

7 Exemplos

7.1. Introdução

Foram desenvolvidos cinco exemplos para validar o objetivo deste trabalho. São eles:

- Exemplo 1 de uma treliça para determinação do fator de colapso;
- Viga VC-B do exemplo 2 da referência bibliográfica [14];
- Viga VA1-40 do exemplo 3 da referência bibliográfica [18];
- Viga AB, do exemplo 4 da referência bibliográfica [17] – cap.9 – fig.9.14;
- Viga V01 do exemplo 5 da referência bibliográfica [12];

7.2. Exemplo 1

Foi feito um exemplo de uma treliça, para obtenção do fator de colapso.

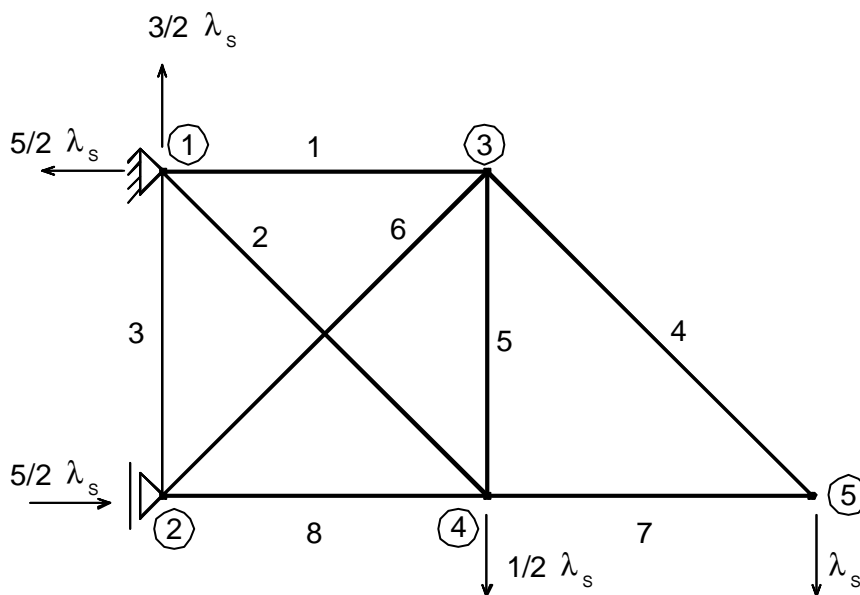
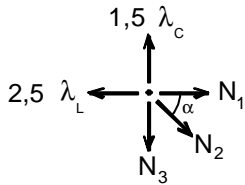


Figura 7.1 – Esquema estrutural do exemplo 1

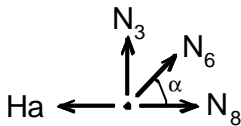
FATOR DE COLAPSO λ_c OBTIDO VIA LINGO:

→ Equilíbrio de nós

• Nó 1

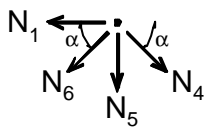
$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_1 + N_2 \cos \alpha - 2,5\lambda_c = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 1,5\lambda_c - N_3 - N_2 \sin \alpha = 0$$

• Nó 2

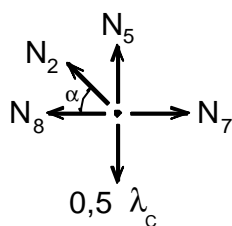
$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_8 + N_6 \cos \alpha - Ha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_3 + N_6 \sin \alpha = 0$$

• Nó 3

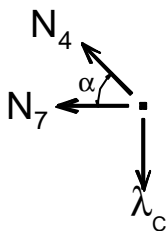
$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_4 \cos \alpha - N_1 - N_6 \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -N_5 - N_4 \sin \alpha - N_6 \sin \alpha = 0$$

• Nó 4

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_7 - N_8 - N_2 \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_5 + N_2 \sin \alpha - 0,5\lambda_c = 0$$

• Nó 5

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_7 - N_4 \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_4 \sin \alpha - \lambda_c = 0$$

Considerando N variando entre os limites de -10 a 10 , obteve-se através do programa Lingo uma carga de colapso $\lambda_c = 5,71$.

TEOREMAS LIMITE

1) Mecanismo 1: colapso das barras 1 e 2

$$N_1 = + S_F$$

$$N_2 = + S_F$$

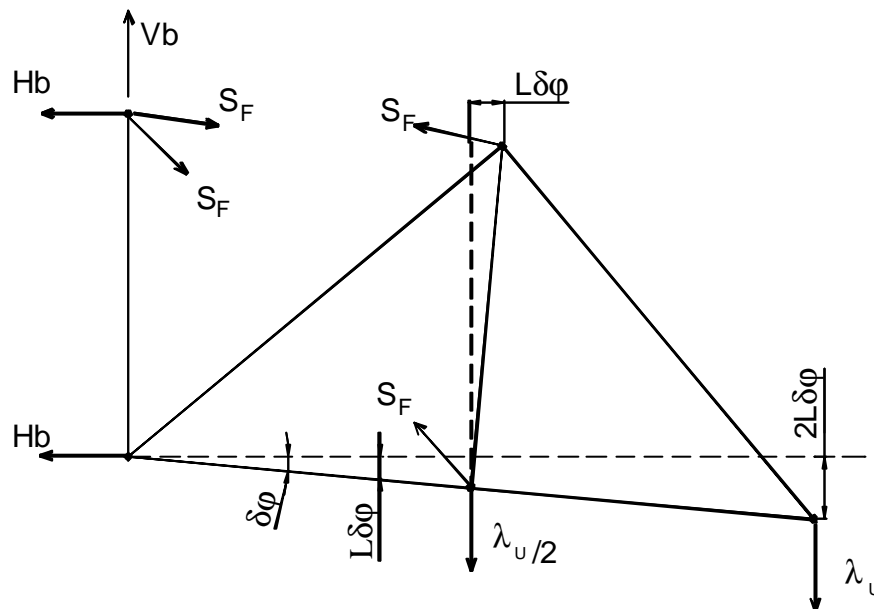
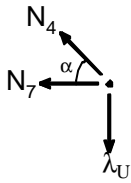


Figura 7.2 – Mecanismo de colapso 1 do exemplo 1

• Nó 1

$\frac{3}{2} \lambda_u$	$\sum F_x = 0 \rightarrow S_F + 0,707 S_F - \frac{5}{2} \lambda_u = 0$
	$\Rightarrow \lambda_u = 0,683 S_F$
$\frac{5}{2} \lambda_s$	$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{3}{2} \lambda_u - N_3 - 0,707 S_F = 0$
	$\Rightarrow N_3 = 0,318 S_F$

Substituindo λ_u

• Nó 5

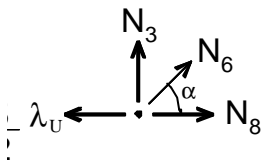
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 0,707 N_4 - \lambda_U = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_U \Rightarrow N_4 = 0,966 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_7 - 0,707 N_4 = 0$$

$$\Rightarrow N_7 = -0,707 N_4$$

$$\text{Substituindo } N_4 \Rightarrow N_7 = -0,683 S_F$$

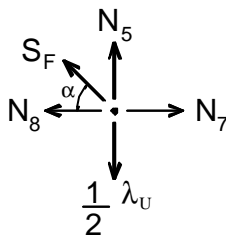
• Nó 2

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_3 + 0,707 N_6 = 0$$

$$\text{Substituindo } N_3 \Rightarrow N_6 = -0,449 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_8 + 0,707 N_6 + \frac{5}{2} \lambda_U = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_U \text{ e } N_6 \Rightarrow N_8 = -1,390 S_F$$

• Nó 4

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_5 + 0,707 S_F - \frac{1}{2} \lambda_U = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_U \Rightarrow N_5 = -0,365 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_7 - N_8 - 0,707 S_F = 0$$

$$\text{Substituindo } N_7 \Rightarrow N_8 = -1,390 S_F$$

Como $S_F = 10$

Forças: N_i / S_F ; $\lambda_U = 0,683 S_F = 6,83$

Pelo Limite Superior, foi utilizado o fator cinemático

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
1,000	1,000	0,318	0,966	-0,365	-0,449	-0,683	-1,390

Foi feita uma aproximação pelo Limite Inferior, considerando campo de tensões estaticamente admissível, foi utilizado um fator estático λ_L

$N_i / 1,39$

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
0,719	0,719	0,228	0,694	-0,263	-0,323	-0,491	-1,000

$$\lambda_L = \frac{6,83}{1,39} = 4,91$$

2) Mecanismo 2: colapso das barras 2 e 6

$$N_2 = + S_F$$

$$N_6 = + S_F$$

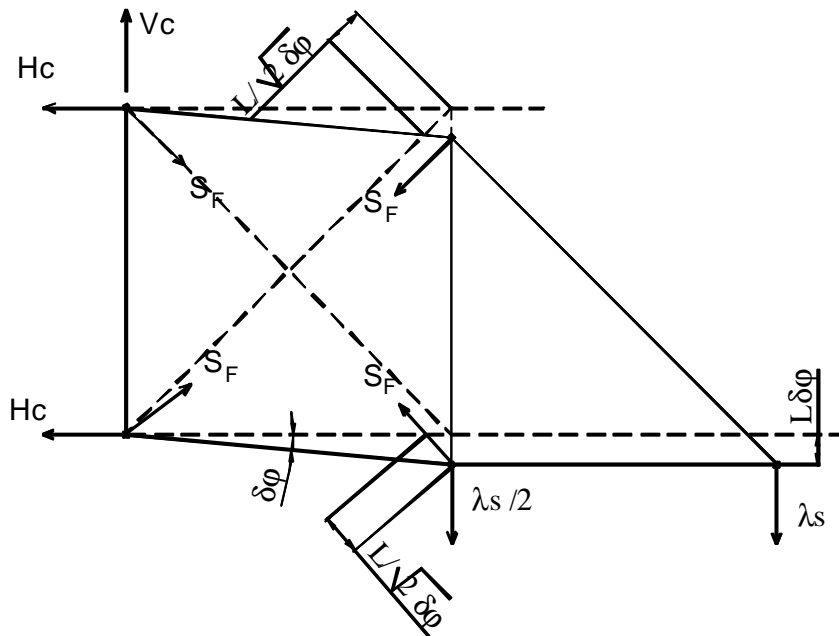
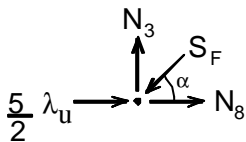


Figura 7.3 – Mecanismo de colapso 2 do exemplo 1

• Nó 2

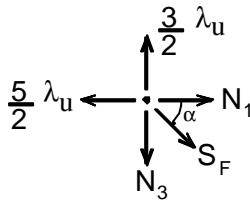
$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_3 - 0,707 S_F = 0$$

$$\Rightarrow N_3 = 0,707 S_F$$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_8 - 0,707 S_F + \frac{5}{2} \lambda_u = 0$$

$$\Rightarrow N_8 = 0,707 S_F - 2,500 \lambda_u$$

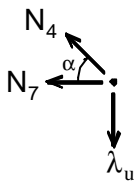
• Nó 1

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{3}{2}\lambda_u - N_3 - 0,707S_F = 0$$

$$\text{Substituindo } N_3 \Rightarrow \lambda_u = 0,943 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_1 + 0,707S_F - \frac{5}{2}\lambda_u = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_s \Rightarrow N_1 = -1,650 S_F$$

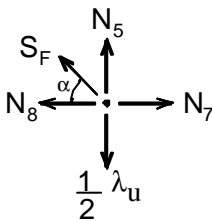
• Nó 5

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 0,707 N_4 - \lambda_u = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_s \Rightarrow N_4 = 1,334 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_7 - 0,707 N_4 = 0$$

$$\text{Substituindo } N_4 \Rightarrow N_7 = -0,942 S_F$$

• Nó 4

$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_5 + 0,707S_F - \frac{1}{2}\lambda_u = 0$$

$$\text{Substituindo } \lambda_s \Rightarrow N_5 = -0,236 S_F$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_7 - N_8 - 0,707S_F = 0$$

$$\text{Substituindo } N_7 \Rightarrow N_8 = 1,650 S_F$$

Como $S_F = 10$

Forças: N_i / S_F ; $\lambda_u = 0,943 S_F = 9,43$

Pelo Limite Superior, foi utilizado o fator cinemático

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
1,650	1,000	0,707	1,334	-0,236	-1,000	-0,942	1,650

Foi feito uma aproximação pelo Limite Inferior, considerando campo de tensões estaticamente admissível, foi utilizado um fator estático λ_L

$N_i / 1,65$

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8
1,000	0,606	0,429	0,808	-0,143	-0,606	-0,571	-1,000

$$\lambda_L = \frac{9,43}{1,65} = 5,71$$

Carga de colapso obtida via Lingo $\rightarrow \lambda_c = 5,71$

Carga de colapso obtida pelo teorema do limite inferior $\rightarrow \lambda_L = 5,71$

7.3. Exemplo 2

Na dissertação de mestrado de Veloso [14], um trabalho experimental para estudar o esforço cortante em vigas de concreto armado, foram ensaiadas quatro vigas simplesmente apoiadas com seção transversal retangular de 12 cm de largura e 40 cm de altura e comprimento total de 3,40 metros. Neste exemplo fez-se o estudo da viga VC-B

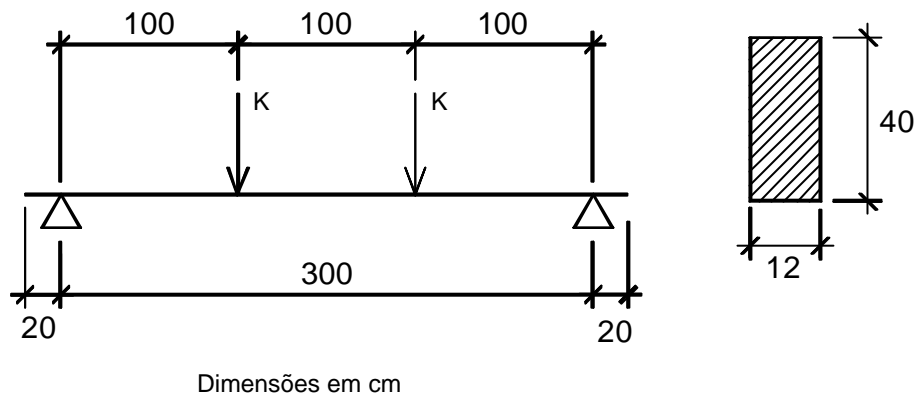


Figura 7.4 – Esquema estrutural da viga do exemplo 2

O esquema estrutural mostra uma das vigas ensaiadas com vão de 3,00 metros e balanços de 20 centímetros em cada extremidade. Foram aplicadas duas cargas concentradas distando 1,00 metro de cada apoio.

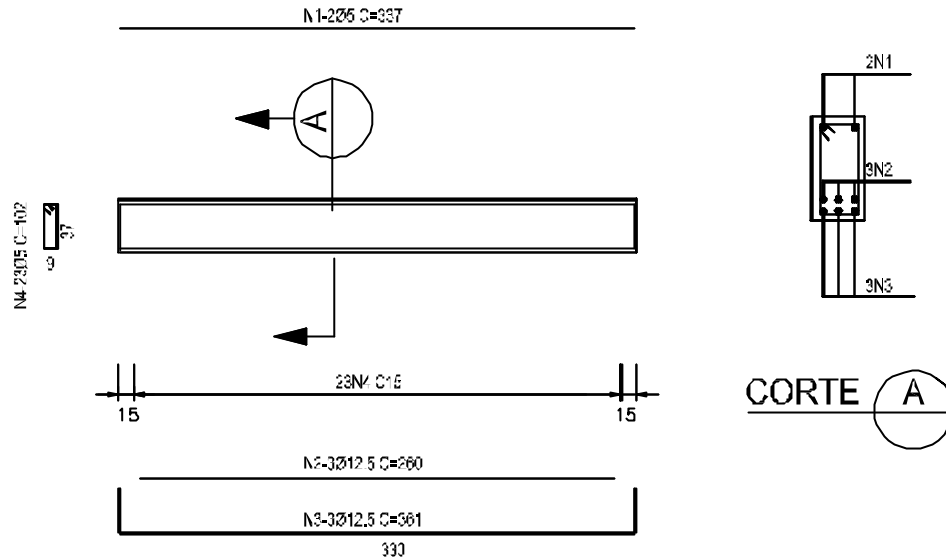


Figura 7.5 – Detalhamento da viga do exemplo 2

Características da viga em questão:

- $L = 300$ cm
- $b_w = 12$ cm
- $h = 40$ cm
- $d' = 4,29$ cm
- $d = 35,71$ cm
- $d'_1 = 2,25$ cm
- $z = 28,87$ cm
- $c = 1,5$ cm (cobrimento utilizado para armação da viga)
- $f_c = 21,4$ MPa
- $f_{ctk} = 1,95$ MPa
- $E_c = 2,77 \times 10^4$ MPa (módulo de elasticidade do concreto)
- $\sigma_e = 538,1$ MPa (tensão de escoamento da armadura principal)
- $\sigma_e = 735,3$ MPa (tensão de escoamento da armadura de alma)
- $A_{s1} = 2 \phi 5$ ($0,4 \text{ cm}^2$)
- $A_{s2} = 6 \phi 12,5$ ($7,6 \text{ cm}^2$)
- $n_{pe} = 2$ pernas
- $A_e = 0,2 \text{ cm}^2$ ($\phi 5$)
- $s = 15$ cm

- $P_u = 99,50 \text{ kN}$ (carga de colapso obtida no ensaio)

$$n_e = \frac{300}{28,87} = 10,39 \approx 10$$

$$a = \frac{300}{10} = 30 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{28,87}{30} = 0,962 \rightarrow \alpha = 43,9^\circ$$

A seguir é apresentado o modelo de bielas e tirantes correspondente à viga, acrescentando o seu peso próprio.

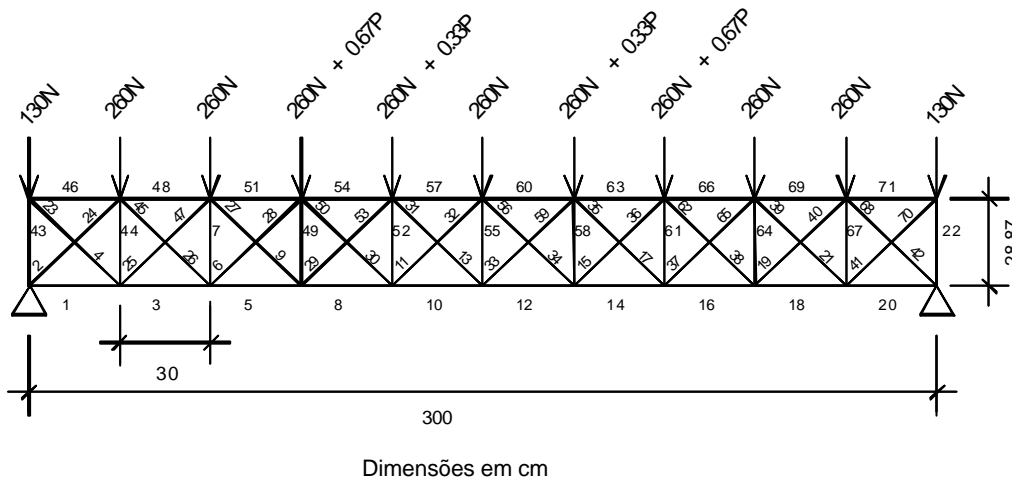


Figura 7.6 – Modelo de bielas e tirantes para o exemplo 2

Com este modelo e após a realização de todas as etapas descritas no Capítulo 6, obtêm-se a carga de colapso e compara-se com o resultado obtido experimentalmente, $P = 99,5 \text{ KN}$.

O resultado numérico é validado pelo ensaio: a viga realmente rompeu por cisalhamento, pois o estribo escoou primeiro. Para efeito de melhor comparação considerou-se a parcela redutora do cortante (V_C) somada à área dos tirantes para obter-se a carga de colapso conforme o ensaio realizado.

Foi realizada uma comparação entre as duas normas (NB-1 1978 e NBR 6118 – 2003) para esta parcela do esforço cortante.

Utilizando a norma de 1978 a viga rompeu por cisalhamento e a carga de colapso foi próxima a carga obtida pelo ensaio. $P_{\text{calculado}}$ (antiga norma) = 89 kN

Utilizando a nova norma a viga também rompeu por cisalhamento. Para esta norma a contribuição da parcela de concreto na resistência ao esforço cortante aumentou, a carga de colapso subiu, o que acabou provocando o escoamento da biela de compressão e a carga de colapso se aproximou mais da carga de colapso da viga ensaiada $P_{\text{calculado}}$ (nova norma) = 104,5 kN.

$$P_{\text{ensaio}} = 99,5 \text{ kN}$$

$$P_{\text{calculado}} \text{ (antiga norma)} = 89 \text{ kN}$$

$$P_{\text{calculado}} \text{ (nova norma)} = 104,5 \text{ kN}$$

Foi feito um quadro resumo para comparação da armadura da viga ensaiada com a armadura otimizada, que é mostrado a seguir.

- Pela antiga norma temos para $P = 89 \text{ kN}$

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{S\text{INICIAL}}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{S\text{OTIMIZADA}}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A46	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A48	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A51	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A54	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A57	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A60	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A63	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A66	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A69	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A71	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A1	7,60	6 ϕ 12.5	1,44	2 ϕ 10	1,60
A3	7,60	6 ϕ 12.5	2,87	4 ϕ 10	3,20
A5	7,60	6 ϕ 12.5	4,30	4 ϕ 12.5	6,00
A8	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A10	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A12	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A14	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A16	7,60	6 ϕ 12.5	4,30	4 ϕ 12.5	6,00
A18	7,60	6 ϕ 12.5	2,87	4 ϕ 10	3,20
A20	7,60	6 ϕ 12.5	1,44	2 ϕ 10	1,60

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A44	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,01	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A7	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,00	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A49	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,33	ϕ 5 c/ 30	0,40
A52	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A55	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A58	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A61	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,33	ϕ 5 c/ 30	0,40
A64	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,00	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A67	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,01	ϕ 5 c/ 12.5	0,96

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm ³)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm ³)
2607,86	1656,60

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 36,5 %.

- Pela antiga norma temos para $P = 104,5 \text{ kN}$

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A46	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A48	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A51	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A54	0,40	2 ϕ 5	0,46	2 ϕ 5	0,40
A57	0,40	2 ϕ 5	1,02	2 ϕ 8	1,00
A60	0,40	2 ϕ 5	1,02	2 ϕ 8	1,00
A63	0,40	2 ϕ 5	0,46	2 ϕ 5	0,40
A66	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A69	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A71	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A1	7,60	6 ϕ 12.5	1,69	2 ϕ 12.5	2,25
A3	7,60	6 ϕ 12.5	3,36	3 ϕ 12.5	3,75
A5	7,60	6 ϕ 12.5	5,03	4 ϕ 12.5	6,00
A8	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	4 ϕ 12.5	6,00
A10	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	4 ϕ 12.5	6,00
A12	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	4 ϕ 12.5	6,00
A14	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	4 ϕ 12.5	6,00
A16	7,60	6 ϕ 12.5	5,03	4 ϕ 12.5	6,00
A18	7,60	6 ϕ 12.5	3,36	3 ϕ 12.5	3,75
A20	7,60	6 ϕ 12.5	1,69	2 ϕ 12.5	2,25

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A44	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A7	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A49	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,39	ϕ 5 c/ 30	0,40
A52	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A55	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A58	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A61	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,39	ϕ 5 c/ 30	0,40
A64	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A67	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm^3)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm^3)
2607,86	1792,32

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 31,3 %.

- Pela nova norma temos para $P = 89$ kN:

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A46	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A48	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A51	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A54	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A57	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 8	0,40
A60	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 8	0,40
A63	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A66	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A69	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A71	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A1	7,60	6 ϕ 12.5	1,44	2 ϕ 10	1,60
A3	7,60	6 ϕ 12.5	2,87	4 ϕ 10	3,20
A5	7,60	6 ϕ 12.5	4,30	4 ϕ 12.5	6,00
A8	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A10	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A12	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A14	7,60	6 ϕ 12.5	4,77	4 ϕ 12.5	6,00
A16	7,60	6 ϕ 12.5	4,30	4 ϕ 12.5	6,00
A18	7,60	6 ϕ 12.5	2,87	4 ϕ 10	3,20
A20	7,60	6 ϕ 12.5	1,44	2 ϕ 10	1,60

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A44	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,01	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A7	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,00	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A49	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,33	ϕ 5 c/ 30	0,40
A52	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A55	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A58	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A61	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,33	ϕ 5 c/ 30	0,40
A64	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,01	ϕ 5 c/ 12.5	0,96
A67	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,00	ϕ 5 c/ 12.5	0,96

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm ³)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm ³)
2607,86	1656,60

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 36,5 %.

- Pela nova norma temos para $P = 104,5$ kN:

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A46	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A48	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A51	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A54	0,40	2 ϕ 5	0,46	2 ϕ 5	0,40
A57	0,40	2 ϕ 5	1,02	2 ϕ 8	1,00
A60	0,40	2 ϕ 5	1,02	2 ϕ 8	1,00
A63	0,40	2 ϕ 5	0,46	2 ϕ 5	0,40
A66	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A69	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40
A71	0,40	2 ϕ 5	0,40	2 ϕ 5	0,40

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A1	7,60	6 ϕ 12.5	1,69	2 ϕ 10	1,60
A3	7,60	6 ϕ 12.5	3,36	3 ϕ 12.5	3,75
A5	7,60	6 ϕ 12.5	5,03	4 ϕ 12.5	5,00
A8	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	3 ϕ 16	6,00
A10	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	3 ϕ 16	6,00
A12	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	3 ϕ 16	6,00
A14	7,60	6 ϕ 12.5	5,59	3 ϕ 16	6,00
A16	7,60	6 ϕ 12.5	5,03	4 ϕ 12.5	5,00
A18	7,60	6 ϕ 12.5	3,36	3 ϕ 12.5	3,75
A20	7,60	6 ϕ 12.5	1,69	2 ϕ 10	1,60

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A44	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A7	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A49	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,39	ϕ 5 c/ 30	0,40
A52	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A55	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A58	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,23	ϕ 5 c/ 30	0,40
A61	0,80	ϕ 5 c/ 15	0,39	ϕ 5 c/ 30	0,40
A64	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20
A67	0,80	ϕ 5 c/ 15	1,18	ϕ 5 c/ 10	1,20

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm^3)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm^3)
2607,86	1693,32

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 35,1 %.

7.4.

Exemplo 3

Na dissertação de mestrado de Cruz [18], um trabalho experimental para estudar a capacidade de redistribuição de esforços em vigas contínuas foi ensaiada uma viga contínua com seção transversal retangular de 15 cm de largura e 35 cm de altura e comprimento total de 8,50 metros.

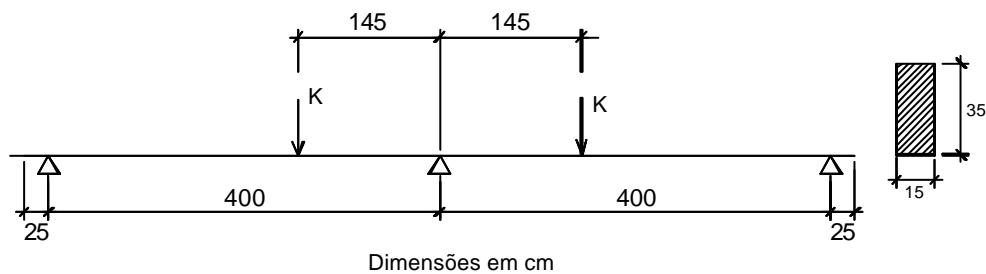


Figura 7.7 – Esquema estrutural da viga do exemplo 3

O esquema estrutural mostra uma viga contínua com dois vãos de 4,00 metros. Em cada vão foi aplicada uma carga concentrada distando 1,45 metros do apoio central.

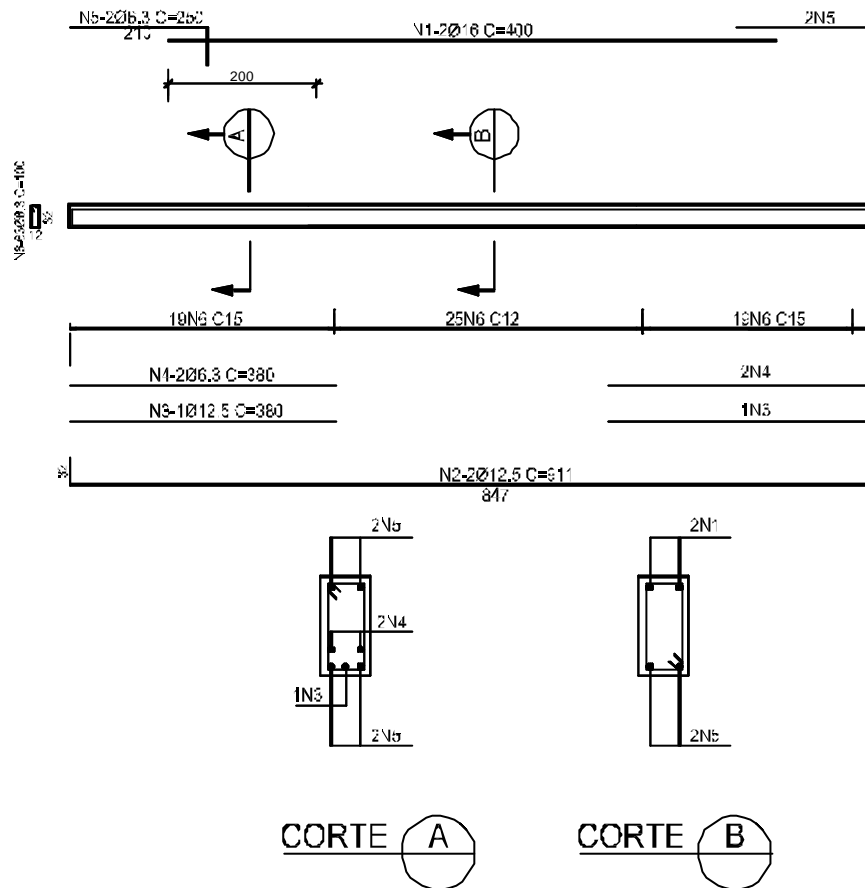


Figura 7.8 – Detalhamento da viga do exemplo 3

Para efeito de comparação, foi utilizado o mecanismo de colapso desta viga para encontrar a carga de colapso, pois no ensaio a viga não foi levada ao colapso, só chegou-se à carga do início do escoamento da armadura positiva, que foi chamada de P_u e tinha valor de 119,9kN.

Para o nosso modelo, como a viga é totalmente simétrica, foi considerada somente um trecho da viga, como sendo engastada e apoiada, conforme a figura a seguir.

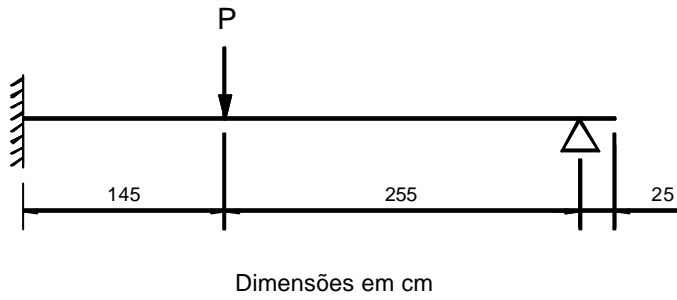


Figura 7.9 – Modo simplificado do esquema estrutural

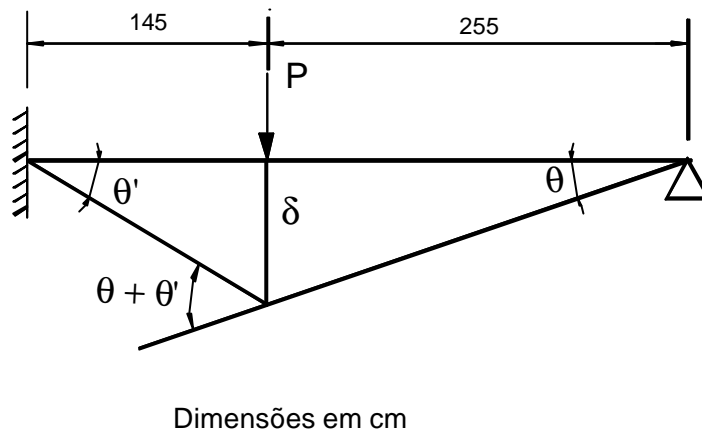


Figura 7.10 – Mecanismo de colapso do exemplo 3

Cálculo do mecanismo de colapso da viga:

$$\frac{\theta'}{255} = \frac{\theta}{145}$$

$$\frac{\theta'}{\theta} = \frac{255}{145} = 1,76$$

$$\theta' = 1,76\theta$$

$$\theta' + \theta = 2,76\theta$$

$$P(255\theta) - M_{LIM}\theta' - 2,76M_{LIM}\theta = 0$$

$$P(255\theta) - M_{LIM}(1,76\theta) - 2,76M_{LIM}\theta = 0$$

$$P(255) - 4,52M_{LIM} = 0$$

$$P = \frac{4,52}{255} M_{LIM} = 0,018 \times M_{LIM}$$

Características da viga em questão:

- $L = 400$ cm
- $b_w = 15$ cm
- $h = 35$ cm
- $d' = 3,07$ cm
- $d'_1 = 3,73$ cm
- $d = 31,93$ cm
- $z = 28,61$ cm
- $c = 1,5$ cm
- $f_c = 40,8$ MPa
- $f_{ctk} = 2,92$ MPa
- $\sigma_e = 547$ MPa (barra ϕ 16 mm)
- $\sigma_e = 580$ MPa (barra ϕ 12,5 mm)
- $\sigma_e = 647$ MPa (barra ϕ 6,3 mm)
- $A_{s1} = 2 \phi 16$ ($4,0$ cm²)
- $A_{s2} = 3 \phi 12,5 / 2 \phi 6,3$ ($0,64$ cm²)
- $n_{pe} = 2$ pernas
- $A_e = 0,32$ (ϕ 6,3)
- $s = 15 / 12$ cm
- $P_{LIM} = 0,018 \times M_{lim}$ (carga obtida pelo mecanismo formado pelas articulações plásticas)

$$n_e = \frac{400}{28,61} = 13,98 \cong 14$$

$$a = \frac{400}{14} = 28,57 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{28,61}{28,57} = 1,0014 \rightarrow \alpha = 45,04^\circ$$

$$A_s = 2\phi 16 = 4,0 \text{ cm}^2 \rightarrow f_{yd} = 547 \text{ MPa} = 54,7 \text{ KN/cm}^2$$

$$F_y = A_s \times f_{yd} = 4 \times 54,7 = 218,8 \text{ kN}$$

$$M_{LIM} = F_y \times z = 218,8 \times 28,61 = 6259,87 \text{ kN.cm}$$

$$P_{LIM} = 0,018 \times 6259,87 = 112,7 \text{ kN}$$

A seguir é apresentado o modelo de bielas e tirantes correspondente à viga, sem acrescentar o seu peso próprio, já que a carga de colapso é para ser comparada com o cálculo do mecanismo de colapso. E neste cálculo foi desprezado o peso próprio da viga.

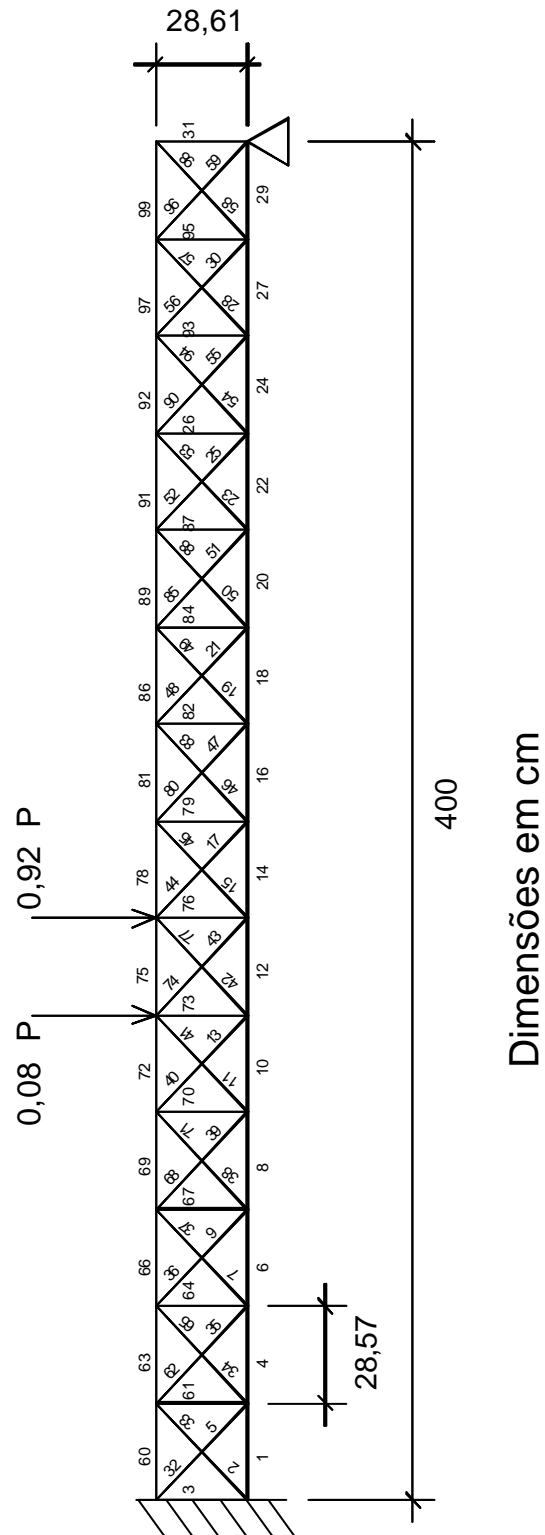


Figura 7.11 – Modelo de bielas e tirantes para o exemplo 3

Após a modelagem da viga e a realização de todas as etapas descritas no Capítulo 6, para se obter a carga de colapso, compara-se com o resultado calculado anteriormente $P = 112,7$ kN.

Verificou-se que a carga de colapso aproximou-se da calculada pelo mecanismo, mas não foi maior do que a P_u medida no ensaio.

Carga obtida pelo mecanismo de colapso $\rightarrow P = 112,7$ kN

Carga obtida numericamente $\rightarrow P = 112,4$ kN

- Pela nova norma temos para $P = 112,4$ kN:

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A60	4,00	2 ϕ 16	3,89	4 ϕ 12.5	5,00
A63	4,00	2 ϕ 16	2,79	3 ϕ 12.5	3,75
A66	4,00	2 ϕ 16	1,69	3 ϕ 10	2,40
A69	4,00	2 ϕ 16	0,79	2 ϕ 8	1,00
A72	4,00	2 ϕ 16	0,79	2 ϕ 8	1,00
A75	4,00	2 ϕ 16	0,79	2 ϕ 8	1,00
A78	4,00	2 ϕ 16	0,79	2 ϕ 8	1,00
A81	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A86	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A89	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A91	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A92	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A97	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00
A99	0,64	2 ϕ 6.3	0,79	2 ϕ 8	1,00

BARRAS INFERIORES					
	AS _{INICIAL} (cm ²)	As (bitola)	AS _{OTIMIZADA} (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A1	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	5,00
A4	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	1,00
A6	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	1,00
A8	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	1,00
A10	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	1,80	2 φ 12.5	2,50
A12	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	2,90	4 φ 10	3,20
A14	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	2,90	4 φ 10	3,20
A16	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	2,54	4 φ 10	3,20
A18	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	2,17	3 φ 10	2,40
A20	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	1,81	3 φ 10	2,40
A22	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	1,45	2 φ 10	1,60
A24	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	1,09	2 φ 8	1,00
A27	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	1,00
A29	4,39	2 φ 12.5 + 2 φ 6.3	0,79	2 φ 8	1,00

BARRAS VERTICAIS					
	AS _{INICIAL} (cm ²)	As (bitola)	AS _{OTIMIZADA} (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A61	1,52	φ 6.3 c/ 12	1,10	φ 6.3 c/ 15	1,22
A64	1,52	φ 6.3 c/ 12	1,10	φ 6.3 c/ 15	1,22
A67	1,52	φ 6.3 c/ 12	1,10	φ 6.3 c/ 15	1,22
A70	1,52	φ 6.3 c/ 12	1,10	φ 6.3 c/ 15	1,22
A73	1,52	φ 6.3 c/ 12	0,99	φ 6.3 c/ 15	1,22
A76	1,52	φ 6.3 c/ 12	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A79	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A82	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A84	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A87	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A26	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A93	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61
A95	1,22	φ 6.3 c/ 15	0,47	φ 6.3 c/ 30	0,61

VOLUME DE ARMADURA	
V _{INICIAL} (cm ³)	V _{OTIMIZADA} (cm ³)
3189,12	1789,78

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 43,9 %.

**7.5.
Exemplo 4**

Neste exemplo foi considerada uma viga dada no livro do Timoshenko [17] engastada e apoiada com duas cargas concentradas conforme mostra a Fig 7.12.

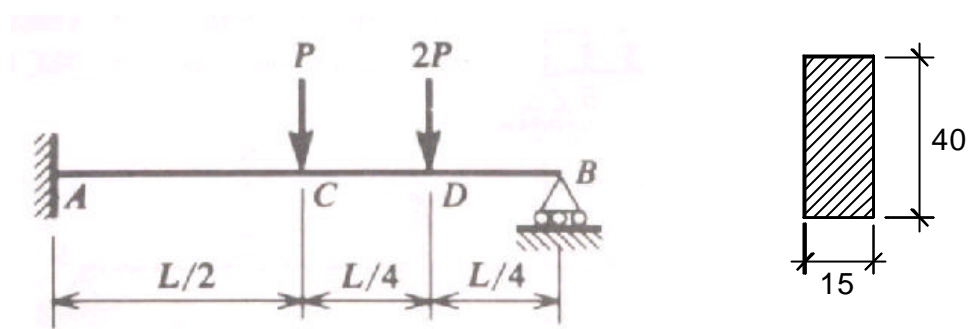


Figura 7.12 – Esquema estrutural da viga do exemplo 4

Foi considerada uma viga apoiada e engastada com seção transversal retangular de 15 cm de largura e 40 cm de altura e comprimento total de 4,00 metros. Foram aplicadas duas cargas concentradas, conforme mostra Fig. 7.12.

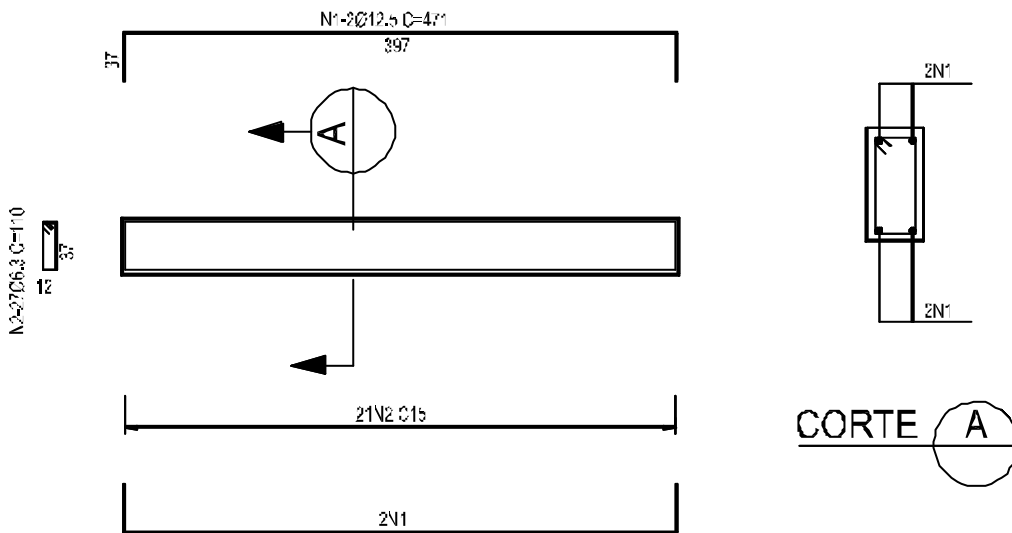


Figura 7.13 – Detalhamento da viga do exemplo 4

Para efeito de comparação da carga de colapso supôs-se inicialmente diversos mecanismos de colapso possíveis para a viga. De acordo com o teorema

do limite superior a menor carga indica o mecanismo de colapso mais correto. Estes mecanismos são apresentados abaixo.

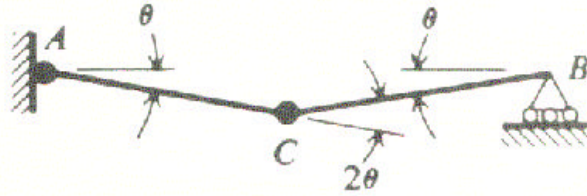


Figura 7.14 – Mecanismo de colapso 1 do exemplo 4

$$P\left(\frac{\theta L}{2}\right) + 2P\left(\frac{\theta L}{4}\right) - M_{LIM}(\theta) - M_{LIM}(2\theta) = 0$$

$$2P\theta L + 2P\theta L - 4M_{LIM}\theta - 8M_{LIM}\theta = 0$$

$$4P\theta L = 12M_{LIM}\theta$$

$$P = 3 \frac{M_{LIM}}{L}$$

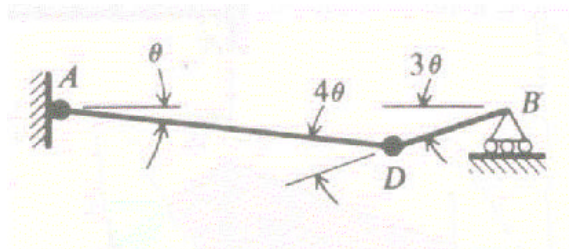


Figura 7.15 – Mecanismo de colapso 2 do exemplo 4

$$P\left(\frac{\theta L}{2}\right) + 2P\left(\frac{3\theta L}{4}\right) - M_{LIM}(\theta) - M_{LIM}(4\theta) = 0$$

$$2P\theta L + 6P\theta L - 4M_{LIM}\theta - 16M_{LIM}\theta = 0$$

$$8P\theta L = 20M_{LIM}\theta$$

$$P = \frac{5}{2} \frac{M_{LIM}}{L}$$

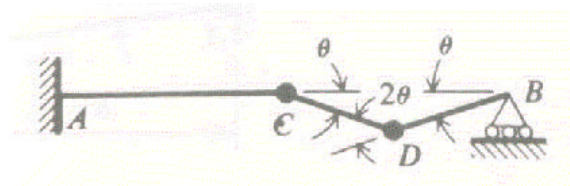


Figura 7.16 – Mecanismo de colapso 3 do exemplo 4

$$2P\left(\frac{\theta L}{4}\right) - 3M_{LIM}(\theta) = 0$$

$$2P\theta L - 12M_{LIM}\theta = 0$$

$$2P\theta L = 12M_{LIM}\theta$$

$$P = 6 \frac{M_{LIM}}{L}$$

Dos três mecanismos apresentados, a menor carga de colapso é:

$$P = \frac{5}{2} \frac{M_{LIM}}{L}$$

Características da viga em questão:

- $L = 400$ cm
- $b_w = 15$ cm
- $h = 40$ cm
- $d' = 2,63$ cm
- $d'_1 = 2,75$ cm
- $d = 37,37$ cm
- $z = 33,48$ cm
- $c = 1,5$ cm (cobrimento utilizado para armação da viga)
- $f_c = 20$ MPa
- $f_{ctk} = 1,55$ MPa
- $E_c = 2,77 \times 10^4$ MPa (módulo de elasticidade do concreto)
- $\sigma_e = 500$ MPa (tensão de escoamento da armadura principal)
- $\sigma_e = 500$ MPa (tensão de escoamento da armadura de alma)
- $A_{s1} = 2 \phi 12,5$ ($2,5$ cm²)
- $A_{s2} = 2 \phi 12,5$ ($2,5$ cm²)
- $n_{pe} = 2$ pernas
- $A_e = 0,32$ ($\phi 6,3$)
- $s = 15$ cm
- $P_u = \frac{5M_{lim}}{2L}$ (carga obtida pelo mecanismo formado pelas articulações plásticas)

$$n_c = \frac{400}{33,48} = 11,94 \approx 12$$

$$a = \frac{400}{12} = 33,33\text{cm}$$

$$\tan \mathbf{a} = \frac{33,48}{33,33} = 1,005 \rightarrow \mathbf{a} = 45,13^\circ$$

$$A_s = 2\phi 12,5 \rightarrow 2,5\text{cm}^2$$

$$f_{yd} = 500\text{MPa} = 50\text{KN/cm}^2$$

$$F_y = A_s \times f_{yd} = 50000 \times 2,5 = 125000\text{N}$$

$$M_{lim} = F_y \times z = 125000 \times 33,48 = 4185000\text{N.cm}$$

A seguir é apresentado o modelo de bielas e tirantes correspondente a viga, sem acrescentar o seu peso próprio, já que a carga de colapso é para ser comparada com o cálculo do mecanismo de colapso. E neste cálculo foi desprezado o peso próprio da viga.

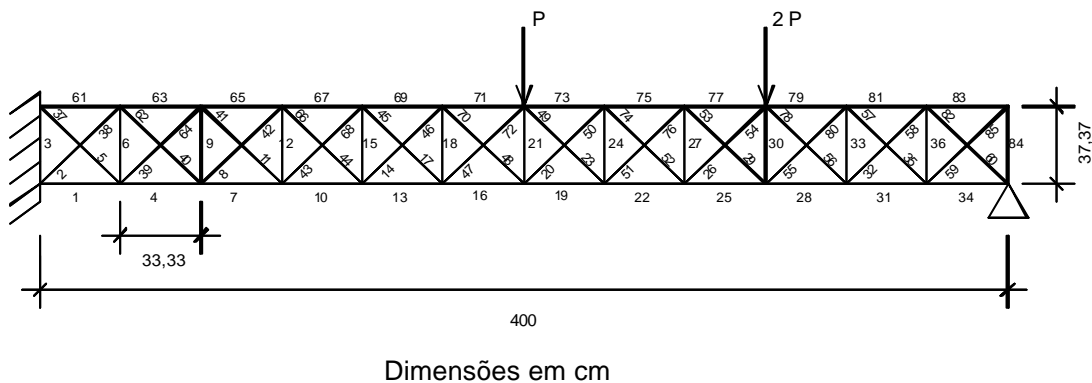


Figura 7.17 – Modelo de bielas e tirantes para o exemplo 4

$$P_u = \frac{5M_{lim}}{2L} = \frac{5(4185000)}{2(400)} = 26156,25\text{N}$$

Para efeito de comparação, foi utilizado o mecanismo de colapso desta viga e encontrada a carga de colapso.

Carga obtida pelo mecanismo de colapso $\rightarrow P = 26,2\text{ KN}$

Carga obtida numericamente $\rightarrow P = 25,2\text{ KN}$

- Pela nova norma temos para $P = 25,2 \text{ kN}$:

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A61	2,50	2 ϕ 12.5	2,11	2 ϕ 12.5	2,50
A63	2,50	2 ϕ 12.5	1,50	2 ϕ 10	1,60
A65	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A67	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A69	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A71	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A73	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A75	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A77	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A79	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A81	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A83	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A1	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A4	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A7	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A10	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00
A13	2,50	2 ϕ 12.5	0,91	2 ϕ 8	1,00
A16	2,50	2 ϕ 12.5	1,51	2 ϕ 8	1,00
A19	2,50	2 ϕ 12.5	1,69	2 ϕ 8	1,00
A22	2,50	2 ϕ 12.5	1,86	2 ϕ 8	1,00
A25	2,50	2 ϕ 12.5	2,04	2 ϕ 12.5	2,50
A28	2,50	2 ϕ 12.5	2,04	2 ϕ 12.5	2,50
A31	2,50	2 ϕ 12.5	1,36	2 ϕ 10	1,60
A34	2,50	2 ϕ 12.5	0,90	2 ϕ 8	1,00

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A6	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,61	φ 6.3 c/ 30	0,71
A9	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,61	φ 6.3 c/ 30	0,71
A12	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,61	φ 6.3 c/ 30	0,71
A15	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,61	φ 6.3 c/ 30	0,71
A18	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,61	φ 6.3 c/ 30	0,71
A21	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,44	φ 6.3 c/ 30	0,71
A24	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,44	φ 6.3 c/ 30	0,71
A27	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,44	φ 6.3 c/ 30	0,71
A30	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,44	φ 6.3 c/ 30	0,71
A33	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,68	φ 6.3 c/ 30	0,71
A36	1,42	φ 6.3 c/ 15	0,68	φ 6.3 c/ 30	0,71

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm ³)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm ³)
2522,76	1251,38

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 50,4 %.

7.6. Exemplo 5

Neste exemplo foi considerada uma viga bi-apoiada dimensionada no trabalho da referência [12] com uma sobrecarga de 22 kN/m conforme mostra a figura que se segue.

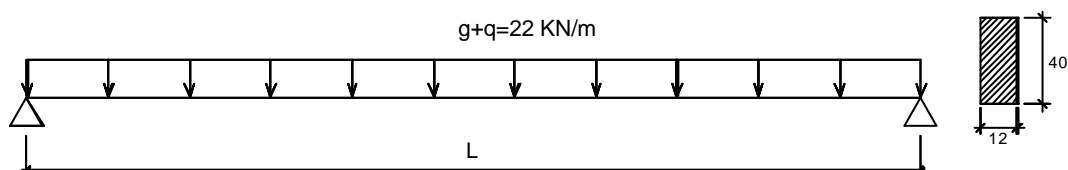


Figura 7.18 – Esquema estrutural da viga do exemplo 5

O objetivo deste exemplo foi somente realizar o dimensionamento ótimo em virtude de não se ter o valor da carga de colapso.

Trata-se de uma viga bi-apoiada com seção transversal retangular de 12 cm de largura e 40 cm de altura e comprimento total de 3,60 metros.

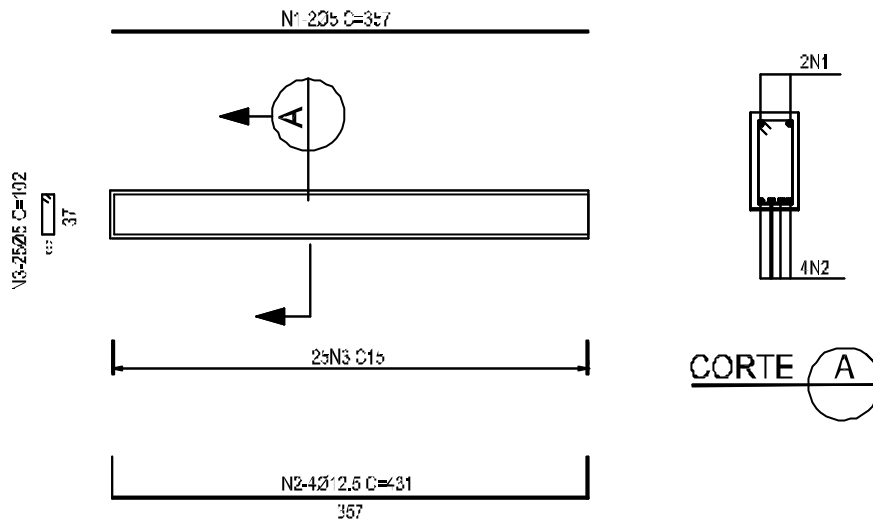


Figura 7.19 – Detalhamento da viga do exemplo 5

Características da viga em questão:

- $L = 360$ cm
- $b_w = 12$ cm
- $h = 40$ cm
- $d' = 3,25$ cm
- $d'_1 = 2,25$ cm
- $d = 36,75$ cm
- $z = 32,93$ cm
- $c = 1,5$ cm (cobrimento utilizado para armação da viga)
- $f_c = 15$ MPa
- $f_{ctk} = 1,28$ MPa
- $E_c = 2,77 \times 10^4$ MPa (módulo de elasticidade do concreto)
- $\sigma_e = 500$ MPa (tensão de escoamento da armadura principal)
- $\sigma_e = 500$ MPa (tensão de escoamento da armadura de alma)
- $As_1 = 2 \phi 5$ ($0,4$ cm²)
- $As_2 = 4 \phi 12,5$ ($5,0$ cm²)
- $n_{pe} = 2$ pernas
- $A_e = 0,2$ ($\phi 5$)
- $s = 20$ cm

$$n_c = \frac{360}{32,93} = 10,93 \approx 11$$

$$a = \frac{360}{11} = 32,73 \text{ cm}$$

$$\tan \mathbf{a} = \frac{32,93}{32,73} = 1,006 \rightarrow \mathbf{a} = 45,17^\circ$$

$$g + q = 22 \text{ kN/m}$$

$$g = 0,12 \times 0,40 \times 25 = 1,2 \text{ kN/m}$$

$$q = 22 - 1,2 = 20,8 \text{ kN/m}$$

$$P_p \rightarrow 20800 \times 0,3273 = 6810 \text{ N}$$

A seguir é apresentado o modelo de bielas e tirantes correspondente a viga.

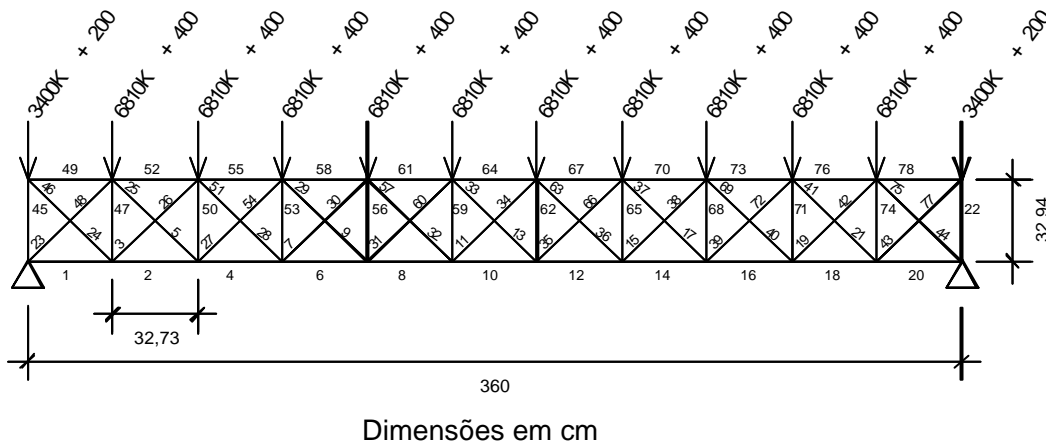


Figura 7.20 – Modelo de bielas e tirantes para o exemplo 5

Depois de feito este modelo e realizadas todas as etapas para se obter a carga de colapso e após feito o dimensionamento ótimo pudemos comparar a armadura da viga em questão com a já otimizada.

Fator de colapso obtido numericamente $\rightarrow K = 1,73$

- Pela nova norma temos para $K = 1,65$

BARRAS SUPERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A49	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A52	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A55	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A58	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A61	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A64	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A67	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A70	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A73	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A76	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00
A78	0,40	2 ϕ 5	0,72	2 ϕ 8	1,00

BARRAS INFERIORES					
	$A_{SINICIAL}$ (cm^2)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm^2)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm^2)
A1	5,00	4 ϕ 12.5	1,06	2 ϕ 8	1,00
A2	5,00	4 ϕ 12.5	1,73	2 ϕ 12.5	2,50
A4	5,00	4 ϕ 12.5	2,31	2 ϕ 12.5	2,50
A6	5,00	4 ϕ 12.5	2,70	4 ϕ 10	3,20
A8	5,00	4 ϕ 12.5	2,90	4 ϕ 10	3,20
A10	5,00	4 ϕ 12.5	2,90	4 ϕ 10	3,20
A12	5,00	4 ϕ 12.5	2,90	4 ϕ 10	3,20
A14	5,00	4 ϕ 12.5	2,70	4 ϕ 10	3,20
A16	5,00	4 ϕ 12.5	2,31	2 ϕ 12.5	2,50
A18	5,00	4 ϕ 12.5	1,73	2 ϕ 12.5	2,50
A20	5,00	4 ϕ 12.5	1,06	2 ϕ 8	1,00

BARRAS VERTICAIS					
	$A_{SINICIAL}$ (cm ²)	As (bitola)	$A_{SOTIMIZADA}$ (cm ²)	As (bitola)	As (otimizado por bitola - cm ²)
A47	0,65	φ 5 c/ 20	0,87	φ 5 c/ 15	0,87
A50	0,65	φ 5 c/ 20	0,58	φ 5 c/ 20	0,65
A53	0,65	φ 5 c/ 20	0,39	φ 5 c/ 30	0,45
A56	0,65	φ 5 c/ 20	0,29	φ 5 c/ 30	0,45
A59	0,65	φ 5 c/ 20	0,29	φ 5 c/ 30	0,45
A62	0,65	φ 5 c/ 20	0,29	φ 5 c/ 30	0,45
A65	0,65	φ 5 c/ 20	0,29	φ 5 c/ 30	0,45
A68	0,65	φ 5 c/ 20	0,39	φ 5 c/ 30	0,45
A71	0,65	φ 5 c/ 20	0,58	φ 5 c/ 20	0,65
A74	0,65	φ 5 c/ 20	0,87	φ 5 c/ 15	0,87

VOLUME DE ARMADURA	
$V_{INICIAL}$ (cm ³)	$V_{OTIMIZADA}$ (cm ³)
2158,21	1465,49

Pode-se observar que o volume de armadura se reduziu em 32,1 %.