4
Resultados do Escoamento em Regime Permanente.

O domínio do escoamento onde as equações governantes são integradas é apresentado na Fig. 4.1. Os dois cilindros de raio igual a R se movimentam a mesma velocidade V de esquerda para direita na figura e a distância mínima entre eles é $2H_0$.

Esta geometria foi selecionada porque é a representação mais simples do processo de revestimento por cilindros girantes. Foi considerado o domínio completo para resolver os campos do escoamento devido a possibilidade de trabalhar com velocidades diferentes em cada cilindro, o que levaria a perda da simetria do problema.

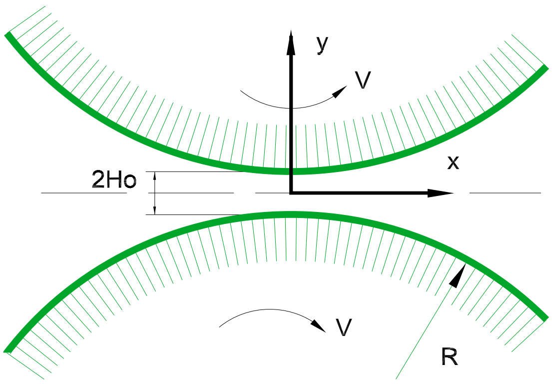

Figura 4.1: Desenho esquemático do domínio físico e parâmetros geométricos importantes.

Na análise apresentada neste trabalho a razão geométrica, que é a distância mínima entre os cilindros e o raio dos mesmos, foi mantida constante e igual a $H_0/R = 0,01$.

As hipóteses simplificadoras usadas na presente abordagem do problema foram:

- Regime permanente.
- Fluido incompressível.
- Efeitos inerciais e gravitatorios desprezíveis.

– Viscosidade do ar desprezível comparado com o líquido de interesse.

– Escoamento bidimensional.

– Regime laminar.

As condições de contorno usadas na solução das equações diferenciais apresentadas no Capítulo anterior são mostradas em forma esquemática na Fig. 4.2 e explicadas a continuação:

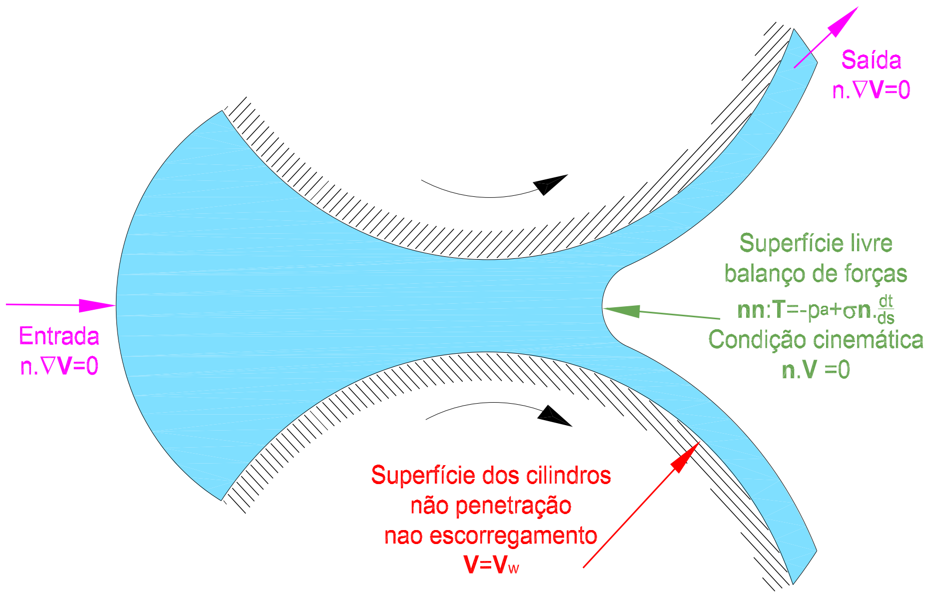

Figura 4.2: Condições de contorno para o escoamento entre cilindros girantes.

1. **Escoamento desenvolvido e pressão imposta na entrada**: Esta condição de entrada é chamada também de condição de escoamento “inundada”. O escoamento à montante não é totalmente desenvolvido, mas como as velocidades são relativamente baixas nesta região, a aproximação é válida.

$$\mathbf{n}\cdot\nabla\mathbf{v}\approx 0 \qquad p = P_0 = 0$$

2. **Não escorregamento, nem penetração nas paredes dos cilindros**:

$$\mathbf{v} = \Omega R\mathbf{t} = V\mathbf{t}$$

Ω é a velocidade angular dos cilindros e $\mathbf{t}$ é o vetor tangente à superfície do cilindro na direção de rotação;

3. **Superfície livre**: A tensão cisalhante exercida pelo gás sobre o fluido é desprezível e a tração do líquido deve ser equilibrada pela soma da pressão

do gás com a pressão capilar induzida pela curvatura da superfície. Além disto, a superfície livre é uma linha de corrente.

$$\mathbf{nn} : \mathbf{T} = -p_a + \varsigma \mathbf{n} \cdot d\mathbf{t}/ds$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$$

4. **Escoamento desenvolvido e pressão livre na saída**.

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{v} = 0$$

O domínio físico é dividido em 5 regiões, conforme ilustrado na figura 3.1.

Conforme mencionado anteriormente, o sistema de equações diferenciais resultante da formulação de problemas com superfícies livres é fortemente não linear. A convergência do processo iterativo para a solução deste sistema não linear depende fortemente do chute inicial dado para cada caso.

Neste tipo de problemas a posição da superfície livre é desconhecida a priori, e faz parte da solução do problema, sendo que é fortemente influenciada pelas propriedades do líquido e as condições de operação.

A estratégia usada nesta tese para gerar a aproximação inicial de escoamentos com superfícies livres, como é usual neste tipo de problema, foi aproximar a forma inicial da superfície livre por linhas retas ou uma combinação de linhas retas e círculos, já quando a solução do problema esteja convergida a posição da superfície livre será também determinada.

O escoamento de Stokes de um líquido Newtoniano, foi inicialmente calculado, considerando a superfície livre como uma parede perfeitamente deslizante, onde $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$ e $\mathbf{tn} : \mathbf{T} = 0$. A solução deste problema linear foi usada como aproximação inicial para o cálculo do escoamento Newtoniano com superfície livre.

4.1 Teste de malhas.

No caso de fluidos Newtonianos a malha 1 é refinada o suficiente para abranger números de capilaridade desde $Ca = 0,02$ até 2, como foi testado no presente trabalho.

Já para o caso de fluidos viscoelásticos foram testadas três malhas com diferentes graus de refinamento para solução das equações diferenciais. O número de elementos das malhas testadas variou de 1760 a 7040. A Fig. 4.3 apresenta

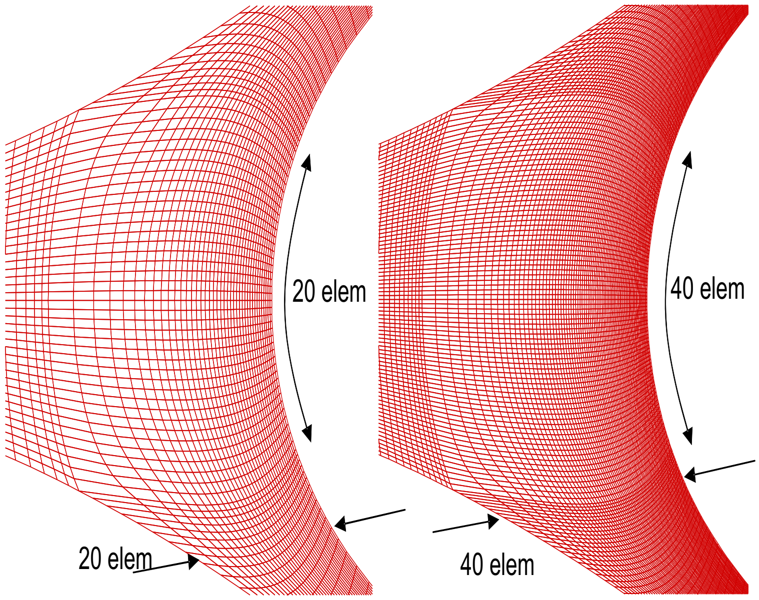

Figura 4.3: Detalhe da região perto da superfície livre da Malha 1 e Malha 3 respectivamente.

detalhes da discretização do domínio próxima à superfície livre. Os testes de malha foram feitos utilizando dois modelos constitutivos, i.e. Oldroyd-B e FENE-P, para $Ca = 0,2$ e diferentes valores do número de Weissenberg We. O número de Weissenberg máximo obtido com cada malha bem como o número de elementos e graus de liberdade são apresentados na tabela 4.1.

A Fig. 4.4 apresenta a tensão normal T_{xx} ao longo da superfície livre para as três malhas apresentadas anteriormente, para um escoamento com $Re = 0$, $Ca = 0,2$, $We = 3$ e $\beta = 0,59$. O modelo constitutivo usado foi o modelo FENE-P, com $b = 50$.

Pode-se observar a perfeita concordância dos resultados para esta variável. Para $We > 3$, a malha 1 apresenta instabilidade numérica no cálculo do campo do tensor conformação.

Quanto mais refinada a malha, melhor é a sua capacidade de resolver a camada limite de tensão elástica que surge na superfície livre. Desta forma, o número de Weissenberg no qual a instabilidade numérica surge, no cálculo do tensor conformação aumenta a medida que a malha torna-se mais refinada, como ilustrado na tabela 4.1.

4.2
Líquidos Newtonianos

Os primeiros resultados apresentados serão aqueles considerando o escoamento sem inércia de um líquido Newtoniano. A razão entre a distância mínima entre os cilindros e raio foi mantida constante e igual a $H_0/R = 0,01$. Como nos casos analisados neste trabalho as velocidades dos dois cilindros foram mantidas iguais, o escoamento é simétrico e apenas a metade superior do domínio será apresentada nas figuras a seguir.

O escoamento ocorre devido ao movimento dos cilindros, o cilindro inferior remove uma certa quantidade de líquido de revestimento de uma bacia de alimentação e transfere parte para o próximo cilindro, esta transferência é feita através da rotação direta.

A montante do plano de mínima distância entre os cilindros $(x = 0)$, o canal formado é convergente e a pressão aumenta ao longo da linha de simetria. Na parte divergente do canal entre os cilindros, a pressão cai, atingindo valores sub-atmosféricos, conforme ilustrado na Fig. 4.5.

As curvas de distribuição de pressão ao longo da linha de simetria terminam na superfície livre, onde o escoamento se divide. Nesta posição a pressão é inferior à atmosférica devido ao salto da pressão capilar induzido pela curvatura da interface.

O salto de pressão é maior quanto maior o número de capilaridade, pois a medida que o número de capilaridade aumenta, a interface se desloca em direção ao plano de menor distância entre os cilindros e conseqüentemente o raio de curvatura do menisco diminui.

A Fig. 4.6 mostra em detalhe a distribuição de pressão ao longo da linha de simetria na região próxima ao menisco. Pode-se observar que além do valor da pressão diminuir devido ao aumento da curvatura da interface, o gradiente de pressão ao longo da direção x aumenta consideravelmente. Este gradiente de pressão adverso desestabiliza o escoamento, conforme discutido anteriormente.

A vazão calculada em unidades de velocidade dos cilindros vezes a distância mínima entre os cilindros não varia com o número de capilaridade,

Malha	Elementos	Graus de liberdade	We/OLD-B	We/FENE-P
Malha 1	1760	47.391	3	3
Malha 2	3960	105.401	6	6
Malha 3	7040	186.291	8	11

Tabela 4.1: Número de elementos e incógnitas nas diferentes malhas usadas para resolver o escoamento de líquidos não Newtonianos com os modelos Oldroyd-B e FENE-P para um número de Capilaridade fixo $Ca = 0,2$.

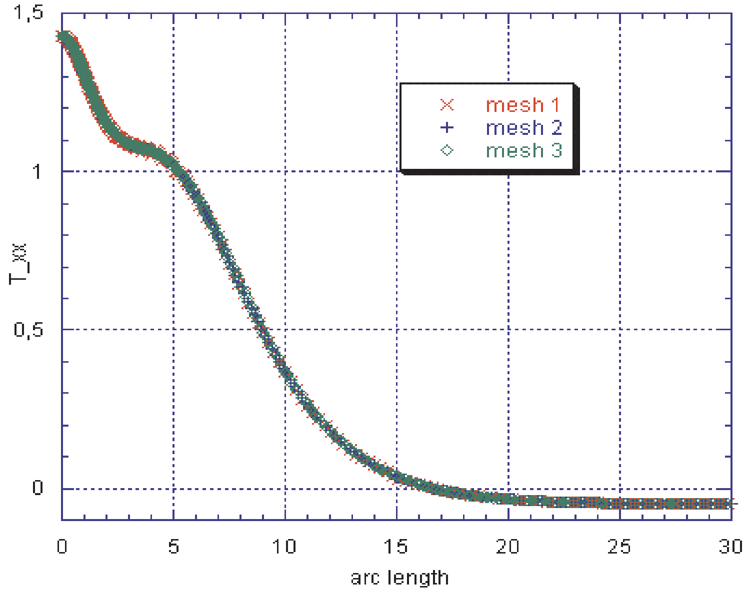

Figura 4.4: Tensão normal ao longo da superfície livre para as três malhas testadas.

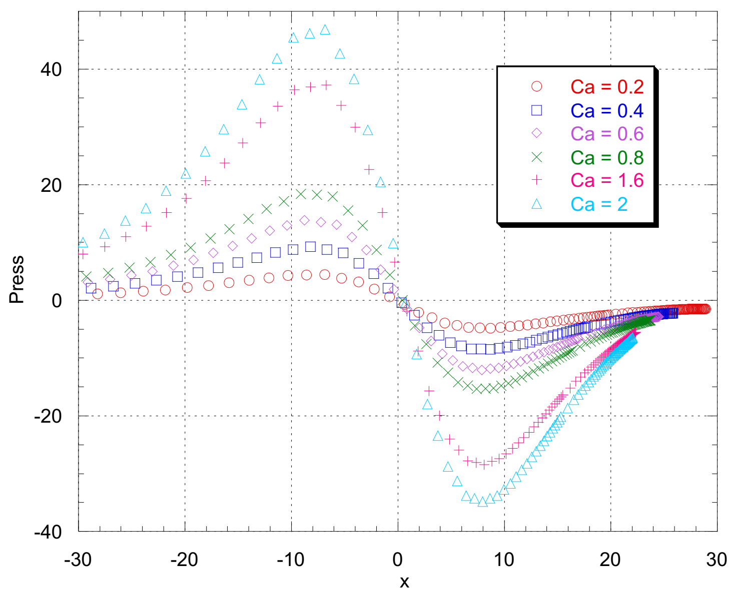

Figura 4.5: Influência do número de capilaridade na distribuição de pressão ao longo da linha de simetria, para líquidos Newtonianos.

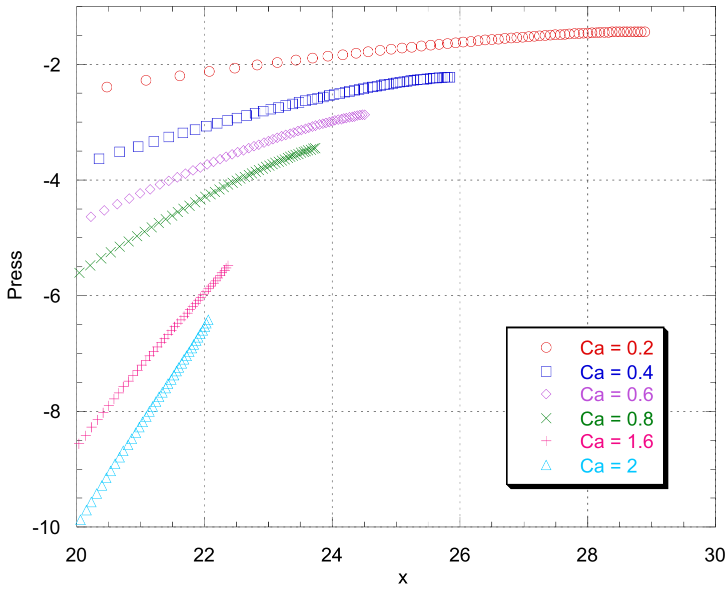

Figura 4.6: Vista em detalhe da distribuição de pressão na linha de simetria para líquidos Newtonianos com diferentes números de capilaridade.

e é aproximadamente igual a $q \equiv Q/2VH_0 = 1,34$. Os resultados apresentados para o caso particular de líquidos Newtonianos reproduzem os apresentados por Coyle (1984) [21].

O efeito do número de capilaridade no escoamento perto da superfície livre é apresentado na Fig. 4.7. Se a tensão superficial é forte comparada com as forças viscosas, o menisco é puxado para longe do plano de distância mínima entre os cilindros e observa-se uma recirculação na superfície livre.

A medida que o número de capilaridade cresce, a posição do menisco recua na direção da distância mínima entre os cilindros e a recirculação desaparece num valor de número de capilaridade próximo de $Ca \approx 0,3$.

A componente normal do campo de tensões $\mathbf{T}_{xx}$ é máxima na posição $x \approx 8$ entre os cilindros. À jusante deste ponto a tensão cai, já que o líquido é desacelerado até o ponto de estagnação.

Coyle (1990) [29], através da análise de estabilidade linear dum escoamento Newtoniano, previu que para $H_0/R = 0,01$, o escoamento bidimensional torna-se instável para um número de capilaridade $Ca \approx 0,7$. Pode-se observar claramente que para este parâmetro o escoamento não apresenta recirculação na superfície livre.

A Fig. 4.8 mostra em detalhe a distribuição da tensão normal na direção x ao longo da linha de simetria nas proximidades da interface. Para baixos valores do número de capilaridade, as tensões viscosas são desprezíveis e a tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ é praticamente igual a pressão.

Pode-se observar que a medida que o número de capilaridade aumenta,

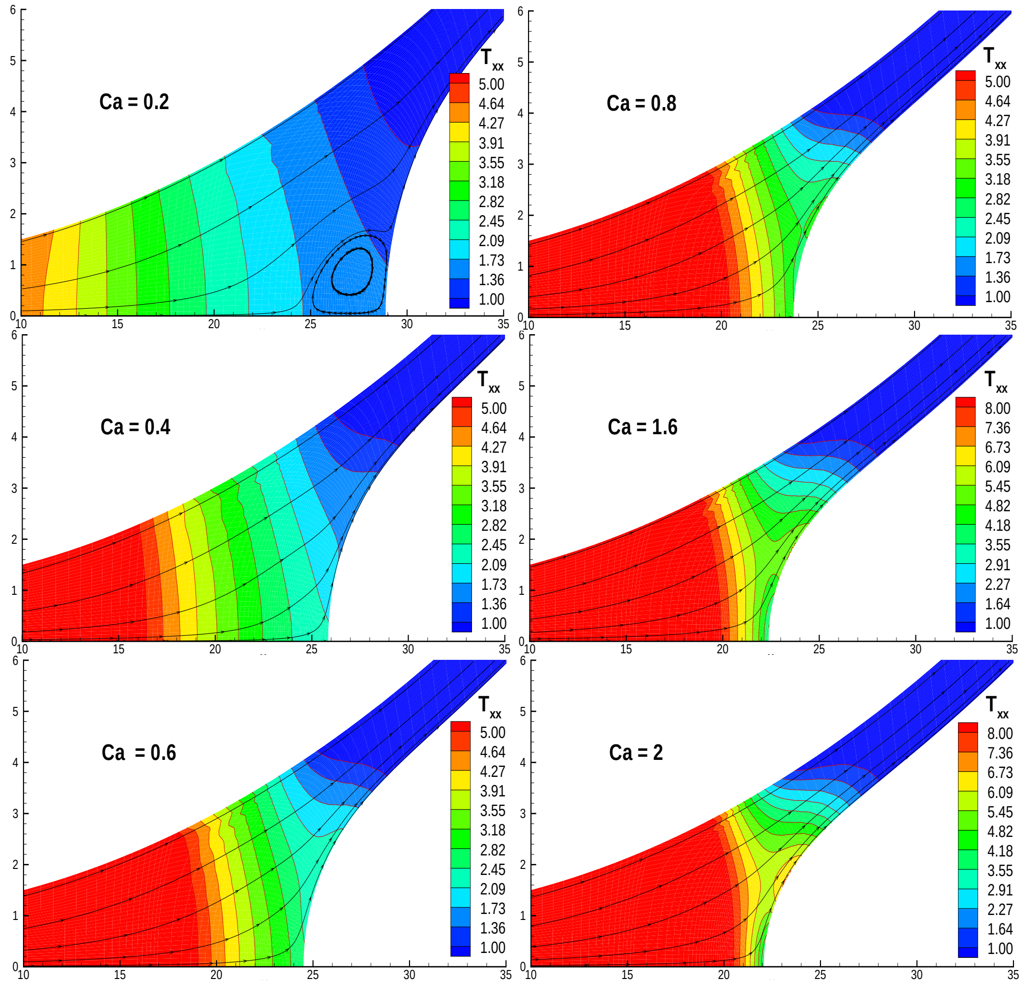

Figura 4.7: Influência do número de capilaridade no Campo de Tensão normal total na direção *x*, para líquidos Newtonianos.

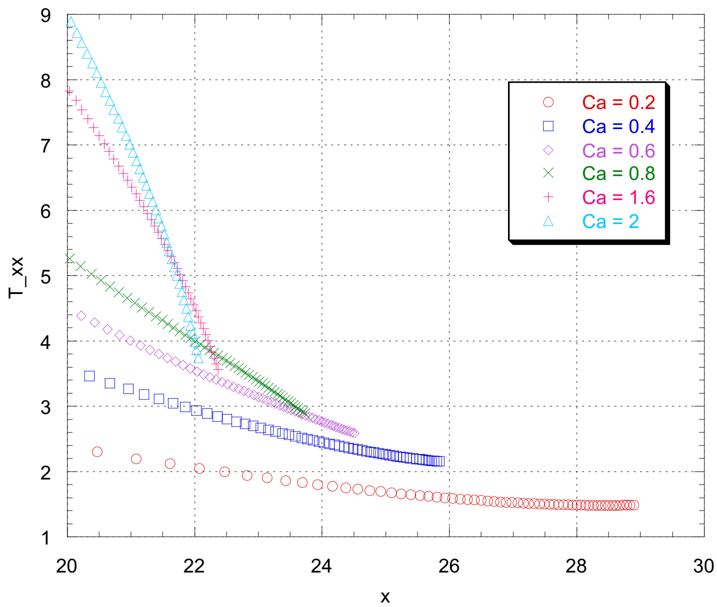

Figura 4.8: Influência do número de Capilaridade na Tensão normal total ao longo da linha de simetria na direção x para líquidos Newtonianos.

o módulo do gradiente da tensão normal na direção do escoamento também aumenta. De acordo com a análise feita por Pitts (1961) [5] a partir de um valor crítico desta derivada, o escoamento torna-se periódico na direção transversal, quer disser o escoamento deixa de ser bidimensional e torna-se tridimensional.

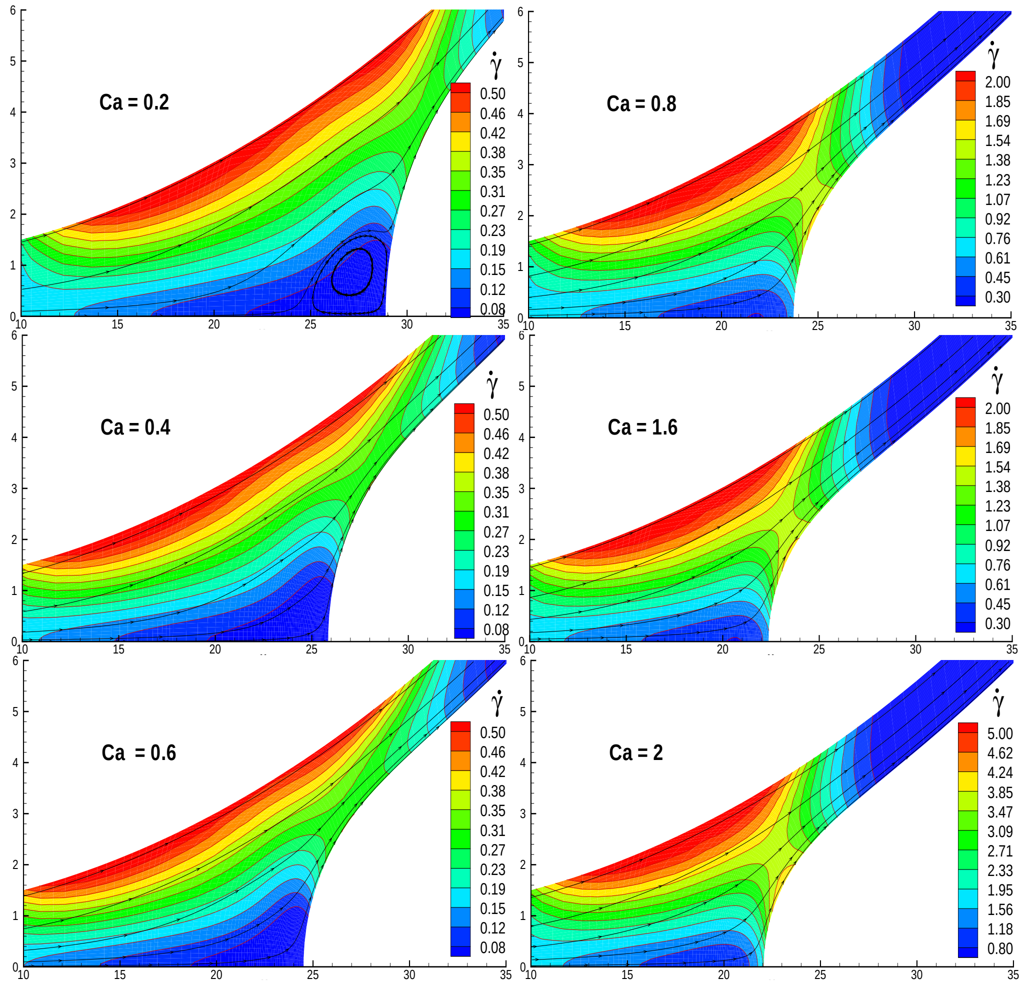

Figura 4.9: Influência do número de Capilaridade no campo de taxa de deformação para líquidos Newtonianos.

O campo da taxa de deformação em função do número de capilaridade ($Ca = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,6$ e 2) é apresentado na Fig. 4.9, juntamente com as linhas de corrente dos escoamentos. O valor máximo da taxa de deformação ocorre próximo da parede do cilindro no plano de distância mínima entre os mesmos.

A deformação na região perto da parede do cilindro é dominada por cisalhamento. Para baixos valores do número de capilaridade, i.e. $Ca < 0,6$, a taxa de deformação é muito baixa na região próxima da interseção da linha de simetria e a interface.

Ao longo da superfície livre a partir do ponto de estagnação, o líquido é acelerado até atingir a velocidade do cilindro, a taxa de deformação cresce a partir da linha de simetria e apresenta um máximo.

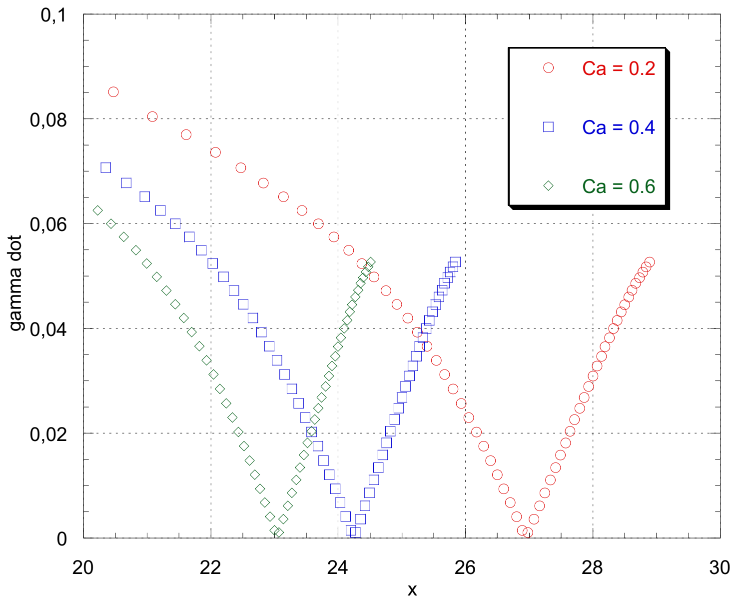

Figura 4.10: Distribuição da taxa de deformação ao longo da linha de simetria para líquidos Newtonianos considerando números de Capilaridade estáveis.

A deformação sofrida pelo líquido nesta região é predominantemente extensional. A medida que o número de capilaridade aumenta, o ponto onde a taxa de deformação é máxima na superfície livre é deslocado a montante. Consequentemente, a taxa de deformação no ponto de estagnação localizado na interseção da linha de simetria e a interface também aumenta. Para $Ca > 0,8$, a taxa de deformação neste ponto aumenta consideravelmente.

No intuito de mostrar a diferença entre os campos de taxa de deformação próximo à superfície livre em escoamentos estáveis ($Ca < 0,7$) e instáveis ($Ca > 0,7$), as figuras 4.10 e 4.11 apresentam detalhes da taxa de deformação ao longo da superfície livre em função do número de capilaridade.

Para valores baixos do número de capilaridade ($Ca = 0,2; 0,4$ e $0,6$) que de acordo com Coyle (1990) [29] representam escoamentos estáveis, o valor da taxa de deformação é pequeno. As curvas são deslocadas na direção da distância mínima entre os cilindros, a medida que o número de capilaridade aumenta devido ao deslocamento da posição da superfície livre.

Para altos valores de número de capilaridade ($Ca = 0,8; 1,6$ e 2) que representam escoamentos instáveis, a taxa de deformação na superfície livre aumenta consideravelmente. Observa-se uma transição brusca entre o comportamento para $Ca = 0,6$ e $Ca = 0,8$.

Vale ressaltar, que segundo Coyle (1990) [29], para $H_0/R = 0,01$, o número de capilaridade crítico no qual o escoamento torna-se instável é igual

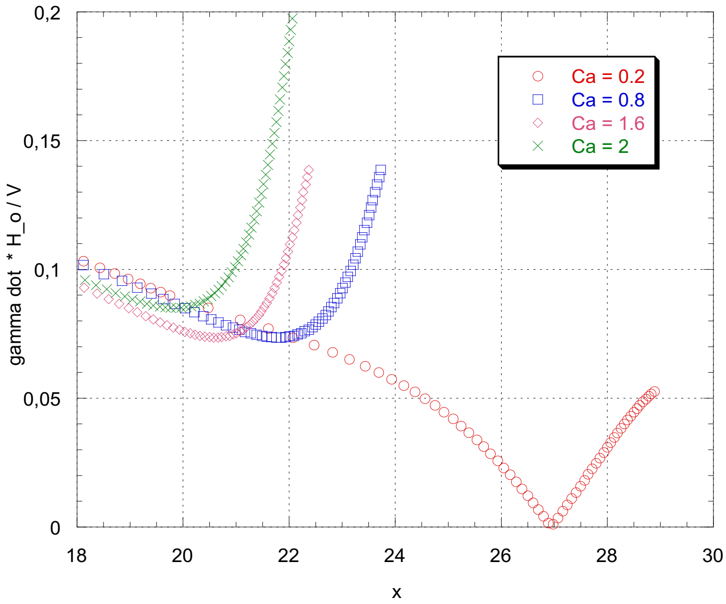

Figura 4.11: Distribuição da taxa de deformação ao longo da linha de simetria para líquidos Newtonianos considerando números de Capilaridade instáveis comparados com um caso estável $0,2$.

$Ca = 0,7$. Como será discutido posteriormente, esta transição está relacionada com a perda de estabilidade do escoamento.

4.3
Líquidos não-Newtonianos

Os resultados para o escoamento de fluidos não Newtonianos num processo de revestimento por rotação direta são apresentados a seguir. Foram utilizados dois modelos constitutivos diferenciais para simular o comportamento viscoelástico destes fluidos: os modelos de Oldroyd-B e FENE-P.

Os efeitos da viscosidade extensional no escoamento de fluidos viscoelásticos foi investigado para compreender melhor sua influência no campo de tensão e consequentemente no balanço de força na superfície livre.

Conforme mostrado por Coyle (1990) [29], o número de capilaridade crítico $H_0/R = 0,01$ é igual a $Ca \approx 0,7$ para fluidos Newtonianos.

No intuito de pesquisar a influência da elasticidade no inicio da instabilidade do escoamento foram escolhidos três diferentes números de capilaridade $Ca = 0,2$, $0,6$ e 2, os dois primeiros considerados estáveis para o caso Newtoniano e o último instável.

Os primeiros resultados apresentados foram obtidos com o modelo de Oldroyd-B. A razão da viscosidade do solvente sobre a viscosidade total da solução foi mantida constante e igual a $\beta = 0,59$.

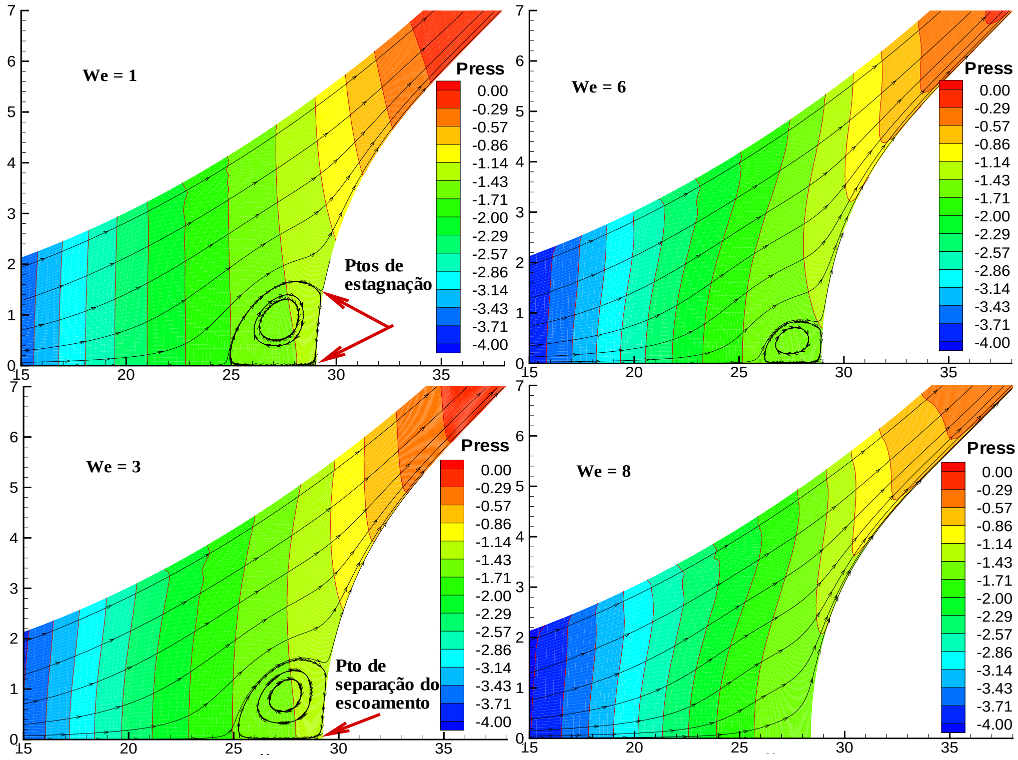

Figura 4.12: Campo de Pressão para diferentes números de Weissenberg mantendo fixo o número de Capilaridade $Ca = 0,2$.

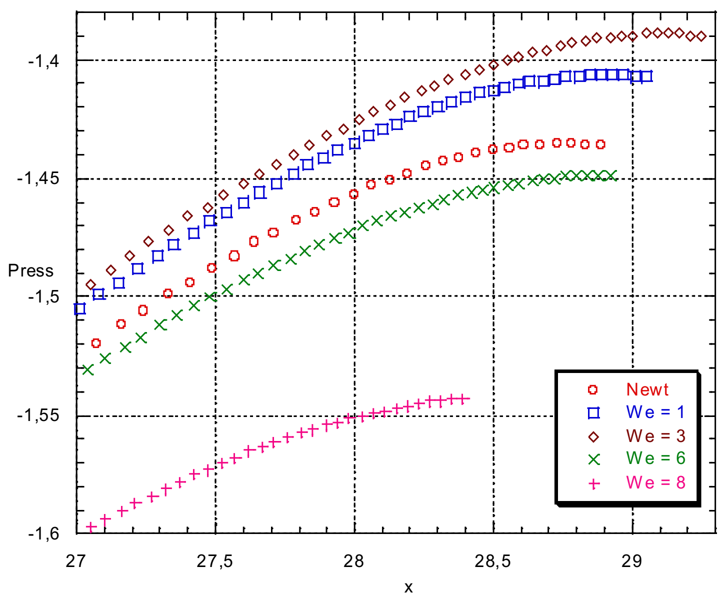

Figura 4.13: Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg mantendo fixo o número de Capilaridade $Ca = 0,2$.

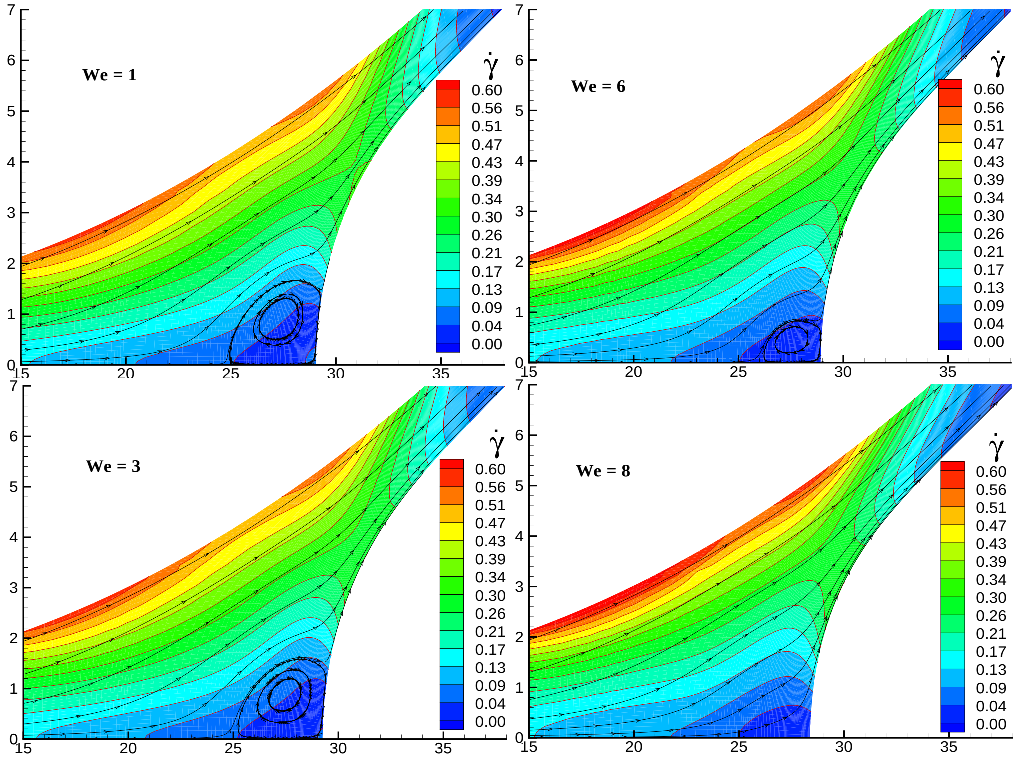

Figura 4.14: Influência dos efeitos elásticos no campo da taxa de deformação, para um número de Capilaridade $Ca = 0,2$.

A influência da elasticidade do líquido no campo de pressão e nas linhas de corrente para $Ca = 0,2$ é apresentada na Fig. 4.12, no presente trabalho se fará uso freqüente das palavras ponto de separação do escoamento e ponto de estagnação, no caso em que não exista recirculação ambos pontos coincidem, se o escoamento apresenta recirculação existirão dois pontos de estagnação, mas só um ponto de separação, que esta localizado na intersecção da linha de simetria com a superfície livre, como é indicado na Fig. 4.12.

A medida que os efeitos elásticos tornam-se mais importantes, i.e. maiores valores do número de Weissenberg, o tamanho da região de recirculação na superfície livre decresce.

Para $We = 8$, não existe recirculação. Neste caso, a distância entre duas linhas de corrente consecutivas perto da superfície livre torna-se muito pequena, indicando uma forte aceleração sofrida pelo líquido.

Longe da superfície livre, a pressão varia somente com a coordenada x, como esperado; na região entre os cilindros o escoamento é quasi-unidirecional.

A distribuição de pressão ao longo da linha de simetria do escoamento na região próxima à interface é apresentada na Fig. 4.13. Em um primeiro momento, a interface move-se à jusante e o valor absoluto da pressão na superfície livre diminui a medida que os efeitos elásticos crescem. Para $We > 3$, o comportamento é modificado. A interface se desloca em direção ao plano de distância

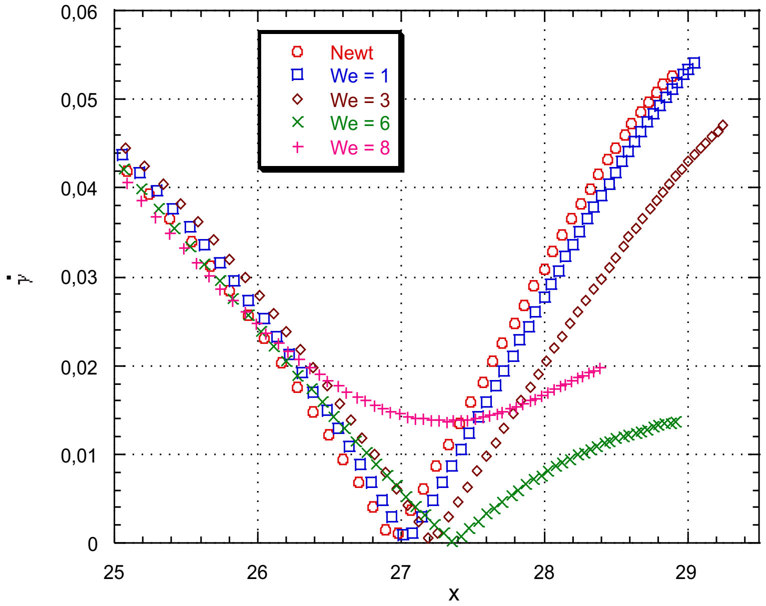

Figura 4.15: Influência do número de Weissenberg na taxa de deformação ao longo da linha de simetria, para $Ca = 0,2$.

mínima entre os cilindros e o valor absoluto da pressão aumenta com o aumento do número de Weissenberg.

O campo da taxa de deformação é apresentado na Fig. 4.14. O aumento da importância da elasticidade no escoamento, caracterizado pelo aumento do número de Weissenberg, possui um efeito similar ao aumento do número de capilaridade no caso de escoamento Newtoniano.

A medida que o número de Weissenberg cresce, a aceleração do líquido à jusante do ponto de estagnação aumenta (isso pode ser observado pela aproximação das linhas de correntes perto da superfície livre), a taxa de deformação na interseção da linha de simetria com o menisco também aumenta e consequentemente a recirculação na superfície livre desaparece, como observado para $We = 8$.

A distribuição da taxa de deformação ao longo da linha de simetria nas proximidades da interface líquido/ar é apresentada na figura 4.15.

O efeito do números de Weissenberg no campo de tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ para $Ca = 0,2$ é apresentado na Fig. 4.16.

Para baixos valores do número de Weissenberg, a tensão normal varia somente com a coordenada x. A medida que a elasticidade do líquido torna-se mais importante no escoamento, as isolinhas de tensão são distorcidas na direção do movimento dos cilindros e a tensão na superfície livre cresce consideravelmente, formando uma camada limite de tensão na interface líquido/ar.

Esta alta tensão na superfície livre é responsável pela mudança no padrão do escoamento naquela região e a diminuição e eventual desaparecimento da

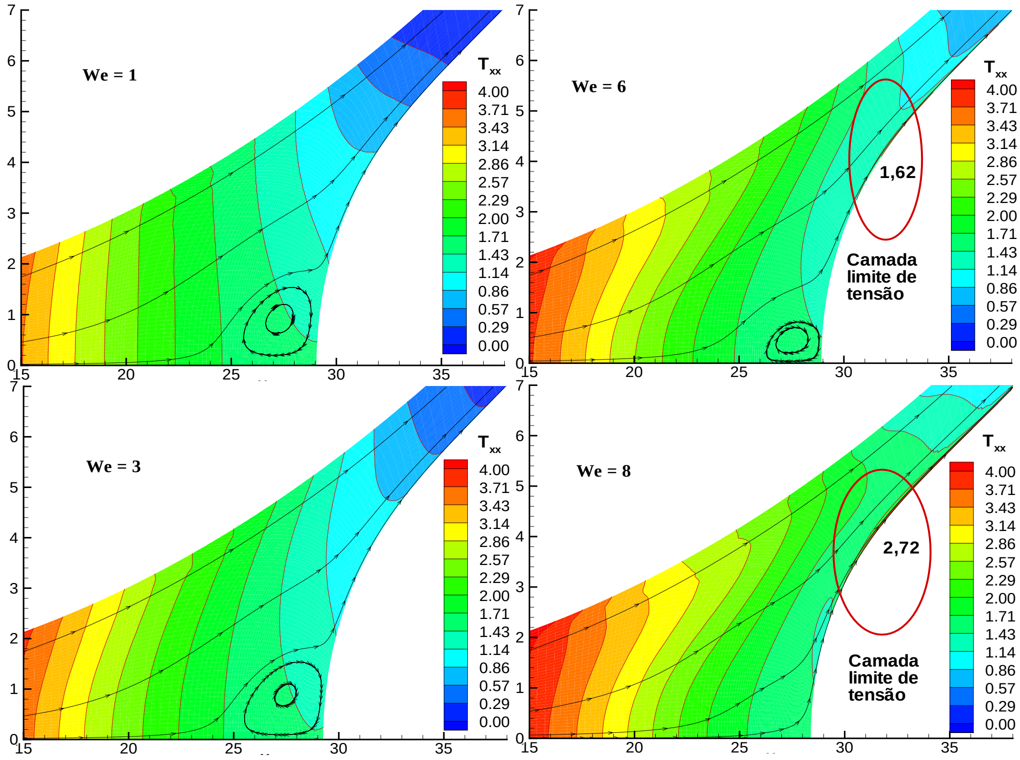

Figura 4.16: Evolução dos campos de Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

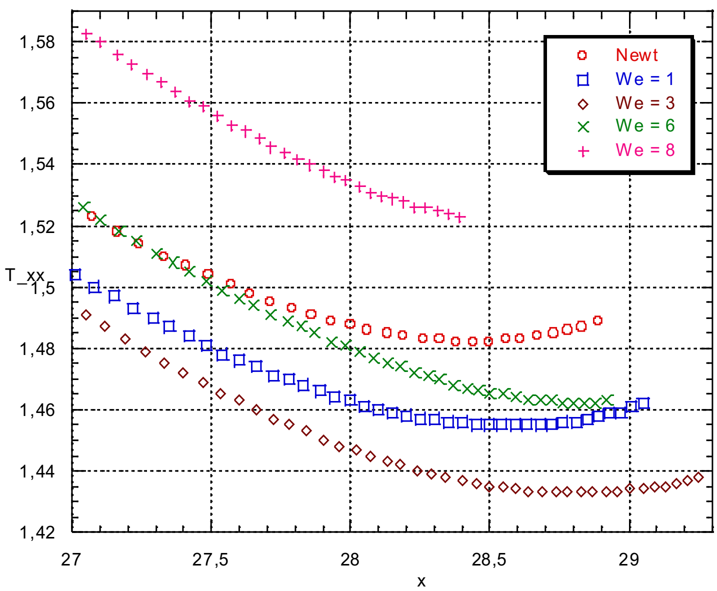

Figura 4.17: Distribuição da tensão normal total ao longo da linha de simetria na direção x como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

recirculação.

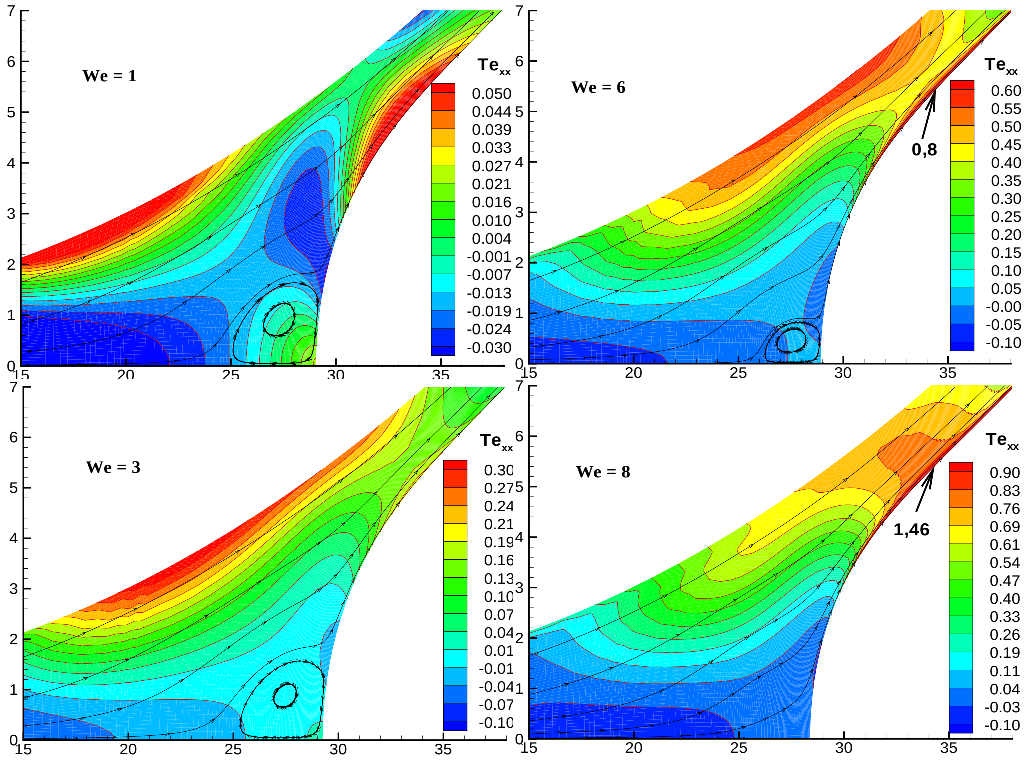

Figura 4.18: Campos de tensão elástica normal na direção x como função do Número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

A Fig. 4.17 apresenta a distribuição de tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ ao longo da linha de simetria. Pode-se observar claramente a mudança no comportamento do escoamento próximo à superfície livre.

O gradiente de tensão normal na superfície livre, que era negativo no caso Newtoniano, torna-se positivo e cresce com o aumento da elasticidade do líquido. Como discutido anteriormente, o gradiente de tensão negativo desestabiliza o escoamento com respeito às perturbações na direção transversal ao escoamento. Este resultado já indica como os efeitos elásticos do fluido podem desestabilizar o escoamento bidimensional.

A medida que o número de Weissenberg aumenta a elasticidade do líquido torna-se maior e as tensões elásticas perto da superfície livre aumentam consideravelmente, como mostrado na Fig. 4.18.

Os diferentes gráficos não estão na mesma escala devido a diferença entre os níveis de tensão para os diferentes números de Weissenberg.

Para o $We = 1$ as tensões elásticas normais na direção x são ainda baixas. Porém já pode-se observar a formação de uma camada limite de tensão na superfície livre. Para maiores valores do número de Weissenberg, a camada limite de tensão na superfície livre torna-se mais fina e o nível de tensão elástica aumenta.

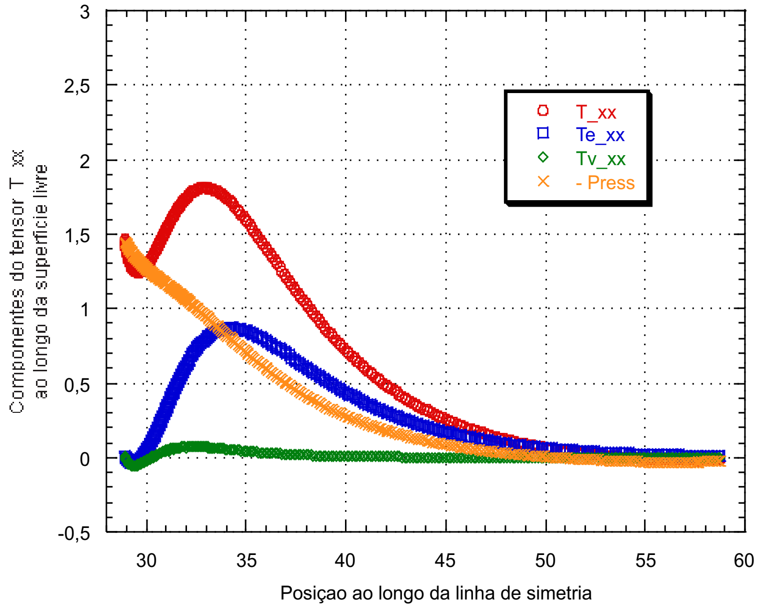

Figura 4.19: Tensões total, elástica e viscosa normais ao longo da superfície livre para $We = 6$, mantendo fico o número de capilaridade $Ca = 0,2$.

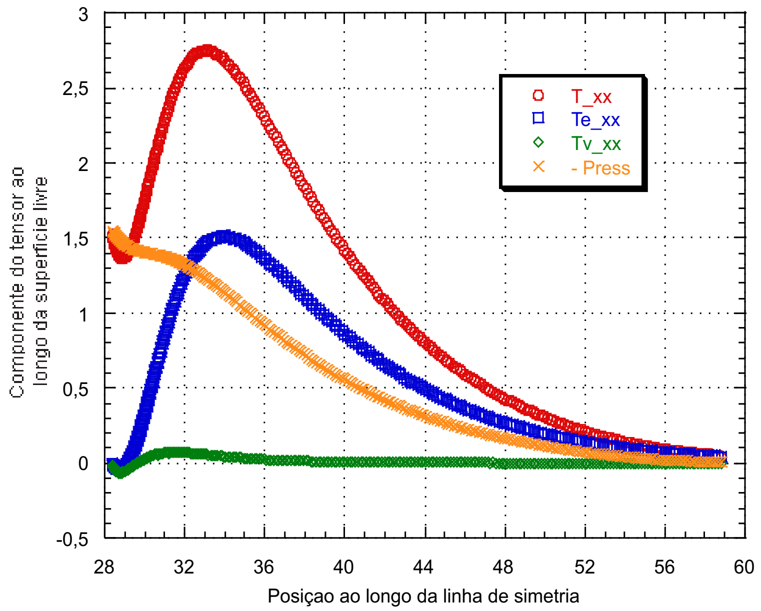

Figura 4.20: Tensões total, elástica e viscosa normais ao longo da superfície livre para $We = 8$, para $Ca = 0,2$.

A distribuição da tensão normal total na direção x $\mathbf{T}_{xx} = -p + \tau_{xx} + \sigma_{xx}$ ao longo da superfície livre é apresentada nas Figs. 4.19 e 4.20 para $We = 6$ e $We = 8$, respectivamente.

Como já esperado, a parcela da componente viscosa da tensão na superfície livre é relativamente pequena. Comparando os dois gráficos, pode-se observar claramente o aumento da tensão total na interface a medida que o número de Weissenberg cresce. Este aumento é causado pelo crescimento das tensões elásticas naquela região. Esta alta tensão na superfície livre puxa o líquido para fora da região de recirculação.

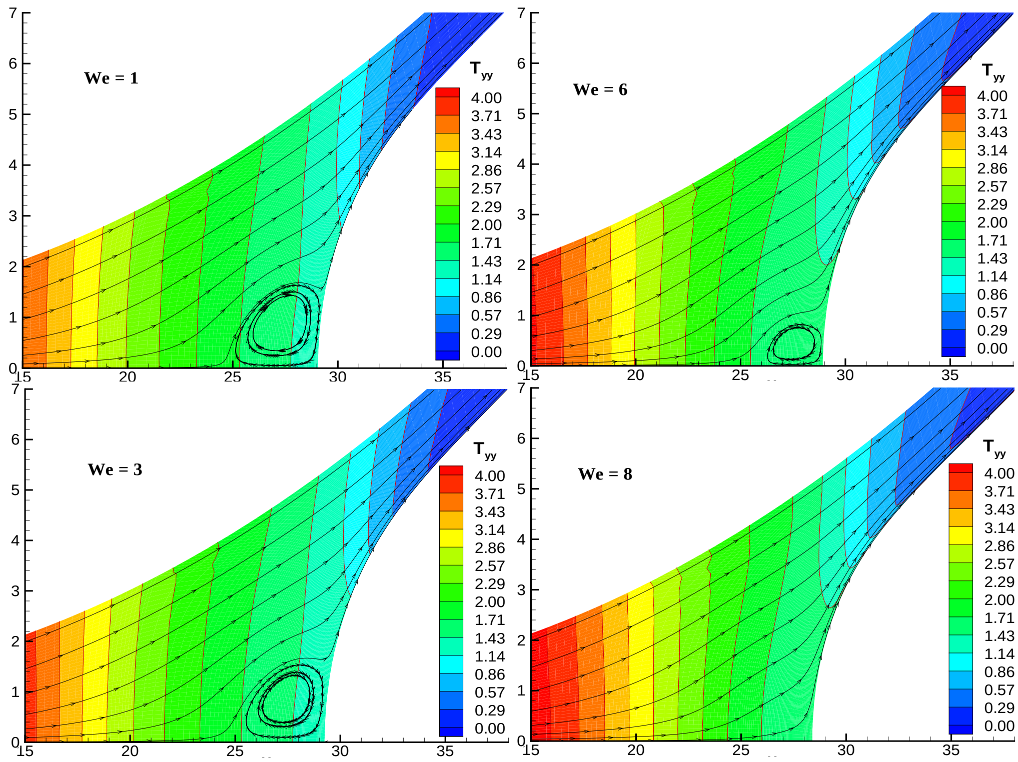

Figura 4.21: Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

A medida que a recirculação diminui, o escoamento na interseção da linha de simetria com o menisco torna-se mais forte, apresenta maiores valores de taxa de deformação, alterando o balanço de forças naquela região. Esta mudança no balanço de forças desestabiliza o escoamento. Esses resultados mostram qualitativamente porque o número de capilaridade crítico é menor, quando soluções poliméricas são utilizadas, do que no caso de líquidos Newtonianos.

A componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões é apresentada na figura 4.21. As isofaixas de tensão se deslocam na direção da superfície livre a medida que o número de Weissenberg é incrementado, isto é a tensão normal na direção y na interseção da linha de simetria com a interface aumenta com o aumento da

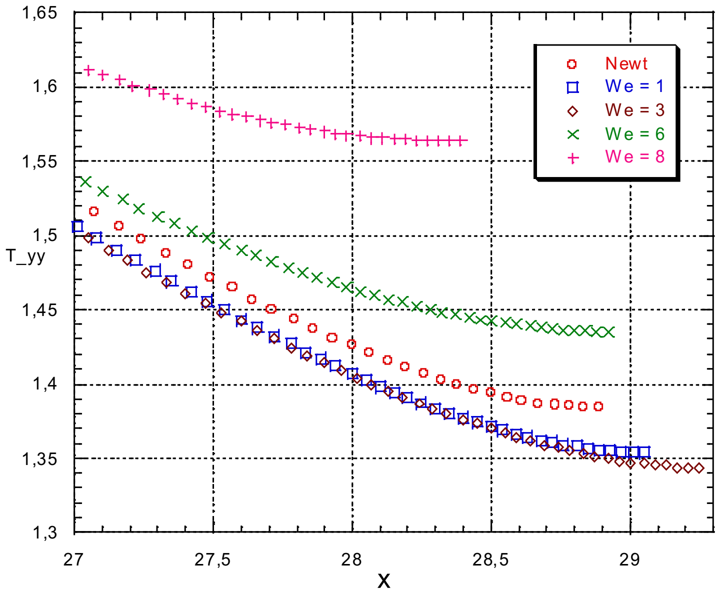

Figura 4.22: Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

elasticidade do líquido, como observado na figura 4.22. Além disto, pode-se observar a formação de uma camada limite de tensão elástica na superfície livre.

O campo de tensão elástica σ_{yy} apresentada na Fig. 4.23 mostra que aumentando a elasticidade do líquido, o máximo valor (positivo) local se desloca da parede do cilindro para uma camada limite na superfície livre. O módulo da tensão máxima também aumenta, com o números de Weissenberg.

A distribuição da tensão elástica σ_{yy} ao longo da linha de simetria mostrada na Fig. 4.24 confirma a observação anterior.

O valor da tensão elástica normal na direção y na intersecção da linha de simetria e a superfície livre é positiva (trativa) e aumenta com o número de Weissenberg. O aumento é mais significativo para $We = 8$, pois neste caso, a recirculação foi suprimida e o escoamento torna-se mais intenso (maiores taxas de extensão).

Como a partícula de líquido é extendida na região próxima à superfície livre e como assume-se uma extensão plana, ela sofre uma contração na direção transversal ao escoamento. No caso de soluções poliméricas, esta contração dá origem ao aparecimento de tensões elásticas compressivas, como é mostrado na fig. 4.25.

As camadas com maiores valores de tensão compressiva se deslocam desde a superfície do cilindro na direção da superfície livre o que nos indica que as tensões nessa região, a medida que a elasticidade do líquido aumenta, tornar-se-ão mais importantes.

Os resultados dos cálculos dos escoamentos viscoelásticos são normal-

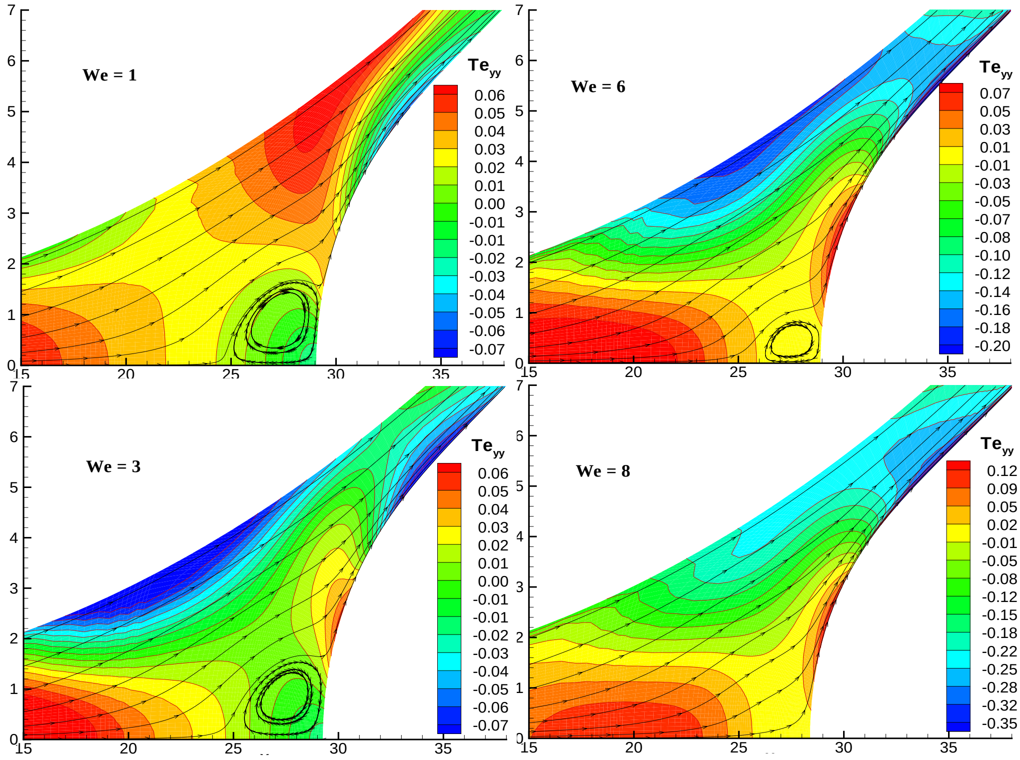

Figura 4.23: Campos de tensão elástica σ_{yy} como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

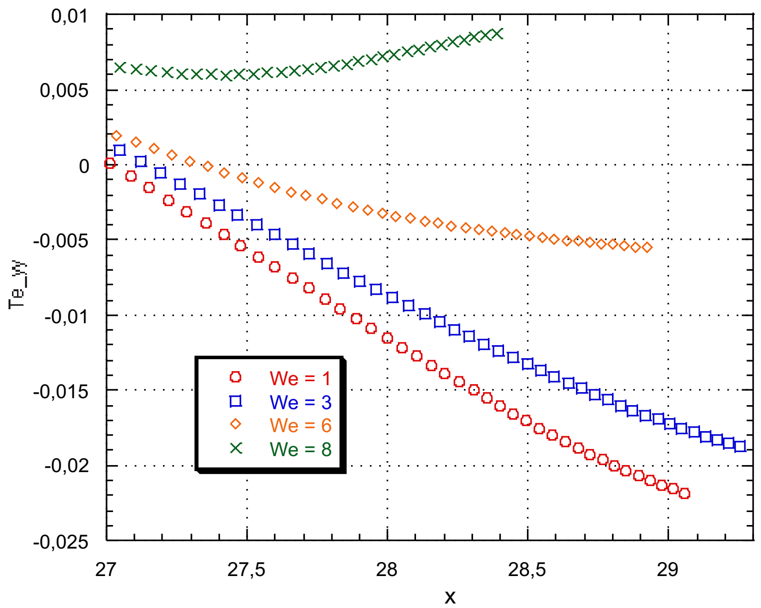

Figura 4.24: Distribuição da tensão elástica σ_{yy} ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

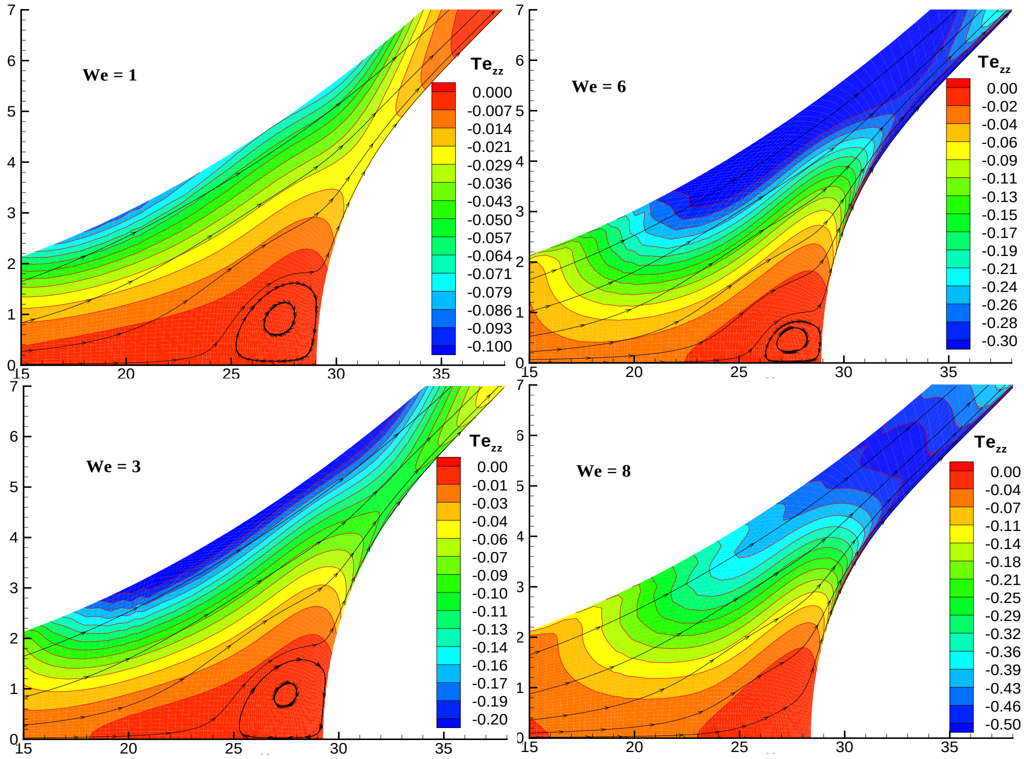

Figura 4.25: Campos de tensão elástica σ_{zz} para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 0,2$.

mente apresentados mostrando os campos das tensões em coordenadas cartesianas. Esses campos são difíceis de interpretar devido a que a relação entre os componentes cartesianos do tensor das tensões e o estado microestrutural do polímero não é evidente.

O escalar taxa de deformação não é o mais apropriado indicador do tipo de escoamento porque o comportamento das moléculas poliméricas é diferente em regiões onde a deformação é persistente ao longo das direções principais de orientação da molécula, regiões de verdadeiro escoamento extensional, do que em regiões onde a deformação não é colinear com as direções principais da molécula, regiões de escoamento dominadas pelo cisalhamento.

A definição clássica de taxa de extensão e taxa de cisalhamento, não captura esta diferença no escoamento onde os gradientes de velocidade não são uniformes, conforme discutido por Pasquali (2000) [52].

Já os invariantes do tensor conformação provêem informação imediata do estado microestrutural da molécula polimérica nas diferentes regiões do escoamento.

Os autovalores do tensor conformação $\mathbf{M}$ representam o quadrado do estiramento das moléculas nas suas direções principais, e os autovetores representam as direções principais de estiramento da molécula.

Um autovalor $m_i < 1$ indica que as moléculas orientadas ao longo do

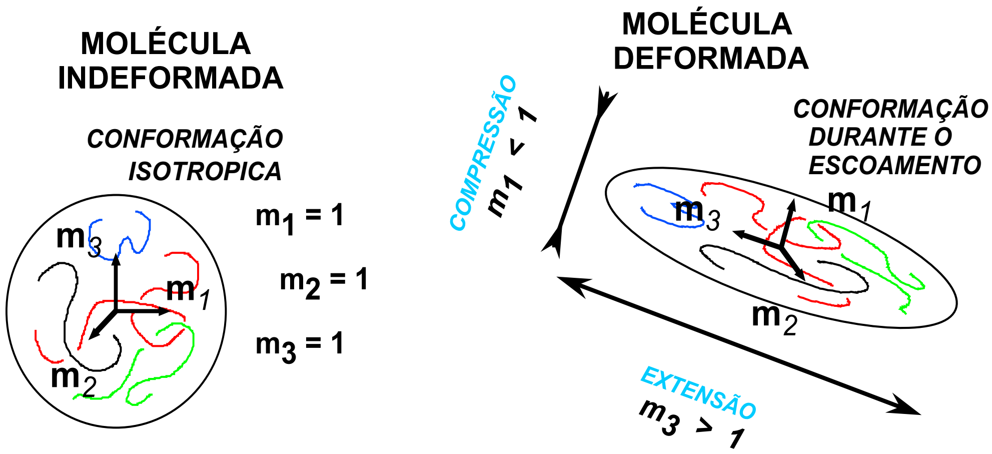

Figura 4.26: Interpretação molecular dos autovalores e autovetores do tensor de conformação.

autovetor m_i são poucas ou menores (ou ambas) que no equilíbrio; um autovalor $m_j > 1$ indica que mais moléculas são orientadas ao longo do autovetor m_j que no equilíbrio, ou que o comprimento médio das moléculas na direção m_j é maior que no equilíbrio (ou ambas). Por convenção, os autovalores são numerados em ordem decrescente, $m_1 \leq m_2 \leq m_3$, como mostrado na fig. 4.26.

Foram calculadas as componentes do tensor conformação para os quatro números de Weissenberg. Os resultados são apresentados nas Figs. 4.27, 4.28 e 4.29.

A extensão molecular é definida como o estiramento ao longo das direções principais do tensor conformação. Há três direções principais de extensão, embora uma dependa das outras duas se o escoamento é incompressível.

O cisalhamento molecular é definido como a deformação de moléculas, alinhadas numa direção principal, ao longo de uma direção principal diferente. Estes indicadores do tipo de escoamento local, são independentes do sistema de referencia e do sistema de coordenadas, como é apresentado na fig. 4.30.

As Figs. 4.31 e 4.32 mostram os campos de taxa de extensão e taxa de cisalhamento molecular, definidos como:

$$\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}} \equiv \mathbf{m}_3\mathbf{m}_3 : \mathbf{D} \tag{4-1}$$

$$\dot{\gamma}_{\mathbf{M}} \equiv |\mathbf{m}_1\mathbf{m}_3 : \mathbf{D}| \tag{4-2}$$

onde $\mathbf{m}_1$ e $\mathbf{m}_3$ são os autovetores normalizados de $\mathbf{M}$ correspondentes respectivamente aos autovalores máximo e mínimo de $\mathbf{M}$.

Um valor elevado de $\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}}$ numa determinada região, indica que as moléculas estão sendo estiradas ao longo de suas direções de estiramento e orientação

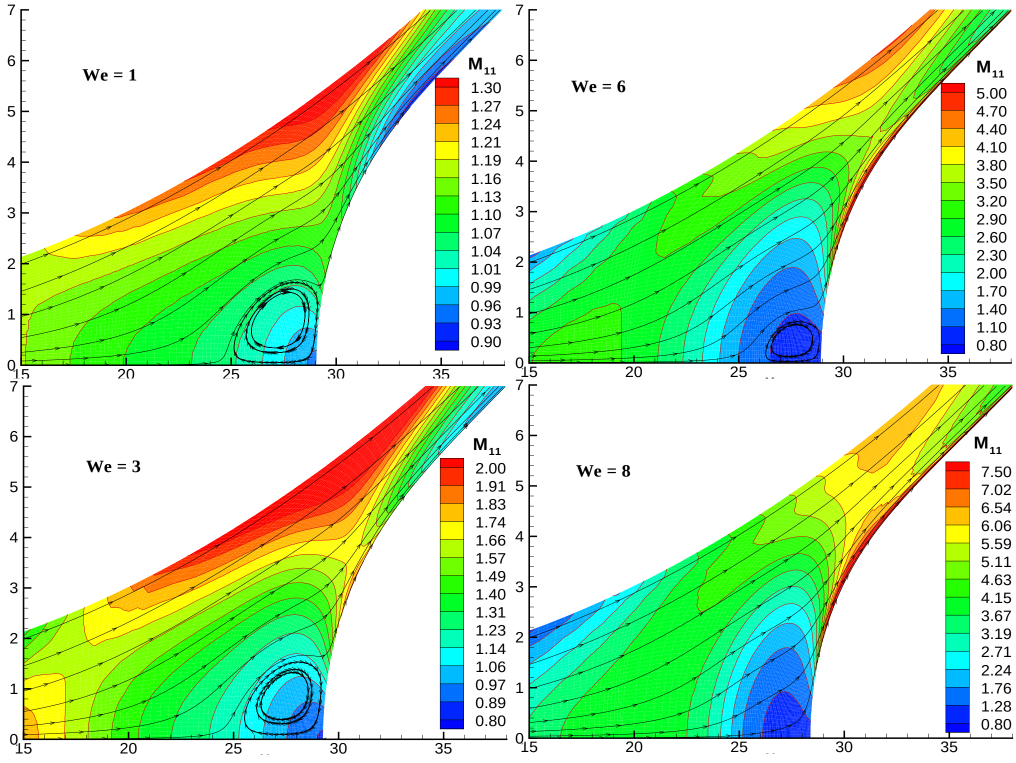

Figura 4.27: Componente do tensor conformação na direção principal M_{11}, como função do número de Weissenberg, mantendo o número de capilaridade fixo $Ca = 0,2$.

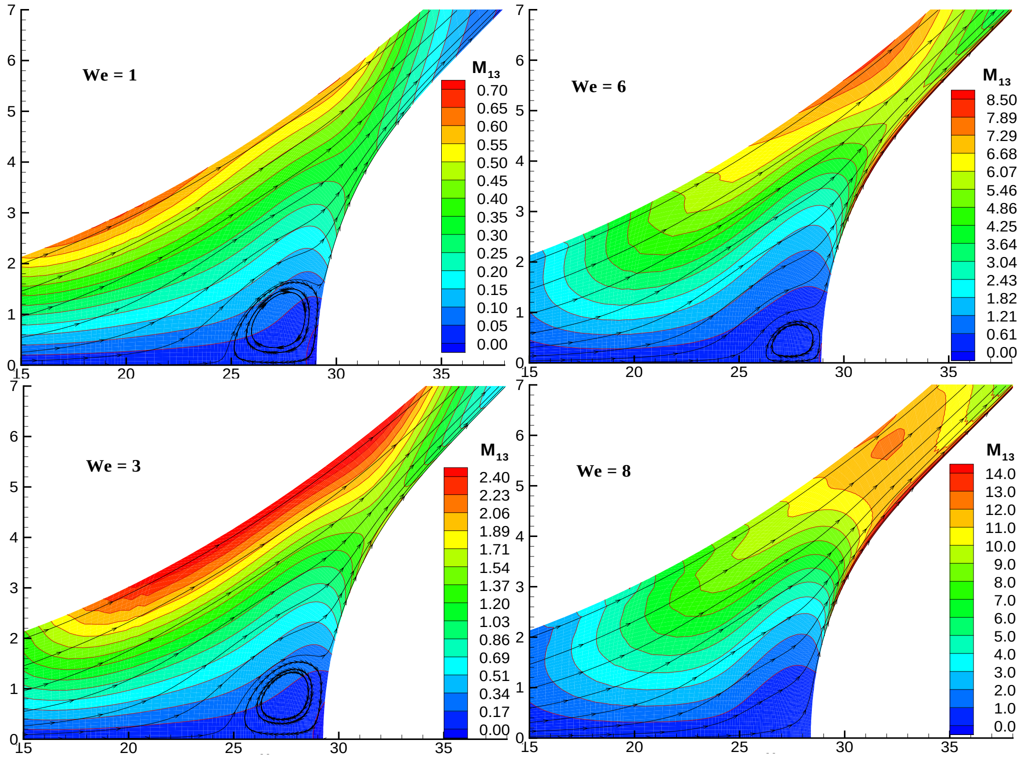

Figura 4.28: Componente do tensor conformação na direção principal M_{13}, como função do número de Weissenberg, mantendo o número de capilaridade fixo $Ca = 0,2$.

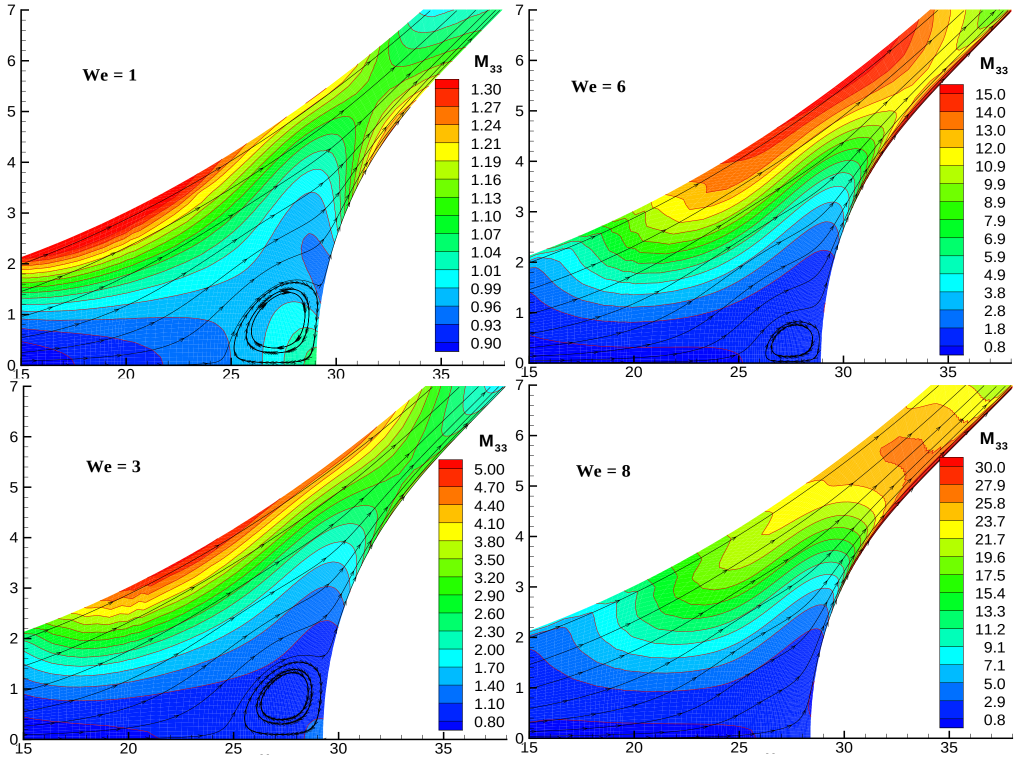

Figura 4.29: Componente do tensor conformação na direção principal M_{33}, como função do número de Weissenberg.

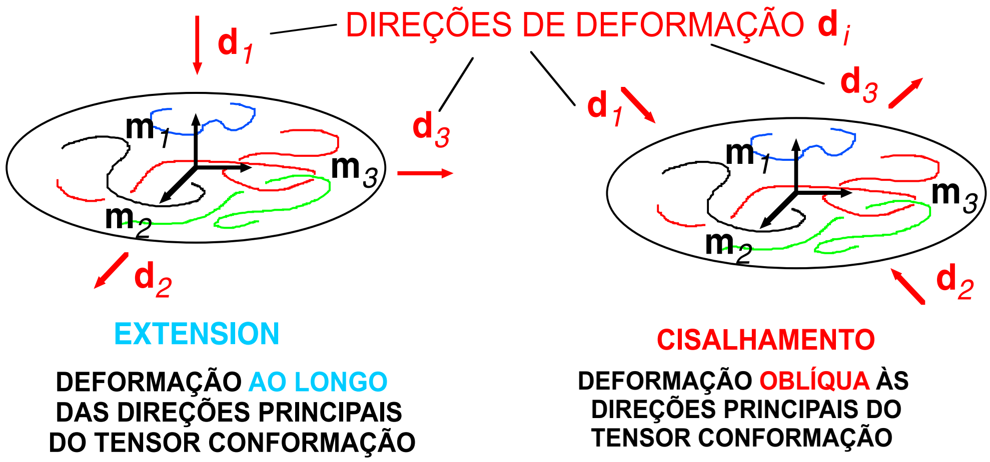

Figura 4.30: Taxa de cisalhamento e extensão molecular.

preferenciais, e um elevado valor negativo $\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}}$, indica que as moléculas estariam sendo contraídas ao longo de direções principais.

Se $\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}} > 0$ o escoamento escoamento está estirando as moléculas, exercendo um trabalho contrario ao processo de relaxação molecular, mas quando $\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}} < 0$ o escoamento e a processo de relaxação molecular trabalham juntos na recuperação do comprimento de equilíbrio da molécula polimérica.

Um elevado valor de $\dot{\gamma}_{\mathbf{M}}$ indica que a taxa de deformação que atua nas moléculas não é colinear com respeito às orientações preferenciais da molécula.

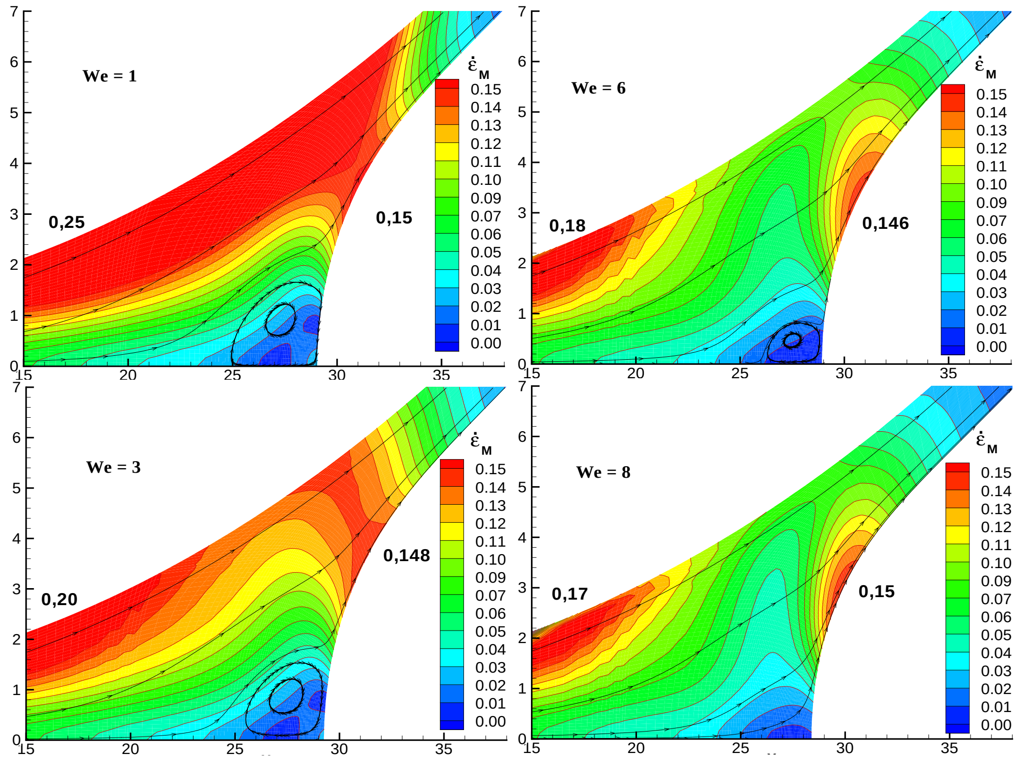

Figura 4.31: Campos da taxa de extensão molecular $\dot{\varepsilon}_{\mathbf{M}}$ baseada no tensor conformação como função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0,2$.

Os campos de taxa de cisalhamento molecular mostram que a região de maior cisalhamento molecular se aproxima da superfície livre a medida que o número de Weissenberg aumenta. Perto do ponto de separação e ao longo da superfície livre os valores da taxa de cisalhamento molecular são próximos a zero, indicando que o cisalhamento nesta região é desprezível ou que a taxa de deformação é colinear com as direções principais do tensor conformação.

A região que apresenta a maior taxa de extensão molecular é a que fica mais próxima da superfície do cilindro mas a medida que a elasticidade do líquido é aumentada o valor da taxa de extensão molecular na região perto da parede do cilindro tende a se igualar ao valor da taxa de extensão molecular na região perto da superfície livre conforme ilustrado na Fig. 4.32.

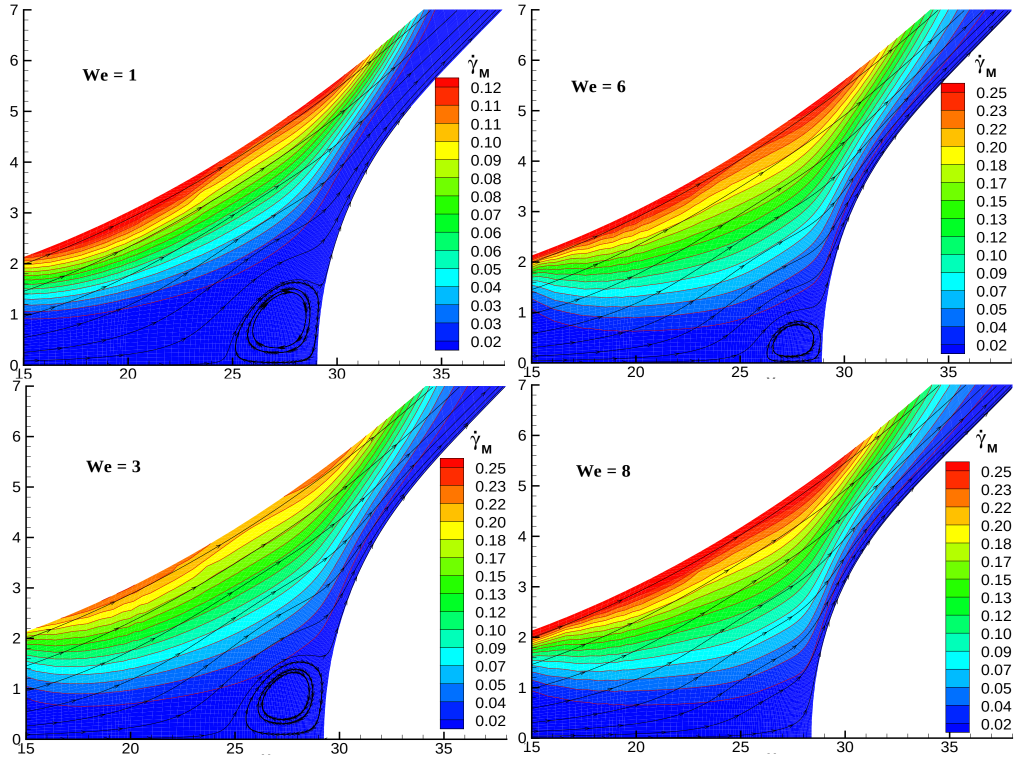

Figura 4.32: Campos da taxa de cisalhamento molecular $\dot{\gamma}_M$ baseada no tensor conformação como função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0,2$.

A posição na superfície livre onde a extensão máxima ocorre se desloca em direção ao ponto de separação na intersecção da interface com a linha de simetria a medida que o líquido torna-se mais elástico.

Os autovalores do tensor conformação, que representam os quadrados do estiramento ou da retração molecular para os quatro diferentes números de Weissenberg são apresentados na Fig. 4.34. Como esperado, as moléculas perto do ponto de estagnação são estiradas na direção principal, por isso o autovalor máximo nessa região é maior do que 1, e como a mesma molécula é encolhida na direção do autovalor mínimo, este é menor que 1. A Fig. 4.33 apresenta em forma esquemática este comportamento.

A influência da elasticidade do líquido no escoamento foi analisada para outros valores do número de capilaridade $Ca = 0,6$ e 2.

Para cada número de capilaridade, o número de Weissenberg máximo obtido foi diferente, devido basicamente à presença de instabilidade numérica no cálculo do tensor conformação. Os resultados apresentados foram obtidos com a malha 3, a mais refinada usada no presente trabalho com 186.291 graus de liberdade.

No caso dos campos de pressão pode ser observado um comportamento qualitativamente similar ao obtido para $Ca = 0,2$. As isofaixas de pressão são

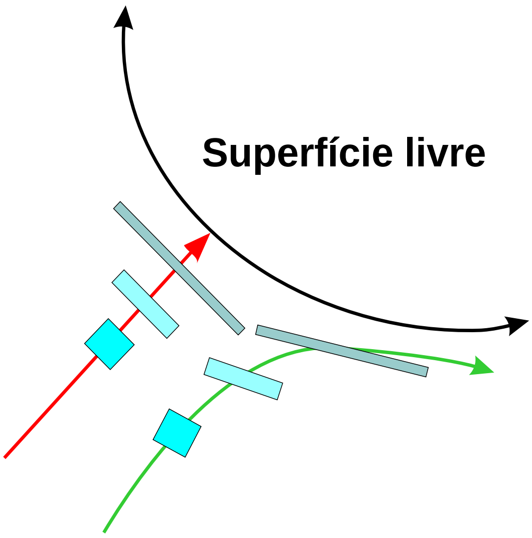

Figura 4.33: Cinemática de um elemento de fluido aproximando-se a uma superfície livre de cisalhamento (Graham, 2003 [57]).

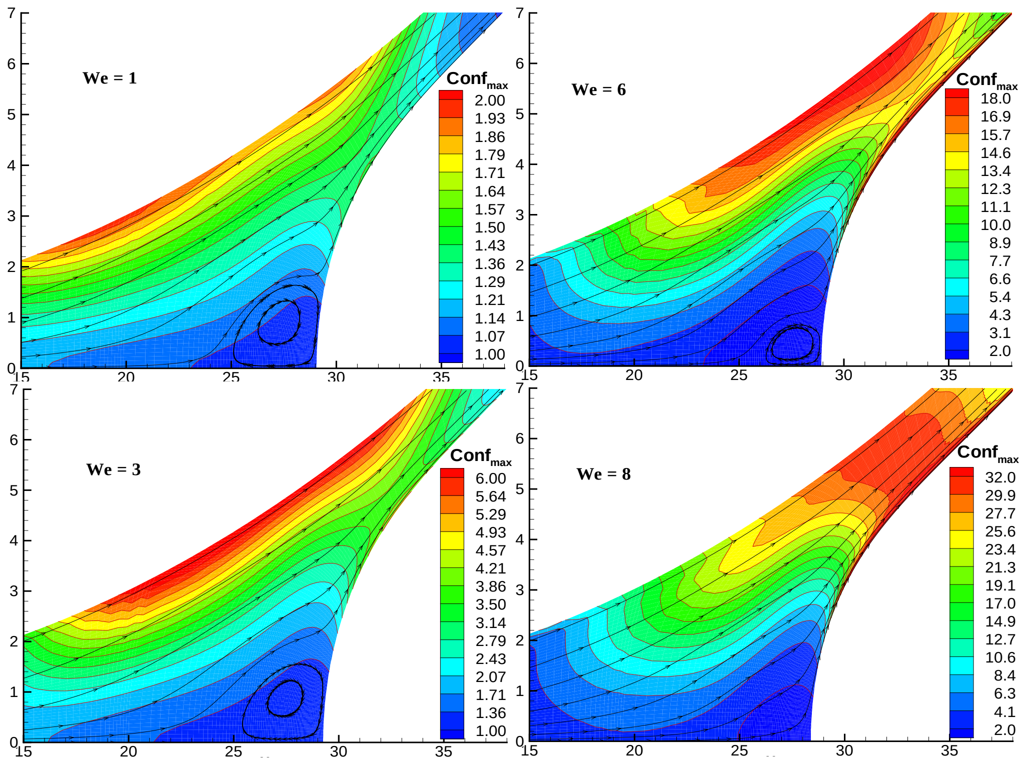

Figura 4.34: Campos do maior autovalor do tensor conformação como função do número de Weissenberg (modelo Oldroyd-B).

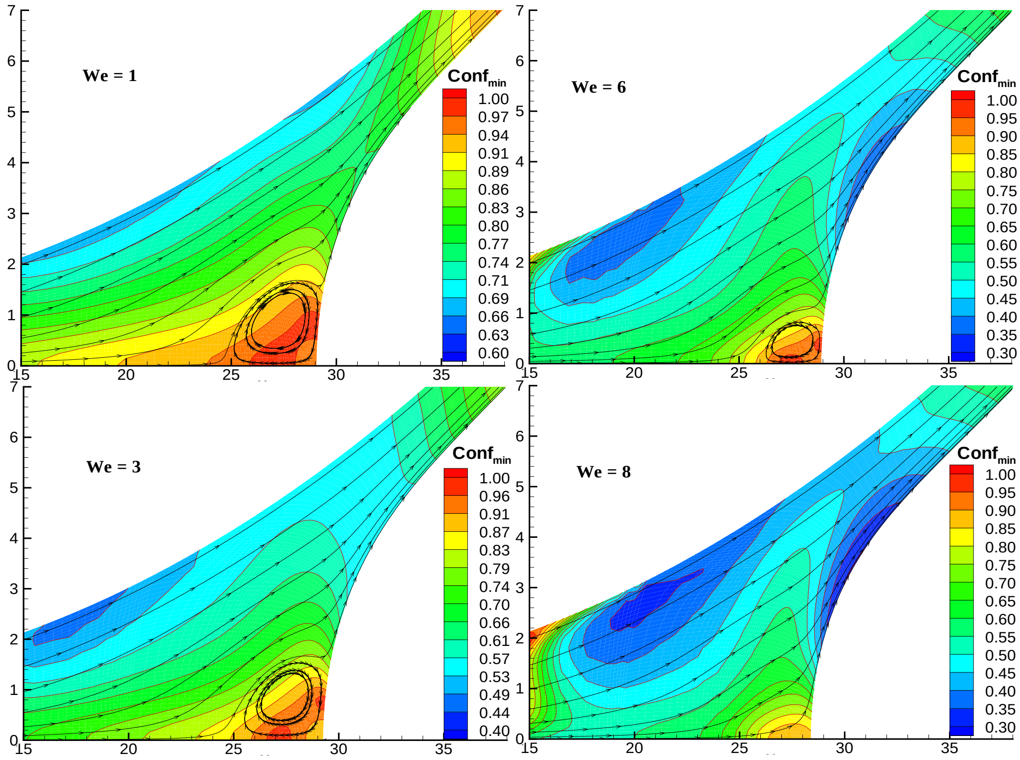

Figura 4.35: Isofaixas do campo do menor autovalor do tensor conformação como função do número de Weissenberg.

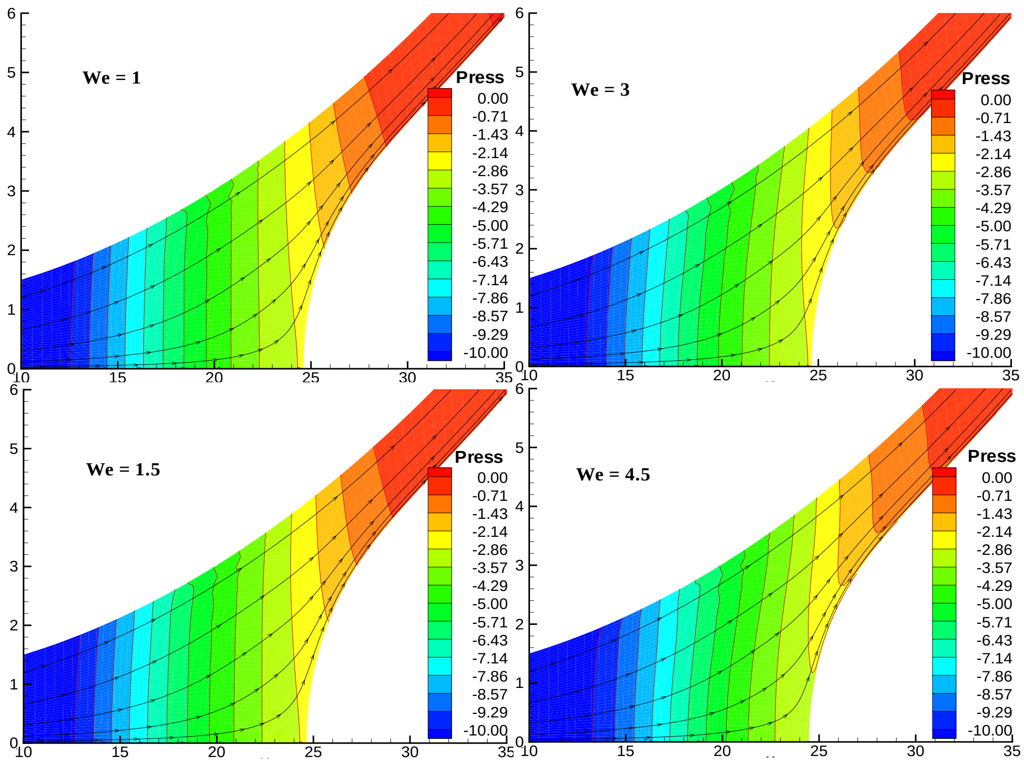

Figura 4.36: Variação dos Campos de Pressão em função do número de Weissenberg, mantendo fixo o número de capilaridade $Ca = 0,6$.

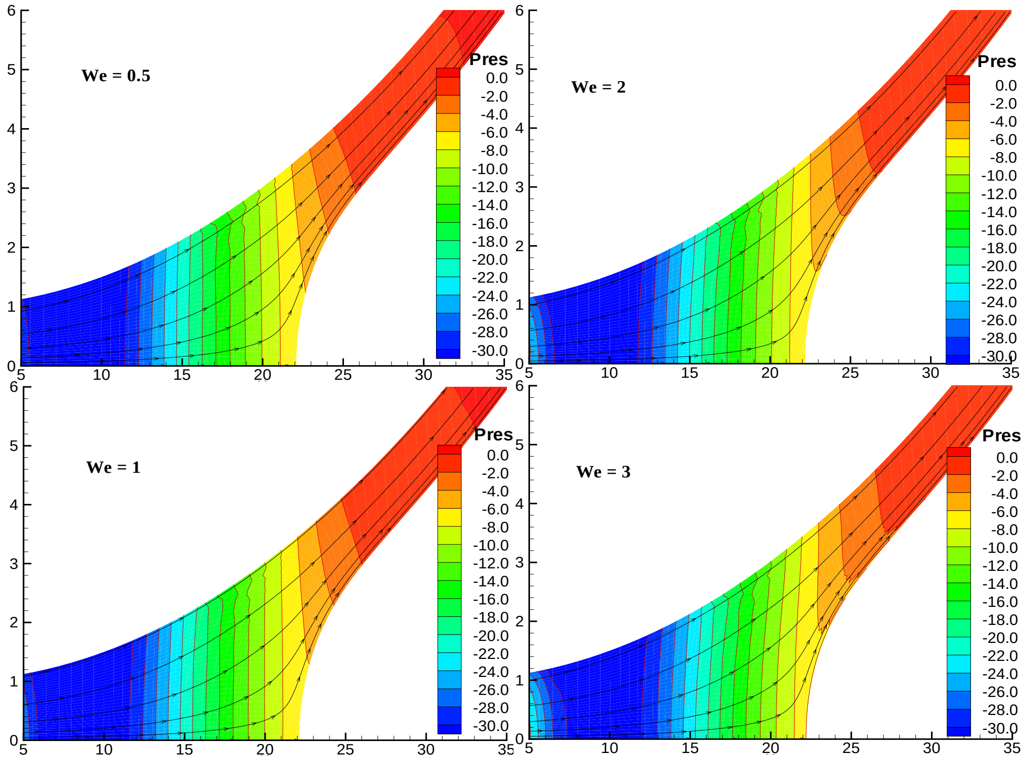

Figura 4.37: Campo de Pressão para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 2$.

deslocadas a jusante a medida que aumenta o número de Weissenberg, como é mostrado nas figuras 4.36 e 4.37.

Nos resultados obtidos para $Ca = 2$ e $We = 3$ pode-se observar a presença de ondulações nas isofaixas de pressão perto da superfície livre, indicando que a malha usada não é fina o suficiente para resolver o escoamento para este número de Weissenberg.

Na fig. 4.38 a distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para $Ca = 0,6$ mostra que somente para $We = 4,5$ se inverte a tendência e o gradiente da pressão na direção x torna-se negativo.

Já para $Ca = 2$, cujos resultados são apresentados na Fig. 4.39, todos os gradientes de pressão são adversos (positivos). Somente o gradiente de pressão para $We = 3$ é negativo mas apresenta uma forte oscilação numérica, este resultado foi incluído no gráfico para reforçar o fato mostrado anteriormente de que existe um limite de elasticidade do liquido para a qual o gradiente de pressão muda de sinal.

O campo da tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ para $Ca = 0,6$ é mostrado na Fig. 4.40. Pode-se observar a formação de uma camada de tensão colada à superfície livre. Para $Ca = 2$, Fig. 4.41, a camada de tensão colada à superfície livre, circundando o ponto de estagnação, está presente mesmo para baixos números de We. Quando o número de Weissenberg aumenta, o valor da tensão máxima na superfície livre

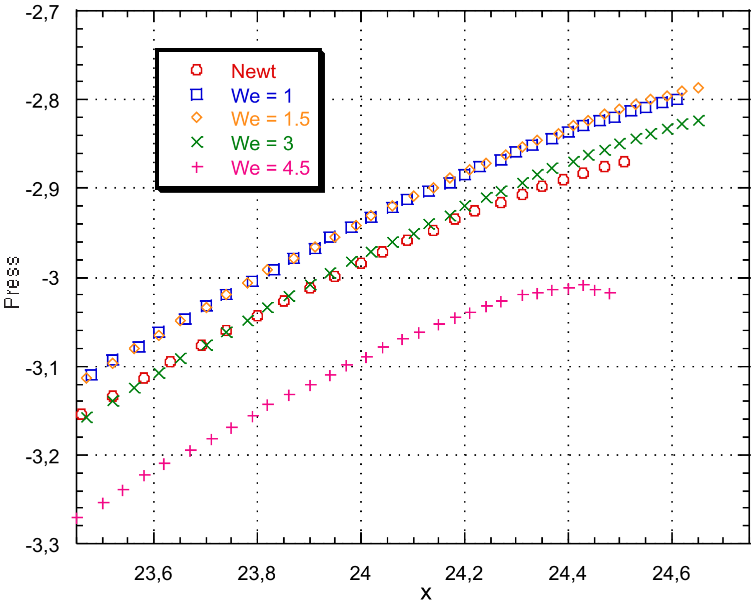

Figura 4.38: Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,6$.

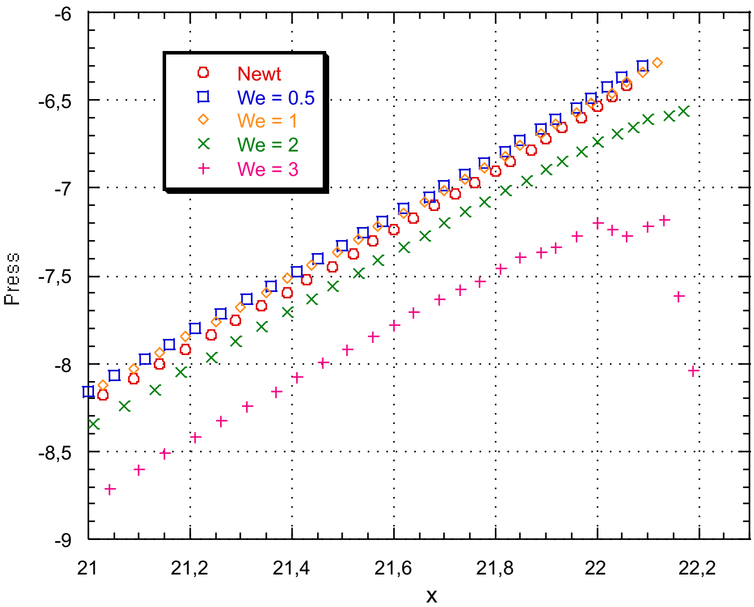

Figura 4.39: Distribuição da pressão ao longo da linha de simetria para diferentes números de Weissenberg, para $Ca = 2$.

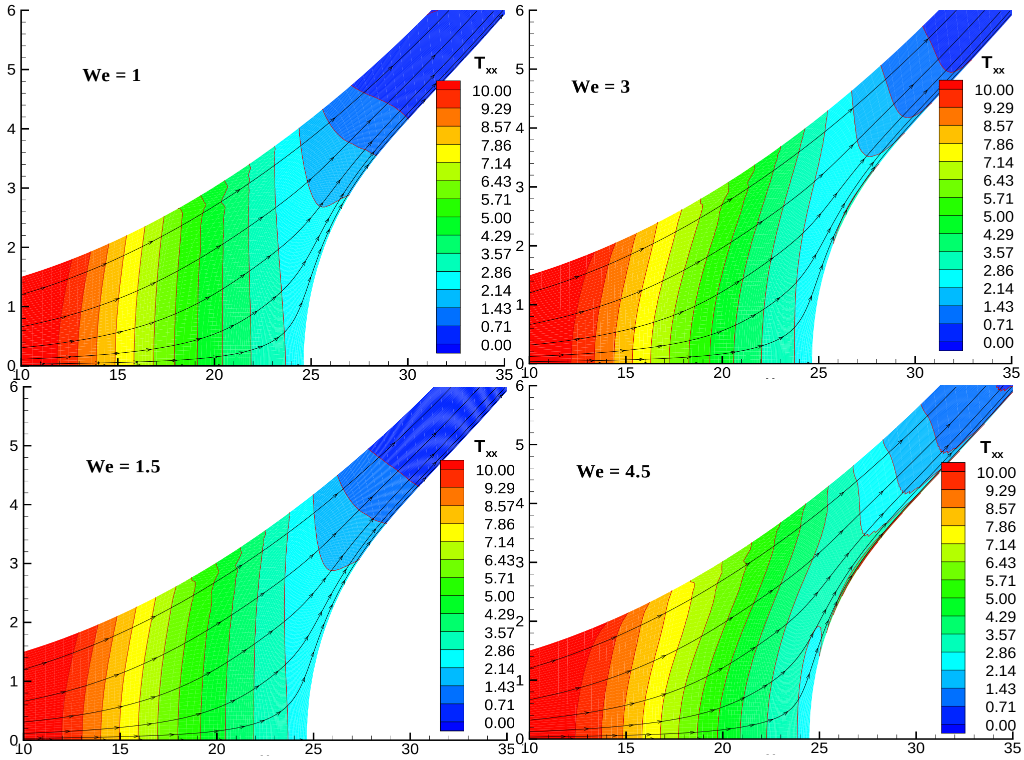

Figura 4.40: Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,6$.

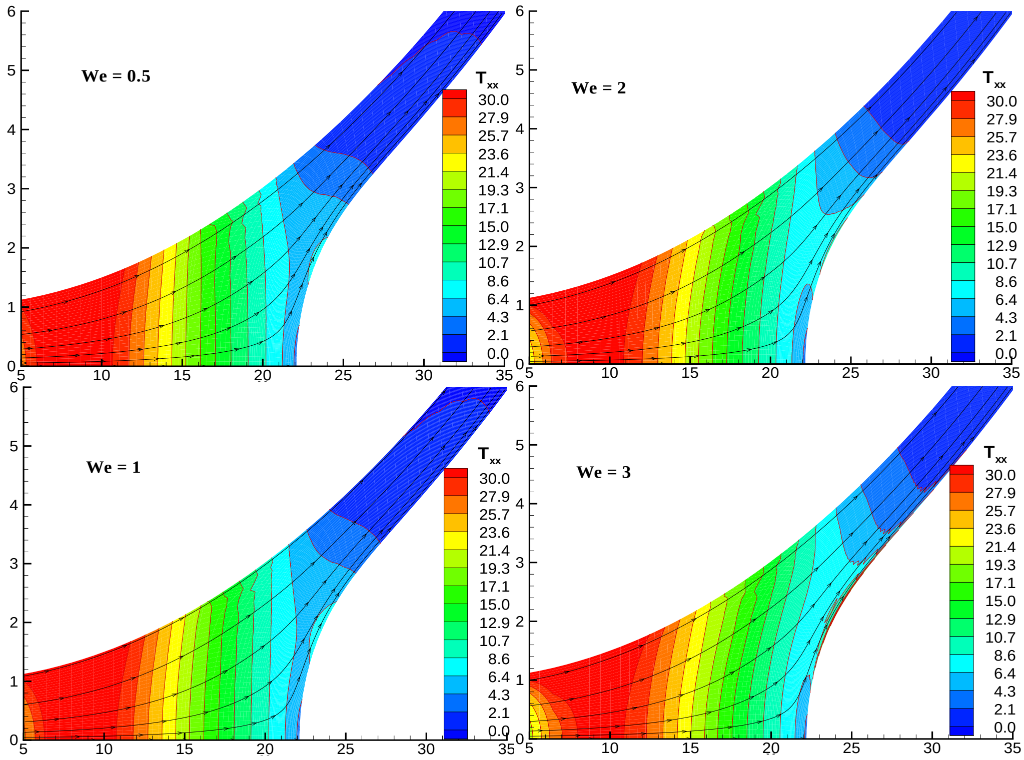

Figura 4.41: Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ com função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$.

também aumenta.

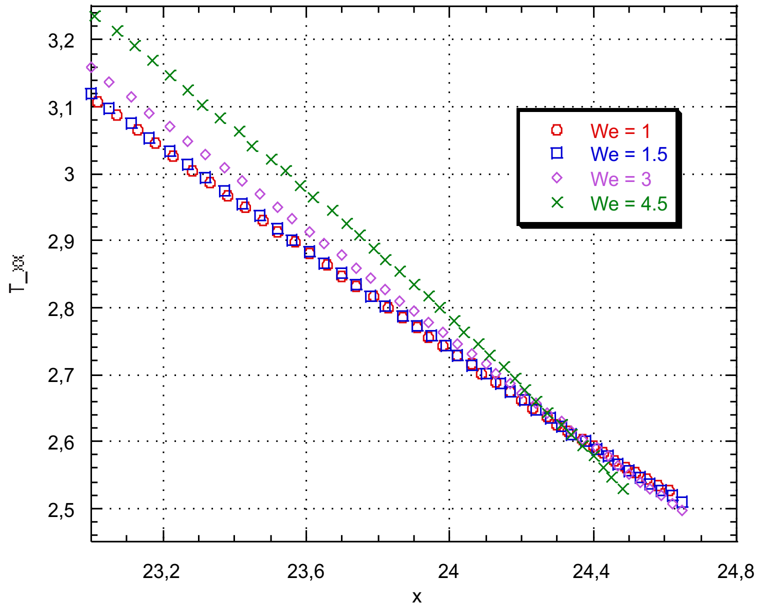

Figura 4.42: Distribuição da tensão normal total na direção x para $Ca = 0,6$ como função do número de Weissenberg.

As Figs. 4.42 e 4.43 apresentam a variação da tensão normal na direção x ao longo da linha de simetria para $Ca = 0,6$ e 2, respectivamente. O gradiente de tensão na superfície livre cresce com o número de Weissenberg.

A medida que o número de Weissenberg aumenta, a elasticidade do líquido torna-se maior, o que se reflete nos campos de tensão elástica. Para $Ca = 0,6$ e números de Weissenberg 3 e $4,5$, o nível de tensão elástica σ_{xx} é quase duplicado comparado com os dois anteriores, apresentados na Fig. 4.44.

O gradiente de tensão elástica normal σ_{xx} perto da superfície livre torna-se muito maior, o que pode ser notado pela superposição de várias camadas muito finas de tensão elástica nessa região. Os resultados para o número de Capilaridade $Ca = 2$ têm o mesmo comportamento qualitativo, e os valores são quase duplicados em relação ao caso anterior, como é mostrado na Fig. 4.45.

A distribuição de tensão elástica σ_{xx} ao longo da linha de simetria para $Ca = 0,6$ é apresentada na Fig. 4.46 onde o máximo absoluto esta na parte convergente ($x = -8$) dos cilindros e o mínimo local na parte divergente ($x = 8$). Para $We = 4,5$, o mínimo absoluto ocorre no ponto de estagnação localizado na intersecção da linha de simetria e a interface. Para $Ca = 2$, mostrado na Fig. 4.47, o comportamento é qualitativamente similar.

A componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões para o caso $Ca = 0,6$ é mostrada na Fig. 4.48. As isofaixas de tensão se deslocam na direção do ponto de estagnação a medida que o número de Weissenberg aumenta. Para $We = 4,5$ pode-se observar a formação de uma camada limite de tensão perto da superfície

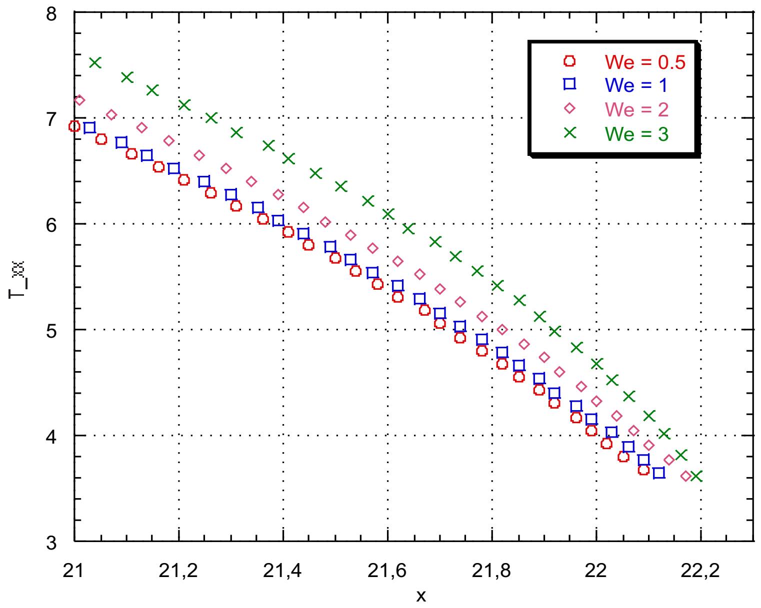

Figura 4.43: Distribuição da tensão normal total na direção x para $Ca = 2$ como função do número de Weissenberg.

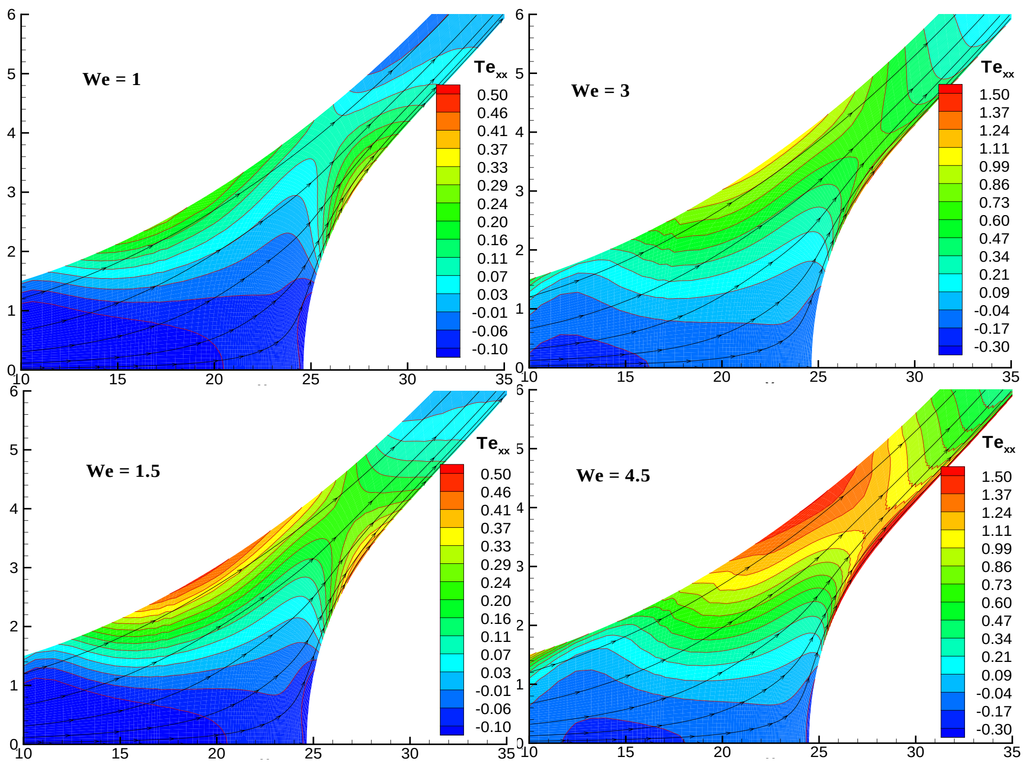

Figura 4.44: Tensão elástica normal na direção x como função do Número de Weissenberg, para $Ca = 0,6$.

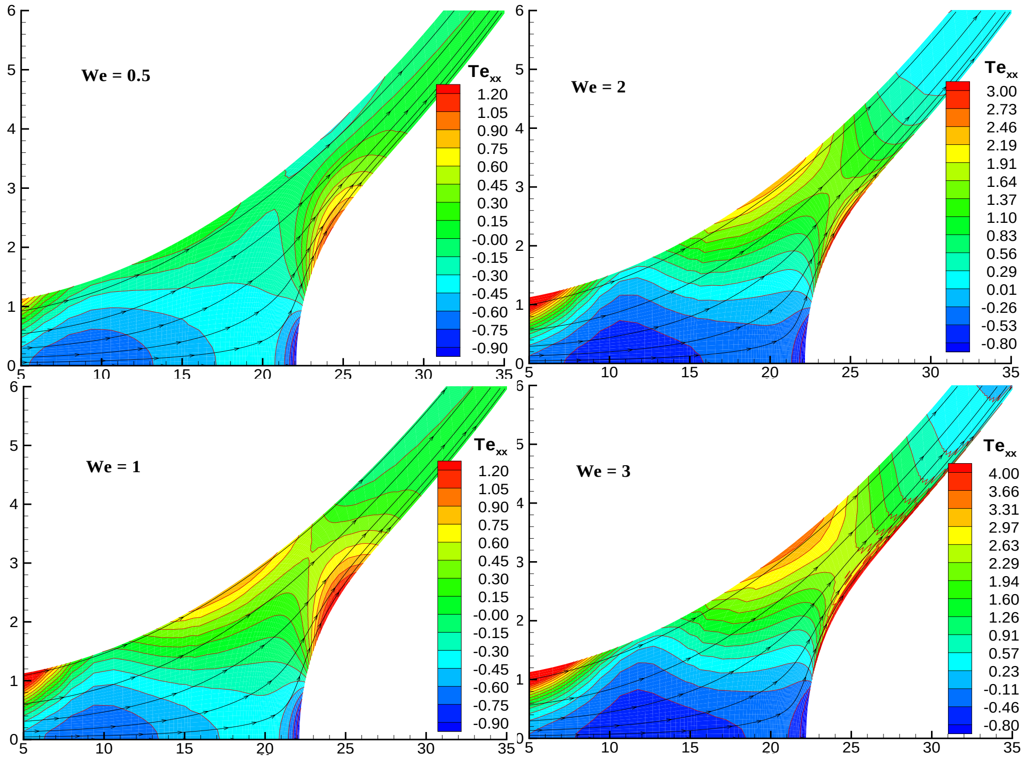

Figura 4.45: Tensão elástica normal na direção x como função do Número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$.

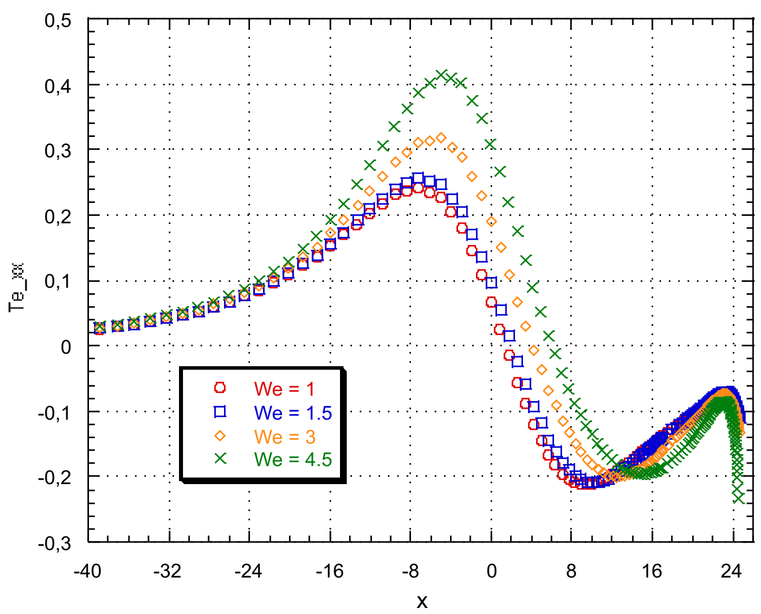

Figura 4.46: Distribuição da tensão elástica normal na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,6$.

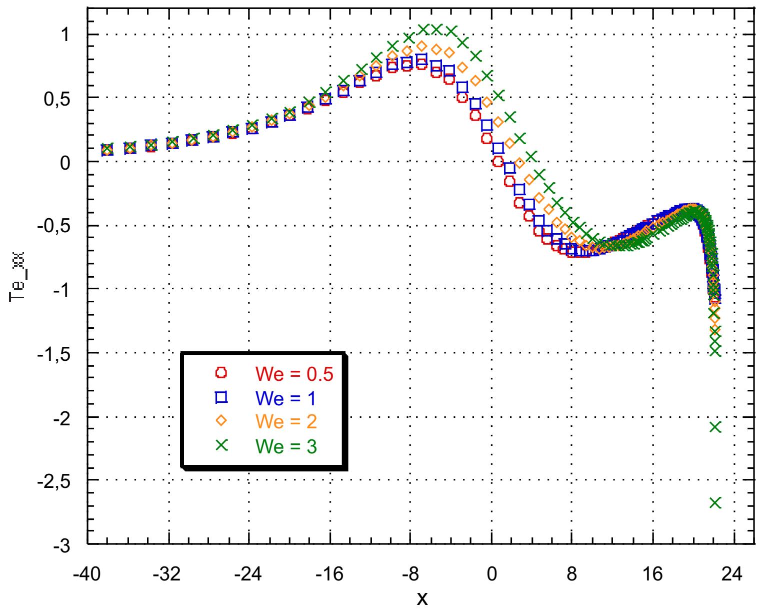

Figura 4.47: Distribuição da tensão elástica normal na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$.

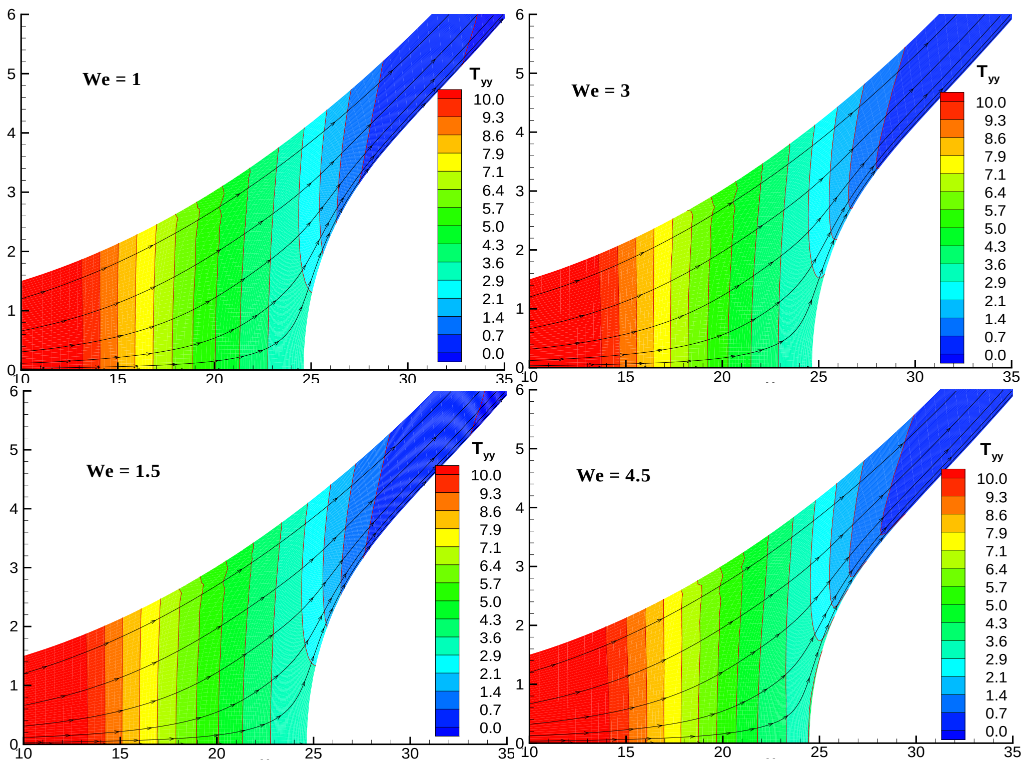

Figura 4.48: Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões com função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$.

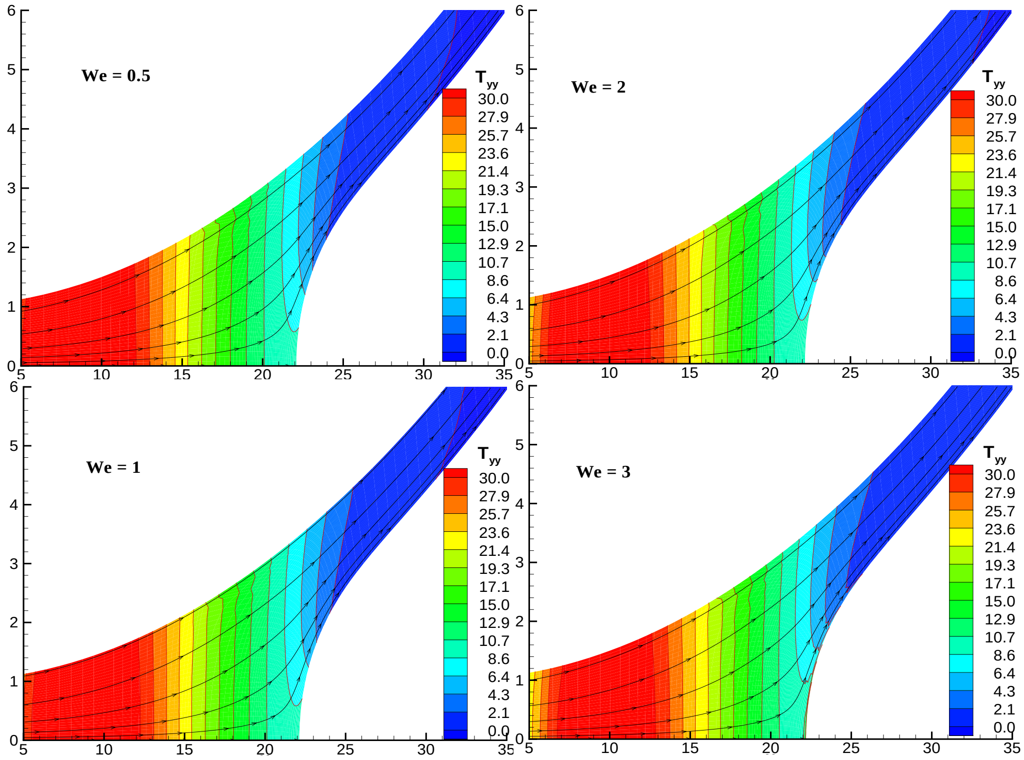

Figura 4.49: Evolução da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões com função do número de Weissenberg, para $Ca = 2$.

livre. A mesma tendência é apresentada no caso $Ca = 2$. Para $We = 3$ pode-se claramente observar a camada limite de tensão em torno do ponto de estagnação.

Nos resultados da distribuição da componente $\mathbf{T}_{yy}$ do tensor das tensões ao longo da linha de simetria para o caso $Ca = 0,6$, a mudança do sinal do gradiente no ponto de estagnação é radical, tornando-se positiva para o $We = 4,5$ como é mostrado na Fig. 4.50. No caso $Ca = 2$ a troca de sinal no gradiente é evidente até para números de Weissenber pequenos; como $We = 1$.

O campo de tensão elástica $\boldsymbol{\sigma}_{yy}$, apresentada na Fig. 4.52 mostra que aumentando a elasticidade do líquido, o núcleo das camadas de máxima tensão elástica localizadas na superfície livre à jusante do ponto de estagnação vão se aproximando do ponto de estagnação. No caso $We = 4,5$, o valor máximo ocorre no ponto de estagnação. No caso de $Ca = 2$, mesmo para números de Weissenberg tão baixos quanto $0,5$, já observa-se a camada de tensão elástica com valor máximo no ponto de estagnação como mostrado na Fig. 4.53.

A distribuição da tensão elástica $\boldsymbol{\sigma}_{yy}$ na linha de simetria confirma a observação anterior. Os resultados para $Ca = 0,6$ são representados na Fig. 4.54. Observa-se um crescimento significativo da tensão elástica normal na direção y na superfície livre para $We = 4,5$. No caso de $Ca = 2$ para todos os números de Weissenberg o máximo valor da tensão elástica ao longo da linha de simetria é localizado no ponto de estagnação como é apresentado na Fig. 4.55.

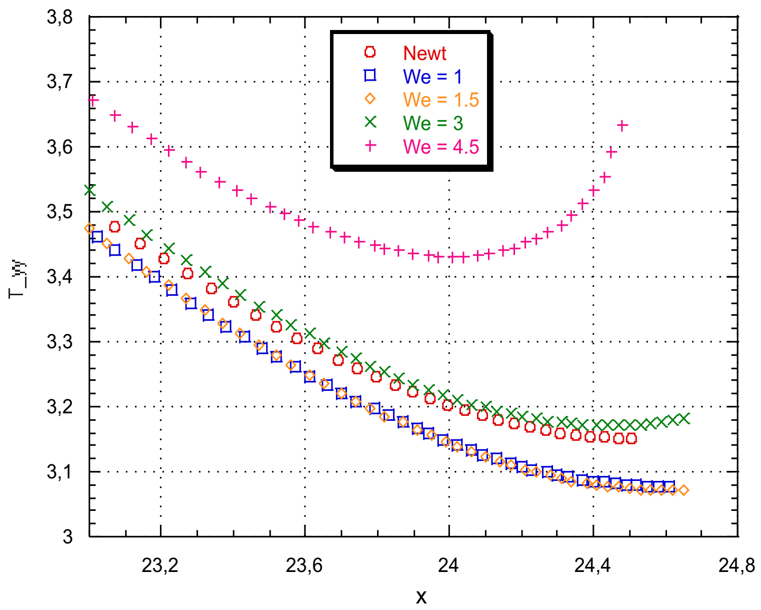

Figura 4.50: Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,6$.

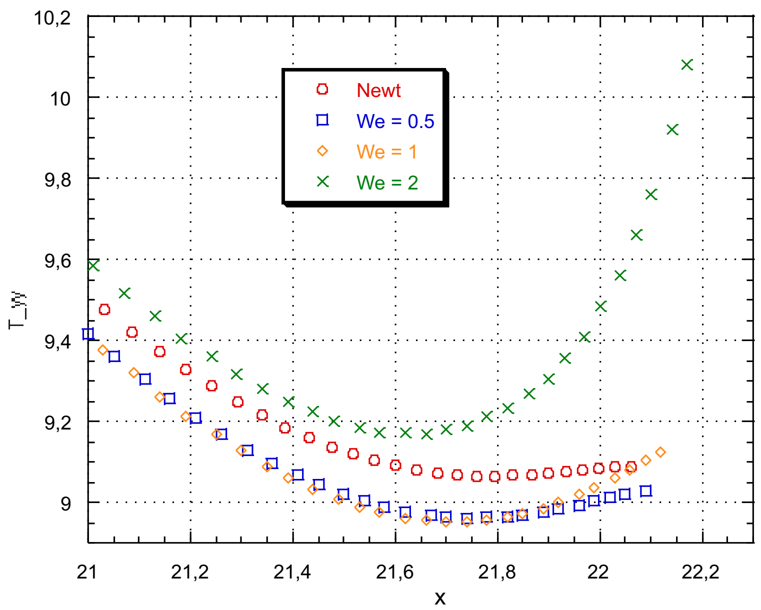

Figura 4.51: Distribuição da tensão total $\mathbf{T}_{yy}$ na linha de simetria como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$.

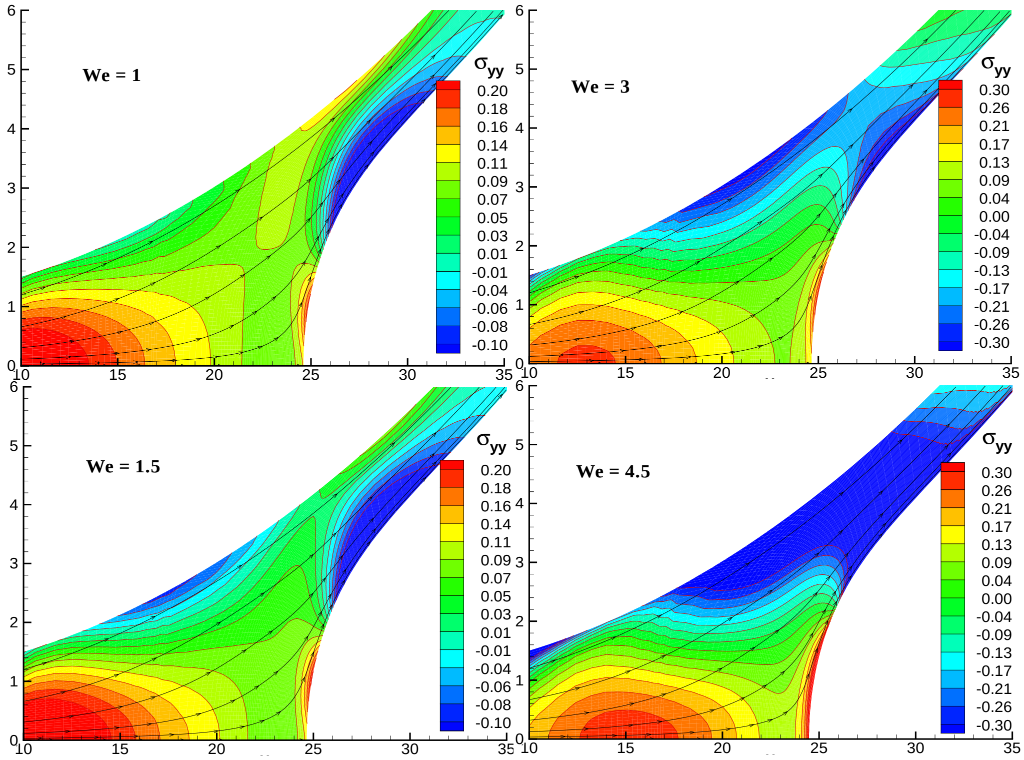

Figura 4.52: Campo da tensão elástica σ_{yy} como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$.

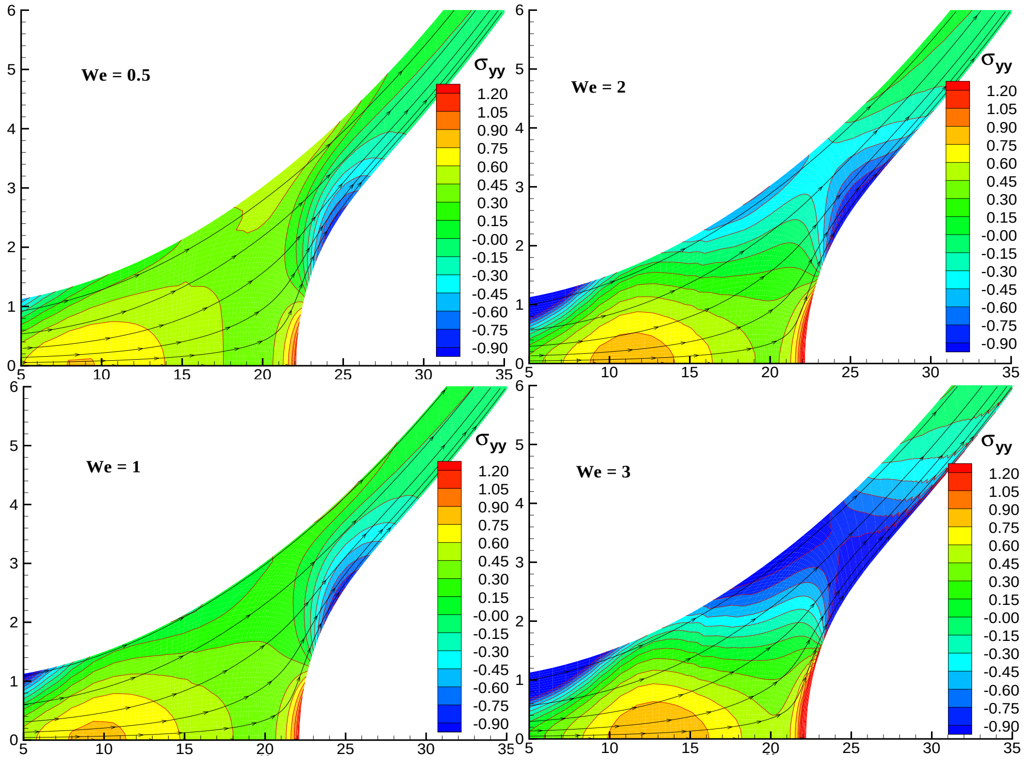

Figura 4.53: Campo da tensão elástica σ_{yy} como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$.

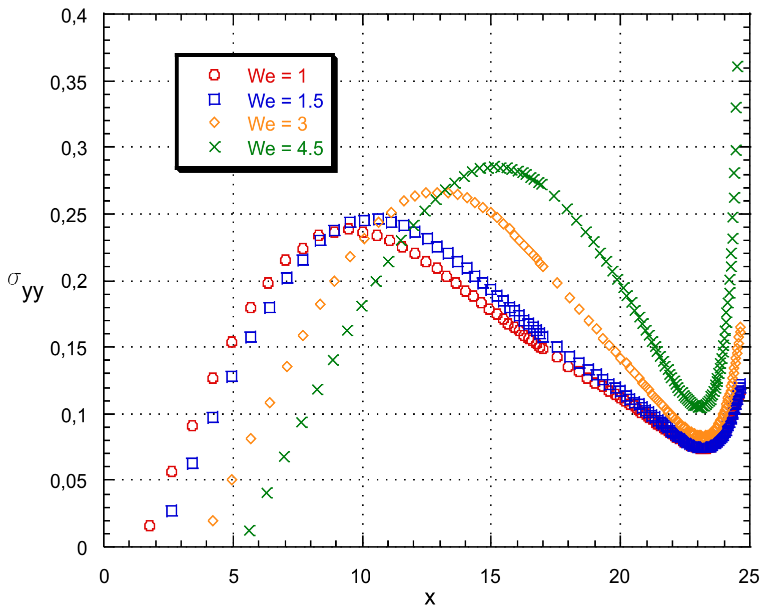

Figura 4.54: Distribuição da tensão elástica σ_{yy} na linha de simetria como função do número de Weissenberg para $Ca = 0,6$.

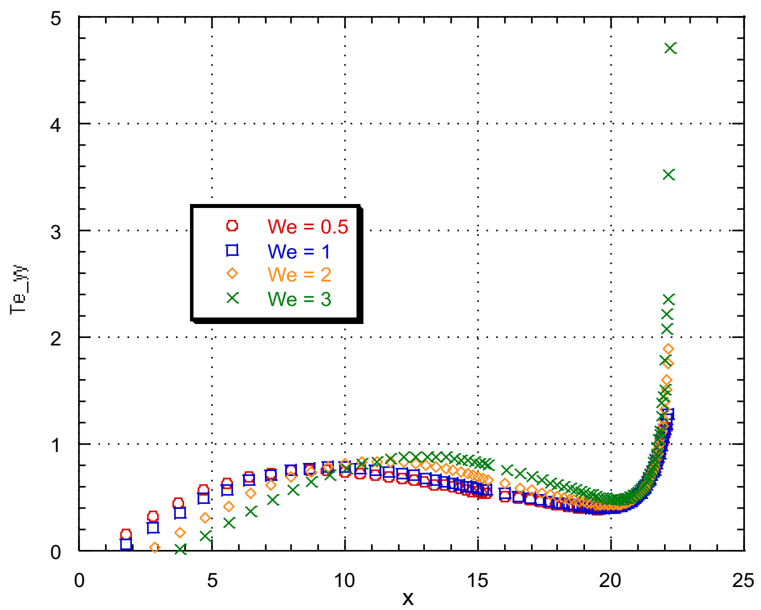

Figura 4.55: Distribuição da tensão elástica σ_{yy} na linha de simetria como função do número de Weissenberg para $Ca = 2$.

Perto do ponto de estagnação e ao longo da superfície livre os valores da taxa de cisalhamento molecular são próximos a zero, indicando que o cisalhamento nesta região é desprezível ou a taxa de deformação esta atuando colinear com respeito das direções principais, ou ambas. Este mesmo comportamento apresentado anteriormente para $Ca = 0,2$ é verificado nos números de capilaridade $Ca = 0,6$ e 2 nas figuras 4.56 e 4.57 respectivamente.

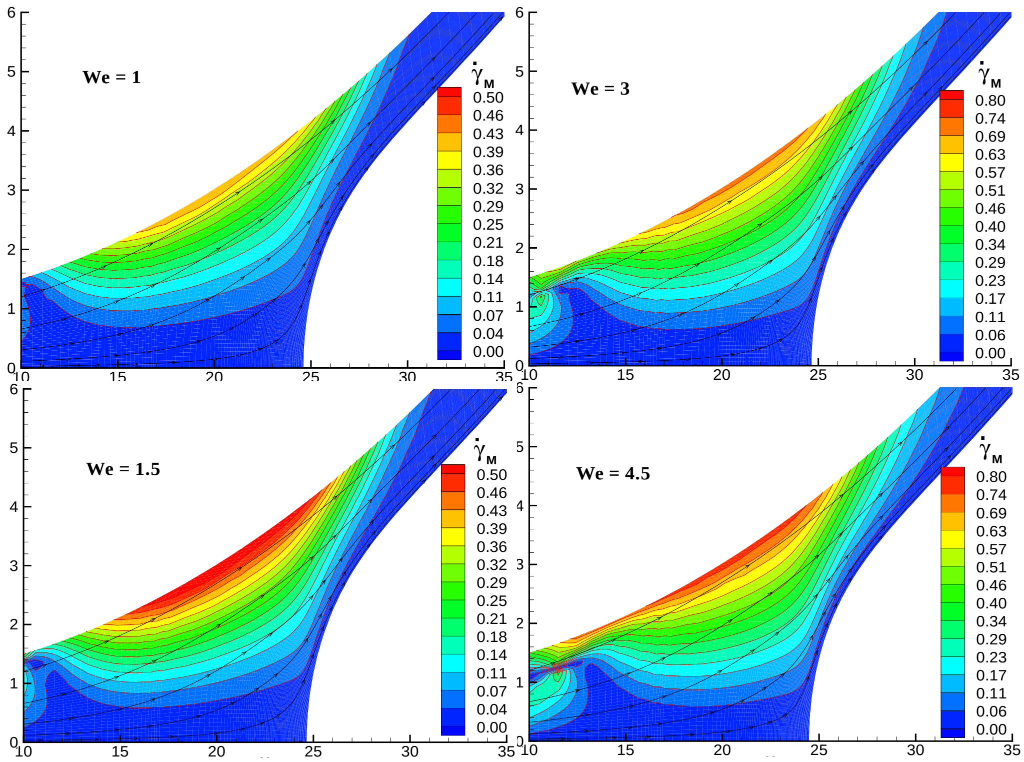

Figura 4.56: Campos da taxa de cisalhamento molecular como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,6$.

No caso do campo da taxa de extensão molecular o comportamento perto do ponto de separação apresenta uma diferença importante entre os casos com $Ca = 0,2$,$Ca = 0,6$ e $Ca = 2$.

No caso $0,2$ como foi visto anteriormente para todos os números de Weissenberg o núcleo das camadas de extensão que apresentam um valor mínimo local perto da superfície livre foram localizadas no ponto de separação, somente para $We = 8$ começou a dar indícios de esta camada tentar-se fechar em torno da linha se simetria (Fig. 4.57).

Já para todos os números de Weissenberg resolvidos para $Ca = 0,6$ e 2 as camadas de extensão com valor mínimo local perto da superfície livre se fecham em torno da linha de simetria e como conseqüência perto do ponto de estagnação existem a formação de camadas superpostas o que origina um gradiente elevado na direção x.

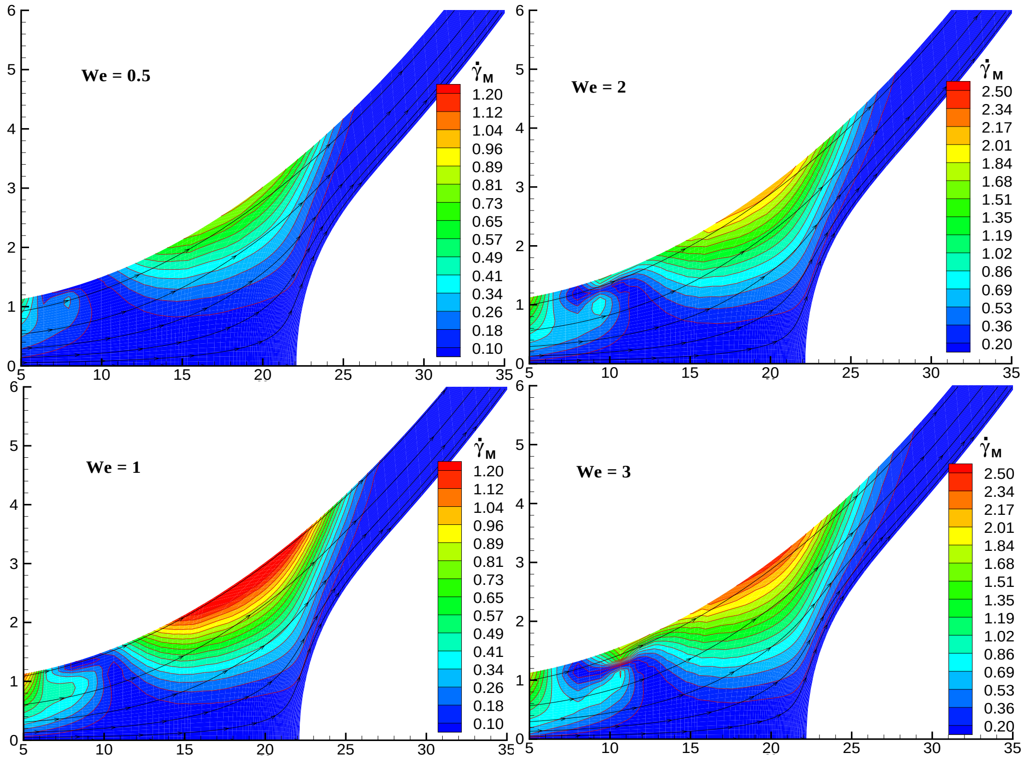

Figura 4.57: Campos da taxa de cisalhamento molecular como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 2$.

Outra importante observação é que a medida que a elasticidade do líquido é maior as camadas de extensão com valor máximo perto da superfície livre se deslocam na direção do ponto de separação, essa é uma tendência observada para todos os números de Capilaridade.

Os autovalores do tensor conformação, que representam os quadrados do estiramento o a retração molecular para os dois diferentes números de Capilaridade $0,6$ e 2 são apresentados nas figuras 4.60 e 4.61; como esperado as moléculas perto do ponto de estagnação são estiradas na direção principal por isso o valor do máximo autovalor nessa região é maior do que 1, e como a mesma molécula é encolhida na direção do mínimo autovalor o valor é menor que 1.

Para o caso $Ca = 0,6$ e $We = 4,5$ o estiramento na primeira direção principal é o mais elevado, se comparados com os We menores, perto da superfície livre como esperado. A mesma tendência é observada para $Ca = 2$.

Como foi explicado no primeiro capítulo uma característica do modelo Oldroyd-B é o crescimento ilimitado da viscosidade extensional η_e quando submetido a taxas de extensão $\dot{\varepsilon}$ finitas, esta característica descreve bem o comportamento perto do equilíbrio de moléculas poliméricas longas, flexíveis e lineares, mas representam pobremente o comportamento das moléculas fortemente esticadas.

No caso do modelo FENE-P o termo de relaxação não linear, limita a

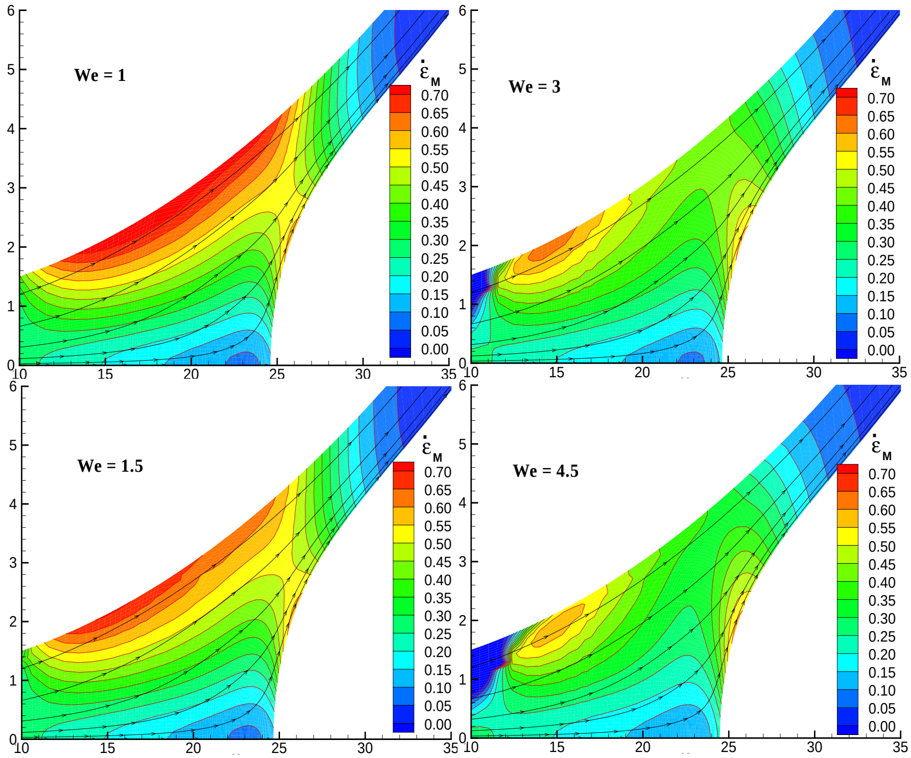

Figura 4.58: Campos da taxa de extensão molecular como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$.

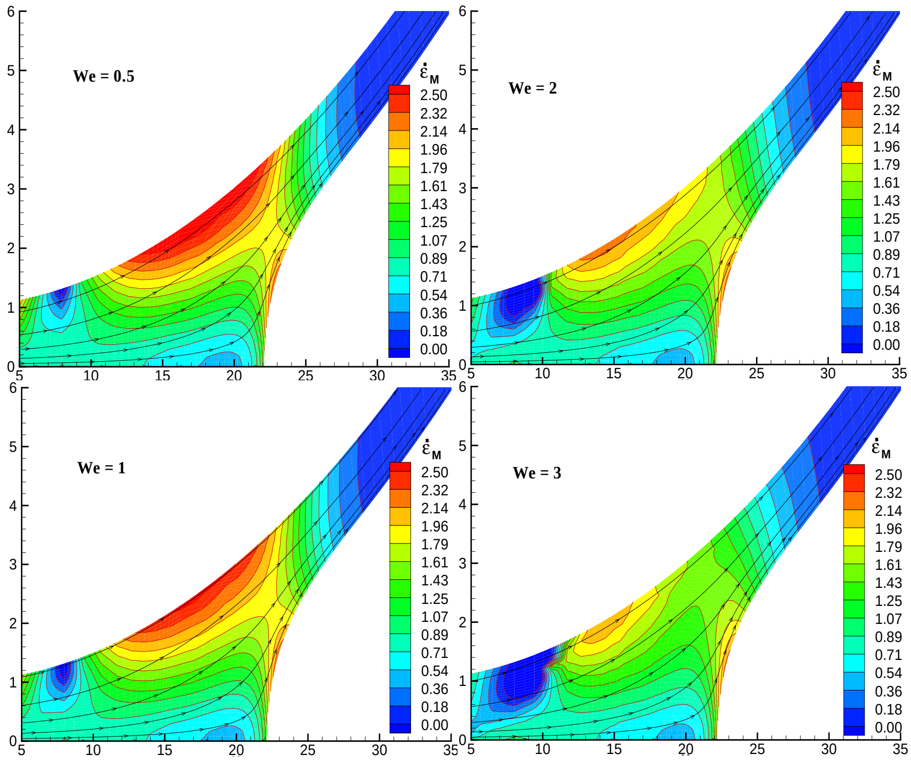

Figura 4.59: Campos da taxa de extensão molecular como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$.

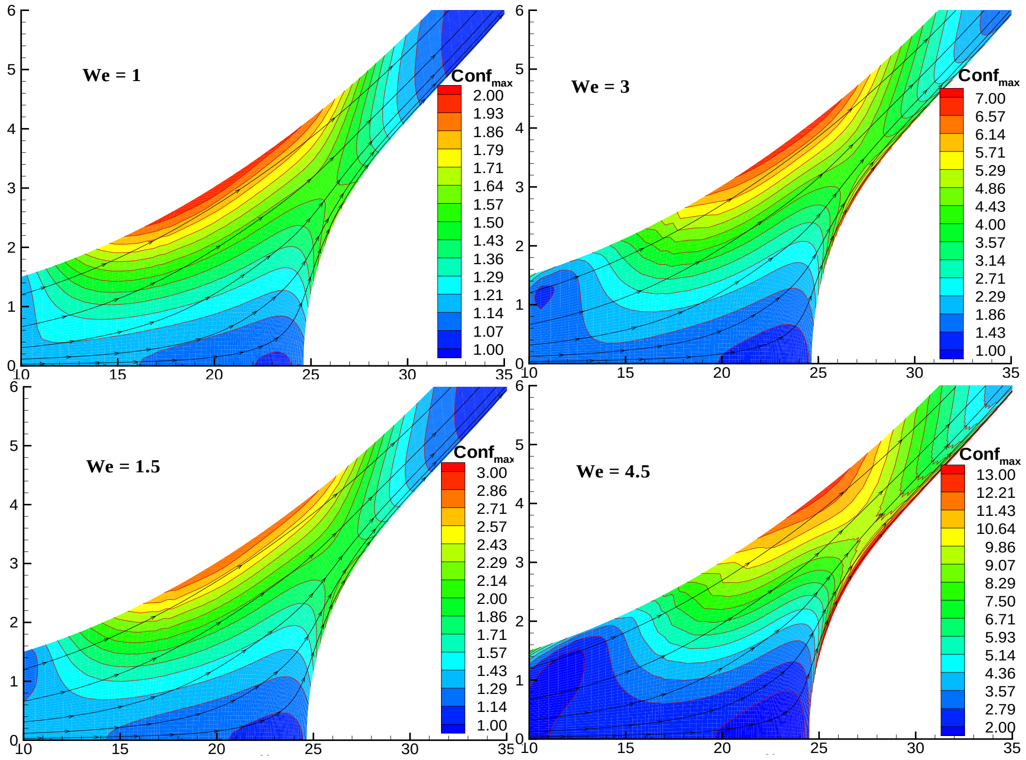

Figura 4.60: Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B).

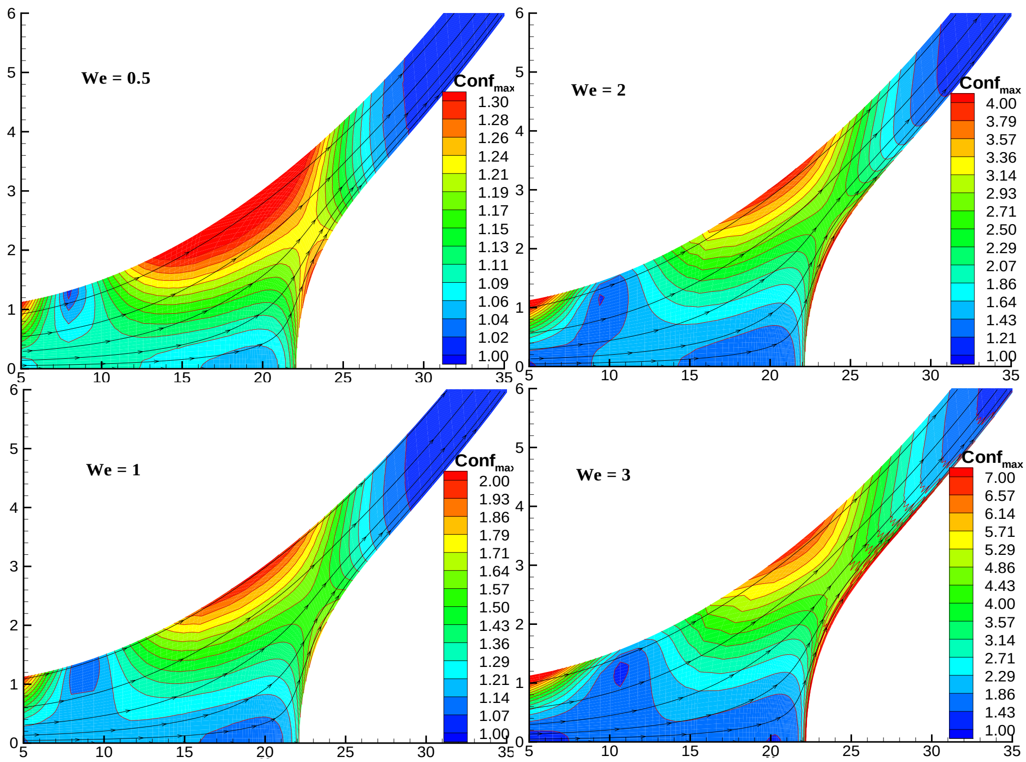

Figura 4.61: Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ (modelo Oldroyd-B.

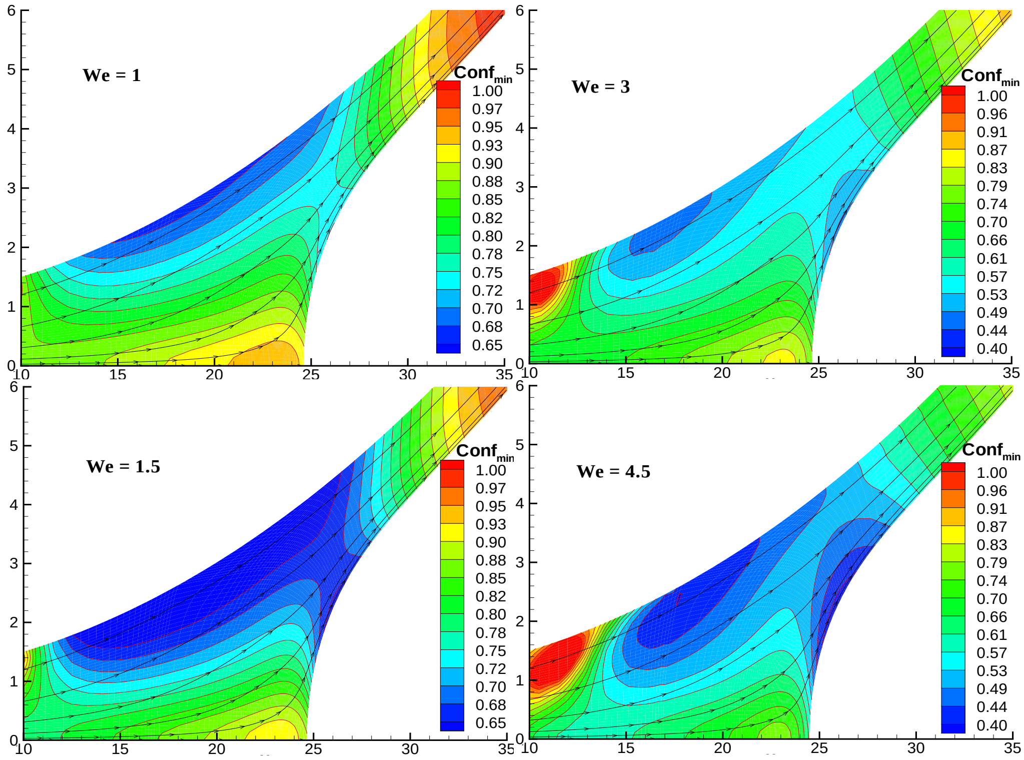

Figura 4.62: Campos do menor autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B.

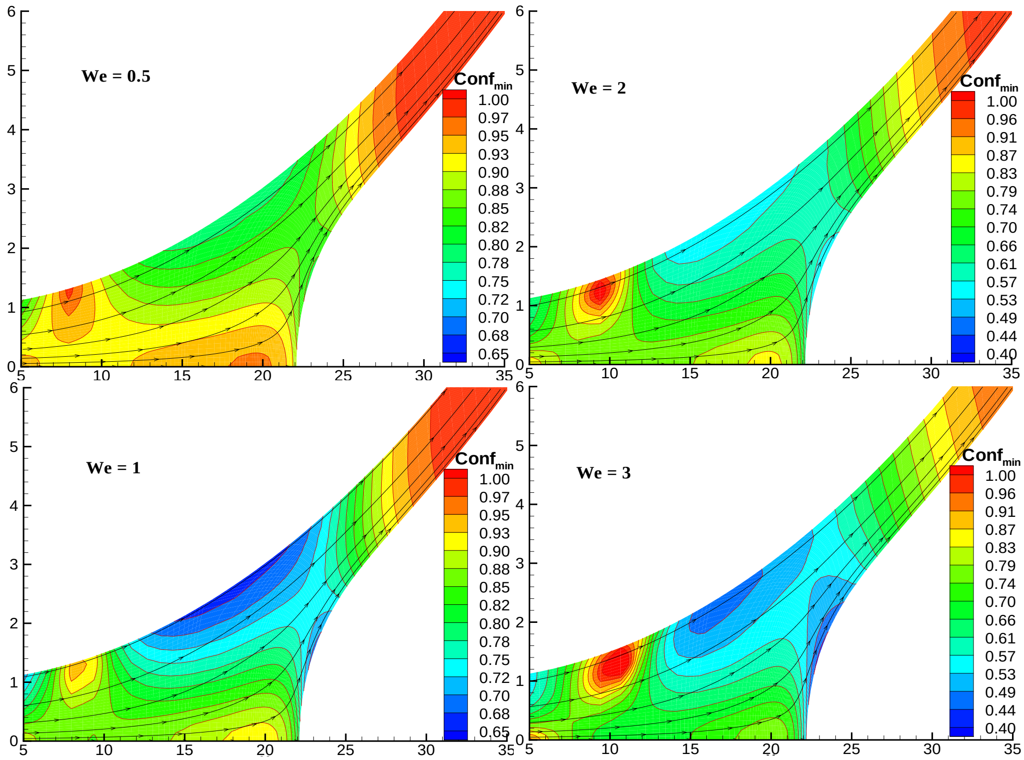

Figura 4.63: Campos do maior autovalor do tensor conformação, como função do número de Weissenberg, mantendo $Ca = 2$ (modelo Oldroyd-B.

máxima extensão atingida pelas moléculas, e isso se traduz numa viscosidade limitada para taxas de extensão finitas, esta característica é uma importante melhora comparado com o modelo Oldroyd-B.

Basicamente o termo de relaxação não linear $g_1 \equiv (b-1)/(b - \mathrm{tr}\,\mathbf{M}/3)$ do modelo FENE-P é governado pelo parâmetro módulo de extensibilidade b que é definido como a proporção do quadrado do comprimento máximo da molécula polimérica dividido pelo quadrado do comprimento médio no equilíbrio. Os valores mais comuns para o parâmetro b são $10-100$ sendo que um valor igual a 10 representa uma molécula semi-extensível e um valor igual a 100 representa uma extensível.

Alguns dos resultados obtidos com o modelo FENE-P são apresentados a seguir:

A Fig. 4.64 mostra a evolução do campo de tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ na direção do escoamento para um módulo de extensibilidade $b = 50$, que foi escolhido para ver o comportamento das moléculas com uma extensibilidade intermediária. Como é previsível o número máximo de Weissenberg atingido com este modelo para $b = 50$ foi maior que o caso Oldroyd-B para a mesma malha.

Neste caso os resultados foram obtidos com a malha 3 (a mais fina usada no presente trabalho). O comportamento é similar ao apresentado pelo modelo Oldroyd-B mas para $We = 8$ a camada limite de tensão normal que aparece colada à superfície livre no caso do modelo Oldroyd-B está mais próxima do ponto estagnação entre a superfície livre e a linha de simetria. O campo de tensão normal obtido com o modelo FENE-P para $We = 10$ é muito semelhante ao obtido para Oldroyd-B para $We = 8$.

A Fig. 4.65 mostra a evolução do campo de tensão elástica normal $\boldsymbol{\sigma}_{xx}$ na direção do escoamento para um módulo de extensibilidade $b = 50$. Novamente a comparação com os resultados do modelo Oldroyd-B mostra o comportamento similar qualitativamente já os valores no caso do modelo Oldroyd-B são ligeramente maiores como esperado. A diferença quantitativa é maior quanto maior o número de Weissenberg.

As Figs. 4.66 e 4.67 mostram a distribuição da tensão elástica $\boldsymbol{\sigma}_{xx}$ ao longo da linha de simetria como função do número de Weisenberg. Pode-se observar que o gradiente perto do ponto de separação do escoamento, localizado entre a linha de simetria e a superfície livre, muda de sinal a medida que o número de Weissenberg é incrementado. O valor máximo da tensão elástica é alcançado logo na região convergente.

Na Fig. 4.68 são comparados os campos de tensões normais $\mathbf{T}_{xx}$ e $\mathbf{T}_{yy}$ em função do b, em ambos os casos com o aumento da extensibilidade das moléculas

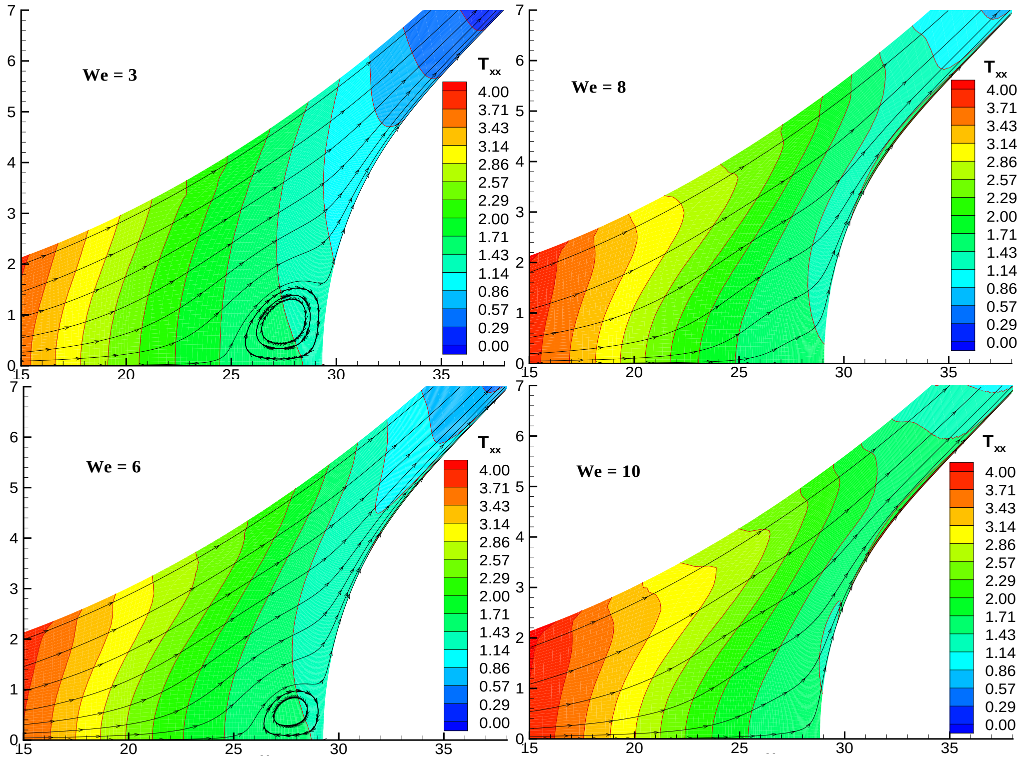

Figura 4.64: Evolução da Tensão normal total $\mathbf{T}_{xx}$ como função do número de Weissenberg, mantendo fixo $Ca = 0,2$ (modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$).

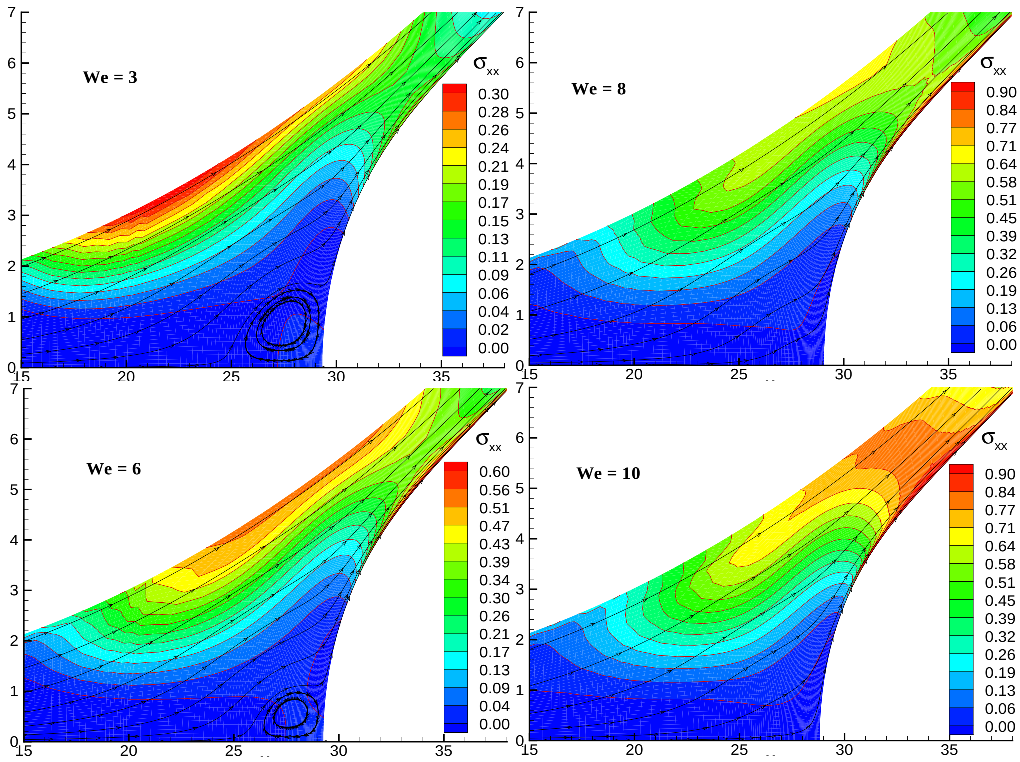

Figura 4.65: Isofaixas do campo da Tensão elástica normal σ_{xx} como função do número de Weissenberg , mantendo fixo $Ca = 0,2$ (modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$).

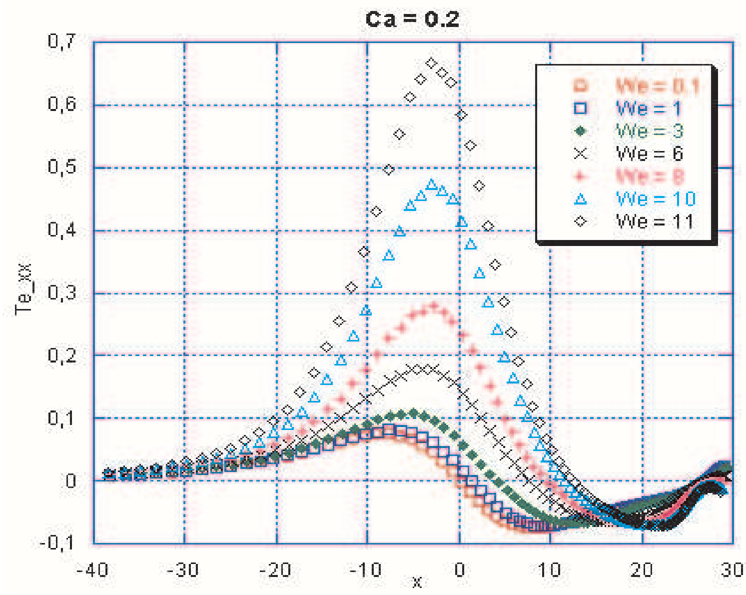

Figura 4.66: Distribuição da Tensão elástica normal σ_{xx} ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg para o modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$.

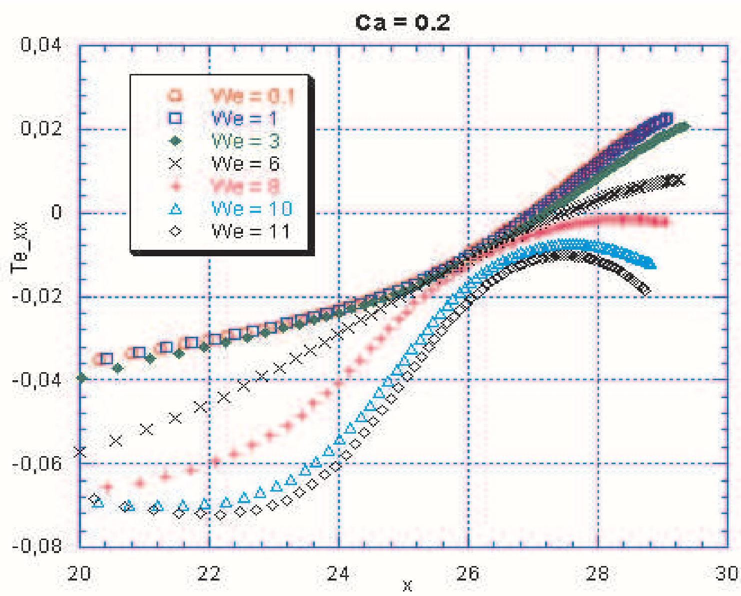

Figura 4.67: Vista em detalhe da distribuição da Tensão elástica normal σ_{xx} ao longo da linha de simetria como função do número de Weissenberg para o modelo FENE-P com módulo de extensibilidade $b = 50$.

poliméricas a camada limite de tensão normal apresenta uma isofaixa de maior valor na superfície livre, o que é esperado considerando a maior extensibilidade das moléculas poliméricas.

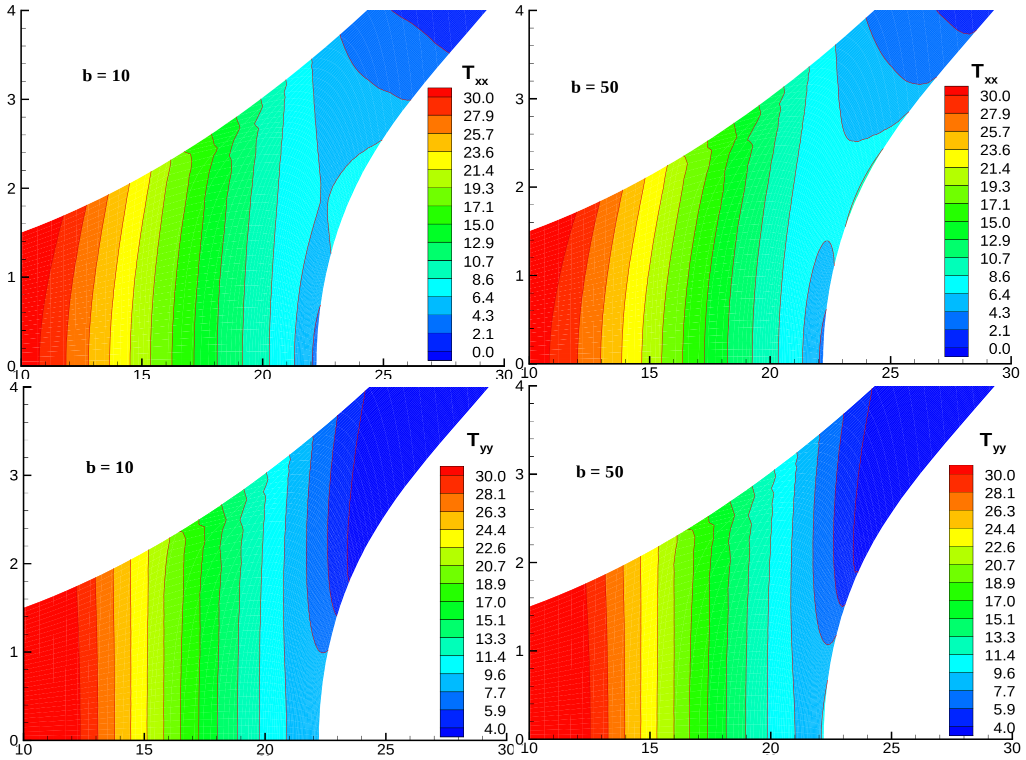

Figura 4.68: Isofaixas dos campos de tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ e $\mathbf{T}_{yy}$ como função do módulo de extensibilidade b para $Ca = 2$ (modelo FENE-P).

A mesma tendência é observada na Fig. 4.68 para os campos das tensões elásticas σ_{xx} e σ_{yy} em função do modulo de extensibilidade b os valores absolutos das tensões aumentam para maiores b.

Os gradientes das tensões elásticas normais σ_{xx} e σ_{yy}, para $Ca = 2$ ao longo da linha de simetria mostradas nas Figs. 4.70 e 4.71 evidenciam a maior elasticidade do líquido viscoelástico com o aumento do modulo de extensibilidade b, na região próxima do ponto de separação do escoamento, onde são fortes os efeitos extensionais.

4.4
Estimativa de Estabilidade dos Escoamentos Bidimensionais.

Conforme descrito anteriormente, a estabilidade do escoamento bidimensional em regime permanente, estudado neste capítulo, pode ser estimada através de critérios simples baseados no balanço de forças nas proximidades da superfície livre.

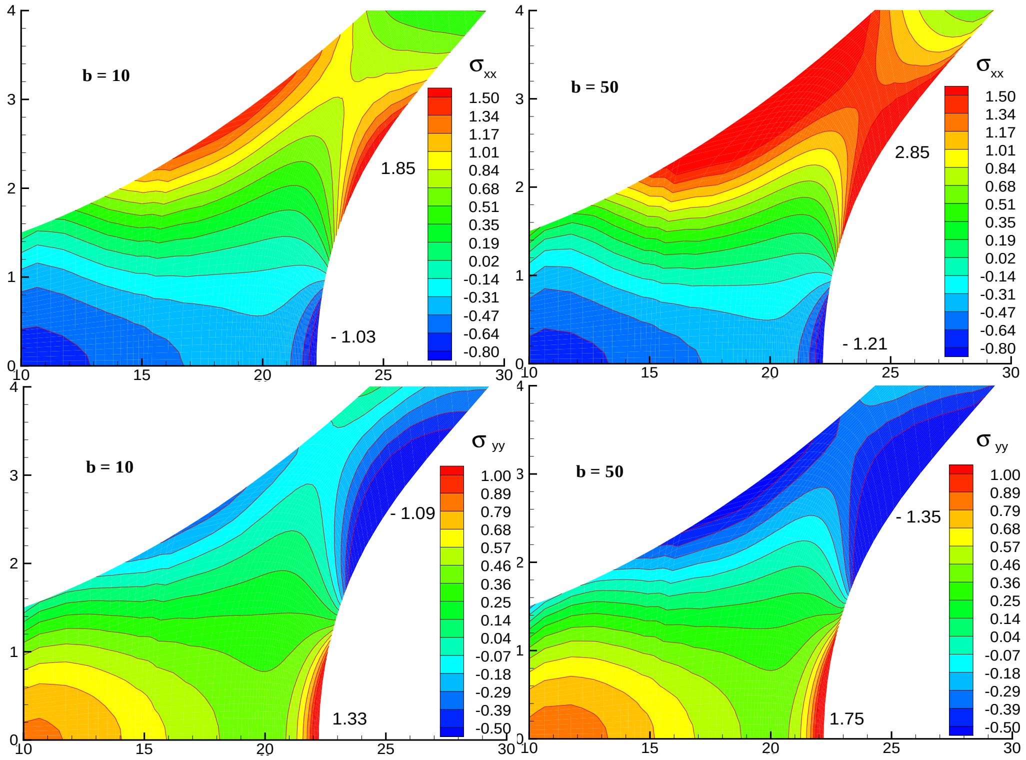

Figura 4.69: Campos de tensão elástica σ_{xx} e σ_{yy} como função do módulo de extensibilidade b para $Ca = 2$.

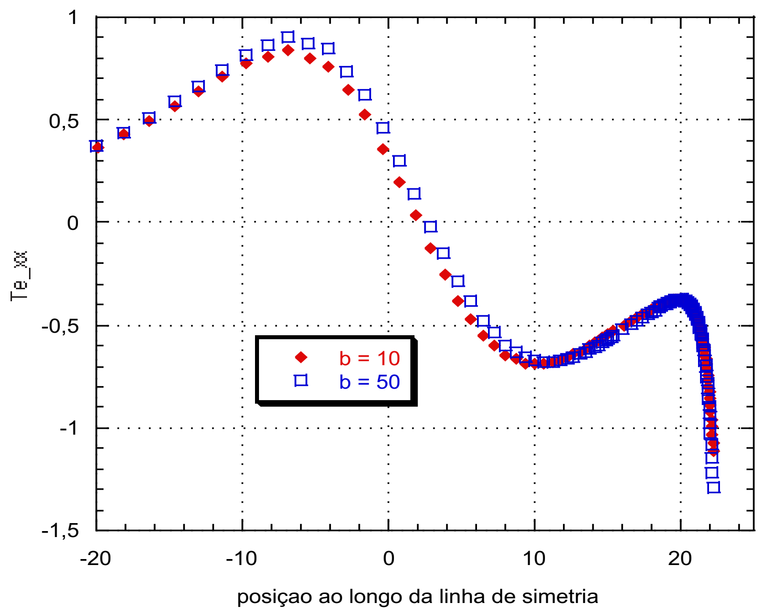

Figura 4.70: Distribuição da tensão elástica σ_{xx}ao longo da linha de simetria como função do módulo de extensibilidade b para $Ca = 2$.

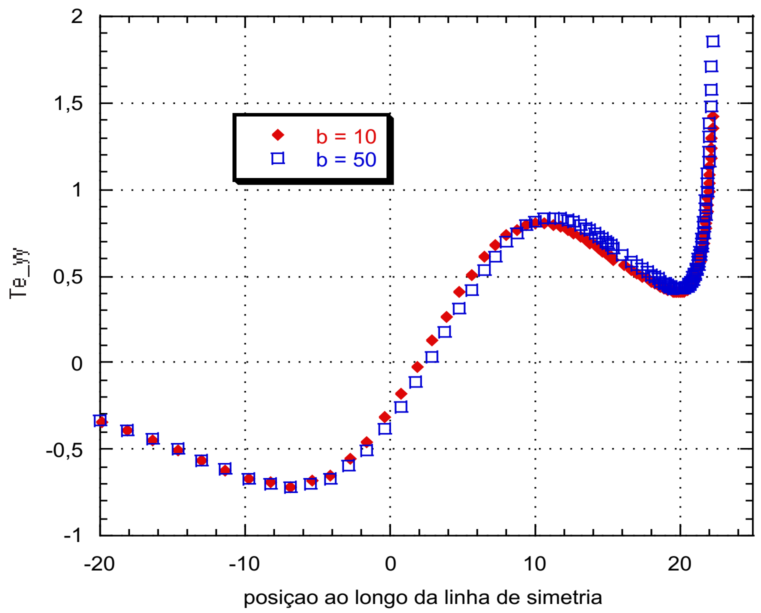

Figura 4.71: Distribuição da tensão elástica σ_{yy}ao longo da linha de simetria como função do módulo de extensibilidade b para $Ca = 2$.

O critério proposto neste trabalho combina as idéias de Pitts (1961) [5] e Graham (2003) [57] e estima que o escoamento será estável em relação à perturbações infinitesimais na direção transversal se (Eq. 4-3)

$$\frac{dT_{rr}}{dr} = \frac{T_{\theta\theta} - T_{rr}}{R(r)} = \frac{T_{yy} - T_{xx}}{R(r)} < \sigma\{\frac{1}{R^2(r)}\frac{dR(x)}{dx} + N^2\} \tag{4-3}$$

Este critério difere do proposto por Pitts (1961) [5] pois leva em conta a tensão na direção tangencial à superfície livre. A derivada do raio de curvatura da superfície livre em relação à posição de interface pode ser estimada através de uma aproximação geométrica.

Se a superfície livre for aproximada por um arco de circunferência na região próxima à linha de simetria, o raio de curvatura da interface pode ser estimado em função do raio do cilindro (R_o), espessura do filme depositado sobre o cilindro t, a distância mínima entre os cilindros H_o e a posição do menisco x_m, conforme ilustrado na Fig. 4.72

$$[R_o + t + R(x_m)]^2 = [R_o + H_o]^2 + [x_m + R(x_m)]^2 \tag{4-4}$$

$$R(x_m) = \frac{(R_o + H_o)^2 - (R_o + t)^2 + x_m}{2[R_o + t - x_m]} \tag{4-5}$$

A aproximação para a derivada do raio de curvatura, foi feita ajustando a uma reta os valores dos raios de curvatura obtidos para cada número de capilaridade entre $Ca = 0,2$ e 2 para o caso Newtoniano e a respectiva posição

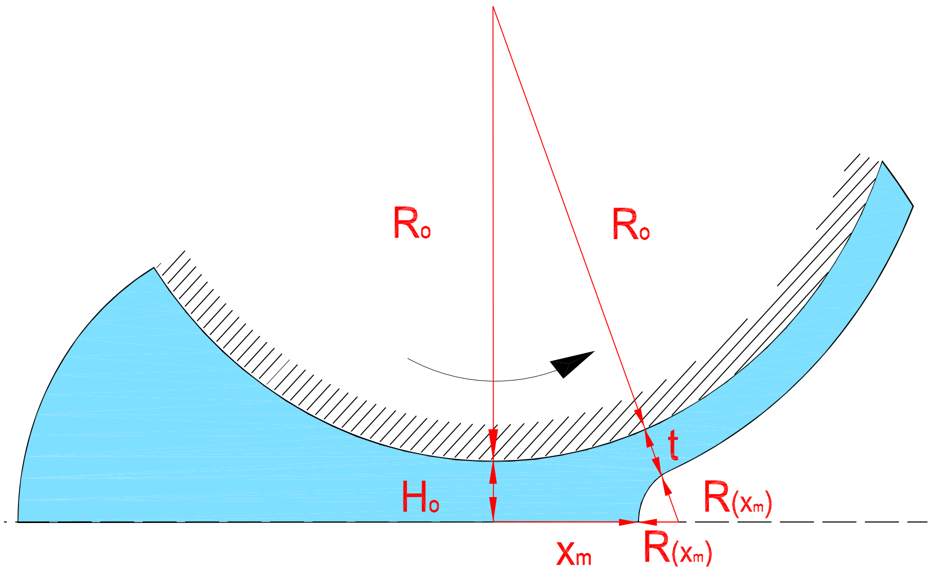

Figura 4.72: Vista esquemática do processo de revestimento por rotação direta.

do menisco na linha de simetria em cada caso como é mostrado na Fig. 4.73.

Considerou-se também nessa aproximação os raios de curvatura e as posições dos meniscos obtidos para os casos viscoelásticos com números de capilaridade $Ca = 0,2$ e $0,6$ e números de Weissenberg de $We = 1$ ate 8 e $We = 1$ ate $4,5$ para cada caso respectivamente.

O valor da derivada do raio de curvatura segundo a aproximação feita é $dR/dx = 0,312$ para todos os números de capilaridade considerados no presente trabalho.

As tensões $\mathbf{T}_{yy}$ e $\mathbf{T}_{yy}$ ($\mathbf{T}_{\theta\theta}$ e $\mathbf{T}_{rr}$), o raio de curvatura e o lado direito da Eq. 4-3, em função do número de capilaridade para escoamento de fluido Newtoniano são apresentados na Fig. 4.74.

Toda a nossa análise se baseou nos valores das tensões e o raio de curvatura no ponto de separação do escoamento, e se considerou que no existe perturbação do escoamento na direção z o que se traduz num número de comprimento de onda $N = 0$.

O ponto onde a tensão tangencial $\mathbf{T}_{yy}$ e a tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$ à superfície livre se interceptam, marca o final da presença das recirculações nas imediações do ponto de separação do escoamento. Então os escoamentos com números de capilaridade inferiores ao número de capilaridade onde as tensões se cruzam apresentarão recirculação, para números de capilaridade superiores não existira recirculação.

Pela estimativa proposta, o escoamento torna-se instável para $Ca^* \approx 0,7$. A análise de estabilidade linear apresentada por Coyle (1990) [29] prevê um número de capilaridade crítico aproximadamente igual a $Ca^* \approx 0,7$. Pela análise

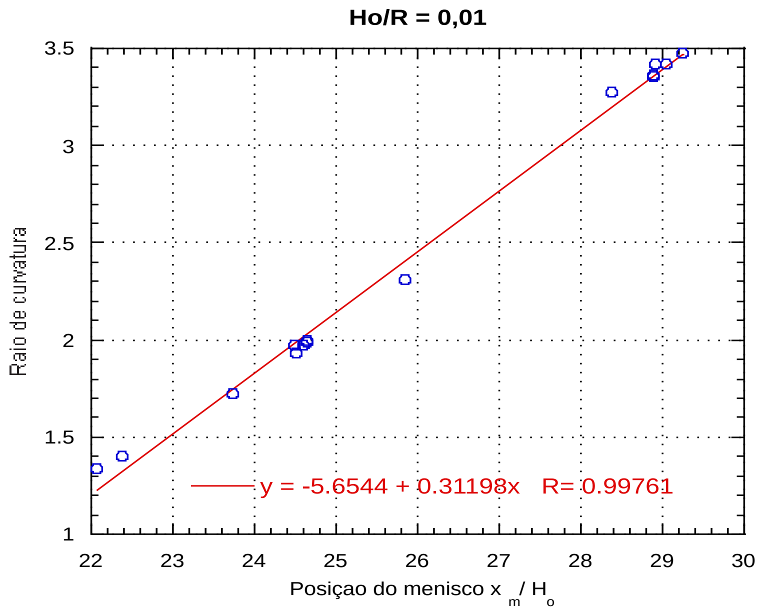

Figura 4.73: Aproximação do raio de curvatura.

Newtoniana, pode-se concluir que o critério simples de estabilidade é capaz de estimar com precisão satisfatória a transição no escoamento.

Como foi mostrado ao longo deste capítulo o incremento da elasticidade do líquido de revestimento muda dramaticamente o comportamento do escoamento especialmente perto da superfície livre e o parâmetro relevante nestes casos já não é somente o número de Capilaridade senão o número de Weissenberg We que mede a elasticidade do polímero.

Segundo nossa análise anterior, o inicio antecipado do aparecimento das instabilidades no escoamento quando são usados líquidos viscoelásticos pode ser explicado analisando a evolução da tensão de ”hoop”no plano de simetria, quando o número de Weissenberg é incrementado mantendo o número de capilaridade fixo.

Sendo assim aplicamos nosso critério simplificado de estabilidade ao número de capilaridades $Ca = 0,2$, que para o caso Newtoniano é estável, incrementando a elasticidade neste caso e mantendo o número de capilaridade fixo.

A Fig. 4.75 apresenta a variação de cada termo presente na equação de estimativa da estabilidade do escoamento em função do número de Weissenberg, para $Ca = 0,2$. O valor máximo do número de Weissenberg foi $We = 8$ para o modelo Oldroyd-B, acima deste valor o refinamento da malha não foi suficiente para resolver a camada limite presente no escoamento e a solução numérica tornou-se pouco representativa fisicamente.

Na faixa do número de Weissenberg explorado, o escoamento é estável, mas a tendência à instabilidade fica evidente pelo crescimento do termo $\frac{(\mathbf{T}_{yy}-\mathbf{T}_{xx})}{R}$.

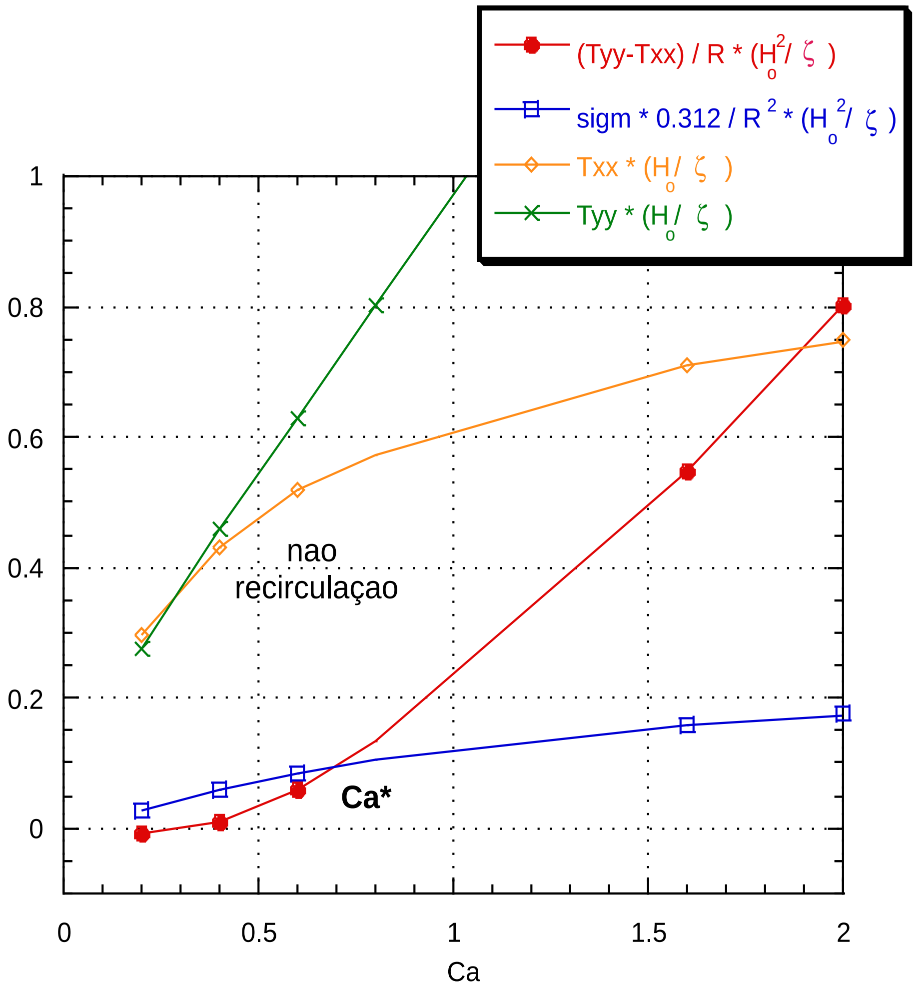

Figura 4.74: Tensão normal $\mathbf{T}_{xx}$, $\mathbf{T}_{yy}$, diferença de tensões $\frac{\mathbf{T}_{xx}-\mathbf{T}_{yy}}{R}$ e derivada do raio de curvatura $\frac{\sigma}{R^2}\frac{dR}{dx}$ como função do número de Capilaridade para líquido Newtoniano.

Considerando o número de capilaridade $Ca = 0,6$ que é estável para o caso Newtoniano, incrementamos a elasticidade do líquido na faixa $We = 1$ até $4,5$ para observar a influência deste parâmetro na estabilidade do escoamento, conseguimos atingir com a nossa estimativa da estabilidade do escoamento o valor do número de Weissenberg crítico $We^* \approx 3,3$ como é mostrado na Fig. 4.76.

Este resultado mostra que para baixos números de Weissenberg, a tensão de ”hoop”, que é a força que origina o crescimento da perturbação, é menor que o termo estabilizador, representado pela derivada do raio de curvatura da superfície livre com respeito à posição do menisco. Nessas condições o escoamento é estável. A tensão de ”hoop”cresce com o incremento do número de Weissenberg e para $We^* \approx 3.3$, a influência desta torna-se maior que o efeito estabilizador da tensão superficial sobre a curvatura do menisco. A números de Weissenberg maiores que o valor crítico, o escoamento é instável e torna-se tri-dimensional.

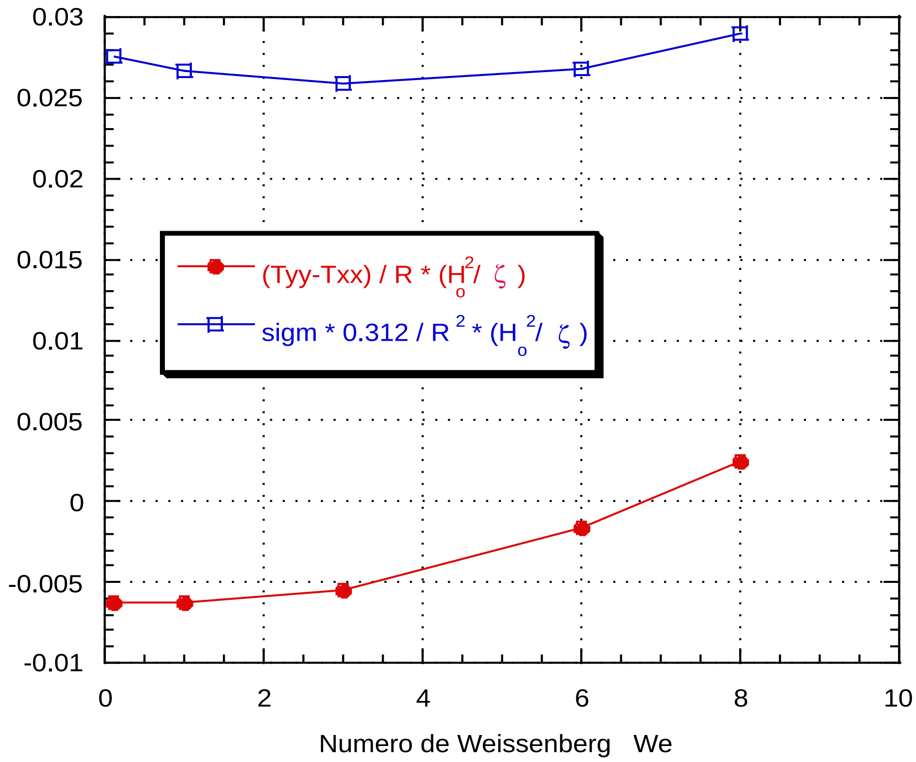

Figura 4.75: Diferença de tensões $\frac{\mathbf{T}_{xx}-\mathbf{T}_{yy}}{R}$ e derivada do raio de curvatura $\frac{\sigma}{R^2}\frac{dR}{dx}$, ambas quantidades adimensionalizadas, como função do número de Weissenberg para um número de Capilaridade $Ca = 0,2$ (modelo Oldroyd-B).

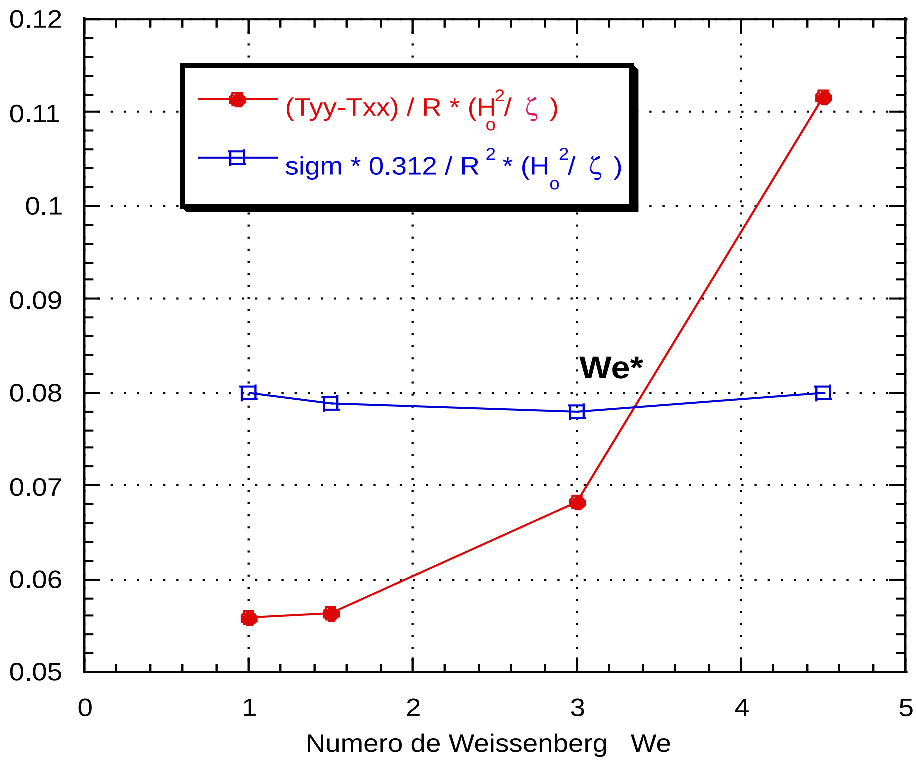

Figura 4.76: Número de Weissenberg crítico $We^* \approx 3,4$ usando o critério simplificado de estabilidade para o número de Capilaridade $Ca = 0,6$ (modelo Oldroyd-B).