

1 Introdução

O trabalho pioneiro de Green & Adkins (1960) em elasticidade não-linear tem sido tomado como base para a análise de membranas sob grandes deformações. Desde então muitas pesquisas têm sido desenvolvidas neste campo, muitas delas relacionadas com o equilíbrio e estabilidade de membranas cilíndricas e esféricas submetidas a pressão e cargas agindo ao longo do contorno (Corneliussen & Schild, 1961; Alexander, 1971; Haughton & Ogden, 1978; Ratner, 1985; Li & Steigmann, 1993; Haseganu & Steigmann, 1994; Chen, 1995). Na maioria destes estudos são empregados métodos numéricos e, para carregamentos e geometrias bastante simples, têm-se também alguns estudos com soluções analíticas. É relevante notar que o número de contribuições experimentais para esta classe de problemas é pequeno, quando comparado às contribuições teóricas e numéricas. Entre as investigações experimentais nesta área de pesquisa, pode-se mencionar os trabalhos de Green & Adkins (1970), Alexander (1971), Pamplona e Bevilacqua (1992) e, mais recentemente, Pamplona et al (2001).

A análise de grandes deformações de membranas preenchidas com fluidos não é tão comum, entretanto há algumas contribuições importantes como as de Yu e Valanis (1970) e Boyer e Gutkowski (1970) e, mais recentemente, o trabalho de Haughton (1996). A análise linear de pequenas deformações de membranas preenchidas com fluidos é mais comum na literatura (Ohyama, 1989; Zhai, 1995).

Para membranas de elastômeros ou certos tecidos biológicos, quando a espessura é muito pequena, tem-se apenas tensões de membrana não compressivas. Tem-se assim uma membrana ideal que pode ser modelada usando-se a chamada teoria de membrana (Green e Adkins, 1960). À medida que a espessura cresce, a membrana passa a suportar pequenos níveis de tensão devidos a compressão e flexão. Neste caso a estrutura deve ser modelada como uma casca esbelta ou espessa, dependendo da relação (espessura/raio de curvatura mínimo) (Calladine, 1988; Valid, 1995). Quando esta relação é menor que 1/50 a maioria dos autores considera que a casca é fina, caso contrário, é considerada espessa.

Nesta tese tem-se como objetivo estudar o equilíbrio e estabilidade de membranas e cascas de material hiperelástico sob vários tipos de carregamento, em particular membranas e cascas sujeitas a pressões uniformes ao longo da sua superfície e carga de bordo, tais como forças de tração. Estas estruturas podem apresentar problemas de instabilidade que ocorrem usualmente com uma súbita mudança de forma. A estabilidade do estado de equilíbrio de sistemas mecânicos conservativos pode ser investigada por meio dos métodos da energia, pelo método do equilíbrio adjacente ou através de critérios dinâmicos (Croll e Walker, 1972, Thompson e Hunt, 1984, Bazan e Cedolin, 1970)

Segundo o método da energia, a instabilidade ocorre quando a variação da energia potencial, medida a partir da configuração de equilíbrio de referência cuja estabilidade se deseja analisar, passa a não ser mais positiva definida para pelo menos um campo de deslocamentos cinematicamente admissível. Uma clara exposição do método de energia e do equilíbrio adjacente para sistemas discretos pode ser encontrada, por exemplo, em Ziegler (1953), Caughey & Shield (1968), Liapaunov (1947) e Chetayev (1961). A condição da variação da energia ser sempre positiva é suficiente para garantir a estabilidade da configuração analisada, como mostrado por Shield (1965).

A estabilidade de membranas de materiais hiperelásticos, em particular de membranas fabricadas com elastômeros, tem sido estudada no Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, como parte das linhas de pesquisa em Biomecânica e Instabilidade e Dinâmica das Estruturas. Resultados recentes obtidos por Pamplona et al. (2001) mostram, por exemplo, que membranas cilíndricas sob tração, ao serem preenchidas com fluido, atingem um volume crítico, ou altura de líquido crítica. Neste momento a configuração axissimétrica atinge um ponto limite e, após atingir este ponto, a altura de líquido permanece constante ou decresce vagarosamente com aumento do volume de fluido. Continuando a acrescentar líquido, chega-se a um ponto em que a membrana atinge um outro volume crítico onde perde sua forma axissimétrica. Recentemente foram também iniciadas pesquisas em tubos espessos de material hiperelástico, em uma tentativa de entender e modelar a formação de aneurismas.

Alguns resultados experimentais para cascas cilíndricas de material hiperelástico foram obtidos por Kyriakides e Chang (1981). Eles mostraram que em um tubo cilíndrico tracionado, quando submetido a uma pressão interna

uniforme, primeiramente ocorre um acréscimo uniforme do raio, mas, com o acréscimo de pressão interna, a configuração cilíndrica torna-se instável e um bulbo local aparece em algum lugar ao longo do comprimento do tubo; o que ocorre, por exemplo, durante a formação de aneurismas. Resultados experimentais obtidos no presente trabalho mostram que, quando ocorre a formação do bulbo, há um súbito decréscimo da pressão interna. Este comportamento é conhecido na literatura técnica como flambagem local ou localização (“localization”) (Tvergaard e Needleman, 1980).

Estes estudos mostram claramente que membranas e cascas de material hiperelástico quando submetidas a pressões internas podem apresentar certos fenômenos de instabilidade bastante peculiares. O objetivo deste trabalho é analisar de forma detalhada alguns destes casos.

Como mencionado anteriormente, raros são os problemas envolvendo grandes deformações que podem ser resolvidos de forma analítica (Green e Adkins, 1960). Na maioria dos casos é necessário o uso de métodos numéricos para se obter resultados confiáveis sobre o comportamento de membranas e cascas. Mas o uso de métodos numéricos requer uma formulação precisa das não-linearidades e da lei constitutiva do material. Em virtude destas dificuldades, resultados experimentais são imprescindíveis para escolher leis constitutivas adequadas dentre aquelas sugeridas na literatura. Tendo por base uma lei constitutiva, pode-se calibrar os programas computacionais e identificar certos fenômenos não-lineares característicos de uma certa classe de problemas. Problemas estes muitas vezes não observados em virtude de deficiências de modelagem na análise numérica.

1.1. Objetivo da Tese

Neste trabalho deseja-se investigar, numérica e experimentalmente, o comportamento não-linear de membranas e cascas cilíndricas espessas de material hiperelástico sob a ação de cargas de bordo de tração e submetidas à pressão

interna uniforme. A análise destes casos de carregamento permitirá o entendimento de vários problemas práticos.

Na formulação teórica do problema, considera-se que a estrutura é fabricada com um elastômero, sendo este material considerado como incompressível, homogêneo e isotrópico (Treolar, 1975). Para descrever o comportamento deste tipo de material sob grandes deformações, usa-se, em geral, as leis constitutivas denominadas de Neo-Hookeana ou de Mooney-Rivlin (Green & Adkins, 1960); outra lei constitutiva também utilizada para este tipo de material é a chamada lei constitutiva de Ogden (Ogden, 1972) que tem sido usada tanto para materiais elastoméricos incompressíveis quanto para aqueles levemente compressíveis. Estas leis constitutivas têm também sido usadas para modelar certos tecidos biológicos em virtude da existência de certas similaridades entre materiais poliméricos e tecidos vivos (Fung, 1981). Na análise experimental, esta geometria e estes tipos de carregamento citados são investigados e os resultados são comparados com os resultados obtidos através da solução numérica das equações não-lineares de equilíbrio usando-se o algoritmo de Runge-Kutta (Keller, 1968) juntamente com o método de Newton-Raphson e algoritmos de continuação (Press, Flannery, Teukolsky, Vetterling, 1999), como também com os resultados obtidos através do programa de elementos finitos ABAQUS, o qual tem sido amplamente utilizado em pesquisas de caráter numérico (Hibbitt, Karlsson & Sorensen, 2001).

1.2. Organização do Texto

No Capítulo 2 é descrita, de forma sucinta, a formulação não-linear de membranas que é aqui utilizada para o estudo do equilíbrio e estabilidade de membranas de forma qualquer. São discriminadas as equações necessárias a este estudo e relacionadas as possíveis condições de contorno a serem consideradas. É feita, também, uma particularização da formulação apresentada no item anterior para o caso de membranas de forma cilíndrica submetidas a forças de tração axial e pressão interna uniforme, geometria a ser analisada nos ensaios experimentais.

No capítulo 3 é apresentado o desenvolvimento de ensaios experimentais preliminares para a escolha da lei constitutiva e determinação das constantes elásticas do material. São também apresentados os procedimentos e aparatos utilizados na realização dos ensaios de laboratório para membranas e cascas cilíndricas hiperelásticas.

No capítulo 4 são apresentados os métodos numéricos utilizados para a solução dos sistemas de equações obtidos no Capítulo 2 (caso particular de membrana cilíndrica sob ação de forças de tração axial e pressão interna). São descritos os métodos de solução através da integração numérica das equações diferenciais de equilíbrio como também a utilização do programa de elementos finitos ABAQUS tanto para membranas quanto cascas hiperelásticas.

No capítulo 5 são apresentados alguns dos fenômenos de perda de estabilidade para membranas, obtidos através de ensaios experimentais e da análise por elementos finitos utilizando-se o programa ABAQUS. Um estudo paramétrico da variação da carga crítica com os parâmetros da membrana (raio, espessura e comprimento) é apresentado.

No capítulo 6 é feita uma análise paramétrica detalhada das soluções obtidas através dos ensaios experimentais e do programa de elementos finitos ABAQUS, para cascas. É também avaliada a influência da existência de imperfeições geométricas no comportamento da casca.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as principais conclusões baseadas nos resultados obtidos, bem como algumas sugestões de tópicos a serem pesquisados posteriormente.