

1

Introdução

A reconstrução de curvas e superfícies a partir de pontos esparsos é um problema que tem recebido bastante atenção ultimamente [3],[11],[1]. A motivação para tal foi o surgimento de *scanners 3d*, dispositivos óticos que capturam a forma geométrica de um sólido através de pontos adquiridos em sua superfície. O estudo de algoritmos de reconstrução de curvas freqüentemente é o ponto de partida para a criação de algoritmos de reconstrução de superfícies. A reconstrução de curvas pode ser utilizada como parte do processo de reconstrução superfícies de revolução, helicoidais e espirais [15]. Além disso, a reconstrução de curvas tem vasta aplicação na área de engenharia reversa, visão computacional, processamento de imagens e reconhecimento de padrões.

O problema de reconstrução de curvas a partir de pontos esparsos consiste em construir uma curva que aproxime a curva de onde os pontos esparsos foram amostrados. Note que estes pontos esparsos não necessariamente pertencem à curva original, pois pode haver ruído no processo de amostragem. Outra observação importante é que os pontos não estão estruturados ou ordenados, de modo que nenhuma relação espacial, geométrica ou de vizinhança entre os pontos é conhecida. Estes dois aspectos do problema tornam a sua resolução mais complexa. Para a grande parte dos algoritmos já propostos, o mínimo que se deve garantir sobre os pontos é que a densidade de amostragem seja suficiente para a reconstrução. Alguns algoritmos encontrados na literatura também supõem que o ruído presente nos pontos de amostragem é pequeno o suficiente para ser desprezado, e assim fazem a reconstrução através da interpolação dos pontos, utilizando-os como vértices para a construção de curvas lineares por partes.

Para resolver o problema de reconstrução de curvas, várias abordagens podem ser encontradas na literatura. Inicialmente, foram propostos algoritmos para a reconstrução de curvas fechadas, uniformemente amostradas e com ruído desprezível na amostragem. As técnicas utilizadas incluem árvores geradoras mínimas (*minimum spanning trees*) [5], α -shapes [4] e β -esqueletos [17]. O tratamento de conjuntos de pontos não uniformemente amostrados foi primeiramente tratado por Amenta, Bern e Eppstein [2]. Estes autores apresen-

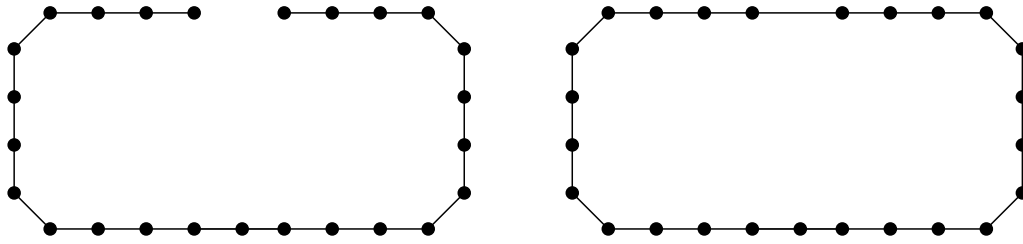


Figure 1.1: O parâmetro ρ do CONSERVATIVE-CRUST determina se há aresta entre dois pontos de amostragem. O algoritmo, sem o parâmetro fornecido pelo usuário, não tem como decidir qual das reconstruções é a correta.

taram o algoritmo CRUST, que baseia-se nas propriedades do eixo medial¹ de uma curva fechada para executar a sua reconstrução. Este algoritmo reconstrói a curva Γ partindo da suposição que o conjunto P de pontos de amostragem é ϵ -amostrado, ou seja, dado qualquer ponto $p \in \Gamma$, a distância para o ponto mais próximo em P é menor ou igual a $\epsilon f(p)$, onde $f(p)$ é a menor distância entre p e o eixo medial da curva. No caso do algoritmo CRUST, é demonstrado que basta que ϵ seja menor ou igual a 0.252 para que a reconstrução seja realizada corretamente. Dey e Kumar [6] apresentaram o algoritmo NN-CRUST, que aumentou o valor máximo de ϵ para $1/3$.

Posteriormente, Dey, Mehlhorn e Ramos [7] propuseram o algoritmo CONSERVATIVE-CRUST, que reconstrói curvas com qualquer densidade de amostragem e não necessariamente fechadas. Para tal, deve ser fornecido um parâmetro ρ ao algoritmo, que controla a criação de arestas entre os pontos de amostragem a partir da distância entre os mesmos. Podemos observar a influência do parâmetro ρ na reconstrução na figura 1.1. Note que nenhum algoritmo poderá decidir qual é a reconstrução correta sem a intervenção do usuário. No caso do CONSERVATIVE-CRUST, a intervenção é feita através do ajuste do parâmetro ρ .

Uma outra abordagem para o problema de reconstrução de curvas é através da utilização de mínimos quadrados móveis (*moving least-squares*) [12]. Dada uma variedade S em $\mathbb{R}^d$, de dimensão $d - 1$, e um conjunto de pontos $P = \{r_i\}_{i \in I}$ próximos à variedade S , o algoritmo de mínimos quadrados móveis obtém uma variedade $\bar{S}$, de dimensão d , próxima ao conjunto de pontos P . Esta variedade $\bar{S}$ é obtida a partir da aplicação de uma iteração do algoritmo de mínimos quadrados móveis para cada um dos pontos de P e de pontos próximos ao conjunto P . Podemos pensar neste algoritmo como um processo de suavização do conjunto de pontos originais, ou seja, se aplicarmos o algoritmo de mínimos quadrados móveis à nuvem de pontos original, iremos obter uma

¹O eixo medial de uma curva Γ é o fecho do conjunto dos centros de todas as bolas tocando Γ em pelo menos dois pontos.

nuvem de pontos de menor espessura. Levin propõe em [12] a projeção MLS, que ao contrário do algoritmo anterior, gera uma variedade de dimensão $d - 1$. Levin conseguiu este resultado a partir de pequenas modificações do algoritmo de mínimos quadrados móveis original. Porém, a complexidade computacional da projeção MLS é bem maior, como veremos adiante. Embora apresente vários resultados teóricos interessantes, o trabalho de Levin não apresenta um algoritmo completo de reconstrução. Lee propôs em [10] um algoritmo de reconstrução de curvas que utiliza mínimos quadrados móveis e árvores geradoras mínimas Euclideana².

Ao contrário dos algoritmos baseados em eixo medial, o algoritmo proposto por Lee tem como principal vantagem tratar curvas com muito ruído e densidades variáveis de amostragem ao longo da curva. Ele propõe a combinação de mínimos quadrados móveis com árvores geradoras mínimas Euclideana para afinar a nuvem de pontos de amostragem inicial. A idéia do algoritmo é afinar o conjunto de pontos de amostragem de tal maneira que a distância entre os pontos do conjunto afinado e a curva é pequena o suficiente para ser desprezada. A partir daí, o algoritmo seleciona alguns pontos do conjunto processado para serem os vértices da curva de reconstrução, que é uma curva linear por partes. Por criar uma estrutura de vizinhança entre os pontos, as árvores geradoras mínimas Euclideana têm dois papéis importantes neste algoritmo. O primeiro é possibilitar o percorrimto dos pontos ao selecionar os pontos para a reconstrução: assim, o algoritmo pode saber facilmente como criar as arestas da curva final. O segundo é selecionar os pontos de influência para executar o algoritmos de mínimos quadrados móveis: Lee modificou o algoritmo de mínimos quadrados móveis de tal modo que apenas pontos geodesicamente próximos são levados em consideração ao diminuir o ruído de um ponto de amostragem, ao invés de levar em consideração todos os pontos geometricamente próximos. Isto é feito através do percorrimto da árvore geradora mínima Euclideana.

Finalmente, podemos citar os algoritmos de reconstrução baseados em afinamento topológico digital, como o proposto em [16]. Esta técnica consiste em dividir o plano onde a curva está inserida em células (ou *pixels*), e marcar o estado das células que possuem pontos em seu interior como *células cheias* (ou *pixels* pretos). É realizado então o afinamento topológico do conjunto de células cheias, de modo a encontrar seu eixo medial, que irá aproximar a curva original. Lee apontou em [10] os seguintes problemas na utilização desta técnica:

²Uma árvore geradora mínima Euclideana é uma árvore geradora mínima de um grafo cujos nós são os pontos de amostragem e o peso de cada aresta é definido pela distância entre os nós incidentes na mesma

- Não é fácil determinar o número de células necessárias para realizar a reconstrução. Se o tamanho do pixel utilizado é muito grande (ou seja, o plano é dividido em poucas células), a curva obtida pode não ter o nível de detalhe necessário. Por outro lado, se o tamanho do pixel utilizado é muito pequeno (ou seja, o plano é dividido em muitas células), os pontos de amostragem podem ser separados em vários componentes diferentes, impossibilitando a reconstrução da curva.
- No caso de curvas abertas, o eixo medial não representa corretamente a curva próximo às extremidades da curva. Note que isto não é verdadeiro no caso de uma nuvem de pontos de amostragem suficientemente “fina”.

Neste trabalho, é proposto um algoritmo para reconstrução de curvas baseado nas técnicas de mínimos quadrados móveis e afinamento topológico digital. A combinação destas duas técnicas permite superar o problema da determinação do número de células, apontado por Lee. Isto é possível porque, através dos mínimos quadrados móveis, podemos ajustar a densidade dos pontos de amostragem, bem como reduzir o ruído presente neste pontos. O algoritmo proposto pode ser dividido em quatro etapas: agrupamento (ou clusterização) dos pontos de amostragem em células, processamento dos pontos de amostragem (redução de ruído e ajuste da densidade), seleção das células a serem utilizadas na reconstrução e geração da curva a partir das células selecionadas.

A primeira etapa é o agrupamento espacial dos pontos de amostragem de acordo com sua localização espacial. O agrupamento fornece uma estrutura espacial para os pontos, e consiste em dividir o plano onde se localizam os pontos de amostragem em células retangulares de mesma dimensão, classificando as células em cheias (caso possuam pontos de amostragem em seu interior) ou vazias (caso não possuam pontos de amostragem em seu interior). A partir desta divisão, é possível saber quantos e quais pontos cada célula possui em seu interior. Estas informações são fundamentais para as etapas seguintes. O algoritmo de mínimos quadrados móveis precisa saber que pontos de amostragem estão próximos de um determinado ponto do plano, e o algoritmo de afinamento digital topológico implementado neste trabalho leva em consideração o número de pontos de amostragem no interior de cada célula.

A segunda etapa é o processamento dos pontos através de projeções MLS. A etapa de pré-processamento visa reduzir ruído dos pontos de amostragem, bem como adequar a densidade de pontos ao nível de detalhe esperado, adicionando ou removendo pontos do conjunto inicial. É importante frisar que o algoritmo implementado é uma aproximação da projeção MLS, de modo a reduzir o custo computacional deste processo. Por outro lado, utilizou-se

um algoritmo adaptativo, que ajusta automaticamente os parâmetros do MLS de modo a obter uma aproximação melhor para a projeção MLS. Também são utilizadas algumas heurísticas para estimar o erro cometido na projeção aproximada de cada ponto e descartar as aproximações com erro muito elevado. O algoritmo implementado apresentou resultados satisfatórios, tanto quanto ao desempenho como quanto ao erro de aproximação.

A terceira etapa parte do conjunto das células que possuem pontos de amostragem em seu interior (células cheias) e faz a esqueletonização deste conjunto de células, obtendo, assim, uma aproximação digital para a curva a ser reconstruída. Este esqueleto é encontrado através do afinamento topológico das células que possuem pontos. A implementação do algoritmo de afinamento é feita de modo que o número de pontos em cada célula seja levado em consideração, removendo primeiro sempre as células com menor número de pontos. Assim, o algoritmo seleciona as células com maior número de pontos em seu interior, e portanto com maior probabilidade de fazer interseção com a curva.

Na quarta etapa, a reconstrução da curva é finalmente realizada. Para tal, parte-se do esqueleto obtido na terceira etapa e constrói-se uma curva linear por partes, onde cada vértice é obtido a partir da projeção MLS do ponto médio de cada célula do esqueleto.

Este trabalho está estruturado do seguinte modo: o capítulo 2 discorre sobre mínimos quadrados móveis, expondo seus conceitos básicos e propriedades, e mostrando alguns aspectos de sua implementação. O capítulo 3 trata das operações morfológicas utilizadas no algoritmo de reconstrução, enfatizando o afinamento topológico digital. Neste capítulo são dadas algumas definições e conceitos teóricos, fala-se sobre o processo de poda e são comparadas três técnicas de implementação de afinamento. O capítulo 4 explica como unir estas técnicas para realizar a reconstrução de curvas. A estrutura de dados utilizada para agrupar os pontos em células também é abordada neste capítulo. O capítulo 5 mostra alguns resultados do algoritmo, através da reconstrução de algumas curvas paramétricas. Finalmente, o capítulo 6 é dedicado às conclusões do trabalho, mostrando suas contribuições, as possibilidades de trabalhos futuros e algumas observações sobre a extensão do algoritmo para a reconstrução de superfícies tridimensionais.