

## 2

### Referencial Teórico

O objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos de risco, correlação e diversificação no contexto da Teoria Moderna de Carteiras e os últimos estudos a respeito das correlações entre mercados de diferentes países e entre setores. O capítulo também aborda, a partir do modelo de um único fator de Sharpe, a possibilidade de se verificar o quanto da volatilidade dos setores é explicada pela volatilidade do mercado.

#### 2.1

##### Markowitz e a diversificação

A decisão de alocação de ativos é a mais importante e difícil tarefa para investidores e gestores de carteiras. Estimar risco, retorno e a correlação entre as ações não é uma tarefa simples e a qualidade destas estimativas influencia diretamente a performance futura da carteira.

Markowitz, na década de 50, introduziu o conceito de carteiras eficientes baseados na otimização da média e variância dos ativos e foi chamada de Teoria Moderna de Carteiras. Com a estimativa de expectativa de retorno, risco e das correlações Markowitz mostrou que era possível combinar os ativos de forma que, para um certo nível de retorno, o risco era minimizado e o conjunto de carteiras otimizadas resultava na fronteira eficiente. A redução do risco da carteira baseia-se no conceito de diversificação, no qual o co-movimento entre os ativos reduz a resultante de movimento da carteira e este conceito é traduzido através da matriz de covariância ou correlação, que apresenta a relação entre pares ao longo de um determinado período.

Elton e Gruber (1995, página 61) apresenta o efeito da diversificação numa carteira hipotética, no qual o risco não- sistemático, ou risco específico de cada ação, é reduzido à medida que mais ações são adicionadas até o limite do risco

sistemático ou risco de mercado. O risco de mercado não pode ser eliminado totalmente porque representa o risco a que todas as ações em negociação estão expostas.

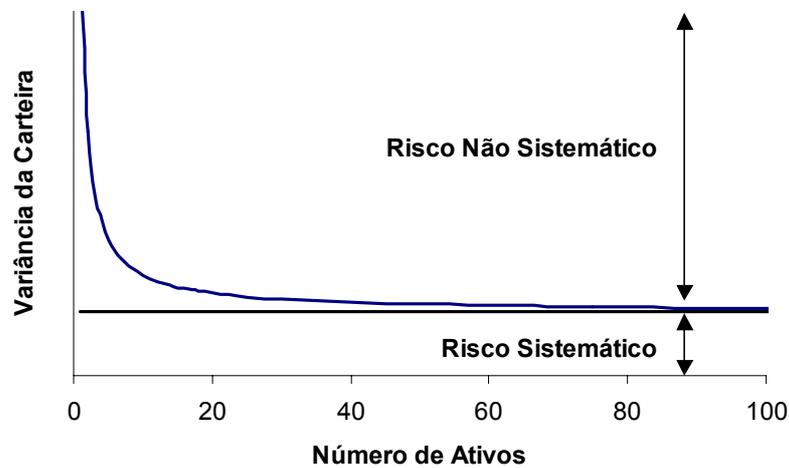


Figura 1 - Efeito da Diversificação

A diversificação, abordada pela Teoria Moderna de Carteiras, considera a possibilidade de reduzir o risco específico ou não sistemático das carteiras adicionando ativos com baixa correlação até o limite no qual não é mais possível reduzir o risco total da carteira. Neste ponto a única fonte de risco para a carteira é o risco sistemático ou o risco de mercado.

Mas o problema aparece quando modelos de alocação de ativos e gerenciamento de risco consideram em seus cálculos a estabilidade da matriz de correlação, o que não ocorre em períodos de crise quando os movimentos do mercado se amplificam. Recentes estudos mostram que nestas circunstâncias a matriz de correlação sofre alterações em sua estrutura que distorcem de forma inesperada os resultados destes modelos.

Como alternativa para evitar surpresas negativas com alterações bruscas da matriz de correlação, o estudo de Chow, Jacquier, Kritzman e Lowry (1999) selecionou dados fora do padrão (outliers) e a utilizou estes dados num novo processo de estimação da matriz. O estudo mostrou que a correção resultou numa matriz mais eficiente em períodos de turbulência, ou seja, a matriz construída a

partir de outliers produziria carteiras mais preparadas para o aumento da volatilidade se comparada a uma matriz estimada através de uma amostra completa.

## 2.2

### **As correlações entre mercados de ações internacionais**

A diversificação internacional, inicialmente abordada por Grubel (1968), Levy e Sarnat (1970) e Grubel e Fadner (1971), é obtida quando a correlação entre as ações de diferentes países é suficientemente baixa possibilitando a redução da volatilidade final da carteira global. No entanto, crises que influenciaram grande parte dos mercados mundiais como a crise do petróleo no início dos anos 70, a quebra da bolsa de Nova York em 1987, as crises do México, Ásia, Rússia e Brasil na última década sugerem que a correlação internacional aumenta nestes momentos de alta volatilidade reduzindo os benefícios da diversificação internacional.

As relações entre os mercados de ações internacionais ao longo do tempo têm sido objeto de diversos estudos, entre eles, King e Wadhawani (1990), King, Sentana e Wadhawani (1994), Karolyi e Stulz (1996) e Bekaert e Harvey (1997). Todos estes estudos concluíram que a correlação aumenta quando fatores globais superpõem aos fatores domésticos influenciando todos os mercados. Bracker and Koch (1999) estimaram um modelo econométrico para determinar quais eram os fatores predominantes na variação da matriz de correlação e concluíram que a volatilidade é positivamente relacionada com as correlações dos mercados de ações.

Drobetz e Zimmermann (2000) e Rey (2000) demonstraram que outra fonte de instabilidade estava relacionada com as diferenças entre as correlações em períodos de mercado em alta e em queda. Os autores verificaram que a correlação internacional aumentava em períodos de retornos negativos e era maior se comparada a correlação em períodos positivos. Isto significa que os benefícios da

diversificação, que é justamente diminuir o risco total da carteira, eram reduzidos justamente quando são mais demandados: em períodos de maior volatilidade.

## 2.3

### As correlações entre setores

Para o investidor dedicado a um determinado mercado a diversificação setorial é uma importante ferramenta de redução do risco não-sistemático. Intuitivamente é compreensível que as ações de empresas que atuem em uma mesma atividade econômica tenham movimentos parecidos no mercado de ações. Isto porque as empresas de um mesmo setor geralmente são influenciadas pelos mesmos fatores do ambiente competitivo e são regidos pela mesma legislação.

O estudo de Baca, Garbe e Weiss (2000) verificou que os movimentos setoriais explicavam com maior precisão a volatilidade de sete importantes mercados de ações no mundo se comparado aos movimentos dos próprios países. Ou seja, nos últimos 20 anos, a influência dos componentes específicos de cada país na variação do retorno vem declinando, enquanto os componentes setoriais se mantêm relativamente constantes ou crescentes, o que sugere que os mercados estão mais integrados do que se acreditava.

A atenção em relação aos movimentos setoriais também é verificada pelo crescente número de fundos de investimentos que concentram suas aplicações em setores específicos. Isto é resultado da percepção de que ações de um mesmo setor tendem a oscilar de forma parecida.

O trabalho de Jacquier e Marcus (2001) se concentrou no esforço de avaliar o comportamento do mercado de ações norte americano em função das alterações na volatilidade do mercado. Para verificar esta relação, sem a necessidade de calcular as correlações entre todos os ativos, as ações foram agrupadas em setores e, através de janelas temporais trimestrais, foram estimadas as correlações setoriais e a volatilidade do índice de mercado. Mas era necessário sintetizar as relações entre os setores em cada trimestre em apenas um parâmetro e, desta

forma, foi extraída a média aritmética destas correlações setoriais. Foi preciso então calcular regressões lineares entre a volatilidade do mercado e média das correlações setoriais para verificar a existência ou não de relação entre o aumento de correlação com os momentos de maior volatilidade. Os autores encontraram uma relação direta entre o aumento da correlação setorial e o aumento da volatilidade do mercado e que, grande parte da instabilidade da matriz de correlação, era explicada pela variação na volatilidade de um índice de mercado. Os resultados para o mercado americano mostraram que grande parte das alterações nas correlações era explicada pela volatilidade de um índice de mercado, situação que não se repetia de forma tão relevante para o mercado internacional. Sua conclusão foi que com a estimativa da volatilidade era possível prever a correlação média entre os setores, para o mercado Norte Americano utilizando uma modelagem simples, com número reduzido de parâmetros e baseada a partir de um modelo de um único fator apresentado por Sharpe (1963).

## 2.4

### O modelo de um único fator

Para verificar a relação entre as alterações de correlação e as oscilações do mercado foi necessária a utilização da modelagem de um único fator, sendo este fator a volatilidade do mercado. O modelo de um único fator de Sharpe (1963) foi o primeiro que simplificou a modelagem de construção de carteiras de ações e se tornou referência como livro texto da Teoria Moderna de Carteiras.

A observação do movimento das ações e do mercado, representado por um índice suficientemente diversificado, revela que as ações tendem a subir quando o mercado também está subindo e tendem a cair quando o mercado está em queda. Este movimento sugere que as ações, e no caso em estudo os setores, possuem alguma correlação ou sensibilidade ao mercado o que pode ser expressado pela eq.(1), no qual,  $\alpha_i$  é o componente do retorno do setor que é independente da oscilação do mercado. O parâmetro  $\beta_i$  mede a sensibilidade do setor  $i$  em relação ao mercado e  $\varepsilon_i$  é o erro residual.

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i \quad (1)$$

Em função de serem variáveis randômicas,  $r_M$  e  $\varepsilon_i$  possuem desvio padrão, denotados respectivamente por  $\sigma_M$  e  $\sigma_{\varepsilon_i}$ , distribuição de probabilidade e média.

Considerando o risco específico independente do risco de mercado, ou seja, a correlação entre os dois é igual a zero, a volatilidade do setor pode ser expressa pela equação abaixo.

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2 \quad (2)$$

A eq. (2), que representa o risco do setor, pode ser expandida como a soma do risco sistemático ( $\beta_i^2 \sigma_M^2$ ) com a volatilidade específica do setor ( $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ ). É importante observar que a covariância ( $\sigma_{ij}$ ) entre setores aumenta quando a volatilidade do mercado ( $\sigma_M^2$ ) também aumenta, se os demais parâmetros permanecerem constantes, de acordo com a eq. (3).

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 + \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \quad (3)$$

Uma das hipóteses do modelo de um único fator considera que o erro residual de  $i$  seja independente de  $j$  ( $E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ ), o que significa que o único motivo pelo qual os setores variam está ligado ao movimento do mercado. A correlação entre setores é expressa através da eq.(4) e pode ser expandida substituindo seus parâmetros pelas eq.(2) e eq.(3).

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (4)$$

$$\rho_{ij} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_M^2 + \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)}{\sqrt{(\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2)(\beta_j^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2)}} \quad (5)$$

O coeficiente de determinação  $R^2$  que quantifica o quanto a variação do setor é explicada pela variação do mercado pode ser expresso pela eq.(6).

$$R^2 = \rho_{iM}^2 = \frac{(\beta_i^2 \sigma_M^2)}{(\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2)} \quad (6)$$

Através do modelo de Sharpe é possível observar que os parâmetros  $\beta_i$ ,  $\sigma_M^2$  e  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$  contribuem para a instabilidade da matriz de correlação setorial. Este estudo se propõe a verificar o quanto da variação da matriz de correlação pode ser explicado pela variação da volatilidade do mercado, ou seja, se a volatilidade do mercado é dominante quando comparado com a variação dos outros parâmetros.

Reorganizando a eq.(6) através de operações algébricas, detalhadas no anexo II, é possível obter uma medida que relaciona o modelo de um único fator e a volatilidade do mercado:

$$\log\left(\frac{R_{it}^2}{1 - R_{it}^2}\right) = \log(\sigma_{Mt}^2) + \log\left(\frac{\beta_{it}^2}{\sigma_{\varepsilon_{it}}^2}\right) \quad (7)$$