o comportamento reológico das rochas durante o processo de formação de bacias sedimentares.

Portanto, um estudo sobre a aplicação de modelos constitutivos tradicionais pode fornecer diretrizes para a seleção da formulação mais adequada de acordo com o material, além de elucidar o impacto de tal escolha na capacidade preditiva da BPSM em cenários geológicos diversos.

1.2 Objetivos

Este trabalho pretende avaliar a aplicação de relações constitutivas clássicas (modelos elásticos e elastoplásticos) no contexto da modelagem numérica de bacias sedimentares e sistemas petrolíferos e estabelecer um critério que oriente os geocientistas na seleção do modelo constitutivo mais adequado para o material, partindo dos dados disponíveis em modelagens tradicionais de BPSM (como os parâmetros para o modelo de Athy).

Para tal, os modelos constitutivos são testados em cenários teóricos que representam as condições geológicas assumidas pela lei empírica de Athy (material homogêneo, deformação unidimensional, condição drenada), para três litotipos típicos de ambientes sedimentares: arenito; folhelho; e siltito.

Em seguida, os modelos são aplicados em cenários simplificados que re-

produzem outros processos geológicos: erosão, compressão tectônica e extensão tectônica para demonstrar qualitativamente os efeitos de sua aplicação em situações em que as premissas do modelo de Athy não são válidas.

1.3 Estruturação do Trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos. Este breve capítulo introdutório busca contextualizar o estágio atual das pesquisas sobre o tema proposto, demonstrar sua relevância para a exploração de petróleo e expor os objetivos a serem alcançados ao final da dissertação.

O segundo capítulo traz uma revisão bibliográfica sobre Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM), área que envolve conhecimentos em várias disciplinas da engenharia e da geologia. De forma geral, procura-se elucidar os objetivos dessa metodologia, bem como descrever seu fluxo de trabalho através da apresentação dos processos geológicos envolvidos, do arcabouço matemático e da representação computacional típicos de simuladores.

O terceiro capítulo apresenta possíveis abordagens para a modelagem do comportamento mecânico de rochas. Além de discutir com mais detalhes a modelagem mecânica empregada atualmente na BPSM, são apresentados os conceitos e formulações dos modelos constitutivos, consolidados na área de geotecnia, a serem avaliados como opção à metodologia tradicional.

O quarto capítulo descreve a avaliação dos modelos, através da parametrização das relações constitutivas para o caso de deposição e compactação análogo ao ajuste empírico proposto por Athy, e busca definir um critério de seleção das relações constitutivas tradicionais a partir das propriedades do meio poroso.

O quinto capítulo trata da aplicação das relações constitutivas selecionadas em cenários simplificados que visam simular processos geológicos recorrentes na BPSM, avaliando o impacto desses modelos no estado do meio poroso em relação ao modelo mecânico tradicional. Para auxiliar as análises nestes cenários, é empregada a ferramenta computacional Sigma/W (Geoslope).

O sexto capítulo destina-se às considerações sobre os resultados obtidos nas análises numéricas. Também são propostos caminhos para trabalhos futuros que procurem contribuir com o desenvolvimento da modelagem mecânica na BPSM.

Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos

Bacias sedimentares representam regiões da superfície terrestre de subsidência prolongada nas quais ocorre acúmulo de sedimentos. Já um sistema petrolífero se limita àquilo que esteja diretamente relacionado à dinâmica do petróleo dentro de uma bacia sedimentar. Isso significa que um sistema petrolífero é necessariamente composto por uma rocha geradora de hidrocarbonetos madura e toda a região adjacente alimentada por essa geradora, ou seja, caminhos de migração, reservatórios e trapas [Allen e Allen (2013)].

Empresas de petróleo e gás buscam reunir o máximo possível de informação sobre a história/evolução dessas entidades geológicas, como meio de aumentar a previsibilidade e reduzir o risco econômico da atividade de exploração de petróleo. Contudo, entender o comportamento de bacias sedimentares e seus componentes ao longo das eras geológicas não é uma tarefa elementar. Elas estão em constante modificação, causada pela atuação combinada de diversos processos geológicos, por exemplo: deposição de sedimentos, compactação, fluxo térmico, geração e migração de hidrocarbonetos.

Tal dificuldade estimulou o desenvolvimento de metodologias que permitam recontar a história de uma bacia sedimentar. Das formas empregadas atualmente com esse objetivo, destaca-se a Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM), definida como a modelagem quantitativa dinâmica dos processos geológicos que atuam sobre as bacias sedimentares [Hantschel e Kauerauf (2009)].

Considerando a multidisciplinaridade inerente ao tema, que envolve conhecimento nas áreas de geologia, engenharia, métodos numéricos e desenvolvimento de *software* (Figura 2.1), e a difusão ainda tímida desta especialidade no meio acadêmico e na própria indústria do petróleo, o presente capítulo tem os objetivos de fornecer uma visão geral sobre a BPSM e demonstrar a influência do comportamento mecânico, retratado principalmente através da porosidade da rocha, nos processos representados na modelagem. Para tal, procura-se detalhar como as áreas de conhecimento citadas acima se integram na BPSM, através da apresentação de seus conceitos gerais, objetivos e formulações.



Figura 2.1: Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM): integração de conhecimentos em geologia, engenharia, métodos numéricos e desesnvolvimento de *software*.

2.1 Histórico

A exploração do petróleo pode ser considerada uma atividade relativamente recente na história da civilização, sendo o primeiro poço comercial perfurado em 1859 próximo à cidade de Titusville nos Estados Unidos. Sua relevância para a economia mundial cresceu de forma acelerada desde então e, com isso, o interesse em desenvolver metodologias que contribuam para o aperfeiçoamento dos processos do ciclo produtivo.

Na indústria do petróleo, as primeiras pesquisas voltadas para a quantificação de processos estavam focadas na área de produção, com ênfase no comportamento de reservatórios e escoamento de fluidos. Somente na segunda metade do século XX, com a intensificação da busca por diferenciais competitivos, o estudo quantitativo de processos geológicos para previsão de acumulações de hidrocarbonetos passou a ter maior destaque.

Um marco que impulsionou a aplicação da BPSM na indústria petrolífera ocorreu em meados da década de 1970, com o desenvolvimento da técnica de *backstripping* [Perrier e Quiblier (1974), Watts e Ryan (1976)], fundamental para a reconstrução da geo-história de uma bacia. Pesquisas abarcando outros fenômenos importantes, como: estiramento litosférico [McKenzie (1978), Royden e Keen (1980)]; cinética de geração de hidrocarbonetos [Tissot *et al.* (1987), Sweeney *et al.* (1987)]; maturação térmica [Sweeney e Burnham (1990)]; e migração de hidrocarbonetos 2D [Ungerer *et al.* (1990)] vieram em seguida, ampliando o escopo das modelagens.

No entanto, Ungerer *et al.* (1990) ressaltam que os cálculos exigidos, combinados à manipulação intensiva de dados químicos, físicos e geológicos, seriam impraticáveis sem o auxílio de ferramentas computacionais, impulsionando também o investimento no desenvolvimento de *softwares* científicos para tornar a simulação de processos geológicos viável.

Esta combinação traduz a essência da BPSM moderna: aliar técnicas computacionais e modelos matemáticos para a simulação integrada de processos geológicos, de modo que um geocientista tenha condições de realizar predições realistas sobre o comportamento de um sistema petrolífero.

Ainda assim, a aplicação da BPSM esteve, por muito tempo, restrita a modelagens simplificadas (1D e 2D), em função da limitação dos recursos tecnológicos. Somente a partir do final da década de 1990, com o aumento da capacidade de processamento das máquinas, foram lançados simuladores capazes de realizar modelagens 3D para a temperatura e fluxo multifásico [Hantschel e Kauerauf (2009)], entre os quais: PetroMod (Schlumberger), OpenFlow (Beicip-Franlab), Permedia (Landmark) e SimBR (Petrobras).

2.2 Escopo da Modelagem

De modo sintetizado, a BPSM se propõe a simular a evolução de uma bacia sedimentar ou sistema petrolífero ao longo do tempo com base em informações sobre seu estado atual. A análise numérica, portanto, é constituída essencialmente por duas partes: o objeto do estudo (modelo conceitual da bacia); e as ações aplicadas sobre ele (processos geológicos), divididas em eventos temporais finitos (normalmente associados a ciclos de deposição de sedimentos).

O modelo conceitual é uma representação geométrica da área de estudo preenchida por propriedades físicas do meio e dos fluidos, construído a partir da interpretação combinada de levantamentos sísmicos e registros de poços [Allen e Allen (2013)]. É através do acompanhamento das propriedades do modelo (profundidade, porosidade, pressão de fluidos, saturação, entre outros) que se reproduz a evolução de uma bacia sedimentar.

Já os processos geológicos, agentes de transformação da bacia, são inseridos como condições de contorno e equações do modelo matemático. A seleção e utilização dos processos durante a simulação deriva de estudos envolvendo diversas especialidades da área de geologia: petrofísica, sedimentologia, geologia estrutural, geotectônica, geoquímica e bioestratigrafia, que permitem entender as características do paleoambiente que condicionam a simulação.

Cabe ressaltar que há várias maneiras de integrar os processos geológicos no algoritmo de um simulador. A alternativa teoricamente ideal, com embasamento físico mais rigoroso, considera a simultaneidade e dependência existente entre eles, agrupando todos no mesmo sistema de equações (esquema totalmente acoplado).

Entretanto, a prática mostra que, na maioria dos casos, é possível calcular os fenômenos em um arranjo desacoplado (Figura 2.2), ou seja, de forma assíncrona em uma sequência pré-definida, sem perdas relevantes de acurácia para a solução [Hantschel e Kauerauf (2009)].



Figura 2.2: Encadeamento de processos geológicos no evento. Adaptado de Hantschel e Kauerauf (2009).

Nessa alternativa, cada processo resolvido interfere na solução daqueles que o sucedem, mas o efeito inverso não ocorre¹. Portanto, a ordem estipulada estabelece uma relação de precedência entre os fenômenos, de modo que quanto

¹Um exemplo desse comportamento é o estudo desacoplado de compactação e migração de hidrocarbonetos: a variação do volume poroso com a compactação é utilizada para calcular a velocidade do fluxo de hidrocarbonetos durante a migração; contudo, a contribuição do fluxo de hidrocarbonetos, que pode causar subcompactação ao desenvolver excesso de pressão de poros, é negligenciada, sendo considerado apenas fluxo monofásico (meio saturado com água) na avaliação da compactação.

mais adiante um processo estiver posicionado no encadeamento, maior é o acúmulo de incertezas associadas à solução.

Tal abordagem é mais difundida na BPSM, por apresentar um custo computacional significativamente menor que o esquema totalmente acoplado. Em geral, os simuladores costumam empregar variações dessa organização básica, por exemplo: acoplamento térmico com a solução da migração (fluxo de fluidos multifásico).

Isto posto, qual seja a configuração adotada pelo algoritmo do simulador, deve-se salientar que o ciclo dos hidrocarbonetos em uma bacia sedimentar, principal objetivo da BPSM, aparece como o ponto culminante e também o mais sensível de uma simulação.

Logo, para evitar a propagação de incertezas durante o estudo de uma bacia sedimentar, geocientistas procuram criar pontos de verificação da consistência do modelo ao longo do processo de modelagem. Uma das estratégias mais populares, com esta finalidade, consiste em dividir o fluxo de trabalho em fases que focam em grupo específicos de processos geológicos, conforme a Figura 2.3.



Figura 2.3: Esquematização das etapas do fluxo de trabalho da BPSM.

Em cada etapa, são avaliados os efeitos de um conjunto de processos geológicos através da validação com dados observados em campo ou experimentais. Observa-se que a execução das quatro etapas da Figura 2.3 é ideal, mas não obrigatória para o fluxo da modelagem, sendo condicionada pelos objetivos do estudo e disponibilidade de dados. A história de soterramento tem a finalidade de identificar condições estruturais e estratigráficas propícias à acumulação de hidrocarbonetos. Essa análise está diretamente associada à evolução dos estados de tensão, deformação e poropressão na bacia através dos processos geológicos de deposição e compactação dos sedimentos, e permite as seguintes investigações:

- (i) Formação de trapas estratigráficas (camadas com baixa permeabilidade funcionando como selos) e estruturais (dobras, falhas, domos, anticlinais);
- (ii) Comportamento das falhas para a propagação de fluidos (selante ou condutor) ao longo do tempo;
- (iii) Influência de eventos erosivos nas propriedades do meio poroso;
- (iv) Influência de fenômenos complexos como a halocinese (comportamento viscoplástico de rochas evaporíticas);
- (v) Determinação de parâmetros para modelos matemáticos que descrevem o estiramento listosférico [McKenzie (1978), Royden e Keen (1980)] a partir do detalhamento da subsidência da bacia;
- (vi) Validação/correção de mapas paleobatimétricos.

Após a avaliação da geo-história do modelo, dá-se prosseguimento ao fluxo da modelagem com a calibração da história térmica da bacia sedimentar. A simulação é dedicada ao fluxo de calor via condução, convecção e radiação emitida pelos sedimentos e pela litosfera, e o seu resultado é comparado a dados de reflectância de vitrinita² (Ro) e temperatura medidos em poços perfurados na região de interesse. Os alvos deste estudo são enumerados a seguir:

- (i) Influência do fluxo térmico devido ao estiramento litosférico;
- (ii) Influência de fenômenos como intrusões magmáticas (diques e soleiras) na temperatura;
- (iii) Influência da geração de calor radiogênico na litosfera para o fluxo térmico e determinação de parâmetros para modelos matemáticos que descrevem esse fenômeno [Waples (2001), Waples (2002)].

 $^{^2 {\}rm Marcador}$ térmico presente na matéria orgânica comumente usado na avaliação da maturação térmica de bacias sedimentares.

O fluxo térmico calibrado é insumo da terceira etapa do fluxo de trabalho, que se concentra na geração de hidrocarbonetos (através da combinação entre modelos cinéticos e a Lei de Arrhenius), e cujo resultado dá subsídios a avaliações preliminares sobre as áreas prospectadas para exploração de petróleo. Nesta fase, é estimado o potencial das rochas geradoras da bacia sedimentar, através das seguintes análises:

- (i) Avaliação da localização das cozinhas (áreas maduras da rocha geradora) e da janela de geração (período de geração de hidrocarbonetos), e seu alinhamento com a formação das trapas;
- (ii) Investigação do volume e composição do petróleo gerado em cada cozinha através de teste de cenários com os parâmetros relacionados à matéria orgânica: COT (Carbono Orgânico Total); IH (Índice de Hidrogênio); e Tipo de Querogênio³ (Tipos I, II ou III segundo o diagrama de Van Krevelen [Tissot e Welte (1984)]).

A última etapa foca nos processos de migração dos hidrocarbonetos e análise dos fluidos após a expulsão da geradora (migração secundária), com o propósito de quantificar possíveis acumulações na bacia sedimentar. Como já colocado, essa análise representa o objetivo principal e também o mais sofisticado da BPSM, pela complexidade dos fenômenos envolvidos e por considerar o produto de todas as etapas anteriores. A partir dela, é possível:

- (i) Identificar a localização de prospectos exploratórios;
- (ii) Estudar as características das acumulações simuladas: volume; área de contato óleo-água; composição (análise PVT) e classificação do óleo/campo⁴;
- (iii) Calibrar o modelo utilizando campos já conhecidos/quantificados na região.

Deve-se destacar também a flexibilidade deste esquema modularizado em relação à incorporação de processos geológicos ao fluxo de trabalho. Esta é uma característica vantajosa, pois permite que soluções de programas/algoritmos independentes complementem as análises, caso exista necessidade de avaliar algum dos fenômenos/propriedades representados na simulação de maneira mais aprofundada.

 $^{^3\}mathrm{Fra}$ ção orgânica de sedimentos que consitutem uma rocha sedimentar.

⁴Os reservatórios/campos de petróleo, em geral, são avaliados através de duas escalas: Grau API (°API), que mede a densidade relativa do óleo - quanto menor a densidade, maior o valor na escala; e RGO (Razão Gás/Óleo), que representa a razão entre o volume produzido de gás associado pelo volume produzido de óleo.

Alguns dos casos em que essa contribuição externa é mais comum são: restauração estrutural; processos diagenéticos; transporte de sedimentos; modelagem da litosfera; e modelagem geomecânica, que está alinhada ao objetivo deste trabalho.

2.3 Equações Governantes

Devido à grande quantidade de processos envolvidos, a concepção de um arcabouço matemático que retrate fielmente a realidade geológica representa um grande desafio da BPSM. Tal estrutura cumpre as funções de interpretar, organizar e integrar os fenômenos através de um conjunto de equações, garantindo a representatividade e acurácia dos resultados.

Nesta seção, procura-se descrever tal modelo matemático por meio de uma revisão do embasamento físico, hipóteses e equações que o integram. E, de forma a conferir clareza à organização do texto, optou-se por apresentar tais conceitos/formulações seguindo a ordenação dos processos proposta na Figura 2.3.

É importante observar que múltiplas abordagens podem ser usadas na BPSM para tratar os processos geológicos, com base em simplificações distintas⁵. Por brevidade, a vasta gama de soluções não será explorada neste capítulo, focando naquelas que estão implementadas nos principais simuladores e são mais aplicadas na indústria. Para o aprofundamento nas demais metodologias, recomenda-se consultar a literatura na área de modelagem geológica [Hantschel e Kauerauf (2009), Wangen (2010), Allen e Allen (2013)].

2.3.1 Deposição e Compactação

A deposição e a compactação de sedimentos são agentes primários de transformação/deformação da bacia sedimentar. Na BPSM, estes processos são combinados através da técnica de *backstripping* [Perrier e Quiblier (1974), Watts e Ryan (1976)], detalhado na Figura 2.4, para restaurar a geometria pretérita das camadas.

Em sua essência, o mecanismo de deformação resulta da combinação entre agentes externos (esforços e deslocamentos causados por atividade tectônica) e internos (peso de sedimentos e fluidos e empuxo lateral causado pelo

⁵Um importante exemplo desta diversificação diz respeito à solução para o fluxo de fluidos no meio poroso. Três alternativas, com diferentes níveis de precisão e custo computacional, costumam integrar as soluções de BPSM: métodos baseados na Lei de Darcy (1856), *Invasion-Percolation* [Carruthers (1998)] e *Flowpath* [Hantschel e Kauerauf (2009)].



Figura 2.4: Esquema conceitual da técnica de *backstripping*. Adaptado de Ungerer et al. (1990).

confinamento), que estão diretamente ligados ao campo de tensões atuantes na bacia sedimentar.

Entretanto, a determinação do estado de tensões totais emprega algumas hipóteses em sua solução. A principal delas simplifica o tensor de tensões para um estado 1D de tensões, de modo que somente a componente vertical normal, resultante da sobrecarga, é contabilizada [Hantschel e Kauerauf (2009)], enquanto as demais componentes normais e cisalhantes são desconsideradas.

Outra hipótese pressupõe que os vazios das rochas são preenchidos somente por um fluido, simplificando o cálculo da massa específica. Aplicando os dois conceitos, a tensão total em uma posição qualquer da bacia é aproximada pela coluna de sedimentos e água sobre o ponto de análise:

$$\sigma(z) = g\left(\int_{0}^{z_w} \rho_f(z)dz + \int_{z_w}^{z_p} \rho_{sed}(z)dz\right)$$
(2-1)

em que z_w indica a batimetria, ou seja, a coluna d'água sobre a superfície de topo da bacia; z_p indica a profundidade do ponto analisado; ρ_f e ρ_{sed} são as massas específicas do fluido (água) e dos sedimentos, respectivamente.

A equação (2-1) pode ser modificada, considerando que há variação de propriedades entre as camadas estratigráficas, assim como o detalhamento da densidade do meio, através de uma parcela relativa aos grãos da matriz da rocha e outra relativa aos fluidos que ocupam os poros, como se segue:

$$\sigma(z) = g\rho_f z_w + g \sum_{i=1}^n \left[\int_{z_{topo}^i}^{z_{base}^i} (\rho_f \phi^i + \rho_s^i (1 - \phi^i)) dz \right]$$
(2-2)

em que o índice i representa a i-ésima camada na sequência estratigráfica entre a superfície de topo da bacia e a profundidade de análise e ϕ representa a porosidade do meio.

Neste modelo, portanto, a sobrecarga de novos sedimentos depositados é a causa de alterações na estrutura da rocha. De forma simplificada, tais alterações equivalem à variação de volume dos espaços vazios entre os grãos, em função da compressão e movimentação dos fluidos que ocupam os poros, como ilustrado na Figura 2.5.



Figura 2.5: Processo de deformação da rocha: dissipação de poropressão (p); redução do volume poroso; expulsão de fluidos dos poros (V_W) [Hantschel e Kauerauf (2009)].

O ponto de partida para a descrição matemática do comportamento apresentado acima é a definição das equações de conservação de massa para os materiais encontrados no meio geológico [Wangen (2010)]: a primeira equação (2-3) representa o balanço da matéria sólida do sistema (matriz da rocha); enquanto a segunda (2-4) é responsável pelo balanço de massa de fluido.

$$\nabla(v_s) = \frac{1}{1 - \phi} \frac{\partial}{\partial t}(\phi) \tag{2-3}$$

е

$$-\nabla(\phi v_f \rho_f) + q_f = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho_f) \tag{2-4}$$

em que q_f indica uma fonte de massa de fluido; v_s e v_f representam as velocidades da fase sólida e do fluido, respectivamente.

As velocidades $(v_s \in v_f)$, por sua vez, são relacionadas através da Lei de Darcy, que avalia uma função potencial u dependente da poropressão.

$$v_D = \phi(v_f - v_s) = -\frac{K}{\mu_f} \nabla u$$

$$\nabla u = \nabla p - \rho_f g n_z$$
(2-5)

em que v_D representa a velocidade de Darcy (ou velocidade de fluxo), p indica a poropressão, K representa a permeabilidade absoluta do meio poroso, μ_f indica a viscosidade do fluido e n_z representa o vetor unitário na direção z.

Observa-se que algumas hipóteses são adotadas para o processo de deposição e compactação: a massa específica da fase sólida (ρ_s) é constante; os poros estão saturados somente por água; não há geração de massa de fluido $(q_f = 0)$.

Assim, substituindo a equação (2-3) em (2-5) e o resultado em (2-4) sucessivamente, obtém-se a equação de continuidade da pressão para fluxo monofásico.

$$\nabla(v_D \rho_f) = \frac{\rho_f}{1 - \phi} \frac{\partial}{\partial t} \phi + \phi \frac{\partial}{\partial t} \rho_f$$
(2-6)

Tratando-se de um problema de valor de contorno, é importante mencionar as condições de contorno do problema:

- (i) No topo é definida condição de contorno de pressão prescrita, fornecida pela batimetria (dado que também indica a topografia em cada evento);
- (ii) Na base é definida condição de contorno de fluxo conhecido: em geral, considera-se que a rocha do embasamento é impermeável, de forma que o fluxo prescrito é nulo;
- (iii) Para a condição inicial, arbitra-se um campo de pressão hidrostático para novos sedimentos depositados, enquanto os sedimentos mais antigos herdam o resultado calculado para o tempo anterior.

Além da poropressão, a compreensão do processo de variação do volume da rocha em função das condições de carregamento mostra-se fundamental para a simulação da história de soterramento do modelo. Tal comportamento é representado através da evolução da porosidade (ϕ), propriedade que relaciona o volume de vazios ao volume total da rocha conforme a equação (2-7).

$$\phi = \frac{V_{poros}}{V_{total}}$$

$$V_{total} = V_{poros} + V_{sólidos}; V_{sólidos} = cte$$
(2-7)

em que V_{poros} , $V_{sólidos}$ e V_{total} representam o volume dos poros, da matriz e total da rocha, respectivamente.

Na BPSM, o estudo da porosidade se baseia em um modelo empírico [Athy (1930)], cuja equação correlaciona a porosidade à profundidade de soterramento da rocha através de uma função exponencial (2-8) ajustada para dados experimentais. Observa-se que tal ajuste foi proposto inicialmente para folhelhos, mas, na prática, é empregado para todo tipo de rocha sedimentar em simuladores.

$$\phi(z) = \phi_0 \exp(-bz) \tag{2-8}$$

em que ϕ_0 e *b* são características dos litotipos e representam, respectivamente, a porosidade inicial da rocha e a constante de decaimento da função exponencial; e *z* é a profundidade de soterramento do ponto de análise.

Posteriormente, a formulação foi adaptada por Smith (1971) para considerar a tensão efetiva produzida pela sobrecarga de sedimentos (2-9). A introdução dessa relação tensão-porosidade, substituindo a profundidade como variável principal, garante maior robustez ao modelo, já que permite incorporar o efeito da variação da densidade dos estratos e da pressão de fluidos no cálculo da porosidade.

$$\phi(z) = \phi_0 \exp(-b\sigma') \tag{2-9}$$

em que σ' representa a tensão efetiva vertical atuante no ponto de análise.

Por sua vez, a tensão efetiva (σ') aplicada na equação (2-9) exprime um conceito essencial da mecânica de solos, definido pela Teoria do Adensamento [Terzaghi (1943)]. Terzaghi demonstra, através de experimentos, que o adensamento de um solo saturado e o ganho de resistência ao cisalhamento são causados pela variação da tensão efetiva. Fica definido também que qualquer nível de tensão compressiva em um solo pode ser decomposto em duas parcelas:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij} \tag{2-10}$$

em que σ, σ' e p representam, respectivamente: o nível de tensão ao qual o meio

poroso está submetido (tensão total); a parcela das tensões transmitida pelo contato entre as partículas (tensão efetiva); e a parcela das tensões suportada pelo fluido que preenche os poros (poropressão), intrinsecamente isotrópica.

2.3.2 História Térmica

A temperatura, assim como a pressão, é uma grandeza fundamental para a simulação de bacia sedimentares. Além de ter influência sobre as propriedades dos fluidos (viscosidade e densidade), a temperatura está diretamente envolvida nos processos de geração (transformação da matéria orgânica em petróleo) e craqueamento dos hidrocarbonetos. Observa-se que nestes processos, o comportamento tensão-deformação apresenta papel secundário, relacionado à variação de espessura dos pacotes sedimentares, o que afeta os processos de difusão e advecção de calor pelo meio poroso.

A equação fundamental deste processo é também uma equação de continuidade, denominada Equação de Conservação de Energia (2-11). No arranjo mais tradicional para a BPSM, considera-se apenas a condução de calor e a advecção pela fase fluida, ainda que outros fenômenos possam ser acrescentados à formulação, como advecção na fase sólida (associada à fluência do sal, por exemplo) ou um termo fonte (devido à presença de elementos radiativos nos minerais dos sedimentos).

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\phi \rho_f c_f + (1 - \phi) \rho_s c_s)T] + \nabla (\phi \rho_f c_f v_f T) - \alpha \nabla^2 T = 0$$
(2-11)

onde T indica a temperatura; $c_f \in c_s$ representam o calor específico do fluido e do sólido, respectivamente; e α indica o coeficiente de condutividade térmica da rocha.

Assim como colocado para a equação (2-4), é importante definir as condições de contorno que garantam a solução da equação (2-11):

- (i) Para novos sedimentos depositados, é assumida uma variação linear da temperatura com a profundidade como condição inicial, enquanto sedimentos pré-existentes herdam o campo de temperatura resolvido no intervalo de tempo anterior;
- (ii) Temperatura prescrita na superfície de topo da bacia;
- (iii) Fluxo térmico prescrito na interface com o embasamento.

Informações sobre a temperatura de superfície no passado são resultado de um estudo que combina a Teoria da Tectônica de Placas (rastreamento da movimentação das bacias sedimentares e sua latitude ao longo do tempo) e a avaliação dos paleoclimas (variação da temperatura na superfície do planeta no tempo geológico) [Wygrala (1989)].

A condição complementar (fluxo prescrito na base) é consequência de processos térmicos que ocorrem na crosta e no manto, mas que não são simulados de forma integrada à modelagem numérica da bacia. Entre as causas de troca de calor entre embasamento e bacia sedimentar, dois fenômenos são considerados mais relevantes: a ascensão do manto astenosférico associada ao estiramento da litosfera e a geração de calor na crosta.

O primeiro é descrito por modelos de estiramento litosférico [McKenzie (1978), Royden e Keen (1980)]. Estes modelos quantificam o desequilíbrio térmico gerado pela redução da espessura da litosfera em um processo de rifteamento⁶, enquanto o calor é gerado na astenosfera (cuja temperatura se mantém constante durante o processo), conforme a Figura 2.6.



Figura 2.6: Esquema do modelo de estiramento litosférico proposto por McKenzie (1978): a) 1- Litosfera em equilíbrio térmico, com espessura a; 2- Redução uniforme da espessura litosférica por um fator β e ascensão da astenosfera, gerando desequilíbrio no campo de temperatura; 3- Recomposição do manto litosférico e processo de resfriamento ao final da fase rifte, até que a condição de equilíbrio térmico seja novamente atingida; b) Assinatura típica do fluxo térmico, contemplando as etapas do item a).

Na técnica elaborada por McKenzie (1978), utiliza-se a Equação de Conservação de Energia em uma forma reduzida (2-12), adotando as hipóteses

⁶Processo de fraturamento da crosta associado ao afastamento de placas tectônicas.
de fluxo térmico unidimensional na litosfera e transferência de calor somente via condução.

$$\frac{\partial}{\partial t}T = \alpha \frac{\partial^2}{\partial z^2}T$$

$$T(z=0) = 0; T(z=a) = T_l$$
(2-12)

em que α representa o coeficiente de condutividade térmica; T_l indica a temperatura do manto astenosférico; e *a* indica a espessura da litosfera.

A solução da equação (2-12) pode ser representada através de expansão em série de Fourier, conforme apresentado em McKenzie (1978):

$$\frac{T}{T_l} = 1 - \frac{z}{a} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left[\frac{\beta}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}\right) \right] \exp\left(\frac{-n^2 \alpha \pi^2 t}{a^2}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{a}\right) \right\}$$
(2-13)

enquanto a contribuição da litosfera para o fluxo térmico na base da bacia sedimentar fica definida por:

$$F(t) = \frac{kT_l}{a} \left\{ 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\beta}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{\beta}\right) \exp\left(\frac{-n^2 \alpha \pi^2 t}{a^2}\right) \right] \right\}$$
(2-14)

em que F(t) representa o fluxo térmico aplicado à base da bacia sedimentar ao longo do tempo.

O segundo fator identifica a própria litosfera como fonte de calor, que é produzido por isótopos radiativos de elementos químicos (como Urânio (U), Tório (Th) e Potássio (K)) presentes nas rochas do embasamento. Segundo Waples (2001), a contribuição radiogênica da litosfera pode representar, inclusive, uma porção substancial do fluxo oriundo do embasamento.

Um dos modelos mais utilizados na BPSM, Waples (2001) relaciona a produção de calor a duas características da litosfera: sua espessura (a); e a produção atual de calor medida na superfície da crosta (A_0) , conforme a equação (2-15).

$$A = A_0 \exp\left(-\frac{a}{D}\right) \tag{2-15}$$

em que A indica a produção de calor radiogênico na litosfera; e D representa uma constante expressa em km, que varia de 4km a 16km [Waples (2001)].

Posteriormente, o efeito da meia-vida dos elementos radiativos na geração de calor foi acrescentado à formulação (2-15), como proposto em Waples (2002), tornando a quantidade de calor gerado dependente da idade da crosta:

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{a}{D}\right) \exp\left\{-\frac{d_m}{D_l}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]\right\}$$
(2-16)

em que d_m é o valor máximo de erosão crustal; $D_l \in \tau$ são constantes com valores de 10,4km e 500 milhões de anos, respectivamente [Waples (2002)].

2.3.3 Geração de Hidrocarbonetos

A geração de petróleo é definida por Tissot e Welte (1984) como um processo físico-químico que envolve a transformação da matéria orgânica incorporada à rocha em querogênio, e do querogênio em petróleo. Durante a evolução da bacia sedimentar, a geração de petróleo está associada a algumas condições geológicas típicas, conforme apresentado na Figura 2.7.



Figura 2.7: Relação entre as condições geológicas (profundidade, temperatura, reflectância de vitrinita) e a geração de hidrocarbonetos. Adaptado de Hantschel e Kauerauf (2009).

Além das condições de temperatura e pressão, a composição do petróleo formado é dependente das características do querogênio. A principal maneira de avaliar o querogênio é através de sua classificação química, com o auxílio do diagrama de Van Krevelen (Figura 2.8), ainda que outros fatores como: o tipo de fácies (marinha ou lacustre); presença de oxigênio no ambiente; e ação biológica tenham relevância nessa avaliação [Hantschel e Kauerauf (2009)].



Figura 2.8: Caracterização do querogênio a partir do diagrama de Van Krevelen [Tissot e Welte (1984)]. O querogênio é dividido em três tipos principais, de acordo com as quantidades de Hidrogênio (H), Carbono (C) e Oxigênio (O): Tipo I – predominantemente compostos alifáticos; Tipo II – majoritariamente compostos aromáticos e naftênicos; e Tipo III – formado predominantemente por compostos poliaromáticos condensados e grupos funcionais oxigenados.

O modelo matemático aplicado na BPSM combina essas informações através da Equação de Arrhenius (2-17), que determina a velocidade das reações envolvidas. Essa formulação é governada pela temperatura e pelos parâmetros definidos na cinética global do querogênio:

$$k_i(T) = A_i \exp\left(-\frac{E_{ai}}{RT}\right) \tag{2-17}$$

em que k_i , A_i e E_{ai} representam, respectivamente, a constante de proporcionalidade (taxa de transformação), o fator de frequência e a energia de ativação da i-ésima reação; e R representa a constante dos gases perfeitos.

No craqueamento primário, o resultado das taxas das reações é utilizado para determinar as concentrações do querogênio consumido e do petróleo gerado ao longo do tempo:

$$x(t+1) = x(t) - \sum_{i=1}^{n} k_i(T)x_i; x(t=0) = 1$$
(2-18)

е

$$y(t) = 1 - x(t) \tag{2-19}$$

em que x(t) e y(t) representam as concentrações de querogênio e petróleo existentes no sistema em um determinado momento t.

A partir das concentrações, a massa de petróleo gerada pode ser calculada em função da massa de querogênio presente na rocha geradora:

$$m_{x0} = COT_0 I H_0 V (1 - \phi) \rho_s$$

$$m_u(t) = m_{x0} y(t)$$
(2-20)

em que COT_0 , IH_0 e m_{x0} representam, respectivamente, os valores iniciais do índice de Carbono Orgânico Total, do Índice de Hidrogênio e da massa do querogênio da rocha geradora; e m_y indica a massa de petróleo produzida.

Cabe observar que a transformação do querogênio não é a única forma de geração de componentes de petróleo. Os mesmos princípios físicos e equações que descrevem o craqueamento primário podem ser aplicados ao craqueamento secundário, que consiste na geração de componentes do petróleo a partir da quebra de cadeias maiores de hidrocarbonetos. Consequentemente, os produtos de uma reação também podem exercer a função de reagente de uma outra reação.

2.3.4 Migração de Hidrocarbonetos

Segundo Hantschel e Kauerauf (2009), a migração de hidrocarbonetos representa um fenômeno físico que ainda não é completamente compreendido pela ciência. Considera-se, no entanto, que modelos matemáticos baseados na Lei de Darcy são a solução mais representativa da realidade geológica, em função de seu sucesso na simulação de fluxo em reservatórios.

Os princípios dessa categoria de modelos já foram apresentados na seção 2.3.1 (aplicados aos processos de deposição e compactação de sedimentos), mostrando que o comportamento tensão-deformação dos materiais, traduzidos pela porosidade, são fundamentais para a quantificação do fluxo de fluidos. Contudo, as definições expostas anteriormente não são suficientes para simular um fluxo multifásico, de modo que conceitos complementares relacionados à interação entre os fluidos (saturação de fase, pressão capilar e permeabilidade relativa) devem ser integrados ao conjunto de equações [Peaceman (1977)].

Por simplicidade, tais conceitos são introduzidos através da formulação que trata o fluxo de duas fases imiscíveis: fase aquosa/água (representada pelo

subíndice w; e fase líquida/óleo (representada pelo subíndice o) composta por hidrocarbonetos. Na sequência da seção, a formulação será expandida para modelos com maior grau de complexidade: fluxo trifásico com fases imiscíveis; e modelo composicional, considerando mudanças de fase para todos os componentes.

A saturação representa a fração do volume poroso preenchida por uma das fases. Na BPSM, os espaços vazios entre os grãos da rocha iniciam completamente saturados por água e, à medida que hidrocarbonetos são gerados, a água dos poros é deslocada pelo óleo:

$$S_o(t) + S_w(t) = 1; S_w(t = 0) = 1$$

$$S_w = \frac{V_w}{V_{poros}}; S_o = \frac{V_o}{V_{poros}}$$
(2-21)

em que S_o e S_w representam as saturações da fase líquida (óleo) e aquosa (água); e V_o , V_w e V_{poros} representam os volumes da fase aquosa, da fase líquida e o volume total dos poros, respectivamente.

Na interface entre os fluidos surgem tensões interfaciais (devido à interação físico-química entre os fluidos e a superfície dos grãos da rocha), que provocam uma descontinuidade de pressão das fases, denominada pressão capilar (p_c) , como ilustrado na Figura 2.9.



Figura 2.9: Determinação experimental da pressão capilar. Adaptado de Hantschel e Kauerauf (2009).

Para o caso ideal de dois fluidos imiscíveis em um tubo de raio constante da Figura 2.9, a pressão capilar é expressa por:

$$p_c = p_o - p_w = \frac{2\gamma}{r}\cos\theta \tag{2-22}$$

em que r representa o raio do tubo; θ , o ângulo de curvatura na interface entre os fluidos; γ , o valor das tensões interfaciais; $p_o \in p_w$ indicam o valor da pressão das fases; e p_c representa o valor da pressão capilar.

No entanto, a geometria do meio poroso é altamente irregular e complexa, inviabilizando a aplicação direta da equação (2-22) à BPSM [Bear (1972)]. Como alternativa, adota-se uma abordagem macroscópica, em que a pressão capilar é definida como uma função da saturação da fase. Tal comportamento é determinado experimentalmente através de curvas características do material (Figura 2.10).



Figura 2.10: Curva típica de pressão capilar. Adaptado de Hantschel e Kauerauf (2009). S_{wr} e S_{or} representam as saturações residuais da água e do óleo; e p_{ce} representa a pressão capilar de entrada do óleo, ou seja, a pressão necessária para provocar o deslocamento da água pelo óleo.

Bear (1972) observa que a histerese presente no comportamento da pressão capilar em experimentos está relacionada à variação do ângulo θ com a direção do deslocamento (imbibição ou drenagem da fase molhante). Na prática, contudo, a maioria dos modelos matemáticos desconsidera esse efeito.

A ocupação do espaço entre os grãos por vários fluidos também gera um efeito adicional na percolação dos fluidos no meio poroso. Tal conceito é traduzido pela permeabilidade relativa (k_r) que, assim como a pressão capilar, também é determinada experimentalmente, resultando em uma relação empírica com a saturação da fase (Figura 2.11).

Os limites da permeabilidade relativa possuem significado relevante para o fluxo de fluidos: o valor mínimo $(k_r = 0)$ implica que o fluido está imobilizado no poro; e o valor máximo $(k_r = 1)$ significa que a velocidade do fluido se iguala matematicamente à do fluxo monofásico.

A integração dos novos conceitos/propriedades descritos acima ao modelo matemático permite avaliar o comportamento de cada fase isoladamente,



Figura 2.11: Curvas de permeabilidade relativa típicas para um sistema óleoágua [Aziz e Settari (1979)]. A permeabilidade relativa da água é determinada pela curva k_{rw} e a permeabilidade relativa do óleo pela curva k_{ro} .

seguindo a forma da equação (2-5). Com isso, as fases apresentam velocidades distintas, influenciadas pelas respectivas pressões capilares, permeabilidades relativas e saturações:

$$v_{Dw} = \phi S_w (v_w - v_s) = -\frac{k_{rw}K}{\mu_w} \nabla u_w$$

$$\nabla u_w = \nabla p_w - \rho_w g n_z$$

$$v_{Do} = \phi S_o (v_o - v_s) = -\frac{k_{ro}K}{\mu_o} \nabla u_o$$

$$\nabla u_o = \nabla p_o - \rho_o g n_z$$
(2-23)

Analogamente, o sistema de equações passa a conter uma equação de conservação de massa para cada fase envolvida, nos mesmos moldes da equação (2-6):

$$-\nabla(v_{Dw}\rho_w) + q_w = \frac{S_w\rho_w}{1-\phi}\frac{\partial}{\partial t}\phi + S_w\phi\frac{\partial}{\partial t}\rho_w + \phi\rho_w\frac{\partial}{\partial t}S_w$$

$$-\nabla(v_{Do}\rho_o) + q_o = \frac{S_o\rho_o}{1-\phi}\frac{\partial}{\partial t}\phi + S_o\phi\frac{\partial}{\partial t}\rho_o + \phi\rho_o\frac{\partial}{\partial t}S_o$$
(2-24)

Para o modelo trifásico, além das duas fases já apresentadas, define-se uma fase vapor/gás (representada pelo subíndice g), que contém componentes de petróleo em estado gasoso. Mantendo a hipótese de fluidos imiscíveis, essa extensão pode ser feita de forma direta, seguindo a mesma lógica aplicada para o modelo bifásico.

O primeiro passo é contabilizar a fração dos poros ocupada pela nova fase. A saturação de gás é definida em (2-25), de forma análoga as demais fases, complementando a equação (2-21).

$$S_{w}(t) + S_{o}(t) + S_{g}(t) = 1; S_{w}(t = 0) = 1$$

$$S_{w} = \frac{V_{w}}{V_{poros}}; S_{o} = \frac{V_{o}}{V_{poros}}; S_{g} = \frac{V_{g}}{V_{poros}}$$
(2-25)

em que S_g e V_g representam a saturação e o volume da fase vapor (gás), complementando o que foi apresentado na equação (2-21).

A relação entre a pressão das três fases (2-26) é definida através de duas relações experimentais para a pressão capilar (curvas características): a primeira (Figura 2.10), já definida para o fluxo bifásico, determina a pressão capilar entre as fases aquosa e líquida; a segunda, em geral, determina a diferença de pressão entre a fase líquida e a fase vapor (a terceira relação, portanto, é dependente das outras duas):

$$p_{cow} = p_o - p_w$$

$$p_{cgo} = p_g - p_o$$

$$p_{cgw} = p_{cgo} - p_{cow}$$
(2-26)

Analogamente, as permeabilidades relativas de cada fase também são determinadas a partir de relações empíricas, utilizando os dados medidos em dois sistemas bifásicos: óleo-água (Figura 2.12a) e gás-óleo (Figura 2.12b).



Figura 2.12: Curvas de permeabilidade relativa típicas para um sistema trifásico [Aziz e Settari (1979)]: a) Sistema bifásico óleo-água: k_{rw} e k_{row} representam as curvas permeabilidades relativas da água e do óleo em relação à água; b) Sistema bifásico gás-óleo: k_{rg} e k_{rog} representam as curvas de permeabilidades relativas do gás e do óleo em relação ao gás.

Enquanto os valores das permeabilidades relativas da água (k_{rw}) e do gás (k_{rg}) podem ser estimados diretamente pelas curvas experimentais, a permeabilidade relativa do óleo (k_{ro}) é uma composição dos resultados de ambos os sistemas [Aziz e Settari (1979)]. O cálculo dessa propriedade é dado por:

$$k_{ro} = k_{rog} k_{row} \tag{2-27}$$

A adição de mais um fluido ao sistema também resulta em um novo par de equações, relativas à continuidade da fase vapor: uma equação de velocidade (2-28); e uma equação de conservação de massa (2-29), que complementam o sistema formado pelas equações (2-23) e (2-24).

$$v_{Dg} = \phi S_g(v_g - v_s) = -\frac{k_{rg}K}{\mu_g} \nabla u_g; \nabla u_g = \nabla p_g - \rho_g g n_z$$
(2-28)

$$-\nabla(v_{Dg}\rho_g) + q_g = \frac{S_g\rho_g}{1-\phi}\frac{\partial}{\partial t}\phi + S_g\phi\frac{\partial}{\partial t}\rho_g + \phi\rho_g\frac{\partial}{\partial t}S_g$$
(2-29)

A próxima etapa consiste na adaptação para o modelo composicional generalizado, requerendo uma mudança de paradigma: nas formulações para fluidos imiscíveis, os componentes químicos estão diretamente associados a uma das fases (ex.: metano na fase gás, compostos C7 a C15 na fase óleo); no modelo composicional, um composto químico pode transitar entre as fases, e estar contido em várias delas simultaneamente [Peaceman (1977)]. Esta característica permite reproduzir fenômenos como a vaporização da água, dissolução de gás carbônico na fase aquosa e a variação de estado dos hidrocarbonetos entre líquido e vapor.

Dessa forma, a garantia de conservação de massa das fases perde sua validade para o modelo composicional, inviabilizando as equações de conservação de massa nos moldes dos modelos bifásico e trifásico. Com isso, o número de equações de conservação é elevado de três (apenas para as três fases) para N (número de componentes químicos definidos na simulação), considerando a premissa de conservação de massa dos componentes:

$$-\nabla (C_{iw}\rho_w v_{Dw} + C_{io}\rho_o v_{Do} + C_{ig}\rho_g v_{Dg}) + q_i$$

$$= \phi \frac{\partial}{\partial t} (C_{iw}S_w\rho_w + C_{io}S_o\rho_o + C_{ig}S_g\rho_g)$$

$$+ \frac{(C_{iw}S_w\rho_w + C_{io}S_o\rho_o + C_{ig}S_g\rho_g)}{1 - \phi} \frac{\partial}{\partial t}\phi$$
(2-30)

em que C_i representa a fração de massa do i-ésimo componente nas fases aquosa, líquida e vapor.

A fração de massa (C) indica a razão entre a massa de um componente em uma fase e a massa total da fase. A partir desta definição, ficam estabelecidas três relações auxiliares para a solução do sistema:

$$\sum_{i=1}^{N} C_{iw} = \sum_{i=1}^{N} C_{io} = \sum_{i=1}^{N} C_{ig} = 1$$
(2-31)

em que o índice N representa o total de componentes químicos definidos no modelo.

De forma complementar, a distribuição dos componentes entre as fases é determinada através de constantes de distribuição (K_i) , segundo o princípio do Equilíbrio de Fases (2-32). Ao todo existem três relações deste tipo (dependentes da pressão dos fluidos, da temperatura e das frações de massa) para cada componente, sendo duas delas independentes.

$$\frac{C_{ig}}{C_{iw}} = K_{igw}(C_{ig}, C_{iw}, p_g, p_w, T)$$

$$\frac{C_{ig}}{C_{io}} = K_{igo}(C_{ig}, C_{io}, p_g, p_o, T)$$

$$\frac{C_{io}}{C_{iw}} = K_{iow} = \frac{K_{igw}}{K_{igo}}$$
(2-32)

em que o subíndice i, representa o i-ésimo componente químico definido no modelo.

Observa-se ainda que as velocidades dos fluxos (v_D) presentes em (2-30) continuam a ser associadas às fases, segundo as equações (2-23) e (2-28). Nestas equações, as propriedades governadas pela saturação (permeabilidade relativa e pressão capilar) respeitam as mesmas relações estabelecidas para o fluxo trifásico. Entretanto, o comportamento da massa específica (2-33) e da viscosidade (2-34) dos fluidos devem ser revistos para considerar a influência da pressão e da composição das fases.

$$\rho_w = f_1(p_w, C_{iw}); \rho_o = f_2(p_o, C_{io}); \rho_g = f_3(p_g, C_{ig})$$
(2-33)

е

$$\mu_w = f_4(p_w, C_{iw}); \mu_o = f_5(p_o, C_{io}); \mu_g = f_6(p_g, C_{ig})$$
(2-34)

em que f_1 a f_6 representam funções genéricas para o cálculo da massa específica e da viscosidade do fluido.

Ao todo, o modelo composicional geral é representado por 3N + 15

incógnitas e 3N + 15 equações, consolidadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Resumo do modelo composicional: Variáveis do problema e Relações que compõem o sistema de equações. Adaptado de Peaceman (1977).

Incógnitas (Qtde.)	Equações (Qtde.)
Fração de massa dos componentes (3N)	Conservação de massa dos componentes (N)
Permeabilidade relativa das fases (3)	Equilíbrio de fases dos componentes (2N)
Pressão das fases (3)	Pressão capilar das fases (2)
Densidade das fases (3)	Densidade das fases (3)
Viscosidade das fases (3)	Viscosidade das fases (3)
Saturação das fases (3)	Somatório das saturações (1)
	Somatório das frações de massa (3)
Total: $3N + 15$ incógni-	Total: $3N + 15$ equações
tas	

Cabe observar que o esforço para resolver o sistema de equações cresce proporcionalmente à quantidade de componentes, já que isso implica aumento do número de equações. Portanto, para evitar que a modelagem se torne um processo demasiadamente demorado e custoso, é comum que o modelo composicional seja simplificado através do agrupamento de componentes e limitação das transições de fase.

2.4 Aplicação de Métodos Numéricos

Em face dos desafios que seu escopo apresenta, não seria possível justificar o progresso das ferramentas da BPSM nas últimas décadas sem o apoio de técnicas numéricas nas análises. Tal estratégia é adotada quando o comportamento de um meio contínuo é muito complexo, tornando-se necessário reinterpretá-lo como um conjunto finito de elementos com comportamento mais simples e que pode ser facilmente compreendido [Zienkiewicz e Taylor (2000)].

Os processos descritos na modelagem geológica são um exemplo típico de tal dificuldade: além da complexidade geométrica e da heterogeneidade do meio poroso, o conjunto de equações que descreve os processos geológicos possui alto grau de não linearidade e acoplamento, tornando imprescindível a incorporação de métodos numéricos à BPSM [Hurtado (2005)]. No entanto, deve-se salientar que métodos numéricos fornecem apenas soluções aproximadas para as equações governantes [Cordazzo (2006)], e a qualidade do resultado é dependente da discretização do problema. O tratamento de tais aproximações, portanto, é um importante foco no desenvolvimento de técnicas numéricas.

Das várias vertentes de pesquisa que surgiram nessa área, nenhuma foi capaz de se consolidar como solução definitiva, sendo comum que a metodologia implementada varie de programa para programa. Por esse motivo, são referenciados abaixo alguns métodos com representatividade dentro da BPSM:

- (i) Método das Diferenças Finitas (FDM) [Smith (1978)];
- (ii) Método dos Volumes Finitos (FVM) [Leveque (2004), Maliska (2004)];
- (iii) Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos (EbFVM) [Hurtado (2005), Cordazzo (2006)];
- (iv) Método dos Elementos Finitos (FEM) [Zienkiewicz e Taylor (2000), Bathe (1996)].

Todas as alternativas citadas podem ser consideradas como métodos dos resíduos ponderados [Cordazzo (2006)], e as variações entre elas dizem respeito às escolhas para a interpolação de propriedades e à forma como a solução do sistema de equações é aproximada. Uma comparação entre os métodos é oferecida na Figura 2.13.

Cabe observar ainda que, em casos particulares (como o fluxo térmico 1D transiente), é possível obter solução analítica, ou seja, uma solução exata em todo o domínio do problema. Entretanto, as simplificações necessárias para este tipo de análise tende a distanciá-las do comportamento geológico real, em que os processos ocorrem simultaneamente e interferem uns nos outros.

Consequentemente, as soluções analíticas acabam substituídas por métodos numéricos, já que, com eles, é possível criar modelos matemáticos mais versáteis, atendendo às demandas mais sofisticadas da modelagem.

2.5 Simulação Computacional

Em função da quantidade de dados e cálculos gerados pela solução numérica, a complementação com ferramentas computacionais de alto desempenho foi essencial para o desenvolvimento da BPSM. Nos simuladores, a área de interesse é retratada como um modelo geométrico - discretização espacial das



Figura 2.13: Métodos numéricos empregados na BPSM [Cordazzo (2006)].

camadas contendo informações sobre litofácies, matéria orgânica e fluidos - em que são testados cenários e hipóteses sobre a evolução de uma bacia sedimentar ou sistema petrolífero.

O modelo geométrico é traduzido para a base matemática através da malha da simulação, que consiste em um conjunto de elementos discretos, nós e informações de conectividade. Elementos e nós representam as unidades primárias da estrutura de dados: o sistema de equações governantes é montado e resolvido para cada um deles, e é nessas estruturas que ficam armazenadas informações sobre o estado e as propriedades do meio poroso (porosidade, densidade, temperatura) e do escoamento de fluidos (por exemplo: pressão, viscosidade, saturação).

O ponto de partida para a construção da malha é a definição de horizontes

estratigráficos⁷, fruto do trabalho de interpretação geológica. Toda simulação é alimentada com um conjunto desses horizontes, e o espaço compreendido entre duas superfícies consecutivas fica caracterizado como uma camada com significado geológico.

As camadas, por sua vez, são relacionadas às propriedades físicas das rochas por meio de mapas de litofácies (cada camada tem sua própria distribuição espacial de litofácies), que devem estar devidamente parametrizadas em uma biblioteca da simulação.

As propriedades geométricas das malhas são igualmente relevantes para a modelagem. Neste aspecto, a principal distinção diz respeito à sua estruturação: malhas estruturadas (Figura 2.14a) são menos onerosas computacionalmente, pois a conectividade de elementos e nós pode ser definida de forma implícita, reduzindo o tamanho da estrutura de dados e dos cálculos necessários para o seu tratamento; malhas não estruturadas (Figura 2.14b) são malhas de conectividade irregular (definida explicitamente), cuja vantagem é facilitar a representação de estruturas complexas e permitir o refinamento local do domínio [Hurtado (2011)].



Figura 2.14: Exemplo de malhas triangulares: a) Estruturadas; b) Não estruturadas.

Outra importante característica a ser observada é a relação entre a complexidade do estudo e a representação das dimensões do modelo: análises 1D e 2D ficam restritas a estudos preliminares/expeditos sobre a bacia, como a calibração térmica de um poço; análises 3D são aplicadas para atingir objetivos

⁷Superfícies que indicam a posição/profundidade de uma interface no interior de uma sucessão estratigráfica. Os horizontes impõem limites geométricos à malha, definindo uma topografia que deve ser respeitada pelos elementos. Dessa forma, cada camada tem seu próprio conjunto de elementos, e nenhum elemento pode ser compartilhado por camadas diferentes.

mais sofisticados e obter resultados mais representativos, capturando, por exemplo, os efeitos da heterogeneidade do meio, bem como de estruturas como falhas e selos na migração de hidrocarbonetos.

Isto posto, a forma de discretização mais comum nos principais estudos da BPSM consiste em malhas tridimensionais estruturadas de elementos hexaédricos, ainda que seja uma representação menos flexível do meio geológico real, quando comparada a outras alternativas (elementos tetraédricos, por exemplo). A Figura 2.15 apresenta um exemplo típico de um modelo geométrico, criado de acordo com os conceitos descritos até o momento.



Figura 2.15: Exemplo de um modelo sintético tridimensional criado no programa computacional SimBR: a) Definição dos horizontes estratigráficos; b) Visualização das camadas com a atribuição de litofácies distinguidas pela escala de cores: verde para folhelhos, marrom para siltes e amarelo para arenitos; c) Visualização da malha de elementos discretos (elementos tetraédricos).

Contudo, os dados associados à malha não são suficientes para dar início à simulação. Há também uma segunda categoria de informações que são necessárias para reproduzir a evolução da bacia sedimentar, mas não estão relacionadas diretamente com a representação espacial do modelo. Algumas dessas informações estão vinculadas ao particionamento por horizontes estratigráficos: divisão temporal do modelo⁸; definição da natureza dos eventos⁹; condições de contorno do problema (paleobatimetria, fluxo térmico, paleotemperatura). Outras estão relacionadas ao escoamento de fluidos: propriedades de fluidos; cinética de geração; tipo de fluxo. Por último, há também dados coletados em campo: temperatura e vitrinita de poços; delimitações e volumes de campos já conhecidos. Um resumo das informações necessárias para a simulação computacional é apresentado na Figura 2.16.



Figura 2.16: Resumo dos dados básicos para a construção de um modelo computacional na BPSM.

2.6 Tratamento de Incertezas

Por fim, é importante considerar, nos estudos de bacias sedimentares, a importância do tratamento de incertezas dos dados e dos modelos na qualidade dos resultados. Pode-se dividir as incertezas em modelos geológicos em duas categorias: escassez e/ou imprecisão de informações (dados geológicos alimentados no modelo); e limitação dos modelos matemáticos utilizados para descrever a realidade geológica.

 8 Cada camada corresponde a um evento temporal finito da simulação, em que novos elementos são adicionados, e um ou mais processos geológicos são aplicados ao modelo.

⁹De maneira geral, os eventos estão relacionados à deposição de sedimentos. Entretanto, há outros tipos, menos frequentes, que também podem ser inferidos pelos estudos geológicos iniciais e declarados na construção do modelo geométrico como: hiato, erosão e intrusão magmática.

2.6.1 Incertezas dos Dados

O processo de determinação dos horizontes estratigráficos pode ser usado para ilustrar as incertezas associadas à qualidade e quantidade dos dados que são empregados na modelagem. Em geral, os horizontes e outras estruturas, como falhas, são interpretados a partir de uma composição de perfis sísmicos ou de um cubo sísmico. A Figura 2.17 exemplifica o resultado da interpretação de um perfil sísmico.



Figura 2.17: Exemplo de uma seção sísmica na Bacia do Golfo do México [Allen e Allen (2013)]. Os horizontes geológicos e as falhas interpretados encontram-se marcados sobre o perfil.

A resolução da imagem sísmica pode limitar a precisão na medição da profundidade dos contatos estratigráficos (com precisão na ordem de metros), e dificultar a identificação de camadas de pequena espessura. Acrescenta-se a isso o fato de alguns tipos de rocha, como as rochas evaporíticas, interferirem na propagação das ondas sísmicas, tornando a técnica pouco efetiva para a interpretação de contatos localizados abaixo de camadas compostas por esses materiais.

Além disso, em função da extensão superficial das bacias sedimentares e dos custos de campanhas de aquisição, é comum que os dados sísmicos sejam esparsos, concentrando-se em regiões de interesse econômico/exploratório. Consequentemente, principalmente em etapas iniciais do processo exploratório, os mapas de um modelo de BPSM são composições de várias seções e/ou cubos sísmicos independentes, transformados em superfícies contínuas através do emprego de algoritmos de interpolação de dados e da avaliação do intérprete.

Esse tipo de incerteza pode ser tratado através da calibração de dados de campo (como no fluxo de trabalho apresentado na seção 2.2) ou através da

inclusão de análises estocásticas no processo de modelagem, além da simulação convencional da BPSM, para aumentar a confiabilidade dos resultados.

Uma das opções consiste na simulação de cenários: testes de hipóteses importantes da concepção do modelo, mas em quantidade relativamente pequena, como a existência de canais comunicação entre reservatórios ou a atuação de falhas como elemento selante.

Em outros casos, podem ser aplicados métodos estatísticos (como o Método de Monte Carlo) para avaliação de propriedades cujo impacto é significativo para a análise, por exemplo para permeabilidade, porosidade e COT.

2.6.2

Incertezas dos Modelos Matemáticos

A segunda fonte de incertezas da BPSM encontra-se nas formulações que compõem o arcabouço matemático dos simuladores. Como apresentado na seção 2.3, devido à complexidade dos processos, os modelos aplicam hipóteses e simplificações para reduzir o custo computacional das análises numéricas.

Consequentemente, em alguns cenários complexos ou não convencionais, é possível que a base matemática implementada em simuladores de BPSM não seja suficiente para reproduzir as nuances da realidade geológica. Logo, é importante dispor de ferramentas especializadas (algoritmos ou outros programas) que supram essas deficiências aparentes, fornecendo análises complementares mais rigorosas do ponto de vista fenomenológico.

Este é o caso da análise tensão-deformação, geralmente realizada através do modelo de compactação de Athy (1930), implementado em simuladores de BPSM. Como exposto no capítulo 1, o modelo tradicional é válido para a situação de compactação normal em condição de deformação 1D, e não seria capaz de reproduzir com precisão, por exemplo, cenários em que as tensões horizontais são relevantes (atividade tectônica, ruptura do material por cisalhamento).

Através da integração de algoritmos que utilizem modelos reológicos mais robustos ou do acoplamento com simuladores geomecânicos que incluam tais modelos, entende-se que é possível aperfeiçoar a simulação das deformações na BPSM, gerando informações mais realistas sobre propriedades, como porosidade e permeabilidade, que são relevantes para a migração de hidrocarbonetos no meio poroso.

Com esse objetivo, os próximos capítulos do presente trabalho exploram opções para modelar o comportamento mecânico das rochas, bem como uma

possível metodologia para sua aplicação na BPSM e seu impacto nos resultados das simulações.

3 Comportamento Mecânico de Rochas

Neste capítulo, apresenta-se uma breve revisão de modelos constitutivos empregados na simulação do comportamento mecânico de materiais geológicos. São explorados o embasamento teórico e o arcabouço matemático de cada modelo, considerando um material isotrópico na condição de compactação puramente mecânica, ou seja, sem a incorporação de efeitos térmicos e químicos.

Primeiramente, apresenta-se a lei empírica de Athy (1930), brevemente discutida na seção 2.3.1 deste trabalho. Procura-se investigar mais detalhadamente sua formulação e suas limitações, apontando as possíveis lacunas que um modelo matemático mais rigoroso possa preencher em uma simulação do comportamento mecânico das rochas.

Em seguida, são introduzidos modelos constitutivos desenvolvidos na área de geotecnia, fundamentados pelos princípios da mecânica do contínuo e candidatos a substituir o modelo de Athy nas análises numéricas. Para tal, foram escolhidos três tipos de modelos comumente aplicados em projetos de engenharia civil e da indústria do petróleo, como modelagem de reservatórios e de estabilidade de poços:

- (i) Tipo elástico Modelo elástico linear;
- (ii) Tipo elastoplástico com superfície de escoamento aberta Critério de ruptura de Mohr-Coulomb;
- (iii) Tipo elastoplástico com superfície de escoamento fechada Modelo Cam-Clay Modificado (MCC).

3.1 Modelo Empírico de Athy

Modelos empíricos são empregados com frequência para quantificar o comportamento de materiais geológicos¹. Na BPSM, o modelo empírico proposto por Athy (1930) ainda representa a principal referência para o cálculo da compactação de sedimentos em bacias sedimentares.

¹Entre as metodologias desenvolvidas para a mecânica de rochas, destacam-se critérios de resistência para maciços rochosos [Bieniawski (1974), Hoek e Brown (1980)] e para descontinuidades [Barton (1973)].

Em seu estudo, Athy analisa aproximadamente 2.200 amostras de rochas oriundas de poços perfurados nos estados de Oklahoma e Texas, nos Estados Unidos, para estabelecer relações matemáticas entre a profundidade de soterramento e propriedades do meio poroso, como densidade e porosidade (2-8). Os resultados gráficos dos ajustes são apresentados na Figura 3.1.



Figura 3.1: Resultados do estudo de Athy: a) ajuste para a densidade; b) ajuste para a porosidade. Adaptado de Athy (1930).

O autor alerta, entretanto, que a solução proposta é pertinente a rochas cuja deformação é resultado direto da variação da pressão gerada pelo soterramento, como argilitos e folhelhos. Quando há influência significativa de outros fenômenos no processo de compactação, como cimentação (arenitos) e dissolução de minerais (rochas calcáreas), a validade do ajuste exponencial pode ficar comprometida e, por esse motivo, a aplicação do modelo deve ser avaliada caso a caso.

Outra dificuldade que se apresenta para a realização do ajuste de parâmetros é a dispersão dos dados coletados, causada principalmente pela heterogeneidade inerente a meios geológicos e por perturbações do material durante o processo de extração dos corpos de prova. Para mitigar esses efeitos, o artifício preconizado por geocientistas é a aplicação do ajuste sobre a média móvel dos dados, como ilustrado na Figura 3.2, ainda que, na prática, tal ajuste médio não reflita o comportamento de toda a massa de dados.



Figura 3.2: Exemplo do ajuste de parâmetros do Modelo de Athy para dois arenitos da Bacia do Recôncavo: Formação Sergi (esquerda); Formação Candeias (direita). Adaptado de Coutinho (2008). Os dados da análise petrofísica das amostras estãos marcado em vermelho e a sua média móvel na cor preta.

Mesmo com as limitações expostas acima, o modelo de Athy é o mais empregado para todo tipo de rocha em estudos de BPSM. Além disso, este é o modelo de deformação padrão em simuladores comerciais como PetroMod (Schlumberger) e OpenFlow (Beicip-Franlab), que já fornecem litologias diversas com o modelo mecânico parametrizado nas respectivas bibliotecas de litofácies.

Ademais, a parametrização original, em função da profundidade, pode ser convertida em uma relação equivalente entre porosidade (ϕ) e tensão efetiva vertical atuante (σ'_v), adotando as seguintes hipóteses:

- (i) Regime de deformação unidimensional;
- (ii) As densidades do grão da rocha (ρ_s) e da água (ρ_w) são constantes ao longo da coluna de sedimentos;
- (iii) O modelo de Athy representa o estado de fluxo permanente, com a pressão de fluido equivalente à pressão hidrostática.

Assim, com a inserção da equação (2-8) em (2-2) e do resultado em (2-10), chega-se à expressão:

$$\sigma'_{v} = g(\rho_{s} - \rho_{w})z + g(\rho_{s} - \rho_{w})\frac{\phi_{0}\exp(-bz) - \phi_{0}}{b}$$
(3-1)

em que ϕ_0 e *b* são os parâmetros do modelo de Athy e *z* representa a profundidade de análise.

Com uma transformação algébrica adicional para eliminar a dependência direta em relação à profundidade de soterramento (z), obtém-se a equação final relacionando porosidade e tensão efetiva vertical:

$$\sigma'_{v} = \frac{g\left(\rho_{s} - \rho_{w}\right)}{b} \left(\phi - \phi_{0} - \ln\frac{\phi}{\phi_{0}}\right)$$
(3-2)

Observa-se, por fim, que tal formulação apresenta uma vantagem importante em relação à equação original (2-8): através dela é possível equacionar, ainda que de forma simplificada, o efeito de subcompactação dos sedimentos e o processo gradual de dissipação do excesso de poropressão e percolação dos fluidos pelo meio poroso.

3.2 Modelos Fundamentados pela Mecânica do Contínuo

Segundo Moraes (2016), a base matemática da mecânica do contínuo permite uma representação adequada e eficiente para bacias sedimentares, sendo capaz de fornecer resultados condizentes com a realidade geológica mesmo em cenários de maior complexidade.

Davis e Selvadurai (1996) argumentam, contudo, que este tipo de caracterização é válido desde que as subdivisões do meio sejam suficientemente grandes para que suas características (composição mineralógica e a razão entre poros e estrutura sólida, por exemplo) sejam compatíveis com as observadas para o meio geológico como um todo. Tal conceito pode ser traduzido através do teorema do limite aplicado à massa específica do corpo:

$$\rho = \lim_{\delta \to 0} \frac{\delta M}{\delta V} \tag{3-3}$$

em que M e V representam a massa e o volume do meio geológico e ρ sua massa específica.

Nesse contexto, a representação do problema mecânico é realizada através de um sistema de equações que envolve deslocamentos, tensões e deformações atuantes no meio contínuo. O primeiro conjunto de equações é referente ao equilíbrio de forças nas direções $x, y \in z$, totalizando três equações:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\sigma'_{ij} + f_i = 0 \tag{3-4}$$

em que f_i representa a soma das forças volumétricas e de superfície atuando no corpo e σ_{ij} representa o tensor de tensões.

Adicionalmente, na formulação clássica da mecânica do contínuo, adotase a hipótese de equilíbrio dos momentos angulares para as componentes de tensão [Moraes (2016)]. Por conseguinte, o tensor de tensões torna-se simétrico ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$), e as nove componentes de tensão (incógnitas do problema mecânico) são reduzidas para seis componentes independentes.

O segundo grupo de equações está relacionado às variações geométricas do meio contínuo, associando as deformações e os deslocamentos (ambos considerados infinitesimais) dos volumes elementares:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} u_j \right) \tag{3-5}$$

em que ϵ_{ij} representa o tensor de deformações e u o vetor dos deslocamentos.

Analisando a equação (3-5), é possível perceber que, assim como ocorre para as tensões, o tensor de deformações infinitesimais também é simétrico $(\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji})$. Consequentemente, há somente seis componentes de deformação e três componentes de deslocamento independentes, e seis são as equações adicionais geradas pela relação deformação-deslocamento.

Por fim, o terceiro conjunto de equações define a relação constitutiva do material, que estabelece a correspondência entre o estado de tensão e o estado de deformação do meio contínuo (3-6). Devido à hipótese de isotropia do material e à simetria dos tensores de tensões e de deformações, este conjunto fornece outras seis relações independentes [Moraes (2016)], completando o sistema de equações do problema mecânico (no total de quinze equações e quinze incógnitas).

$$d\sigma'_{ij} = C_{ijkl} d\epsilon_{kl} \tag{3-6}$$

em que C_{ijkl} representa o tensor de rigidez, que encapsula a relação constitutiva do material geológico; $d\sigma_{ij}$ e $d\epsilon_{kl}$ representam os incrementos de tensão e de deformação, respectivamente.

Além disso, como será discutido nas próximas seções e capítulos, a escolha do modelo constitutivo adequado em uma modelagem numérica deve considerar tanto as características do material (por exemplo, a composição mineralógica e a forma dos grãos), como também o tipo de aplicação (condições de contorno do problema, tipo de carregamento).

3.2.1 Modelo Elástico Linear

O comportamento mecânico baseado na teoria da elasticidade representa a solução mais popular em projetos que envolvam materiais geotécnicos, em razão de sua adequação a muitas das condições de carregamento observadas na prática da engenharia [Davis e Selvadurai (1996)]. Adicionalmente, a simplicidade de sua representação e rapidez de resposta tornam os modelos elásticos atrativos para estudos iniciais na maior parte das modelagens geológicas.

A teoria da elasticidade prevê um comportamento conservativo do material, ou seja, toda energia armazenada por um corpo através da aplicação de uma carga é liberada quando ela é retirada, fazendo com que o corpo retorne ao seu estado natural [Desai e Siriwardane (1984)]. Logo, as trajetórias de carregamento, descarregamento e recarregamento do material são todas coincidentes, e o estado de deformação só depende do estado de tensão (mas não da trajetória das tensões) e vice-versa.

No modelo elástico mais tradicional, a relação tensão-deformação é baseada na Lei de Hooke, que estabelece uma relação linear entre as duas grandezas para o caso unidimensional:

$$\sigma' = E\epsilon \tag{3-7}$$

em que E representa o módulo de elasticidade.

Para o caso tridimensional, a relação entre o estado de tensão e o estado de deformação do material é expressa pela Lei de Hooke generalizada:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma'_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma'_{kk}\delta_{ij}$$
(3-8)

ou, de forma equivalente:

$$\sigma'_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2G \epsilon_{ij} \tag{3-9}$$

em que ν , λ e *G* representam, respectivamente, o coeficiente de Poisson, a constante de Lamé e o módulo de cisalhamento do material; δ_{ij} simboliza o delta de Kronecker, para o qual: $\delta_{ij} = 1$, se i = j; $\delta_{ij} = 0$, se $i \neq j$.

Uma representação alternativa à da mecânica clássica, mas muito útil na engenharia geotécnica, emprega os parâmetros ligados às deformações volumétrica e cisalhante do material (equação (3-10)), cuja definição física é apresentada na Figura 3.3.

$$\sigma'_{ij} = K\epsilon_{kk}\delta_{ij} + 2GE_{ij}$$

$$E_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{\epsilon_{kk}}{3}\delta_{ij}$$
(3-10)

em que K representa o módulo de deformabilidade volumétrica e E_{ij} corresponde à parcela cisalhante da deformação.



Figura 3.3: Definição física dos parâmetros $K \in G$ para o comportamento elástico linear [Desai e Siriwardane (1984)]: a) Compressão isotrópica; b) Cisalhamento. p representa a tensão média; ϵ_v representa a deformação volumétrica; $S_{ij} \in E_{ij}$ simbolizam a tensão e a deformação cisalhantes.

É importante observar que somente duas das cinco constantes elásticas $(E, \nu, \lambda, K \in G)$ são independentes, e as relações entre elas podem ser extraídas da combinação entre as equações (3-8), (3-9) e (3-10).

Além disso, assumindo a hipótese do modelo tradicional da BPSM, em que as deformações horizontais são nulas ($\epsilon_H = \epsilon_h = 0$) e a mudança no volume da rocha está associada somente à deformação vertical (ϵ_a), é possível estabelecer uma relação adicional entre as tensões horizontais e a tensão vertical a partir da equação (3-8), dada por:

$$\sigma'_{H} = \sigma'_{h} = \sigma'_{3} = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma'_{v}$$

 $\sigma'_{ij} = 0; i \neq j$
(3-11)

em que $\sigma'_v = \sigma'_1$ representa a tensão normal vertical; σ'_H e σ'_h representam as tensões normais horizontais.

Consequentemente, os valores da tensão média (p') e da tensão cisalhante (q) podem ser calculados diretamente a partir da tensão vertical:

$$p' = \frac{\sigma'_v + \sigma'_H + \sigma'_h}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{1+\nu}{1-\nu}\right) \sigma'_v$$
(3-12)

е

$$q = \sigma'_{v} - \sigma'_{h} = \left(\frac{1 - 2\nu}{1 - \nu}\right)\sigma'_{v}$$
(3-13)

Além disso, essa hipótese permite que a relação tensão-deformação definida na equação (3-8) seja reescrita em uma forma simplificada:

$$\epsilon_v = \epsilon_a = \frac{1}{E} \left(1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right) \sigma'_v \tag{3-14}$$

em que ϵ_v e ϵ_a representam a deformação volumétrica e a deformação vertical/axial, respectivamente.

Entende-se, contudo, que o comportamento real do meio geológico é altamente não linear. De acordo com Davis e Selvadurai (1996), a formulação linear é válida somente quando o material está submetido a níveis baixos de tensão, ou seja, muito abaixo da resistência do material, o que restringe significativamente sua utilização na BPSM, em função dos níveis de carregamento observados em bacias sedimentares.

E, mesmo com a utilização de formulações não lineares, a hipótese de que qualquer deformação é reversível vai de encontro ao comportamento de materiais geológicos observado experimentalmente [Liu e Carter (2002), Wesley e Pender (2008)], em que deformações de natureza permanente são observadas quando amostras são submetidas a ciclos de carregamentodescarregamento.

3.2.2

Modelos Constitutivos Elastoplásticos

Davis e Selvadurai (2002) descrevem as deformações irreversíveis (ou inelásticas) como alterações permanentes na microestrutura do meio poroso, como o fraturamento e o rearranjo de grãos. Isso implica que o comportamento mecânico do meio é não conservativo (contrapondo os modelos elásticos), e o estado de deformação se torna dependente também da trajetória das tensões.

A transição entre o comportamento elástico e o plástico para o material é delimitada por uma função escalar f, conhecida como critério de escoamento, que representa uma superfície no espaço de tensões [Desai e Siriwardane (1984)]. De forma simplificada, define-se:

- (i) Comportamento elástico o estado de tensões encontra-se no interior da superfície de escoamento (f < 0);
- (ii) Comportamento plástico o estado de tensões encontra-se sobre a superfície de escoamento (f = 0);

(iii) Um estado de tensões que ultrapasse a superfície de escoamento (f > 0)não é possível.

Observa-se que os modelos elastoplásticos estão associados à evolução da superfície de escoamento com o carregamento. Duas categorias avaliadas neste estudo são: modelo elástico-perfeitamente plástico; e modelo elastoplástico com endurecimento. Graficamente, o comportamento típico em cada caso é apresentado na Figura 3.4.



Figura 3.4: Resposta tensão-deformação tipica para: a) Material elásticoperfeitamente plástico; b) Material elastoplástico com endurecimento. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002).

Para modelos elásticos-perfeitamente plásticos (Figura 3.4a), a superfície de escoamento é fixa no espaço das tensões principais, correspondendo à ruptura do material. Assim, até que a superfície de escoamento seja atingida, somente deformações elásticas ocorrem e a deformação plástica é ilimitada quando o estado de tensão atinge a superfície de escoamento [Davis e Selvadurai (2002)].

Em modelos elastoplásticos com endurecimento (Figura 3.4b), após ter início o escoamento, deformações elásticas e plásticas ocorrem concomitantemente e a superfície inicial evolui à medida que ocorrem deformações plásticas, até que a ruptura (superfície final) do material seja atingida. Para este tipo de modelo, o critério de escoamento deve considerar a dependência de um parâmetro adicional, denominado fator de endurecimento (k) que, por sua vez, é expresso em termos da deformação plástica acumulada ou do trabalho plástico realizado [Desai e Siriwardane (1984)].

Matematicamente, o cálculo dos incrementos de deformação para modelos elastoplásticos passa a ser dividido em duas parcelas resolvidas de forma incremental e independente: deformações reversíveis (elásticas) e permanentes (plásticas), conforme a equação (3-15).

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon^e_{ij} + d\epsilon^p_{ij} \tag{3-15}$$

em que $d\epsilon_{ij}^e$ e $d\epsilon_{ij}^p$ indicam os incrementos de deformação elástica e plástica, respectivamente.

Em geral, a parte elástica do incremento de deformação $(d\epsilon_{ij}^e)$ segue a Lei de Hooke generalizada, apresentada na seção 3.2.1. Já a determinação da parcela plástica $(d\epsilon_{ij}^p)$ é realizada através da aplicação de uma regra de fluxo, em que a direção do vetor de deformações plásticas está associada a uma função potencial plástico²:

$$d\epsilon^{p}_{ij} = d\lambda \frac{\partial}{\partial \sigma'_{ij}} Q \tag{3-16}$$

em que a função potencial plástico é representada por Q; e $d\lambda$ representa o multiplicador plástico.

As seções a seguir aprofundam esses conceitos, contemplando as particularidades sobre o critério de escoamento e fluxo plástico dos modelos elastoplásticos selecionados para o estudo deste trabalho: critério de Mohr-Coulomb e modelo Cam-Clay Modificado.

3.2.2.1 Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb

O critério de ruptura de Mohr-Coulomb é baseado no conceito proposto por Coulomb (1776) e posteriormente generalizado por Mohr (1900), de que a resistência do material é determinada através de duas propriedades: coesão e ângulo de atrito interno. A representação gráfica mais tradicional deste critério é feita através do diagrama de Mohr (Figura 3.5), em que a envoltória de ruptura corresponde a uma reta expressa por:

$$\tau = c' + \sigma' \tan(\phi') \tag{3-17}$$

em que σ' e τ representam as tensões normal e cisalhante atuantes, e ϕ' e c' representam o ângulo de atrito interno e a coesão da rocha/solo.

O critério pode ser descrito, de forma equivalente, através das tensões principais (3-18) ou dos invariantes de tensão (3-19):

$$f = \frac{1}{2} \left(\sigma'_1 - \sigma'_3 \right) - \frac{1}{2} \left(\sigma'_1 + \sigma'_3 \right) \sin(\phi') - c' \cos(\phi')$$
(3-18)

е

²A função potencial plástico pode coincidir com o critério de escoamento (Q = f). Neste caso, diz-se que o fluxo é associado ao critério de escoamento. Caso contrário, o fluxo é denominado não associado.



Figura 3.5: Envoltória de ruptura de Coulomb no gráfico $\tau \ge \sigma$. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002).

$$f = \sqrt{J_{2D}} \left(\cos(\theta) + \frac{\sin(\theta)\sin(\phi')}{\sqrt{3}} \right) - \frac{J_1}{3}\sin(\phi') - c\cos(\phi')$$

$$\theta = -\frac{1}{3}\sin^{-1} \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_{3D}}{J_{2D}^{\frac{3}{2}}} \right); -\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{6}$$
(3-19)

em que J_1 representa o primeiro invariante do tensor de tensão; J_{2D} e J_{3D} representam o segundo e o terceiro invariantes do tensor de tensão desviadora; e θ representa o ângulo de Lode.

Duas importantes características do modelo podem ser inferidas a partir das equações (3-18) e (3-19): a primeira estabelece que somente as tensões principais máxima (σ'_1) e mínima (σ'_3) são necessárias para descrever o comportamento crítico do material, enquanto a influência da tensão intermediária (σ'_2) é desconsiderada; e a segunda demonstra que há dependência também em relação à tensão média, distinguindo-o de outros critérios clássicos que só consideram a influência da tensão desviadora³ [Davis e Selvadurai (2002)].

A representação gráfica do critério também pode ser realizada no espaço das tensões principais, em que a equação (3-18) delimita uma superfície de forma piramidal (Figura 3.6b) com seção no plano π correspondente a um hexágono irregular⁴ (Figura 3.6a).

A diferença dos valores absolutos relativos aos vértices do hexágono da Figura 3.6a pode ser explicada através da relação entre as tensões principais. Tomando uma das direções principais como referência (ex: σ'_1): o valor máximo nessa direção é observado quando $\sigma'_1 > \sigma'_2 = \sigma'_3$ (ensaio de Compressão Triaxial

³Critério de Tresca e Critério de Von Mises [Desai e Siriwardane (1984), Romanel (2017), Davis e Selvadurai (2002)], empregados principalmente para descrever o comportamento plástico de metais.

⁴Considerando que há isotropia do material, os eixos principais são intercambiáveis e os valores máximos e mínimos em cada direção são equivalentes.



Figura 3.6: Critério de Mohr-Coulomb [Davis e Selvadurai (2002)]: a) Seção transversal no plano π ; b) Representação em perspectiva no espaço das tensões principais.

Convencional - CTC); já o valor mínimo é observado quando $\sigma'_1 < \sigma'_2 = \sigma'_3$ (ensaio de Extensão Triaxial Convencional - ETC).

Convencionalmente, essa distinção entre a inclinação da envoltória nos casos de compressão e extensão é expressa através da representação de Cambridge (gráfico $p' \ge q$) relativa ao estado de tensão do material, conforme a Figura 3.7.



Figura 3.7: Representação do critério de ruptura de Mohr-Coulomb no plano $p' \ge q$ [Romanel (2017)].

Deve-se atentar também que, ao usar a lei de fluxo associada para o critério de Mohr-Coulomb (com $\phi' > 0$), o incremento de deformação volumétrica plástica forma um ângulo ϕ' em relação à vertical (Figura 3.8), indicando deformações volumétricas plásticas negativas (dilatância). Por conseguinte, observa-se aumento de volume independente do nível de deformação para qualquer material, o que normalmente não condiz com o comportamento experimental [Romanel (2017)].



Figura 3.8: Direção do incremento de deformação para o critério de Mohr-Coulomb, considerando lei de fluxo associado. Adaptado de Romanel (2017).

Para corrigir/mitigar esse comportamento indesejado, é usual que seja adotada uma lei de fluxo não associado. Neste caso, a função potencial plástico (Q) assume forma semelhante à função de escoamento (f), com a substituição o ângulo de atrito (ϕ') na equação (3-19) pelo ângulo de dilatância⁵ (ψ') :

$$Q = \sqrt{J_{2D}} \left(\cos(\theta) + \frac{\sin(\theta)\sin(\psi')}{\sqrt{3}} \right) - \frac{J_1}{3}\sin(\psi') - c\cos(\psi')$$
(3-20)

em que ψ' representa o ângulo de dilatância e θ o ângulo de Lode, definido em (3-19).

Nota-se ainda, através das Figuras 3.6 e 3.7, a principal limitação do critério de Mohr-Coulomb: como a superfície de escoamento não impõe um limite ao longo da diagonal espacial, o modelo é incapaz de capturar o desenvolvimento de deformações plásticas decorrentes de um carregamento isotrópico.

Dessa forma, embora o modelo seja atrativo para simular solicitações em cisalhamento (amplamente empregado, por exemplo, nas análises de estabilidade de poços), essa deficiência pode restringir sua aplicação na BPSM, em função das características do carregamento e dos materiais presentes neste tipo de modelagem.

3.2.2.2 Modelo Cam-Clay Modificado (MCC)

O modelo MCC [Roscoe e Burland (1968)] é baseado em investigações experimentais (ensaios CTC drenados e não drenados) realizadas nas argilas

⁵O ângulo de dilatância pode ser obtido experimentalmente ou calculado através de relações empíricas disponíveis na literatura. Preferencialmente, o valor de ψ' deve ser variável, para evitar contínua expansão volumétrica [Romanel (2017)].

normalmente adensadas do rio Cam, na Inglaterra, e apoiada na teoria dos estados críticos 6 .

Sua formulação é a variação mais empregada em análises numéricas dentre os modelos de Cambridge. Entre os seus atrativos, pode-se destacar a capacidade de prever deformações plásticas resultantes de carregamento isotrópico e a facilidade de obtenção dos parâmetros a partir de ensaios de laboratório convencionais [Davis e Selvadurai (2002), Borja e Lee (1990)].

Um dos conceitos mais importantes desta teoria, evidenciado pelos resultados dos ensaios (Figura 3.9), é a Linha de Estado Crítico (CSL), que define o lugar geométrico no plano $p' \ge q$ que compreende os estados de tensão últimos.



Figura 3.9: Trajetórias de tensões efetivas para ensaios de argilas saturadas normalmente adensadas: a) ensaios CTC não drenados; e b) ensaios CTC drenados. Adaptado de Desai e Siriwardane (1984). P_1 a P_4 e Q_1 a Q_4 representam os estados de tensão de consolidação e críticos das amostras, respectivamente.

Esses princípios estão diretamente ligados à determinação da direção dos incrementos de deformação plástica (correspondente à função potencial plástico Q), a partir da avaliação dos incrementos de trabalho plástico. Especificamente no modelo MCC, a função Q assume forma elíptica (Figura 3.10), expressa por:

$$Q = M^2 p^{\prime 2} - M^2 p^{\prime} p_c^{\prime} + q^2 = 0$$
(3-21)

em que p' e q correspondem às tensões média e desviadora atuantes; M é relativo à inclinação da CSL; e p'_c representa a tensão média de préadensamento.

A Figura 3.10 revela também que duas importantes hipóteses sobre a deformação plástica do material são atendidas pela configuração elíptica pro-

⁶A teoria dos estados críticos prevê a existência de um índice de vazios crítico, a partir do qual o volume da massa de solo permanece inalterado durante o processo de cisalhamento [Desai e Siriwardane (1984)].



Figura 3.10: Representação do potencial plástico e da direção dos incrementos de deformação plástica para o modelo Cam-Clay modificado. Adaptado de Romanel (2017).

posta em (3-21): caso o estado de tensão esteja sobre o eixo p', o material não apresenta deformação desviadora plástica ($d\epsilon_d^p = 0$); caso o estado de tensão esteja posicionado sobre a CSL, o incremento de deformação volumétrica plástica é nulo ($d\epsilon_v^p = 0$).

Observa-se ainda que o modelo MCC emprega lei de fluxo associada, de modo que a função de escoamento f também corresponde à equação (3-21). A superfície gerada por f no espaço de tensões principais é dependente, portanto, dos parâmetros M e p_c do material: o parâmetro p'_c (tensão de préadensamento) está associado ao estado de tensão máximo ao qual a rocha foi submetida; já o parâmetro M indica a inclinação da CSL no plano $p' \ge q$, e está relacionado ao ângulo de atrito interno (ϕ') do material. Geralmente, o valor adotado para M equivale à inclinação de f do críterio de Mohr-Coulomb na condição de carregamento CTC⁷ (Figura 3.7):

$$M = \frac{6\sin\phi'}{3-\sin\phi'} \tag{3-22}$$

Tais definições implicam que a superfície de escoamento corresponde a um elipsoide formado pela rotação da função f em torno da diagonal espacial, com seção circular no plano π , como ilustrado na Figura 3.11.

Além das funções $f \in Q$, é necessário estipular uma lei de endurecimento para determinar a magnitude dos incrementos de deformação plástica. Esta regra é baseada em resultados do ensaio de compressão isotrópica, especificamente na relação ilustrada na Figura 3.12 entre o índice de vazios (e) do material, definido pela equação (3-23), e o logaritmo da tensão média $(\ln p')$.

⁷Fisicamente, seria preferível empregar um valor de M variável, associado à variação do ângulo de Lode (θ). Entretanto, essa alternativa tende a aumentar o custo computacional das análises numéricas.



Figura 3.11: Superfície de escoamento do modelo Cam-Clay Modificado. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002): a) Seção ortogonal à diagonal espacial: comparação com o critério de Mohr-Coulomb; b) Representação em perspectiva no espaço das tensões principais.

$$e = \frac{V_{poros}}{V_{s\acute{o}lidos}} \tag{3-23}$$

em que V_{poros} e $V_{solidos}$ indicam o volume de poros e o volume da matriz da rocha, podendo ser associada à porosidade (equação (2-7)) através da relação:

$$e = \frac{\phi}{1 - \phi} \tag{3-24}$$

No trecho de compressão virgem (VCL), observa-se uma relação linear entre a variação do índice de vazios (e) e o logaritmo da tensão média $(\ln p)$, representativa do comportamento elastoplástico. De forma genérica, essa relação é dada por:

$$\lambda = -\frac{e - e_0}{\ln p' - \ln p'_0} \to \Delta e = -\lambda \ln \frac{p'}{p'_0}$$
(3-25)

em que λ indica a inclinação do VCL no gráfico $\ln p' \ge e_0$ são representativos do estado tensão-deformação inicial do material; $e \ge p'$ representam o estado final.

Aplicando a relação entre deformação volumétrica e índice de vazios, é possível determinar a deformação volumétrica total (ϵ_v) durante o carregamento:

$$\epsilon_v = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$$
(3-26)

Os trechos de expansão e recompressão (em que o estado de tensão



Figura 3.12: Resposta típica de um solo submetido ao ensaio de compressão isotrópica. Adaptado de Davis e Selvadurai (2002).

é inferior à tensão de pré-adensamento) apresentam uma segunda relação, também linear, entre $e \in \ln p$, representativa do comportamento elástico:

$$\kappa = -\frac{e - e_0}{\ln p' - \ln p'_0} \to \Delta e = -\kappa \ln \frac{p'}{p'_0}$$
(3-27)

em que κ indica a inclinação da reta de recompressão/expansão no gráfico ln p' x e.

A deformação volumétrica elástica (ϵ_v^e) , portanto, pode ser determinada usando raciocínio análogo ao aplicado para a deformação volumétrica total:

$$\epsilon_v^e = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$$
(3-28)

Por conseguinte, a parte plástica da deformação volumétrica (ϵ_v^p) é expressa pela diferença entre as equações (3-26) e (3-28):

$$\epsilon_v^p = \epsilon_v - \epsilon_v^e = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$$
(3-29)

Com a lei de endurecimento estabelecida, é possível equacionar as deformações elásticas seguindo a Lei de Hooke generalizada (vide seção 3.2.1), que continua válida desde que aplicada em sua formulação incremental. Na representação convencional do modelo, tem-se:

$$d\epsilon_v^e = \frac{dp'}{K} \tag{3-30}$$
е

$$d\epsilon_d^e = \frac{dq}{3G} \tag{3-31}$$

em que $d\epsilon_v^e$ e $d\epsilon_d^e$ indicam os incrementos de deformação elástica volumétrica e desviadora, respectivamente; $dp \in dq$ indicam os incrementos de tensão média e desviadora; K representa o módulo de deformabilidade volumétrica; e G representa o módulo de cisalhamento.

Comparando as relações (3-29) e (3-30) pode-se inferir que os parâmetros elásticos aumentam com a tensão confinante, comportamento este que é corroborado por evidências experimentais⁸ [Romanel (2017)]. As expressões (3-32) e (3-33) apresentam, como exemplo, os parâmetros $K \in G$.

$$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p' \tag{3-32}$$

е

$$G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \frac{1+e_0}{\kappa} p'$$
(3-33)

Por sua vez, o incremento de deformação plástica pode ser obtido com a adaptação da equação (3-16) para as funções $f, Q \in d\lambda$ particulares do modelo MCC, resultando na expressão:

$$d\epsilon_{ij}^{p} = \left(dp' + \frac{2p'q}{M^{2}p'^{2} - q^{2}}dq\right)\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_{0}}\left[\frac{M^{2}p'^{2} - q^{2}}{M^{2}p'^{2} + q^{2}}\frac{\delta_{ij}}{3p'} + 3\frac{\sigma_{ij} - p'\delta_{ij}}{M^{2}p'^{2} + q^{2}}\right] \quad (3-34)$$

Ou, de forma equivalente, na configuração das deformações volumétrica e desviadora:

$$d\epsilon_{v}^{p} = \frac{2p'q}{M^{2}p'^{2} + q^{2}} \frac{1}{p'} \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_{0}} \left(\frac{M^{2}p'^{2} - q^{2}}{2p'q} dp' + dq\right)$$
(3-35)

е

$$d\epsilon_{d}^{p} = \frac{2p'q}{M^{2}p'^{2} + q^{2}} \frac{1}{p'} \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_{0}} \left(dp' + \frac{2p'q}{M^{2}p'^{2} - q^{2}} dq \right)$$
(3-36)

em que $d\epsilon_v^p$ e $d\epsilon_d^p$ indicam os incrementos de deformação plástica volumétrica e desviadora, respectivamente.

Cabe ressaltar, no entanto, que o modelo não impõe limite às deformações volumétricas, de modo que, matematicamente, o material pode desenvolver

⁸Esse comportamento não linear pode levar a um comportamento elástico não conservativo do material na formulação incremental. Tal efeito, entretanto, é insignificante para a maioria das aplicações de geotecnia, em que o carregamento é monotônico [Borja e Lee (1990)].

índice de vazios negativo (não físico), ou seja, além da condição de colapso de poros [Bruch (2016)]. Geralmente, tal inconsistência ocorre quando os valores de tensão confinante durante a simulação são significativamente superiores à faixa de tensões utilizada como base para a parametrização.

Outra limitação diz respeito ao comportamento do material na região de dilatância (quando o estado de tensão está posicionado acima da CSL): a perda de resistência abrupta calculada com o modelo MCC não é compatível com a transição mais suave entre as fases de aumento e decaimento das tensões esperada para o comportamento real de solos e rochas [Davis e Selvadurai (2002)].

4 Avaliação dos Modelos Constitutivos

O objetivo deste capítulo é avaliar a aplicação das relações constitutivas clássicas discutidas no capítulo 3 (Elástico Linear, Mohr-Coulomb e Cam-Clay-Modificado) dentro do contexto geológico da BPSM.

Para tal, apresenta-se uma metodologia para parametrização dos modelos constitutivos, balizada pelo comportamento tensão-deformação inferido da lei empírica de Athy (1930) e aplicada a três litotipos recorrentes em análises de bacias sedimentares: folhelhos, arenitos e siltitos.

Observa-se ainda que, para modelos em que as informações da curva de compactação de Athy se mostrarem insuficientes, a complementação dos parâmetros empregará dados de simuladores comerciais e valores típicos da literatura. Entende-se que tal escolha não prejudica a avaliação planejada, pois o objetivo do estudo consiste em uma análise qualitativa dos modelos constitutivos e não a calibração de um caso real.

4.1

Conversão do Modelo Empírico de Athy

A primeira etapa da avaliação consiste em determinar o comportamento tensão-deformação para o material a partir da correlação empírica entre porosidade e profundidade de soterramento desenvolvida por Athy (1930). Assume-se, para este fim, a premissa de que a lei de Athy (regime de deformação unidimensional e drenado) condiz com a realidade geológica.

As informações disponíveis para essa conversão são as massas específicas do grão (ρ_s) e da água (ρ_w), além dos parâmetros ϕ_0 e *b* da equação (2-8). Os dados para os três litotipos escolhidos são exibidos na Tabela 4.1 e refletem a biblioteca do simulador PetroMod 2015 (Schlumberger, 2015).

No entanto, as possibilidades para a quantificação de tensões a partir desses parâmetros são escassas. Empregando os conceitos e hipóteses expostos na seção 3.1, o único valor que pode ser obtido diretamente da curva de compactação de Athy é a tensão vertical normal (total ou efetiva) resultante do peso dos sedimentos.

Já no âmbito das deformações, a evolução da porosidade (ϕ) está relacionada à variação de volume do material durante o processo de compactação,

Litologias	$\phi_0 ~[\%]$	b [1/km]	$ ho_s~[{ m kg}/m^3]$	$ ho_w~[{ m kg}/m^3]$
Folhelho	70.0	0.83	2700	1030
Arenito	41.0	0.31	2700^{\dagger}	1030
Siltito	55.0	0.51	2700^{\dagger}	1030

Tabela 4.1: Dados necessários para a determinação do comportamento tensãodeformação das rochas sedimentares extraídos do simulador PetroMod 2015.

[†] No simulador, o valor original é de 2720 kg/m^3 . Considera-se que a equiparação de ρ_s não afeta significativamente o estudo proposto, ao mesmo tempo que permite simplificá-lo, dando foco aos parâmetros de maior interesse: $\phi_0 e b$ da equação (2-8).

conforme a equação (2-7). De forma equivalente, a representação pode ser realizada através do índice de vazios do material, aplicando a (3-24), ou da deformação volumétrica total, definida por:

$$\epsilon_v = -\ln\left(\frac{1+e}{1+e_0}\right) \tag{4-1}$$

em que ϵ_v representa a deformação volumétrica e $e \in e_0$ representam o índice de vazios atual e o inicial, respectivamente.

Consolidando estes conceitos, a Figura 4.1 apresenta os resultados da conversão da relação empírica original $(z \ge \phi)$ em um comportamento tensãodeformação $(\sigma'_v \ge \phi)$, através da aplicação da equação (3-2).



Figura 4.1: Comportamento mecânico de rochas sedimentares a partir dos parâmetros da Tabela 4.1: a) Curva de compactação de Athy; b) Relação tensão efetiva vertical – porosidade equivalente.

Em análise do gráfico 4.1a, fica evidente que todos os litotipos apresentam redução considerável de porosidade dentro da faixa de atuação da BPSM (até 5.000m de soterramento, em uma aproximação grosseira). Na situação mais crítica (comportamento de folhelhos), o alto gradiente de deformação gera perda de porosidade superior a 50% do valor inicial com apenas 1.000m de soterramento, levando o material a convergir mais rapidamente para a porosidade mínima/colapso de poros (assíntota vertical).

Deve-se destacar que tal grau de deformação é, usualmente, compatível com mudanças significativas na microestrutura da rocha e sinaliza que o comportamento reológico na profundidade dos objetivos exploratórios (entre 1.500m e 3.500m de soterramento) já seria consideravelmente diferente do comportamento observado nos estágios iniciais de soterramento e compactação.

4.2 Avaliação do Modelo Elástico Linear

A parametrização do modelo elástico linear, introduzido na seção 3.2.1, consiste na determinação de dois dos cinco parâmetros elásticos que descrevem o comportamento mecânico do material.

De início, considerando a hipótese de regime de deformação 1D [Hantschel e Kauerauf (2009), Wangen (2010)], ficam estabelecidas relações fixas entre a tensão efetiva vertical e as horizontais, através da equação (3-11), e entre a tensão vertical e a deformação volumétrica, através da equação (3-14).

Não é possível, contudo, estimar $E \in \nu$ somente com o comportamento exibido na Figura 4.1b, forçando que um dos parâmetros seja definido *a priori*: neste estudo, optou-se por arbitrar o coeficiente de Poisson (ν), geralmente considerado constante nas análises. Essa escolha permite quantificar, sem a necessidade de outros parâmetros, o estado de tensão 3D relativo a qualquer profundidade.

Os valores de ν adotados (obtidos do simulador PetroMod 2015) são exibidos na Tabela 4.2, que também apresenta faixas de variação estabelecidas na literatura para este parâmetro.

Tabela 4.2: Valores de coeficiente do Poisson (ν) para rochas sedimentares.

${ m Litologias}$	Gercek (2007)	Fjaer <i>et al.</i> (2008)	PetroMod 2015
Folhelho	0.05 - 0.32	0.00 - 0.30	0.25
Arenito	0.05 - 0.40	0.00 - 0.45	0.20
Siltito	0.13 - 0.35	$\mathrm{Indef.}^{\dagger}$	0.25

 † Indefinido: a referência não apresenta uma faixa de variação para esta litologia.

Com o estado de tensão conhecido, outras representações do comporta-

mento tensão-deformação, derivadas da curva de compactação da Figura 4.1b, podem ser construídas. Nesta seção, será utilizado o gráfico $p' \ge \epsilon_v$ (Figura 4.2), do qual se extrai o módulo de deformabilidade volumétrica (analogamente ao esquema da Figura 3.3a).



Figura 4.2: Relação entre tensão efetiva média e deformação volumétrica para rochas sedimentares.

Verifica-se na Figura 4.2 que a rigidez das rochas sedimentares aumenta com a tensão média¹, o que significa que os valores de K e dos demais parâmetros elásticos: E, G e λ dependem do estado de tensão. Tal constatação está de acordo com o observado por outros autores, que propõem correlações entre parâmetros elásticos e variáveis como a tensão efetiva vertical [Allen e Allen (2013)] e a resistência do material [Goodman (1989)].

Na prática, as propriedades elásticas obtidas experimentalmente (de amostras de rochas retiradas de grandes profundidades e já deformadas) estão algumas ordens de grandeza distantes dos valores observados/calculados para o material recém-depositado (mais próximo do comportamento de solos). Como consequência, a aplicação deste modelo constitutivo tende a subestimar grosseiramente a deformação do material durante a evolução da bacia sedimentar (Figura 4.3), já que a perda de porosidade ocorre majoritariamente nos estágios iniciais de soterramento.

Além disso, o princípio de que o comportamento do material é conservativo, uma das bases da teoria da elasticidade, também não se confirma ex-

¹Esse comportamento é característico do modelo de Athy e está associado à forma exponencial da equação (2-8).



Figura 4.3: Comparação entre modelo de Athy e modelo elástico linear, usando como exemplo o caso do arenito. Para o modelo elástico linear emprega-se K = 20GPa (extraído da biblioteca de litofácies do PetroMod 2015). Observa-se que pela similaridade das respostas, os casos de siltito e folhelho foram omitidos.

perimentalmente, com a observação de deformações permanentes em rochas através de ensaios mecânicos.

Conclui-se, portanto, que as premissas do modelo elástico linear não são válidas para as condições da BPSM, de modo que o problema mecânico estaria mal representado em uma análise numérica.

4.3 Avaliação do Critério de Mohr-Coulomb

Por se tratar de um modelo elastoplástico, a caracterização do modelo de Mohr-Coulomb exige a determinação, além de parâmetros que controlam o comportamento elástico, daqueles que descrevem o comportamento plástico das rochas sedimentares, conforme exposto na seção 3.2.2.1.

A principal característica deste modelo é sua superfície de ruptura, descrita em termos da coesão (c') e do ângulo de atrito interno (ϕ'), conforme a equação (3-17). Contudo, o comportamento previsto pelo modelo de Athy na seção 4.1 não permite identificar se, e para qual estado de tensão, a ruptura do material ocorreria, comprometendo a determinação desses parâmetros sem a realização de ensaios adicionais de cisalhamento (ensaios triaxiais CTC e ETC, entre outros).

Dada a necessidade de arbitrar valores de $c' e \phi'$, optou-se por manter a consistência da parametrização das litologias, empregando os valores da biblioteca de litofácies do simulador PetroMod 2015, conforme a Tabela 4.3. Tabela 4.3: Valores de $c' \in \phi'$ relativos à superfície de ruptura do Critério de Mohr-Coulomb. Dados extraídos do simulador PetroMod 2015.

Litologias	$c'~[{ m MPa}]$	ϕ'
Folhelho	12.0	30°
Arenito	5.0	30°
Siltito	8.0	30°

Observa-se que o valor do ângulo de atrito ($\phi' = 30^{\circ}$) é considerado uma boa aproximação para os três litotipos, sendo que esta propriedade varia, tipicamente, entre 20° e 40° para rochas sedimentares em geral [Fjaer *et al.* (2008), Moraes (2016)]. Por outro lado, a coesão pode variar significativamente para as rochas sedimentares em função do grau de cimentação/consolidação do material, resultante do processo de litificação [Fjaer *et al.* (2008)].

A definição desses parâmetros permite quantificar também o ângulo de dilatância (ψ'), que controla a direção do incremento de deformação plástica, através de correlações empíricas disponíveis na literatura [Romanel (2017), Vermeer e De Borst (1984)]. Vermeer e De Borst (1984) ressaltam ainda que a diferença observada entre o valor de ϕ' e ψ' é de ao menos 20°, de forma que os valores de ψ' apresentados por rochas sedimentares são relativamente baixos: $\psi' < 15^{\circ}$ para areias; $\psi' = 0^{\circ}$ para argilas normalmente adensadas. A Tabela 4.4 apresenta os valores adotados no trabalho:

Tabela 4.4: Ângulo de dilatância (ψ') adotados para rochas sedimentares segundo as orientações de Vermeer e De Borst (1984) e Romanel (2017).

Litologias	ψ'
Folhelho	0°
Arenito	5°
Siltito	0°

Complementando a formulação, a parcela elástica segue as premissas do modelo elástico linear, bem como a parametrização apresentada na seção 4.2. Isso permite identificar o limite entre o comportamento elástico e o elastoplástico na curva de compactação de Athy, pois a trajetória de tensões efetivas (TTE) em regime elástico pode ser determinada através das expressões (3-12) e (3-13), resultando em uma inclinação para a TTE (relativa ao trecho elástico) no gráfico $p' \ge q$ de:

$$\frac{q}{p'} = 3\left(\frac{1-2\nu}{1+\nu}\right) \tag{4-2}$$

É simples deduzir, portanto, que a ocorrência de deformações plásticas está associada a casos em que a inclinação da TTE no regime elástico seja maior que a inclinação da superfície de ruptura, dada pela equação (3-22), garantindo que as retas se interceptam no gráfico $p' \ge q$.

Os valores calculados para esses gradientes (considerando os dados das Tabelas 4.2 e 4.3) são apresentados na Tabela 4.5, enquanto as respectivas trajetórias de tensões efetivas são apresentadas na Figura 4.4.

Tabela 4.5: Gradientes da superfície de ruptura e da trajetória de tensões efetivas (regime elástico) para as rochas sedimentares do estudo.

Litologias	Ruptura [MPa/MPa]	TTE [MPa/MPa]
Folhelho	1.2	1.2
Arenito	1.2	1.5
Siltito	1.2	1.2



Figura 4.4: Trajetória de Tensões Efetivas para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito.

Nas Figuras 4.4a e 4.4c, fica aparente que as TTEs de folhelhos e siltitos são paralelas à superfície de ruptura, corroborando o que foi previsto na Tabela 4.4. Consequentemente, essas rochas sedimentares permaneceriam em regime elástico independente da magnitude das tensões atuantes (para este tipo de carregamento), hipótese já descartada na seção 4.2.

Além disso, mesmo no caso de arenitos (Figura 4.4b), em que a TTE intercepta a superfície de ruptura, o nível de tensão para que ocorra plastificação do material é relativamente elevado, da ordem de 30MPa (equivalente a uma profundidade de aproximadamente 5.000 metros na curva de compactação de Athy). Na prática, isso implicaria que o arenito permanece com comportamento elástico durante quase todo o processo de formação das bacias sedimentares.

Entende-se, portanto, que um modelo constitutivo com superfície de escoamento aberta tende a superestimar a zona de comportamento elástico para as condições de carregamento típicas da BPSM. Assim, a obtenção de valores de tensão mais realistas para o início da plastificação só seria possível com a descaracterização dos parâmetros mecânicos, ou seja, empregando valores artificialmente baixos para $c' \in \phi'$ do material.

4.4 Avaliação do modelo Cam-Clay Modificado

A parametrização do modelo MCC, que também se propõe a descrever o comportamento não conservativo de materiais geotécnicos, está alinhada aos conceitos apresentados na seção 3.2.2.2. Em relação aos modelos anteriores, duas de suas características configuram, potencialmente, diferenciais para aplicações de BPSM: emprego de elasticidade não linear e superfície de escoamento fechada.

Como parte dos parâmetros é compartilhada com os modelos discutidos nas seções anteriores, os dados expostos nas Tabelas 4.1 a 4.3 podem ser aplicados a este modelo, conforme as seguintes definições:

- (i) Coeficiente de Poisson (ν) obtido diretamente da Tabela 4.2 e considerado constante na análise;
- (ii) Índice de Vazios Inicial (e_0) configuração do material no momento da deposição. Pode ser obtido pela conversão da porosidade inicial (ϕ_0) , presente na Tabela 4.1, através da equação (3-24);
- (iii) Inclinação da CSL no gráfico $p' \ge q$ (*M*) dependente do ângulo de atrito interno (ϕ'), retirado da Tabela 4.3. Em geral, é calculada através da equação (3-22).

A Tabela 4.6 consolida os valores dos três parâmetros enumerados para os litotipos avaliados neste trabalho.

Litologias	$ u \ [-] $	$e_0 \ [-]$	$M \ [MPa/MPa]$
Folhelho	0.25	2.333	1.2
Arenito	0.20	0.695	1.2
Siltito	0.25	1.222	1.2

Tabela 4.6: Valores consolidados para os parâmetros $\nu, \, e_0 \in M$ do Modelo Cam-Clay Modificado.

A segunda etapa da parametrização está relacionada à análise do gráfico $e \ge \ln p'$, resultante de um ensaio de compressão isotrópica, para a obtenção dos valores da tensão média de pré-adensamento (p'_c) e dos gradientes do VCL (λ) e do trecho de recompressão/expansão (κ) .

Desai e Siriwardane (1984) argumentam que o procedimento pode ser realizado também através de um ensaio edométrico: os valores medidos no gráfico $e \ge \ln \sigma'_v$ para os parâmetros $\lambda \in \kappa$ são idênticos aos observados na compressão isotrópica; já o valor de p'_c é calculado a partir da tensão efetiva vertical de pré-adensamento do caso edométrico (σ'^*), empregando a equação (3-21).

Isto posto, a Figura 4.5a apresenta o gráfico $e \ge \log \sigma'_v$ relativo ao comportamento mecânico das três rochas sedimentares do estudo, resultante da conversão direta da representação original $\phi \ge \sigma'_v$ (Figura 4.1b), enquanto a Figura 4.5b ilustra o método gráfico para estimar os parâmetros do modelo MCC a partir do gráfico $e \ge \log \sigma'_v$.



Figura 4.5: Comportamento mecânico das rochas sedimentares: a) Representação $e \ge \log \sigma'_v$; b) Obtenção gráfica dos parâmetros p'_c , $\lambda \in \kappa$ para o litotipo folhelho. Observa-se que $\lambda = \lambda^* \ln 10$; $\kappa = \kappa^* \ln 10$.

De forma complementar, a Tabela 4.7 exibe os valores de p'_c , $\lambda \in \kappa$ calculados para folhelho, arenito e siltito seguindo o procedimento gráfico apresentado na Figura 4.5b.

Tabela 4.7: Dados necessários para a determinação do comportamento tensãodeformação das rochas sedimentares extraídos do simulador PetroMod 2015.

Litologias	λ	κ	$\sigma_{c}^{'} \mathrm{[MPa]}$	$p_{c}^{'} \mathrm{[MPa]}$
Folhelho	0.485	0.040	0.24	0.27
Arenito	0.175	0.010	2.70	3.46
Siltito	0.283	0.019	0.93	1.03

Um ponto dos resultados a ser destacado diz respeito à transição entre o regime puramente elástico e o elastoplástico em condição de deformação 1D: enquanto o critério de Mohr-Coulomb indica que as rochas sedimentares podem suportar grandes níveis de confinamento sem sofrer deformações permanentes, essa transição ocorre para tensões relativamente baixas (no máximo entre os três casos, tem-se $\sigma'_c = 2,70$ MPa) no modelo MCC.

Tal comportamento é condizente com resultados experimentais para materiais geológicos [Liu e Carter (2002), Roberts (1965), Yin *et al.* (2015), Fleming *et al.* (1970), Lambe e Withman (1969), Wesley e Pender (2008), Favero *et al.* (2017)], mostrando que o modelo MCC é capaz de representar adequadamente a relação tensão-deformação nos estágios iniciais de soterramento.

Além disso, nota-se que o ajuste dos parâmetros λ e κ produz, nos casos de folhelho e siltito, valores considerados elevados para o comportamento de rochas, mais alinhados à faixa de valores representativa de materiais não consolidados. Entende-se que tal resultado esteja relacionado às características do problema mecânico da BPSM, em que a maior parte da deformação se concentra nos estágios iniciais de soterramento, condicionando o processo de determinação dos parâmetros.

Consequentemente, a caracterização do material a partir de amostras deformadas pode comprometer, em alguns cenários, a aplicação do modelo MCC em casos de BPSM, resultando em deformações severamente subestimadas. Como exemplo, a Figura 4.6 apresenta uma comparação entre a parametrização através da curva de compactação de Athy (Tabela 4.7) e através de resultados experimentais (ensaio edométrico) para a representação do comportamento tensão-deformação do litotipo folhelho.

È perceptível nas Figuras 4.5 e 4.6, contudo, que o ajuste linear para o VCL tem um alcance limitado, se afastando gradativamente do comporta-



Figura 4.6: Comportamento tensão-deformação de folhelho: comparação entre a parametrização obtida experimentalmente e através do ajuste sobre a curva de compactação de Athy. Os valores dos parâmetros experimentais utilizados ($\lambda = 0.074$ e $\kappa = 0.01$) são referentes ao Folhelho *Pierre* (profundo) [Fleming *et al.* (1970)] e estão condizentes com valores típicos encontrados na literatura para folhelhos.

mento estimado pela curva de compactação de Athy à medida que as tensões confinantes aumentam e o índice de vazios diminui. Esse comportamento sugere uma dependência do parâmetro λ (representativo da compressão virgem) em relação aos estados de tensão e/ou deformação do material, que não é considerada na formulação do modelo.

Para verificar tal hipótese, este trabalho apresenta uma compilação de ensaios edométricos para solos e rochas sedimentares encontrados na literatura (Tabelas A.1 a A.7), com o parâmetro λ estimado segundo o procedimento gráfico da Figura 4.5b.

Com base nessas interpretações, é possível estabelecer graficamente a correspondência entre λ e o estado de tensão (representado pela tensão efetiva vertical média do VCL usado na parametrização), conforme a Figura 4.7.

A Figura 4.7 evidencia que a inclinação do VCL tende a diminuir conforme a tensão aplicada aumenta, ainda que não seja possível definir qual a natureza dessa dependência (por exemplo: linear, logarítmica, exponencial). Em função da dispersão dos dados no gráfico, entende-se que o estado de tensão não seria a melhor forma de descrever a variação de λ , sendo interessante explorar outros mecanismos que definam mais claramente o comportamento deste parâmetro.

Uma abordagem alternativa, exposta na Figura 4.8, consiste na avaliação da relação entre o valor de λ e o estado de deformação do material, representado pelo índice de vazios médio do VCL usado na parametrização.



Figura 4.7: Correlação entre λ e o logaritmo da tensão efetiva vertical média do trecho de compressão virgem, baseada nos dados das Tabelas A.1 a A.7.



Figura 4.8: Correlação entre λ e o índice de vazios médio do trecho de compressão virgem, baseada nos dados das Tabelas A.1 a A.7.

Para este caso, a correlação com o estado do material torna-se mais pronunciada, apresentando uma dependência aproximadamente linear de λ em relação ao índice de vazios, também constatada por Keller *et al.* (2011)². Segundo os autores, tal comportamento é causado principalmente pela relação entre o índice de vazios e o contato entre partículas: a redução do índice de vazios significa aumento do contato entre os grãos da matriz sólida, aumentando, assim, a resistência do material a solicitações de compressão.

Portanto, ainda que o modelo MCC seja capaz de representar adequadamente o comportamento mecânico de rochas nas condições de carregamento encontradas na BPSM, é importante estabelecer os limites de sua aplicação,

²Os autores propõem uma relação similar, em que os índices de compressão (C_c) e recompressão (C_s) , análogos aos parâmetros $\lambda \in \kappa$ do modelo MCC, estão relacionados ao índice de vazios inicial/após o descarregamento (e_0) .

observando que as restrições são específicas de cada litotipo, em função de suas características/propriedades.

4.4.1 Análise de Sensibilidade

Com o objetivo de individualizar os limites de aplicação do modelo MCC para cada litotipo, esta seção apresenta uma análise de sensibilidade relativa à parametrização do modelo, explorando as propriedades das rochas que controlam o comportamento tensão-deformação definido na seção 4.1 (parâmetros da lei empírica de Athy, ϕ_0 e b, e a massa específica dos sólidos, ρ_s)³.

De forma complementar, são estabelecidas faixas de variação representativas da realidade geológica para cada parâmetro, com base em valores disponíveis em simuladores comerciais e na literatura para rochas sedimentares, conforme a Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Faixa de variação dos parâmetros ϕ_0 , $b \in \rho_s$ empregadas na análise de sensibilidade do modelo Cam-Clay Modificado.

	$\phi_0 ~[\%]$	b [1/km]	$ ho_s~[{ m kg}/m^3]$
Valor Mínimo	10.0	0.10	2000.0
Valor Máximo	80.0	0.90	3000.0

Inicialmente, dado que os litotipos do estudo apresentam a mesma massa específica ($\rho_s = 2.700 \text{kg/m}^3$), a análise concentra-se somente na variação de ϕ_0 e b, com ρ_s fixo. Os valores parametrizados de κ , $\lambda \in \sigma'^{*4}$ obtidos para cada configuração [ϕ_0 , b] são apresentados através dos gráficos da Figura 4.9.

Os resultados demonstram que os valores de κ e λ são controlados pela porosidade inicial (ϕ_0) e essencialmente independentes da variação do parâmetro *b* (Figuras 4.9a e 4.9b). Tal constatação está em concordância com os resultados experimentais de Keller *et al.* (2011) e com a tendência observada na compilação de ensaios da Figura 4.8, sugerindo que κ e λ estão associados somente ao estado de deformação do material.

Contudo, tal comportamento não se reflete na análise da tensão efetiva vertical de pré-adensamento (Figura 4.9c): a variação de cada parâmetro

³O valor da massa específica da água (ρ_w) não influencia a avaliação, sendo considerado constante com valor de 1.030kg/m³.

⁴Observa-se que a representação através de σ'^* foi escolhida, em detrimento de p'_c , pois o ensaio edométrico fornece diretamente a tensão efetiva vertical de pré-adensamento. A conversão para a tensão média de pré-adensamento depende de outras propriedades do material como o coeficiente de Poisson (ν) e ângulo de atrito interno (ϕ'), além do conhecimento do estado de tensão 3D.



Figura 4.9: Análise de sensibilidade para configurações $[\phi_0, b]$. Resultados para: a) κ ; b) λ ; c) σ'^* (unidade: MPa).

 $(\phi_0, \text{ indicativo da densidade na superfície e } b, associado aos gradientes de deformação) tem influência direta na variação do valor de <math>\sigma'^*$.

Um segundo produto desta análise é a quantificação do limite de validade do modelo MCC para os litotipos arenito, folhelho e siltito deste estudo, através da comparação entre o ajuste linear da VCL no gráfico semilog (referente a λ) e a curva de compactação de Athy para cada configuração [ϕ_0 , b].

Estabelecendo como critério uma margem de erro em relação ao valor do índice de vazios, é possível extrair o limite em termos da tensão efetiva vertical, indicativa da sobrecarga máxima, diretamente do gráfico $e \ge \log \sigma'_v$ (Figura 4.10a). De forma equivalente, o limite também pode ser expresso em termos de uma profundidade de soterramento máxima (Figura 4.10b), aplicando o valor obtido para σ'_v na equação (3-1).

Os valores específicos do limite do modelo MCC para os três litotipo deste estudo são apresentados na Tabela 4.9.

Os resultados evidenciam que há uma variação considerável na capaci-



Figura 4.10: Limites para aplicação do modelo Cam-Clay Modificado: a) tensão efetiva vertical máxima (unidade: MPa); b) profundidade de soterramento máxima (unidade: km). São adotados para esta análise uma margem de erro de 10% do valor do índice de vazios e valor da massa específica do grão fixo: $\rho_s = 2.700 \text{kg/m}^3$

Tabela 4.9: Limite	s para aplicação do me	odelo Cam-Clay N	Aodificado: a)	tensão
efetiva vertical má	xima; b profundidade	e de soterramento	máxima.	

	Tensão Efetiva	Profundidade de
Litologias	Vertical	Soterramento
	Máxima [MPa]	Máxima [km]
Folhelho	13.12	1.34
Arenito	83.54	6.03
Siltito	37.19	3.04

dade do modelo MCC em reproduzir o comportamento mecânico de rochas sedimentares, apresentando um ajuste mais eficaz para litotipos caracterizados por valores mais baixos dos parâmetros $\phi_0 e b$. Dessa forma, entende-se que a aplicação desta relação constitutiva não pode ser realizada indistintamente em modelagem de bacias sedimentares.

Constata-se ainda que, caso fosse aplicado o limite geral de 15MPa preconizado por Hantschel e Kauerauf (2009), por exemplo, haveria subutilização da capacidade do modelo MCC para a maioria dos litotipos, já que a correspondência entre o comportamento tensão-deformações previsto pelo modelo MCC e a curva de compactação de Athy, apresentada na Figura 4.10a, é válida para trechos mais extensos em termos de tensões: arenito (5,5x) e siltito (2.5x), de acordo com os valores da Tabela 4.9. Ademais, o limite calculado para parte dos litotipos excede as profundidades de soterramento observadas em modelagem de bacias sedimentares (máximo de 5.000m de soterramento, na maior parte das análises), como é o caso do arenito, em que os resultados são considerados satisfatórios (dentro da margem de erro de 10%) até 6.000m de soterramento. Logo, para estes casos, entende-se que o modelo pode ser empregado sem restrições em BPSM.

Contudo, há litotipos para os quais a aplicação do modelo MCC fica restrita às camadas superficiais da sequência estratigráfica, como é o caso do folhelho: ainda que grande parte das deformações seja representada adequadamente nas análises numéricas, como comprova a Figura 4.6, a aplicação desta relação constitutiva só apresentaria resultados aceitáveis para até 1.340m de soterramento. Consequentemente, formações deste litotipo no trecho de maior interesse na exploração de petróleo e gás (entre 1.500m e 3.500m de soterramento, aproximadamente) estariam fora do "alcance" do modelo MCC.

O teste seguinte, dado que os valores de λ e κ são independentes do parâmetro *b*, consiste na repetição da análise de sensibilidade considerando configurações $[\phi_0, \rho_s]$ e *b* fixo (arbitrado b = 0, 5/km), com o objetivo principal de entender a influência da variação da carga de sedimentos nos parâmetros do modelo MCC. Os resultados da análise são apresentado na Figura 4.11.

Os resultados apontam a mesma tendência observada na análise anterior: os parâmetros $\kappa \in \lambda$ (Figuras 4.11a e 4.11b) são influenciados somente pela porosidade inicial (ϕ_0) e independentes da segunda variável (ρ_s), enquanto a tensão vertical de pré-adensamento é influenciada por ambos (Figuras 4.11c). Isto posto, o efeito do aumento da massa específica dos grãos (ρ_s), sem alterações de ϕ_0 e b, representa basicamente uma translação para a direita da resposta do material no gráfico $e \ge \log \sigma'_v$, já que os valores de $\kappa \in \lambda$ não se modificam em função da variação de ρ_s .

4.4.1.1 Relações Empíricas para os Parâmetros κ e λ

Em decorrência das constatações de ambas as análises de sensibilidade, é possível determinar relações empíricas entre o parâmetro da lei de Athy (ϕ_0) e as inclinações da VCL (λ) e do trecho de recompressão/expansão (κ) , representativas das análises de BPSM. Tais relações são representadas graficamente na Figura 4.12.

Entende-se, contudo, que a correlação mais eficaz entre os parâmetros do modelo MCC e o estado de deformação emprega o índice de vazios como medida de deformação, alinhando-se às representações exibidas na seção 4.4 e por Keller *et al.* (2011). Dessa forma, a porosidade inicial (ϕ_0) pode ser



Figura 4.11: Análise de sensibilidade para configurações $[\phi_0, \rho_s]$. Resultados para: a) κ ; b) λ ; c) σ'^* (unidade: MPa).

substituída por um índice de vazios equivalente (e_0) , usando a equação (3-24) para converter o parâmetro da lei de Athy. Os novos gráficos são apresentados na Figura 4.13.

Os resultados corroboram a ideia de uma correlação essencialmente linear entre o estado de deformação do material (e_0) e os parâmetros $\kappa \in \lambda$ do modelo MCC, ainda que se observe algum grau de não linearidade para índices de vazios pequenos. Optou-se, portanto, por descrever essas relações através de ajustes bilineares (equações (4-3) e (4-4)), corrigindo os coeficientes quando os valores de e_0 diminuem significativamente.

$$\kappa = \begin{cases} 0.0138e_0 - 0.0002, \text{ se } e_0 < 0.703 \\ 0.0186e_0 - 0.0036, \text{ se } e_0 \ge 0.703 \end{cases}$$
(4-3)



Figura 4.12: Correlação entre parâmetros do modelo Cam-Clay Modificado e parâmetros do modelo de Athy: a) $\kappa \ge \phi_0$; b) $\lambda \ge \phi_0$.



Figura 4.13: Correlação entre parâmetros do modelo Cam-Clay Modificado e índice de vazios inicial: a) $\kappa\ge e_0;$ b) $\lambda\ge e_0$.

е

$$\lambda = \begin{cases} 0.2532e_0 + 0.0040, \text{ se } e_0 < 0.703 \\ 0.1848e_0 + 0.0521, \text{ se } e_0 \ge 0.703 \end{cases}$$
(4-4)

De forma complementar, os valores obtidos para os parâmetros κ e λ com a aplicação das relações empíricas propostas aos litotipos do estudo são apresentados na Tabela 4.10.

Os resultados mostram-se consistentes com os valores de κ e λ exibidos na Tabela 4.7, que foram estimados individualmente através do procedimento gráfico apresentado na Figura 4.5b. Entende-se, portanto, que as relações empíricas propostas são uma alternativa interessante para padronizar a obtenção destes parâmetros em análises de BPSM, ainda que seja necessário atentar para os limites de validade do modelo MCC para este tipo de aplicação.

 p_c' [MPa] Litologias e_0 λ κ Folhelho 2.3330.4830.040 0.24 Arenito 1.2220.1800.0092.70Siltito 0.6950.278 0.019 0.93

Por fim, deve-se ressaltar que a tensão efetiva vertical de pré-adensamento não é tratada nesta seção devido à complexidade de seu comportamento (conforme apresentado na seção 4.4.1), sendo necessário estimá-la graficamente. Logo, a parametrização do modelo MCC foi completada combinando o procedimento gráfico da Figura 4.5b e os valores de κ e λ obtidos a partir das equações (4-3) e (4-4).

Tabela 4.10: Valores de κ e λ do modelo Cam-Clay Modificado estimados através das relações empíricas (4-3) e (4-4).

5 Modelagem Geomecânica de Processos Geológicos

Este capítulo procura dar um enfoque geológico à avaliação das relações constitutivas, demonstrando como a aplicação de um modelo fisicamente mais rigoroso ao comportamento mecânico de rochas pode contribuir durante a simulação de processos geológicos típicos da formação de bacias sedimentares.

As análises se concentram no modelo Cam-Clay Modificado (MCC), que obteve os melhores resultados nas avaliações do capítulo 4, em comparação à lei empírica de Athy em alguns cenários, como: eventos deposicionais, erosivos e de atividade tectônica utilizando o simulador SIGMA/W (Geoslope) como ferramenta de modelagem numérica.

Em função da dificuldade de compatibilizar as simulações de BPSM e geomecânica para um caso real, em que vários processos geológicos exercem influência sobre o resultado final, optou-se pela utilização de modelos sintéticos simplificados em condição drenada, com o objetivo de reproduzir especificamente as condições de contorno condizentes com cada fenômeno tratado.

De forma complementar, os valores dos parâmetros aplicados aos materiais em cada cenário correspondem aos valores estimados/adotados para os litotipos arenito, folhelho e siltito na seção 4.4.

É importante destacar também que, dada a natureza incremental do modelo MCC, a magnitude dos passos de carregamento influencia diretamente o resultado das análises. Portanto, para todos os casos deste capítulo, foram adotados passos de carregamento iniciais pequenos (da ordem de 1kPa), sendo gradativamente aumentados à medida que a tensão média no modelo se eleva, com o objetivo de reduzir o tempo de execução.

5.1 Sedimentação e Compactação

O primeiro caso reproduz a deposição de sedimentos segundo o modelo tradicional da BPSM, cuja premissa é de deformação 1D, ou seja, com a imposição de restrições a deformações horizontais ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 0$), conforme o esquema da Figura 5.1. Na análise, a carga vertical total aplicada corresponde a uma coluna de 5.000m de sedimentos (valor máximo observado na maioria de estudos de BPSM).



Figura 5.1: Esquema de análise geomecânica para o processo deposicional da BPSM.

A evolução do comportamento mecânico para os três litotipos durante o soterramento é representada pelo gráfico $e \ge \log \sigma'_v$ (Figura 5.2), enquanto a Tabela 5.1 compara a porosidade obtida através das duas soluções (Athy e MCC) em algumas profundidades específicas.



Figura 5.2: Comportamento tensão-deformação obtido com o modelo Cam-Clay Modificado (em negro) e com o modelo de Athy (em verde) durante o processo deposicional para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito.

Os resultados demonstram que o modelo MCC aproxima satisfatoriamente o comportamento tensão-deformação dos três litotipos durante o processo deposicional, desde que sejam respeitados os limites de profundidade de soterramento estabelecidos na Tabela 4.9 (ratificando as análises realizadas na seção 4.4.1). Em profundidades condizentes com objetivos exploratórios (entre 1.500m e 3.500m de soterramento), por exemplo, o erro observado para a porosidade de arenitos, rochas que tipicamente exercem a função de reservatórios de hidrocarbonetos, é inferior a 5% do valor obtido pela lei de Athy.

Nos casos de folhelhos e siltitos, a aplicação do modelo MCC além dos

Simulaçãos	Titologiag	Profundidade de	$\phi~[\%]$	$\phi \ [\%]$
Simulações	Litologias	Soterramento [m]	(Athy)	(MCC)
a	Folhelho	1.000m	30.5	31.4
b	Folhelho	$2.000 \mathrm{m}$	13.3	1.1
c^{\dagger}	Folhelho	$3.000\mathrm{m}$	5.8	-32.3
d^\dagger	Folhelho	4.000m	2.5	-71.9
e^{\dagger}	Folhelho	$5.000\mathrm{m}$	1.1	-121.5
f	Arenito	$1.000 \mathrm{m}$	30.1	29.4
g	Arenito	$2.000 \mathrm{m}$	22.1	22.0
h	Arenito	$3.000\mathrm{m}$	16.2	16.8
i	Arenito	4.000m	11.9	12.6
j	Arenito	$5.000\mathrm{m}$	8.7	9.0
k	Siltito	$1.000 \mathrm{m}$	33.0	33.3
1	Siltito	$2.000 {\rm m}$	19.8	20.9
m	Siltito	$3.000\mathrm{m}$	11.9	11.0
n	Siltito	4.000m	7.2	2.4
o^{\dagger}	Siltito	$5.000 {\rm m}$	4.3	-5.5

Tabela 5.1: Processo de Sedimentação. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para as rochas sedimentares do estudo.

[†] Os valores de porosidade para as simulações c, d, $e \in o$ com o modelo Cam-Clay Modificado equivalem ao prolongamento das retas de compressão virgem estimadas para o folhelho e para o siltito (Figura 5.2a e 5.2c, respectivamente) para além do eixo das abscissas.

limites prescritos na seção 4.4.1 pode levar ao desenvolvimento de valores negativos de porosidade, mostrando que o modelo MCC é incapaz de reproduzir o efeito de fechamento dos poros, ou seja, permitindo que a deformação do material continue indefinidamente [Bruch (2016)]. Tal inconsistência corrobora a hipótese de comportamento não linear para os parâmetros $\lambda \in \kappa$ proposta na seção 4.4, como forma de manter a simulação dentro dos limites físicos de meios porosos.

Cabe ressaltar também que o ajuste "bilinear" do modelo MCC para a transição entre o regime elástico e o elastoplástico (valores próximos à tensão de pré-adensamento) representa uma aproximação pouco eficaz da transição suave observada através do modelo de Athy. Entende-se, contudo, que tal problema é restrito a um trecho pequeno e de menor relevância na BPSM (baixas profundidades) e pode ser mitigado nas simulações com escolhas adequadas dos parâmetros λ e κ .

Além do comportamento tensão-deformação, outro importante produto da análise numérica consiste na trajetória de tensões observada durante o processo de carregamento, que complementa o entendimento do processo de plastificação do material. A Figura 5.3 apresenta as TTEs para os três litotipos do estudo.



Figura 5.3: Trajetória de Tensões Efetivas correspondente ao processo de sedimentação para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito. A mudança de direção das TTEs indica a transição do regime elástico para o elastoplástico. Também são indicados, como pontos de referência, os ensaios $a, f \in k$, correspondentes a 1000m de soterramento.

Esta representação permite identificar imediatamente o estado de tensão de plastificação do material, coincidente com a mudança de direção da TTE. Também fica evidente a diferença no comportamento de cada material: o trecho elástico para folhelhos é praticamente inexistente, enquanto para arenitos, a resposta elástica do material apresenta maior relevância para a compreensão do comportamento mecânico durante o processo de carregamento.

Nos três casos, contudo, percebe-se uma mudança significativa na relação entre as tensões horizontais e verticais (determinada pela inclinação da TTE no gráfico $p' \ge q$) com a mudança do regime elástico para o elastoplástico. Isso indica que a utilização da equação (3-11) (característica do modelo elástico) após a plastificação do material implicaria em tensões horizontais subestimadas dentro da bacia sedimentar.

5.2 Erosão

O segundo exemplo apresenta uma variação do modelo anterior ¹, considerando que, após a etapa de carregamento (sedimentação e compactação), é realizada uma etapa adicional de descarregamento, equivalente à remoção de sedimentos superficiais por processos erosivos.

Nestes cenários, optou-se por obedecer os limites de carregamento propostos na Tabela 4.9, de forma que o carregamento máximo para cada litotipo seja particularizado. Para facilitar o entendimento do processo, a Tabela 5.2 apresenta os dois estágios para cada simulação realizada.

Tabela 5.2: Simulações do processo de erosão em dois estágios. Estágio 01: carregamento (profundidade de soterramento); Estágio 02: erosão (profundidade final).

Simulações	Litologias	Estágio 01 (Simulação de origem)	Estágio 02 Profundidade Final [m]
a.1	Folhelho	a	500
f.1	Arenito	f	500
g.1	Arenito	g	1000
h.1	Arenito	h	2000
i.1	Arenito	i	3000
j.1	Arenito	j	4000
k.1	Siltito	k	500
l.1	Siltito	1	1000
m.1	Siltito	m	2000

A evolução do comportamento tensão-deformação para as nove simulações propostas na Tabela 5.2 é apresentada na Figura 5.4. Como complemento, a Tabela 5.3 realiza a comparação entre os modelos MCC e Athy com base na porosidade ao final do processo de erosão.

Os resultados evidenciam uma diferença considerável para as deformações calculadas: o modelo de Athy apresenta uma expansão significativa associada à diminuição da carga do material (variações de porosidade de até 50% após a erosão para folhelho e siltito); já pelo modelo MCC, somente uma parte das deformações é recuperada com a retirada da carga e o aumento relativo máximo de porosidade (após o processo erosivo) observado nas simulações é de 5%.

 $^{^1\}mathrm{As}$ condições de contorno foram mantidas conforme a Figura 5.1 para simular o regime de deformação 1D.



Figura 5.4: Comportamento tensão-deformação obtido com o modelo Cam-Clay Modificado (em negro) e com o modelo de Athy (em verde) durante o processo erosivo para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito.

Tabela 5.3: Processo de Erosão. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para rochas sedimentares.

Simulação	$\phi \ [\%] \ ({ m Athy})$	ϕ [%] (MCC)
a.1	46.2	32.4
f.1	35.1	29.7
g.1	30.1	22.4
h.1	22.1	17.0
i.1	16.2	12.7
j.1	11.9	9.1
k.1	42.6	33.8
l.1	33.0	21.5
m.1	19.8	11.4

Entende-se que a expansão constatada com a lei de Athy está associada ao comportamento intrinsecamente conservativo deste modelo, já que a porosidade depende apenas da tensão vertical aplicada. Consequentemente, espera-se que a recuperação das deformações seja superestimada, já que toda deformação tem caráter reversível e deformações permanentes/plásticas não são quantificadas separadamente.

Por sua vez, a expansão do meio poroso através do modelo MCC é controlada pelo parâmetro κ . Assim, a maior parte das deformações é de natureza permanente (já que $\lambda \gg \kappa$), o que implica um comportamento mecânico não conservativo.

Tal resposta é condizente com o comportamento mecânico observado experimentalmente (através de ensaios edométricos e de compressão isotrópica) para materiais geológicos [Liu e Carter (2002), Wesley e Pender (2008), Roberts (1965)], demonstrando que o valor da porosidade após o processo erosivo seria pouco alterado para as rochas sedimentares do estudo.

Outro ponto de análise relevante é a evolução do estado de tensão dos materiais, representado pelas TTEs dos cenários no gráfico $p' \ge q$. A Figura 5.5 apresenta os resultados das nove simulações numéricas, considerando os estágios de carregamento e descarregamento para as nove simulações numéricas.



Figura 5.5: Trajetória de Tensões Efetivas correspondente ao processo de sedimentação seguido de erosão para: a) Folhelho; b) Arenito; c) Siltito.

Nota-se que, durante o descarregamento, o material retorna ao regime elástico, assumindo uma trajetória diferente da observada para o carregamento. O novo trecho apresenta a mesma inclinação observada no início do processo de carregamento, condizente com o comportamento elástico.

Um dos efeitos dessa nova trajetória é o crescimento da razão entre as tensões efetivas horizontais e a vertical, podendo gerar um estado de tensão muito diferente daquele observado no carregamento: nos casos $f \in g$, por exemplo, as tensões efetivas horizontais ultrapassam as tensões efetivas verticais ao final das respectivas simulações.

5.3 Esforços Tectônicos

Esta seção procura simular processos tectônicos, associados ao desenvolvimento de estruturas geológicas como dobras e falhas em bacias sedimentares. Nesses processos, a premissa de deformações laterais nulas adotada nas seções 5.1 e 5.2 não pode ser garantida, já que os deslocamentos/tensões impostos como condição de contorno não correspondem necessariamente à condição $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 0.$

Os cenários planejados são compostos de uma etapa de deposição e compactação (adensamento 1D), utilizando as simulações da seção 5.1 como base (respeitando os limites de previstos na Tabela 4.9), seguida por um estágio de atividade tectônica (cisalhamento).

Na fase de cisalhamento da modelagem numérica, as restrições para deformações laterais são retiradas, a tensão axial/vertical (σ'_v), referente ao peso dos sedimentos, é mantida constante e as tensões horizontais (σ'_h), que simulam a atividade tectônica, são aplicadas gradualmente, conforme o esquema da Figura 5.6.



Figura 5.6: Esquema de carregamento representativo de processos tectônicos: a) Compressão Litosférica; b)Extensão Litosférica.

Cabe ressaltar ainda que, por simplicidade, adota-se um esquema de carregamento axissimétrico para as simulações², ainda que outras configurações de carregamento também sejam plausíveis geologicamente, por exemplo: aplicação de tensões horizontais de magnitudes distintas no contorno; manutenção da restrição a deformações horizontais em uma das direções e aplicação de carga horizontal na outra direção (esquema de deformação plana).

²Esta opção particular está alinhada ao critério utilizado para o cálculo da inclinação da CSL (M) em simuladores, que por sua vez influencia a forma da superfície de escoamento.

5.3.1 Tectônica Compressional

Um ambiente tectônico compressional está associado ao desenvolvimento de dobras e falhas reversas em bacias sedimentares. Neste caso, a fase de cisalhamento das simulações torna-se similar a um ensaio ETC, com trajetória de tensões determinada conforme a Figura 5.7.



Figura 5.7: Trajetória de Tensões Efetivas típica considerando um estágio de deposição seguido de compressão tectônica.

Com base nesses critérios, a Tabela 5.4 resume as simulações realizadas, bem como os respectivos valores dos acréscimos de tensão efetiva horizontal $(\Delta \sigma'_h)$ aplicados em cada caso.

Tabela 5.4: Dados das simulações de compressão tectônica: litotipo; simulação de origem (deposição); acréscimo de σ'_h na fase de cisalhamento.

Litologias	Estágio 01 (Simulação)	$\mathrm{Est}cup{agio}~02\ \Delta \sigma_{h}^{'}~\mathrm{[MPa]}$
Folhelho	a	10.0
Arenito	f	10.0
Arenito	g	10.0
Arenito	h	10.0
Arenito	i	10.0
Arenito	j	10.0
Siltito	k	10.0
Siltito	1	10.0
Siltito	m	10.0
	Litologias Folhelho Arenito Arenito Arenito Arenito Arenito Siltito Siltito Siltito	LitologiasEstágio 01 (Simulação)FolhelhoaArenitofArenitogArenitohArenitoiArenitojSiltitokSiltito1Siltitom

Para estes cenários, somente o mdodelo MCC produz deformações adicionais na etapa de cisalhamento, já que a influência de tensões horizontais é desconsiderada pela lei de Athy. Isto posto, a Tabela 5.5 apresenta uma comparação entre o modelo MCC e a lei de Athy baseada na porosidade obtida ao final das simulações.

Simulação	$\phi \ [\%] \ ({ m Athy})$	$\phi \ [\%] \ ({ m MCC}) { m Deposição}$	$\phi \ [\%] \ ({ m MCC}) \ { m Final}$
a.2	30.5	31.4	11.5
f.2	30.1	29.4	24.3
g.2	22.1	22.0	21.5
h.2	16.2	16.8	16.6
i.2	11.9	12.6	12.4
j.2	8.7	9.0	8.8
k.2	33.0	33.3	24.2
1.2	19.8	20.9	17.2
m.2	11.9	11.0	10.6

Tabela 5.5: Processo de Compressão Tectônica. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para rochas sedimentares.

Como esperado, os resultados mostram que os acréscimos de tensões horizontais podem gerar redução significativa da porosidade, ainda que, em nenhum dos casos, os valores aplicados sejam suficientes para que o estado de tensão das rochas atinja a CSL³.

Observa-se que a magnitude da redução é influenciada diretamente pelo parâmetro λ , de modo que, ao comparar casos com a mesma profundidade de soterramento (por exemplo: $a, f \in k$), a variação absoluta é mais pronunciada no folhelho e menos no arenito.

Fica evidente também que a redução de porosidade é condicionada pela profundidade de soterramento: o aumento da carga de sedimentos causa um aumento na rigidez (dependente do estado de tensão) do material, implicando em menores variações de volume da rocha.

Ademais, cabe ressaltar que o modelo de Athy não emprega nenhum tipo de critério de escoamento/ruptura, dificultando a simulação do processo de ruptura por cisalhamento. Por outro lado, o modelo MCC é capaz de simular o comportamento tensão-deformação condizente com a ruptura do material, ainda que o material seja tratado de forma contínua. Assim, a representação de descontinuidades e localização de deformações necessitaria de um tratamento especial da solução matemática (remalhamento, outros métodos numéricos).

 $^{^{3}}$ Para os cenários desta seção, o desenvolvimento de descontinuidades (fraturas e falhas) necessitaria de incrementos de tensões significativos (da ordem de dezenas de MPa).

Por fim, dado que os casos de tectônica compressional estão relacionados à redução de porosidade, deve-se atentar para o desenvolvimento de valores negativos de porosidade/índice de vazios durante as simulações empregando o modelo MCC (como já colocado na seção 5.1), resultante da dificuldade do método em reproduzir o fechamento de poros.

5.3.2 Tectônica Extensional

O último processo geológico analisado consiste em um ambiente tectônico extensional, relacionado ao processo de estiramento litosférico e ao desenvolvimento de falhas normais. A modelagem deste tipo de cenário segue as mesmas diretrizes apresentadas na seção 5.3.1: carregamento axial em ensaio edométrico (Figura 5.1), seguido de cisalhamento em condições axissimétricas (Figura 5.6). Um resumo dos cenários é apresentado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Dados das simulações de extensão tectônica: litotipo; simulação de origem (deposição); acréscimo de σ'_h na fase de cisalhamento.

Simulações	Litologias	Estágio 01 (Simulação)	$\mathrm{Est}cup{agio}~02\ \Delta\sigma_{h}^{'}~\mathrm{[MPa]}$
a.3	Folhelho	a	-2.0
f.3	Arenito	f	-2.0
g.3	Arenito	g	-2.0
h.3	Arenito	h	-2.0
i.3	Arenito	i	-2.0
j.3	Arenito	j	-2.0
k.3	Siltito	k	-2.0
1.3	Siltito	1	-2.0
m.3	Siltito	m	-2.0

Observa-se que os cenários de estiramento adotam variações menores de $\Delta \sigma'_h$ (em módulo) para evitar que o material apresente deformações exageradas (ao se aproximar do estado crítico). Os cenários também diferem das simulações de compressão pelo sentido dos incrementos de tensão no contorno $(\Delta \sigma'_h)$: as tensões horizontais existentes ao final da fase de sedimentação e compactação são gradualmente reduzidas, comportamento análogo a um ensaio de Compressão Triaxial Reduzida (CTR), como exemplificado na Figura 5.8.

O exemplo da Figura 5.8 corrobora a hipótese levantada anteriormente, mostrando que os valores de $\Delta \sigma'_h$ necessários para levar as rochas sedimentares até seu estado crítico são relativamente pequenos quando comparados aos casos de compressão tectônica (Figura 5.7): nos casos de menor profundidade de



Figura 5.8: Trajetória de Tensões Efetivas típica considerando um estágio de deposição seguido de extensão tectônica.

soterramento $(a, f \in k)$, por exemplo, os decrementos limites são inferiores a 4MPa.

Os resultados das análises numéricas são apresentados na Tabela 5.7, utilizando como variável de controle a porosidade ao final da simulação e considerando também que o modelo de Athy não produz alterações no estado de deformação dos materiais com a aplicação dos decrementos de tensões horizontais (como já mencionado para cenários da seção 5.3.1).

Simulação	$\phi \ [\%] \ (Athy)$	$\phi \ [\%] \ ({ m MCC}) { m Deposição}$	$\phi \ [\%] \ (MCC)$ Final
a.3	30.5	31.39	30.44
f.3	30.1	29.36	29.11
g.3	22.1	22.00	22.04
h.3	16.2	16.77	16.80
i.3	11.9	12.56	12.59
j.3	8.7	8.97	9.00
k.3	33.0	33.31	32.6
1.3	19.8	20.88	20.97
m.3	11.9	10.98	11.06

Tabela 5.7: Processo de Extensão Tectônica. Comparação da porosidade obtida pelos modelos de Athy e Cam-Clay Modificado para rochas sedimentares.

Durante a extensão litosférica, observa-se inicialmente um processo de aumento da porosidade para todos os cenários em função da mudança de trajetória com o alívio das tensões laterais. Deve-se destacar, contudo, que o processo destes cenários é de natureza elastoplástica, diferenciando-se dos casos de erosão (seção 5.2) em que o processo é puramente elástico.

Entretanto, à medida que o estado de tensão se aproxima do estado

crítico, a tendência de variação de porosidade se inverte, havendo novamente redução da porosidade. Este fenômeno é perceptível nos cenários de menor profundidade de soterramento $(a, f \in k)$, em que o resultado final mostra um valor de porosidade inferior ao obtido no final do processo de deposição e compactação.

Deve-se ressaltar também que a probabilidade de localização de deformações e formação de descontinuidades nesse tipo de cenário é maior que nos cenários de compressão lateral, haja visto que a trajetória entre o estado de tensão e a CSL é relativamente curta. Por esse motivo, o comportamento mecânico pode se afastar consideravelmente do esperado com o modelo de Athy mesmo para valores razoavelmente baixos de esforços tectônicos de extensão.

6 Considerações Finais

O presente trabalho teve como objetivo realizar uma avaliação abrangente do acoplamento geomecânico no contexto da Modelagem de Bacias Sedimentares e Sistemas Petrolíferos (BPSM), destacando as particularidades do problema físico e do arcabouço matemático que diferenciam esta área de conhecimento de outras aplicações tradicionais da geomecânica.

Neste capítulo, são apresentadas as conclusões dessa investigação, bem como tópicos relativos ao acoplamento geomecânica-BPSM que podem ser explorados em trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

Através do estudo inicial, foi constatado que modelos constitutivos elásticos e elastoplásticos com superfície de escoamento aberta, populares em aplicações de geotecnia, não reúnem os requisitos necessários para reproduzir os processos de deposição e compactação de sedimentos (cenário convencional da BPSM).

Usando a mesma metodologia, concluiu-se que a utilização de modelos constitutivos elastoplásticos com superfície de escoamento fechada representa a melhor alternativa para reproduzir o comportamento mecânico do material, dadas as condições de carregamento encontradas na BPSM.

Contudo, observou-se que uma das premissas do modelo aplicado (modelo Cam-Clay Modificado) pode levar a resultados inconsistentes fisicamente: o modelo emprega gradientes para a VCL (λ) e para a reta de recompressão (κ) constantes, sendo incapaz de representar a situação de fechamento de poros. Assim, torna-se possível que o material desenvolva valores negativos de índice de vazios (e < 0) durante a simulação.

Com o objetivo de investigar tal questão, foi realizada uma análise de sensibilidade dos parâmetros do modelo MCC em relação aos parâmetros do modelo de Athy, baseada nas conclusões de Keller *et al.* (2011). Esta avaliação complementar demonstra que os valores de λ e κ são dependentes do estado de deformação do material e que a premissa do modelo MCC convencional

não é adequada para a BPSM, já que as deformações do material durante a simulação são significativas.

Consequentemente, um dos produtos dessa análise foi a determinação de um limite máximo de carregamento/profundidade de soterramento, em função das propriedades das rochas sedimentares (ϕ_0 , $b \in \rho_s$), para o qual a aplicação do modelo MCC é válida no contexto da BPSM. Também foi possível estabelecer uma relação empírica bilinear entre parâmetros do modelo MCC ($\kappa \in \lambda$) e o estado inicial do material (ϕ_0), corroborando a hipótese de Keller *et al.* (2011).

Por fim, ao estender a aplicação do modelo MCC (por ter sido o único considerado adequado para a modelagem mecânica) a outros processos geológicos: erosão, tectônica compressional e tectônica extensional, comprovou-se que a aplicação da modelagem geomecânica altera significativamente os resultados da simulação. Evidencia-se, assim, a importância de aplicar um modelo constitutivo mais rigoroso como forma de superar as limitações/restrições que a lei empírica de Athy apresenta.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Considerando o potencial demonstrado pelo modelo Cam-Clay Modificado (MCC), entende-se que uma das principais oportunidades de desenvolvimento no acoplamento geomecânica-BPSM consiste na revisão da lei de endurecimento do modelo MCC, com a incorporação de comportamento não linear para os gradientes da reta de compressão virgem (λ) e da reta de recompressão/expansão (κ) à formulação, como forma de reproduzir o efeito de fechamento de poros.

Além disso, observa-se que o modelo MCC foi escolhido usando critérios subjetivos, como a facilidade na obtenção dos parâmetros e simplicidade do entendimento teórico do modelo. Portanto, considerando que os resultados indicam que a aplicação de modelos constitutivos com superfície de escoamento fechada é necessária no contexto da BPSM, este trabalho pode ser complementado com o estudo de outros modelos tensão-deformação que apresentem essa característica.

Outra importante contribuição está relacionada à formulação para a solução do problema tensão-deformação: este trabalho apoiou-se nas formulações para deformações infinitesimais tradicionalmente implementadas em simuladores comerciais. Contudo, dado que as deformações dos materiais nas simulações de BPSM são significativas, entende-se que a incorporação da formulação de grandes deformações/deformações finitas [Bathe (1996)] pode ser
mais adequada às condições apresentadas na BPSM, ainda que isto aumente a complexidade da solução do problema mecânico.

Por fim, entende-se que a aplicação do método dos elementos finitos presente nos simuladores comerciais pode restringir a análise geomecânica voltada para BPSM, principalmente em eventos de localização de deformação e desenvolvimento de descontinuidades. Dessa forma, é de grande importância explorar o impacto de alternativas à modelagem tradicional, como: remalhamento, DFN, MPM, entre outros.

Referências bibliográficas

AADNOY, B. S.; LOOYEH, R. Petroleum Rock Mechanics: Drilling Operations and Well Design. Elsevier, 1^a edição, 2011.

ALLEN, P. A.; ALLEN, J. R. Basin Analysis Principles and Application to Petroleum Play Assessment. Wyley-Blackwell, 3^a edição, 2013.

ATHY, L. F. Density, porosity, and compaction of sedimentary rocks. AAPG Bulletin, 14 (1):1–24, 1930.

AZIZ, K.; SETTARI, A. Petroleum Reservoir Simulation. Applied Science Publishers, 1^a edição, 1979.

BARTON, N. Review of a new shear-strength criterion for rock joints. Engineering Geology, 7:287–332, 1973.

BATHE, K. J. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1ª edição, 1996.

BEAR, J. Dynamics of Fluids in Porous Media. Dover Publications, 1^a edição, 1972.

BERNAUD, D.; DORMIEUX, L.; MAGHOUS, S. A constitutive and numerical model for mechanical compaction in sedimentary basins. Computers and Geotechincs, 33:316–329, 2006.

BIENIAWSKI, Z. T. Estimating the strength of rock materials. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 74 (8):312–320, 1974.

BORJA, R. I.; LEE, S. R. Cam-clay plasticity, part i: Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 78:49–72, 1990.

BRUCH, A. R. Simulação Numérica Tridimensional de Processos de Deformação em Bacias Sedimentares. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2016.

CARRUTHERS, D. J. F. Transport Modelling of Secondary Oil Migration Using Gradient-Driven Invasion Percolation Techniques. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia de Petróleo, Universidade Heriot-Watt, Edimburgo, Escócia, 1998.

CORDAZZO, J. Simulação de Reservatórios de Petróleo utilizando o Método EbFVM e Multigrid Algébrico. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2006.

COULOMB, C. A. Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. Mémoires de Mathématique et de Physique, Présentés à l'Académie Royale des Sciences, 5 (7):342–382, 1776.

COUTINHO, L. F. C. Análise do Balanço Material do Petróleo em uma Região em Fase de Exploração Matura - Bacia do Recôncavo, Brasil. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

DARCY, H. Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, 1856.

DAVIS, R. O.; SELVADURAI, A. P. S. Elasticity and Geomechanics. Cambridge University Press, 1^a edição, 1996.

DAVIS, R. O.; SELVADURAI, A. P. S. Plasticity and Geomechanics. Cambridge University Press, 1^a edição, 2002.

DESAI, C. S.; SIRIWARDANE, H. J. Constitutive Laws for Engineering Materials. Prentice Hall, 1^a edição, 1984.

FAVERO, V.; FERRARI, A.; LALOUI, L. 1d compression behaviour of opalinus clay. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON ADVANCES IN LABO-RATORY TESTING AND MODELLING OF SOILS AND SHALES, p. 322–329, 2017.

FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A. M.; RISNES, R. Petroleum Related Rock Mechanics. Elsevier, 2^a edição, 2008.

FLEMING, R. W.; SPENCER, G. S.; BANKS, D. C. Empirical study of behavior of clay shale slopes. Relatório Técnico 15(vol. 01), 103p., U.S. Army Engineer Nuclear Cratering Group, 1970.

GERCEK, H. Poisson's ratio values for rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 44:1–13, 2007.

GOODMAN, R. E. Introduction to Rock Mechanics. John Wiley And Sons, 2^a edição, 1989.

HANTSCHEL, T.; KAUERAUF, A. I. Fundamentals of Basin and Petroleum Systems Modeling. Springer-Verlag, 3^ª edição, 2009.

HOEK, E.; BROWN, E. T. Empirical strength criterion for rock masses. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 106 (GT9):312–320, 1980.

HURTADO, F. S. V. Uma formulação de volumes finitos baseada em elementos para a simulação do deslocamento bifásico imiscível em meios porosos. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2005.

HURTADO, F. S. V. Formulação Tridimensional de Volumes Finitos para Simulação de Reservatórios de Petróleo com Malhas Não-Estruturadas Híbridas. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2011.

JAEGER, C. Rock Mechanics and Engineering. Cambridge University Press, 2ª edição, 1979.

KELLER, T.; LAMANDÉ, M.; SCHJONNING, P.; DEXTER, A. R. Analysis of soil compression curves from uniaxial confined compression tests. Geoderma, 163 (1):13–23, 2011.

LAMBE, T. W.; WHITMAN, R. V. Soil Mechanics. John Wiley And Sons, 1^a edição, 1969.

LEVEQUE, R. J. Finite-Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press, 1ª edição, 2004.

LIU, M. D.; CARTER, J. P. A structured cam clay model. Relatório de Pesquisa R814, 68p., Centre of Geotechnical Research, University of Sidney, 2002.

MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. LTC Editora, 1^ª edição, 2004.

MCKENZIE, D. Some remarks on the development of sedimentary basins. Earth and Planetary Science Letters, 40:25–32, 1978.

MOHR, C. O. Welche umstände bedingen die elastizitätsgrenze und den bruch eines materials. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, 45:1524–1530, 1900. MORAES, A. Mecânica do Contínuo para a Geologia Estrutural. PerSe, 2ª edição, 2016.

PEACEMAN, D. W. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. Elsevier, 1ª edição, 1977.

PERRIER, R.; QUIBLIER, J. Thickness changes in sedimentary layers during compaction history; methods for quantitative evaluation. AAPG Bulletin, 58 (3):507–520, 1974.

ROBERTS, J. E. Sand Compression as a Factor in Oil Field Subsidence. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Cambridge, Estados Unidos, 1965.

ROMANEL, C. Modelos Constitutivos para Materiais Geotécnicos II. Notas de aula, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2017.

ROSCOE, K. H.; BURLAND, J. B. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. In: ENGINEERING PLASTICITY: PAPERS FOR A CONFERENCE HELD IN CAMBRIDGE, MARCH 1968, p. 535–609, 1968.

ROYDEN, L.; KEEN, C. E. Rifting process and thermal evolution of the continental margin of eastern canada determined from subsidence curves. Earth and Planetary Science Letters, 51:343–361, 1980.

SCHNEIDER, F.; POTDEVIN, J. L.; WOLF, S.; FAILLE, I. Mechanical and chemical compaction model for sedimentary basin simulators. Tectonophysics, 263:307–317, 1996.

SMITH, J. E. The dynamics of shale compaction and evolution of pore-fluid pressures. Mathematical Geology, 3 (3):239–263, 1971.

SMITH, G. D. Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods. Oxford University Press, 2^a edição, 1978.

SWEENEY, J. J.; BURNHAM, A. K. Evaluation of a simple model of vitrinite reflectance based on chemical kinetics. AAPG Bulletin, 74 (10):1559–1570, 1990.

SWEENEY, J. J.; BURNHAM, A. K.; BRAUN, R. L. A model of hydrocarbon generation from type i kerogen: Application to uinta basin, utah. AAPG Bulletin, 71 (8):967–985, 1987. TERZAGHI, K. Theoretical Soil Mechanics. John Wiley and Sons, 1^a edição, 1943.

TISSOT, B. P.; WELTE, D. H. Petroleum Formation and Occurrence. Springer-Verlag, 2^a edição, 1984.

TISSOT, B. P.; PELET, R.; UNGERER, PH. Thermal history of sedimentary basins, maturation indices, and kinetics of oil and gas generation. AAPG Bulletin, 71 (12):1445–1466, 1987.

TRAN, D. NGHIEM, L.; BUCHANAN, L. Aspects of coupling between petroleum reservoir flow and geomechanics. In: 43RD US ROCK MECHANICS SYMPOSIUM, p. 1–14, Asheville, Estados Unidos, 2009.

TUNCAY, K.; PARK, A.; ORTOLEVA, P. Sedimetary basin deformation: an incremental stress approach. Tectonophysics, 323:77–104, 2000.

UNGERER, P.; BURRUS, J.; DOLIGEZ, B.; CHÉNET, P. Y.; BESSIS, F. Basin evaluation by integrated two-dimensional modeling of heat transfer, fluid flow, hydrocabon generation, and migration. AAPG Bulletin, 74 (3):309–335, 1990.

VERMEER, P. A.; DE BORST, R. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. Heron, 29 (3):1–65, 1984.

WANGEN, M. Physical Principles of Sedimentary Basin Analysis. Cambridge University Press, 1^a edição, 2010.

WAPLES, D. W. A new model for heat flow in extensional basins: Radiogenic heat, asthenospheric heat, and the mckenzie model. Natural Resources Research, 10 (3):227–238, 2001.

WAPLES, D. W. A new model for heat flow in extensional basins: Estimating radiogenic heat production. Natural Resources Research, 11 (2):125–133, 2002.

WATTS, A. B.; RYAN, W. B. F. Flexure of the lithosphere and continental margin basins. Tectonophysics, 36:25–44, 1976.

WESLEY, L.; PENDER, M. Soil stiffness measured in oedometer tests. In: 18TH NZGS GEOTECHNICAL SYMPOSIUM ON SOIL-STRUCTURE INTE-RACTION, p. 1–6, 2008.

WYGRALA, B. Integrated Study of an Oil Field in the Southern Po Basin, Northern Italy. Tese de doutorado, Departamento de Matemática e Ciências Naturais, Universidade de Colônia, Colônia, Alemanha, 1989. YIN, Z.Y.; YIN, J. H.; HUANG, H. W. Rate-dependent and long-term yield stress and strength of soft wenzhou marine clay: Experiments and modeling. Marine Georesources and Geotechnology, 33 (1):79–91, 2015.

ZHANG, Q.; JIA, W.; FAN, X.; LIANG, Y; YANG, Y. A review of the shale wellbore stability mechanism based on mechanical-chemical coupling theories. Petroleum, 1:91–96, 2015.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. I. The Finite Element Method Volume 1: The Basis. Applied Science Publishers, 5^a edição, 2000.

ZOBACK, M. D. Reservoir Geomechanics. Cambridge University Press, 1^a edição, 2007.

ZOBACK, M. D.; MOOS, D.; MASTIN, L.; ANDERSON, R. N. Well bore breakouts and in situ stress. Journal of Geophysical Research, 58 (B7):5523–5530, 1985.

A Parametrização do modelo Cam-Clay Modificado

Tabela A.1: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Fleming *et al.* (1970). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_{i}^{'}-\sigma_{f}^{'}~\mathrm{[MPa]}$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Folhelho <i>Pierre</i> (raso)	6.35 - 27.95	0.69 - 0.47	0.150
Folhelho <i>Pierre</i> (profundo)	10.01 - 28.07	0.68 - 0.60	0.074
Folhelho Fort Union (raso)	7.16 - 24.15	0.45 - 0.33	0.098
Folhelho Fort Union (profundo)	7.83 - 25.91	0.53 - 0.37	0.131
Folhelho $Clagget$ (raso)	1.65 - 25.16	0.57 - 0.40	0.062
Folhelho <i>Clagget</i> (profundo)	16.97 - 26.81	0.34 - 0.32	0.038
Folhelho <i>Bearpaw</i> (raso)	6.81 - 23.45	0.43 - 0.37	0.045
Folhelho <i>Bearpaw</i> (profundo)	16.50 - 26.81	0.34 - 0.31	0.047

Tabela A.2: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Liu e Carter (2002). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_{i}^{'}-\sigma_{f}^{'}~\mathrm{[MPa]}$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Argila Leda	0.26 - 1.13	1.48 - 0.86	0.423
Argila Leda	0.18 - 0.45	1.81 - 1.19	0.654
Argila ${\it Bangkok}$ intemperizada	0.05 - 0.21	3.11 - 2.06	0.713
Argila artificialmente cimentada	0.89 - 3.52	2.63 - 1.55	0.786

Tabela A.3: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Wesley e Pender (2008). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_i^{'}-\sigma_f^{'}~[\mathrm{MPa}]$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Lama de argila	0.06 - 0.62	2.13 - 1.24	0.373
Argila fortemente consolidada	3.27 - 9.55	0.65 - 0.45	0.186
Arenito 'a'	0.68 - 1.55	0.97 - 0.79	0.208
Arenito 'b'	0.39 - 1.98	1.29 - 0.87	0.260
Argila Vermelha Tropical	0.33 - 2.36	1.49 - 1.21	0.139

Tabela A.4: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Roberts (1965). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_{i}^{'}-\sigma_{f}^{'}~\mathrm{[MPa]}$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Areia Ottawa (fofa)	29.67 - 63.26	0.57 - 0.42	0.201
Areia Ottawa (densa)	48.53 - 81.78	0.41 - 0.31	0.195
Areia de Sandy Point	12.58 - 102.06	0.11 - 0.09	0.156
Areia de Plum Island	15.67 - 35.83	0.54 - 0.40	0.167
Argila Azul de Boston	1.44 - 18.03	0.77 - 0.42	0.139
Folhelho TJ 355 C5	21.35 - 61.80	0.33 - 0.24	0.081
Folhelho TJ 355 C11	16.70 - 41.16	0.40 - 0.31	0.098
Lama de Argila Venezuelana	0.15 - 6.21	0.93 - 0.37	0.148

Tabela A.5: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Lambe e Withman (1969). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_{i}^{'}-\sigma_{f}^{'}~\mathrm{[MPa]}$	e_i-e_f [-]	λ
Argila Cambridge	0.40 - 0.81	1.01 - 0.87	0.199
Argila Lagunillas	0.19 - 0.77	1.34 - 0.89	0.319

Tabela A.6: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Favero *et al.* (2017). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_{i}^{'}-\sigma_{f}^{'}~\mathrm{[MPa]}$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Argila Opalinus (rasa)	23.62 - 93.09	0.20 - 0.18	0.019
Argila Opalinus (profunda)	12.58 - 102.06	0.11 - 0.09	0.008

Tabela A.7: Determinação do parâmetro λ a partir de ensaios oedométricos disponíveis em Yin *et al.* (2015). Os valores de tensão efetiva vertical e índice de vazios usados para parametrizar o VCL também são apresentados.

Litologias	$\sigma_i^\prime - \sigma_f^\prime \; \mathrm{[MPa]}$	$e_i - e_f$ [-]	λ
Argila Wenzhou	0.10 - 0.39	1.68 - 1.16	0.386