

Referências Bibliográficas

- [1] – Handbook of Measurement of Residual Stresses – SEM – Edited by Jian Lu - 1996
- [2] – Tech Note, TN-503-4, Measurements Group – 1993
- [3] – ASTM E 387 – 94, Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method
- [4] – Beghini, M. Bertini, Raffaelli P., *Numerical Analysis of Plasticity Effects in the Hole-Drilling Residual Stress Measurement* – Journal of Testing and Evaluation, JTEVA Vol.22 No6, November 1994, p 522-529
- [5] – Yan, Z. H., Wu, S. Y., Pin, L. Y., Jun, C. Y., *On the correction of plasticity effect at the hole edge when using the centre hole method for measuring high welding residual stress* – Strain 1996
- [6] – Vangi, D. , Ermini, M., *Plasticity Effects in the Residual Stress Measurement by the Hole Drilling Method* – Strain 2000
- [7] – Peterson , R. E., *Stress Concentration Factors*”, John Wiley and Sons, 1974
- [8] – Dieter, G. E. Jr. , *Mechanical Metallurgy*, International Student Edition, McGraw-Hill – 1961
- [9] – Cullity, B. D.; *Elements of X-Ray Diffraction*, Addison –Wesley Publishing Company, Inc – 1967
- [10] – Bacon, G. E., *Neutron Diffraction*, Second Edition - Oxford – 1962
- [11] – Schajer, G. S., *Application of Finite Element Calculation to Residual Stress Measurements*, Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 103, 157-163, April 1981
- [12] – Timoshenko S., Goodier J. N., *Theory of Elasticity*, Second Edition McGraw-Hill - 1951
- [13] – Hartog J. P. D., *Advanced Strength of Materials* - McGraw-Hill – 1952
- [14] – Dally J.W., Riley W. F., *Experimental Stress Analysis*, Third Edition – Mcgraw Hill – 1991
- [15] – Rendler, N. J., Vigness, I., *Hole-drilling Strain-gage Method of Measuring Residual Stresses*, Experimental Mechanics, Vol 1, Number 12, 577 – 586, December 1966

- [16] – Schajer, G. S., *Use of Displacement data to calculate strain gage response in non-uniform strain fields*, Strain, February 1993
- [17] – Ansys 6.0 – Analysis System, Swarson Analysis System, Inc.
- [18] – Cunha, F. J. C. S., “Influência da Espessura nos Fatores de Concentração e Intensidade de Tensões em Barras Espessas, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica”, PUC-Rio, 1981
- [19] – Sokolnikoff, I. S., “Mathematical Theory of Elasticity”, Krieger Publishing Company, Florida, 1983
- [20] – Beer, F. P., Johnston, E. R., “Resistência dos Materiais”, McGraw-Hill do Brasil, 1962
- [21] – Crandal, S. H, Norman, C. D., “An Introduction to the Mechanics of Solids- Second Edition”, McGraw-Hill International Editors
- [22] – Mendelson, A. “Plasticity: Theory and Application”, The MacMillan Company, New York
- [23] – Lubliner, J. “Plasticity Theory”, Macmillan Publishing Company
- [24] – Neuber, H. *Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law* – Journal of Applied Mechanics – 1961
- [25] – Durelli, A. J. , Sciammarella, C. A. , *Elastoplastic Stress and Strain Distribution in a Finite Plate With a Circular Hole Subjected to Unidimensional Load* – Journal of Applied Mechanical – 1963
- [26] – Schajer, G. S., “*Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method Part 1 –Practical application of the Integral Method.* Journal of Engineering Materials and Technology, Vol 110, 338-343, Oct-1988
- [27] – SAP V – A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems- University of Southern California – Department of Civil Engineering.

VII.1 - Bibliografia

- Scaramangas, A. A., Porter, F. D. , On the Correction of Residual Stress Measurement Obtained Using the Centre-Hole Method – Strain 1982

Ugural, A. C., Fenster S. K., Advanced Strength and Applied Elasticity – Second Edition, Elsevier

- Fernandes, J. L., Uma Metodologia para a Análise e Modelagem de Tensões Residuais – Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 2002

Apêndice A – Cálculo dos coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b}

A.1 – Introdução

Neste apêndice são apresentados as simulações numéricas realizadas com o objetivo de calcular os coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b} , fundamentais para a obtenção do campo de tensos residuais a partir das deformações medidas por extensômetros. Em todos os casos apresentados neste apêndice, considera-se que as tensões nominal e máxima permanecem abaixo do limite elástico do material. Primeiramente, serão apresentados os casos em que a tensão não varia consideravelmente com a profundidade, chamado de “campo uniforme” e a seguir os coeficientes de alívio serão calculados para situações em que há variação considerável das tensões com a profundidade.

Os cálculos apresentados neste apêndice são o resumo de um trabalho anterior sobre a obtenção numérica dos coeficientes de alívio para a técnica do furo-cego, notadamente no que diz respeito a campos de tensão não-uniformes na profundidade de componentes mecânicos. Com o a experiência obtida neste primeiro trabalho, passou-se então a analisar o efeito da plastificação na técnica do furo-cego para medição de tensões residuais, que foi o tema do presente trabalho. Assim, alguns dos problemas numéricos apresentados neste apêndice, já foram solucionados no decorrer do trabalho atual. Mesmo assim, esses problemas são apontados para que se possa apresentar as soluções encontradas.

A.1 – Furo passante

A análise tridimensional foi realizada da seguinte forma: com o objetivo de ajustar o modelo tridimensional, inicialmente um modelo bidimensional sem furo é construído. Aplica-se a malha neste modelo. O primeiro elemento que se tentou utilizar foi o *Plane42*. Na figura A.1 estão apresentados um resumo de todos os elementos utilizados para calcular os coeficientes de alívio.



Figura A.1 – Resumo dos elementos utilizados nas análises tridimensional e axissimétrica.

Para o caso de tração simples os resultados obtidos foram excelentes. O próximo passo foi desenhar um furo neste modelo, mantendo-se o mesmo tipo de elemento, a mesma geometria e o mesmo carregamento. O objetivo era calcular o coeficiente de concentração de tensões, K_t , e comparar os resultados numéricos com os resultados obtidos por Kirsch [9] e Peterson [15]. Os resultados obtidos com o elemento *Plane42*, não foram satisfatórios. Tanto os resultados de K_t foram ruins, como o perfil das tensões ao longo do furo foi também insatisfatório, uma vez que os valores de tensão cisalhante, que se sabe ser zero, foram relativamente altos. Mudou-se então para o elemento *Plane82*, obtendo-se então resultados de K_t excelentes, além de um perfil de tensão cisalhante próximo a zero. A seguir, fez-se um teste de malha com o objetivo de garantir que os resultados de K_t eram independentes do número de elementos utilizados. Os modelos estão apresentados na figura A.2. No modelo (1) foram utilizados 10 elementos na borda do furo, no modelo (2) foram utilizados 20 elementos e finalmente no modelo (3) foram utilizados 40. Todos os modelos têm:

$$r = 0.4 r_m = 1.028 \text{ mm}$$

$$\text{largura} = 12 r_m = 30.84 \text{ mm}$$

Para esta geometria o fator de concentração de tensões, K_t , vale 3.01.

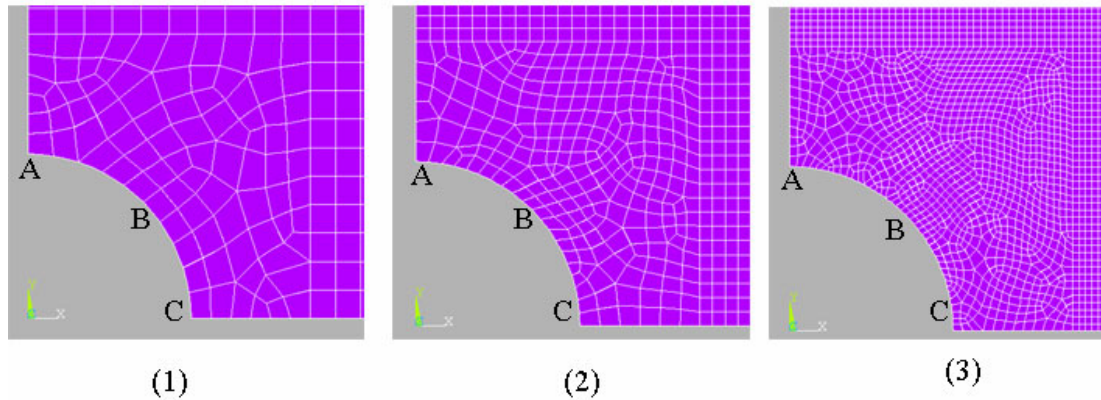


Figura A.2 – Representação esquemática dos modelos utilizados no teste de malhas.

Estes primeiros modelos foram carregados com forças concentradas no lado oposto ao furo. O valor da tensão nominal foi $\sigma_x = 10\text{MPa}$. Na tabela A.1 estão apresentados os valores de tensão radial, tangencial e cisalhante para três diferentes pontos dos três modelos testados. Nas primeiras colunas estão os resultados esperados pela literatura. Para o ponto “A”, o valor esperado é aquele indicado por Peterson em seu *Handbook of Stress Concentrator Factors*, o qual leva em consideração que o modelo não é infinito. Em contrapartida, para os pontos “B” e “C”, os resultados esperados são aqueles indicados por Kirsch nas equações (A.14).

Tabela A.1 – Comparação entre os resultados encontrados por Kirsch e Peterson e os deste trabalho.

Tensão	Kirsch /Peterson			Modelo								
				(1)			(2)			(3)		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
σ_r	0	0	0	-0,027	0,140	-0,078	0,058	0,038	0,040	0,080	0,016	-0,050
σ_θ	30,1	162	-10	30,310	16,060	-10,280	30,110	16,160	-10,080	30,040	16,210	-10,060
$\tau_{r\theta}$	0	0	0	0,078	-0,625	0,115	0,047	0,002	0,004	0,049	-0,012	0,010

Da tabela A.1 observa-se que os melhores resultados foram obtidos para o modelo (2). O modelo (1) mostrou-se um pouco grosseiro, enquanto o modelo (3) apresentou instabilidade computacional. Apesar da diferença entre os modelos (1) e (2) não ser grande, foi escolhido o último uma vez que o tempo computacional é quase o mesmo.

Estando o modelo bidimensional ajustado, passou-se ao modelo tridimensional. Devido a simetria, utilizou-se apenas $\frac{1}{8}$ do modelo, o qual está representado na figura A.3. Na figura A.4, está representado o modelo tridimensional, antes da usinagem do furo, que é simplesmente um bloco. O modelo tridimensional com furo foi obtido a partir da extrusão do modelo bidimensional com furo. Para tanto, basta mudar o elemento *Plane83* para *Solid95* e então extrudar tanto o modelo quanto a malha. Procedendo assim, obtém-se o modelo apresentado na figura A.5, que será chamado de “modelo sólido”.

Nas figuras A.4 e A.5 estão representados esquematicamente¹ os carregamentos e restrições. Na figura apresenta-se um detalhe do modelo sólido, onde está destacado $\frac{1}{2}$ extensômetro.

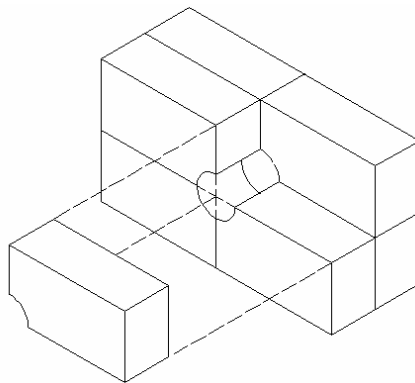


Figura A.3 – Representação esquemática do quadrante analisado do modelo tridimensional

¹ Em alguns casos representa-se as forças ou restrições apenas em alguns nós, embora eles estejam de fato aplicados em todos os nós ao longo de uma linha. A omissão tem apenas efeito estético.

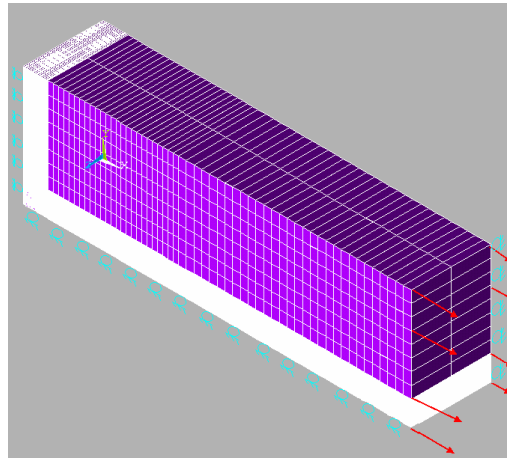


Figura A.4 – Modelo tridimensional sólido, antes da “usinagem” do furo. Estão destacados alguns pontos de aplicação de carregamento bem como as restrições.

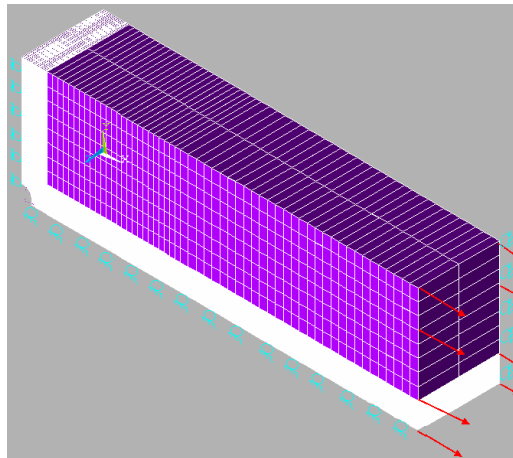


Figura A. 5 – Modelo sólido, depois da “usinagem” do furo. Apresentam-se novamente, alguns pontos de aplicação de carregamento bem como as restrições.

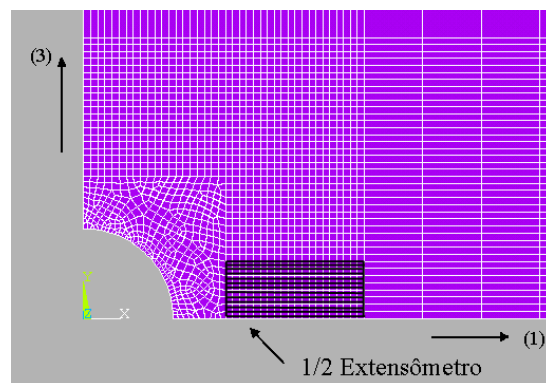


Figura A. 6 – Vista frontal do modelo sólido, destacando-se a posição do extensômetro virtual (nas direção 2 e 3, “há” outros extensômetros que foram omitidos por efeito estético).

O primeiro passo na análise dos modelos apresentados nesta seção era sempre avaliar os valores de σ_{θ} e σ_r nos pontos (A) e (C) apresentados na figura (A.10). As análises subsequentes só eram realizadas quando os valores destas tensões apresentavam erros menores que 5% em relação a Kirsch e Peterson.

As primeiras comparações entre os resultados obtidos com este modelo e os resultados obtidos por Schajer não foram satisfatórias. Portanto, construiu-se uma malha com outro tipo de elemento, o *Solid92*. Este modelo será chamado de “modelo tetraédrico”. A construção deste modelo é diferente da construção do modelo sólido. Neste caso, constroe-se um bloco inteiro e depois “escava-se” um furo. Na figura abaixo se mostra o modelo tetraédrico.

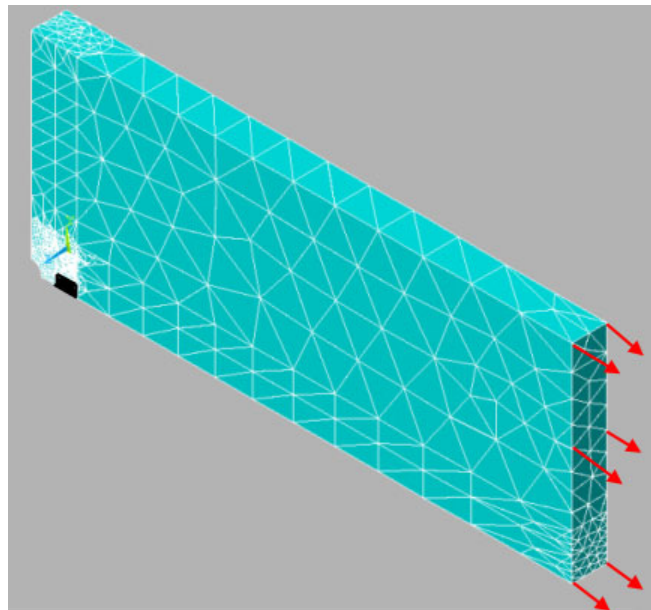


Figura A.7 – Representação esquemática do modelo tetraédrico. Estão apresentados o furo na parte esquerda, o extensômetro e o carregamento.

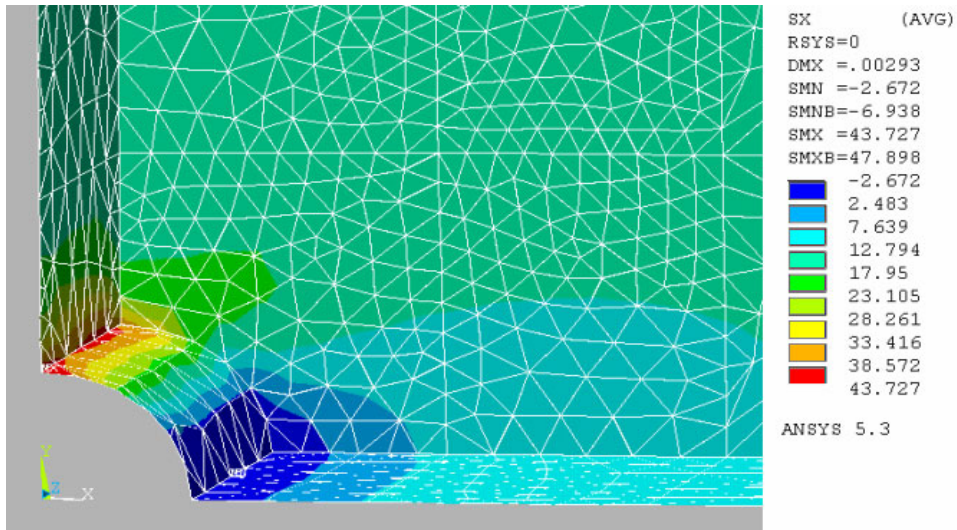


Figura A.8 – Detalhe do campo de tensões do modelo tetraédrico. O valor da tensão nominal era $\sigma_x = 14\text{MPa}$

Finalmente nas figuras subseqüentes estão apresentados o modelo axissimétrico, seus carregamentos e resultados.

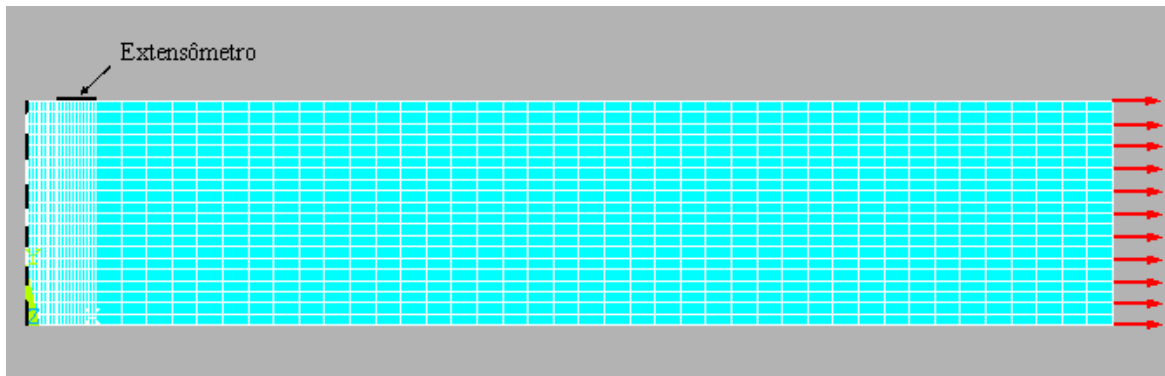


Figura A.9 – Modelo axissimétrico, antes da “usinagem” do furo (o furo será usinado no lado esquerdo). Está destacada a posição do extensômetro virtual.

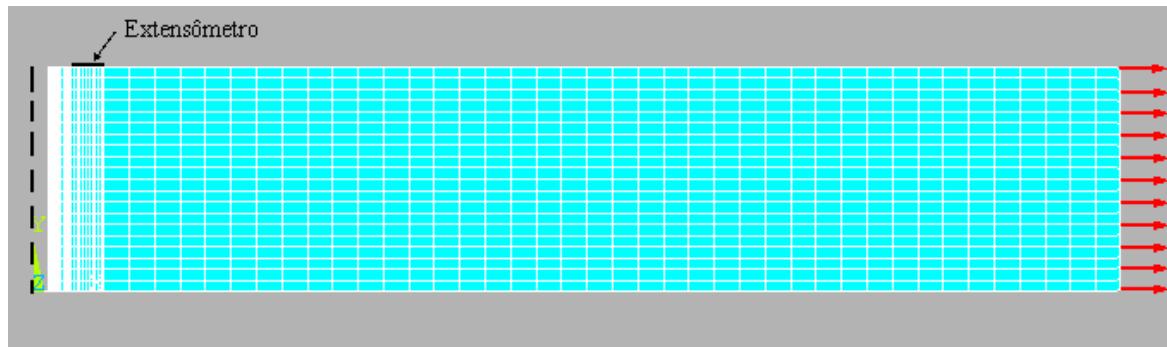


Figura A.10 – Modelo axissimétrico, depois da “usinagem” do furo.

Antes de apresentar os resultados obtidos é fundamental que se façam algumas explicações referentes aos cálculos feitos para cada modelo:

Modelos sólido e tetraédrico – Observando as figuras (A.4), (A.7) e (A.10), percebe-se que o carregamento virtual é uniaxial. Este é o caso apresentado na figura (3.2) e na seção 3.3.1. Assim, as equações para os coeficientes de alívio são:

$$\bar{A} = \frac{\epsilon_{c1} + \epsilon_{c3}}{2\sigma_c}$$

$$\bar{B} = \frac{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c3}}{2\sigma_c}$$

lembrando que ϵ_{c1} e ϵ_{c3} representam a mudança nas deformações e σ_c é a tensão aplicada.

Para calcular as deformações a partir dos deslocamentos radiais, usou-se a metodologia proposta por Schajer e apresentada previamente no item 3.3.2. Conforme explicado, os deslocamentos nodais são integrados ao longo do comprimento e da altura do extensômetro. No caso do “modelo-antes” não houve grande variação nos valores de U_x e U_y ao longo da altura do extensômetro, mas no “modelo-depois” a variação foi marcante. Assim, estabeleceu-se usar os valores de U_x e U_y em seis pontos ao longo do extensômetro para proceder ao somatório apresentado na equação (3.39). Foram observadas também grandes variações no valor final dos coeficientes de alívio quando se variava minimamente a posição do extensômetro. Isto já era de se esperar uma vez que a relação entre os

coeficientes e a deformação é em R^4 . Assim, concluiu-se que a colagem (tanto experimental quanto numérica) do extensômetro requer cuidados redobrados.

Modelo axissimétrico – neste modelo tem-se um disco submetido à tração. Não há uma solução particular pronta, conforme aconteceu no caso sólido e tetraédrico. Entretanto, basta aplicar a equação (A.33.a) para extrair os valores de \bar{A} e \bar{B} . O elemento axissimétrico usado neste trabalho permite tanto a aplicação de carregamentos axissimétrico quanto de não-axissimétricos. Neste tipo de elemento o carregamento é definido com uma série de funções harmônicas (série de Fourier) da seguinte forma:

$$F(\theta) = A_0 + A_1 \cos \theta + B_1 \sin \theta + A_2 \cos 2\theta + B_2 \sin 2\theta + A_3 \cos 3\theta + B_3 \sin 3\theta + \dots \quad (\text{A.1})$$

Para se definir a função a ser usada, basta que se defina o número de ondas harmônicas (l) em torno da circunferência e a condição de simetria (se $\cos l\theta$ ou $\sin l\theta$). Neste trabalho foram usados dois tipos de carregamento: $l=0$ que se reduz ao caso axissimétrico e $l=2$ o qual está representado na figura A.11. Conforme se pode observar, o carregamento varia de:

$F(\theta) = F$ em $\theta = 0^\circ$, até $F(\theta) = -F$ em $\theta = 90^\circ$, passando por $F(\theta) = 0$ em $\theta = 45^\circ$.

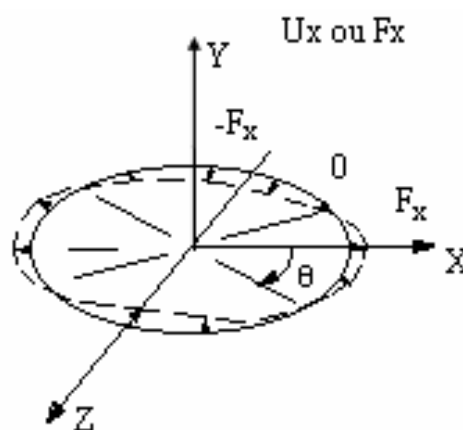


Figura A.11 – Carregamento não-axissimétrico quando tem-se $l=2$

No caso de carregamento axissimétrico as deformações ϵ_1 , ϵ_2 e ϵ_3 são iguais e a equação (3.33) reduz-se à:

$$\sigma_{\max} = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c3}}{4A} = \frac{2\varepsilon_{c1}}{4A} = \frac{\varepsilon_{c1}}{2A} \quad (\text{A.2})$$

A partir desta equação apenas o coeficiente \bar{A} pode obtido.

Utilizando-se agora $l=2$ é possível obter \bar{B} . Com este carregamento, tem-se $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 \neq \varepsilon_2$. Assim, a equação (3.33) reduz-se a:

$$\sigma_{\max} = -\frac{1}{4B} \sqrt{(\varepsilon_{c3} - \varepsilon_{c1})^2 + (\varepsilon_{c3} + \varepsilon_{c1} - 2\varepsilon_{c2})^2} \quad (\text{A.3})$$

Ou seja, com estes dois tipos de carregamento, é possível obter os dois coeficientes de forma independente.

Foi observado nos modelos tridimensionais que o valor do deslocamento variava consideravelmente ao longo da largura do extensômetro. Assim, escolheu-se proceder a uma integração criteriosa sob a área do sensor também para o modelo axissimétrico. Entretanto esta integração requer certo cuidado, pois o modelo, o carregamento e a malha são axissimétricos, mas o extensômetro não. A figura A.12 representa bem isto: o extensômetro só seria axissimétrico se tivesse o formato apresentado pelas linhas vermelhas, formadas pela ligação dos pontos 1-3'-4'-2. Se assim fosse, o ponto 3' teria o mesmo deslocamento nodal que o ponto 1 e não seria preciso integrar ao longo da largura do extensômetro². Como o formato real do extensômetro é definido pelos pontos 1-3-4-2, é necessário calcular as coordenadas radiais dos pontos 3 e 4, $r_{3''}$ e $r_{4''}$, respectivamente. Para efeito de visualização estes pontos foram rebatidos para a horizontal e representados pelos pontos 3'' e 4''. Estes dois novos raios valem: $r_{3''}=1.9495$ e $r_{4''}=3.4625$. No caso do carregamento axissimétrico, os valores dos deslocamentos nodais só dependem do raio, assim os deslocamentos nodais U_1 , $U_{3''}$, U_2 e $U_{4''}$ foram todos medidos em $\theta=0^\circ$. No caso de carregamento não-axissimétrico, os deslocamentos dependem tanto do raio quanto da posição angular. Foi necessário, portanto, calcular $\theta_{3''}$ e $\theta_{4''}$. Os valores encontrados foram 24° e 13°

² Para o caso de carregamento axissimétrico.

respectivamente. Assim, para o caso de carregamento não-axissimétrico, cada deslocamento nodal foi medido segundo sua posição angular.

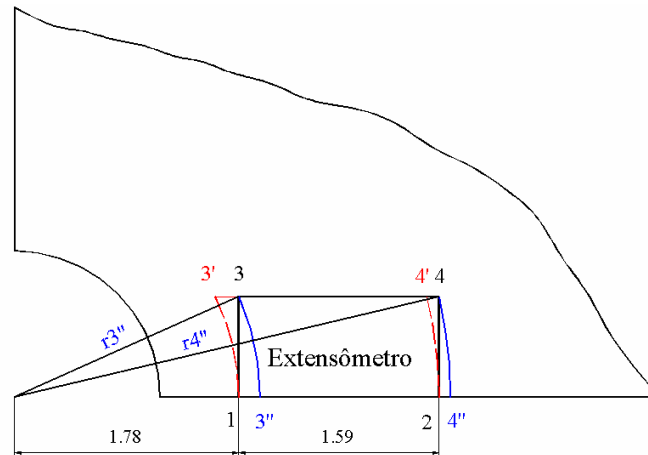


Figura A.12 – Detalhe do modelo axissimétrico, destacando-se os pontos 3” e 4” usados para integrar os deslocamentos sob a área do extensômetro.

Na tabela A2 se apresenta a comparação entre os resultados obtidos nos dois modelos tridimensionais e no modelo axissimétrico e os resultados de Schajer. No caso do modelo sólido os resultados dos dois coeficientes foram bastante ruins. O modelo tetraédrico apresentou resultados bastante bons para o coeficiente \bar{a} enquanto os resultados para o coeficiente \bar{b} foram apenas modestos. Contrariamente, no caso axissimétrico, tanto os resultados para o coeficiente \bar{a} quanto para o coeficiente \bar{b} estão em boa concordância com os de Schajer.

Tabela A.2 – Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e por Schajer [8]. Os erros estão calculados em relação aos valores de Schajer.

$\frac{r}{r_m}$	Schajer		Solid		Erro(%)		Tetra		Erro(%)		Axis		Erro(%)	
	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}	\bar{a}	\bar{b}
0.30	-0.089	-0.278	-0.085	-0.235	-4.7	-18.3	-0.088	-0.251	-1.0	-10.7	-0.092	-0.286	3.2	2.8
0.35	-0.121	-0.364	-0.111	-0.303	-9.0	-20.1	-0.120	-0.329	-0.8	-10.6	-0.126	-0.378	3.9	3.8
0.40	-0.158	-0.454	-0.142	-0.395	-11.3	-1A.9	-0.155	-0.429	-1.9	-5.8	-0.165	-0.474	4.2	4.3
0.45	-0.200	-0.544	-0.188	-0.463	-6.4	-17.5	-0.195	-0.498	-6.3	-9.2	-0.209	-0.570	4.3	4.8
0.50	-0.247	-0.629	-0.233	-0.542	-6.0	-16.0	-0.240	-0.582	-6.0	-8.0	-0.258	-0.662	4.2	5.3

Para uma maior clareza estes resultados estão mostrados nos dois gráficos abaixo.

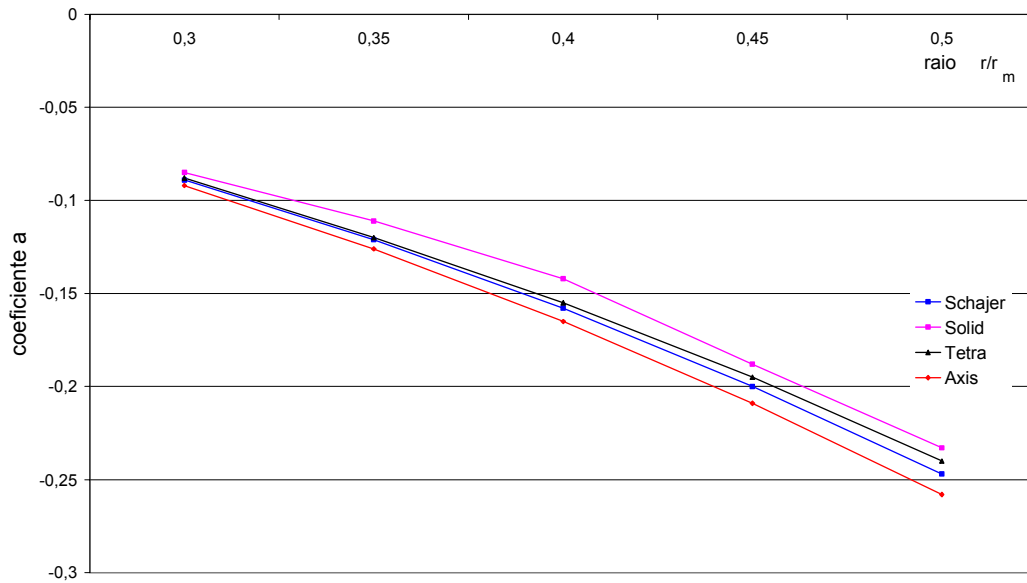


Figura A.13 – Comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente \bar{a} , utilizando-se os elementos sólido, tetraédrico e axissimétrico e os resultados de Schajer.

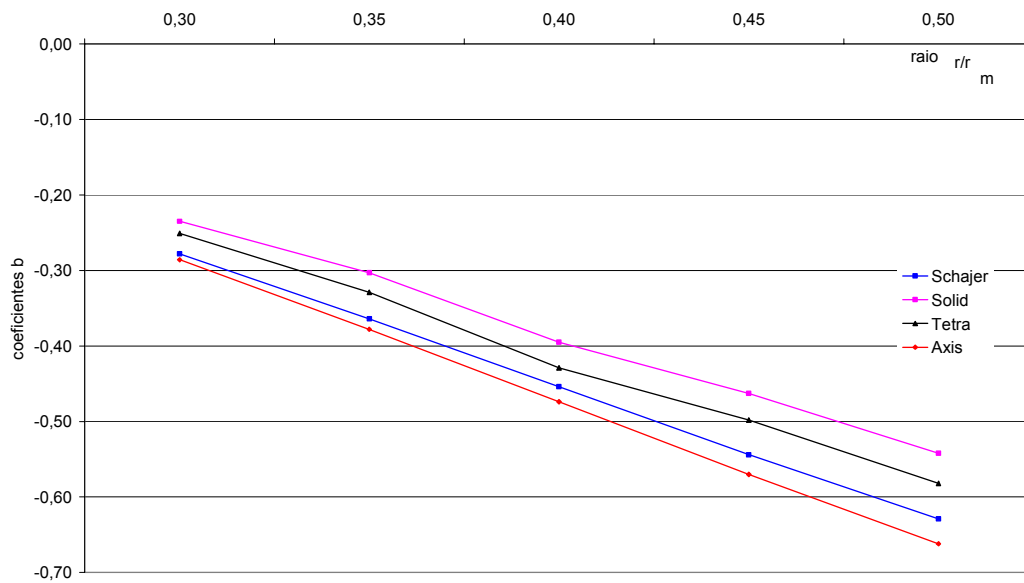


Figura A.14 – Comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente \bar{b} , utilizando-se os elementos sólido, tetraédrico e axissimétrico e os resultados de Schajer.

Nos dois gráficos observa-se mais facilmente, que os resultados do modelo sólido são bastante pobres para os dois coeficientes, enquanto os modelos tetraédrico e axissimétrico praticamente se igualam (em lados opostos), tendo o último um desempenho um pouco melhor. Apesar da tendência indicada por estes primeiros resultados, nenhum dos três modelos será descartado na próxima seção, que trata da análise do furo-cego.

Cabe aqui um comentário importante: observando as figuras A.4 e a.7, percebe-se claramente que o modelo sólido é muito mais espesso que o modelo tetraédrico. Conforme já mencionado no corpo do trabalho (e que será extensamente discutido no Apêndice B), se a espessura da chapa for maior que o raio do furo, então ocorrem mudanças significativas no fator de concentração de tensões e, como será demonstrado adiante, no perfil das deformações ao longo do eixo transversal do modelo. Com isso em mente, na análise sobre plasticidade, o elemento sólido foi novamente testado, porém, utilizando-se chapa fina. O resultados foram excelentes, conforme demonstrado no capítulo três.

A.2 – Furo-cego

A metodologia apresentada acima permite tanto o cálculo dos coeficientes de alívio para furo passante quanto para furo-cego. No caso do modelo sólido, não foi possível utilizar a mesma malha usada para furo passante. A idéia inicial foi construir o modelo em dois estágios. Num primeiro estágio, o modelo e a malha foram totalmente extrudados até a altura correspondente ao fundo do furo. No próximo estágio, todo o modelo exceto a região do furo foi extrudado até a altura total. Entretanto, este tipo de construção gerou péssimos resultados. Quando se aplicava o carregamento, uma camada “escorregava” em relação à outra. Fez então outra tentativa: extrudar todo o modelo, exceto o furo, até a altura total e depois extrudar o furo. Este modelo também não funcionou, pois ao carregá-lo, ocorria uma separação entre o material do furo e o resto do modelo. Na figura A.15, estão apresentados estes dois métodos construtivos e na figura A.16 apresenta-se a falha ocorrida no segundo método de construção. Finalmente, foi utilizado o comando “merge all” que faz com que o programa interprete qualquer

volume como um bloco único. Mesmo assim, os resultados não foram satisfatórios. Assim, este tipo de construção foi abandonada.

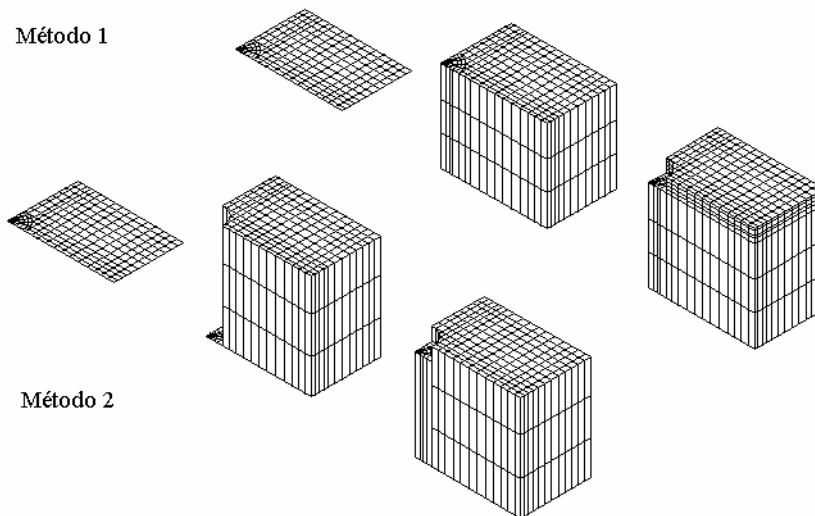


Figura A.15 – Métodos utilizados para a construção do modelo tridimensional por extrusão.

A solução foi construir um modelo inteiro, no qual era “escavado” um furo. Depois disto construía-se a malha. À época da pesquisa sobre os coeficientes de alívio, o elemento *Solid95*, não acompanhava o contorno do furo, não sendo possível, portanto utilizá-lo neste modelo. Passou-se então a ser utilizado o elemento *Solid92*. O modelo tridimensional construído com este elemento é semelhante ao da figura A.16. Finalmente, na figura A.28 apresenta-se em detalhe o furo não- passante.

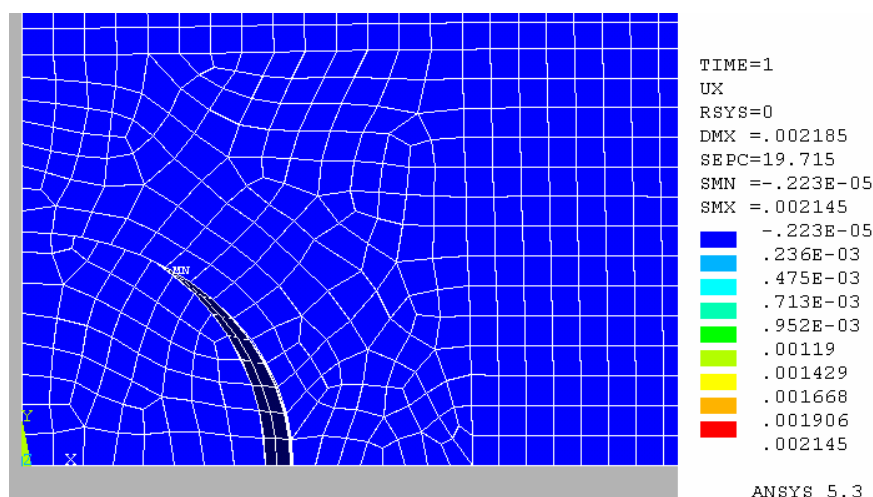


Figura A.16 - Falha apresentada pelo modelo sólido extrudado a partir do elemento *Plane83*.

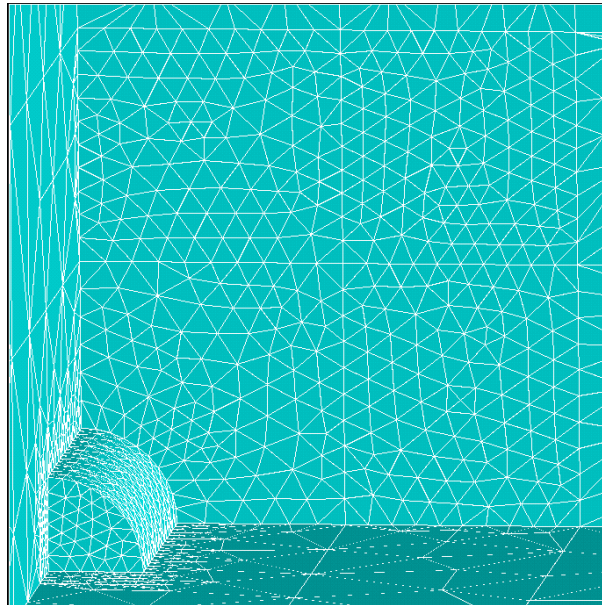


Figura A.17 – Detalhe do modelo tetraédrico, com furo-cego.

Novamente, é importante destacar que na nova versão do programa *Ansys*, o elemento *Solid95* foi empregado com facilidade a modelos com furo-cego, gerando resultados muito bons: este elemento foi utilizado para retrocalcular tensões elásticas e se mostrou perfeitamente utilizável. O método de construção foi por “escavamento”, mas não houve separação do material conforme mostrado na figura A.16.

Voltando aos resultados do trabalho anterior, nas figuras A.29 e A.30 estão apresentadas as comparações entre os resultados obtidos com o modelo tetraédrico e os resultados de Schajer. Os dois coeficientes apresentaram concordância muito boa. A partir de agora, não há mais resultados disponíveis para o modelo sólido, uma vez que este foi abandonado à época da pesquisa sobre os coeficientes de alívio.

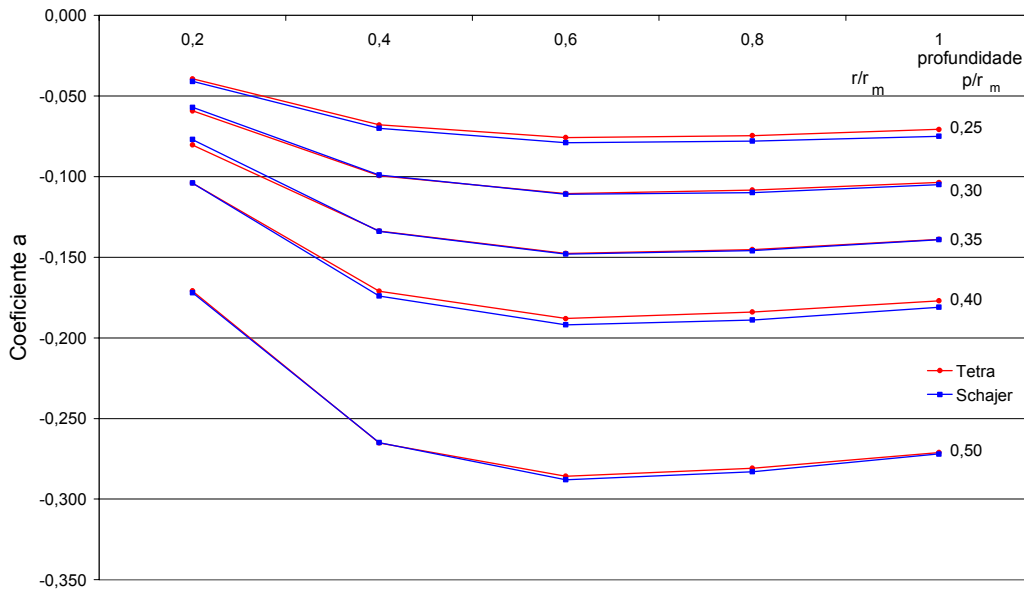


Figura A.18 – Comparação entre os valores obtido para o coeficiente \bar{a} por Schajer e neste trabalho utilizando-se modelo tetraédrico.

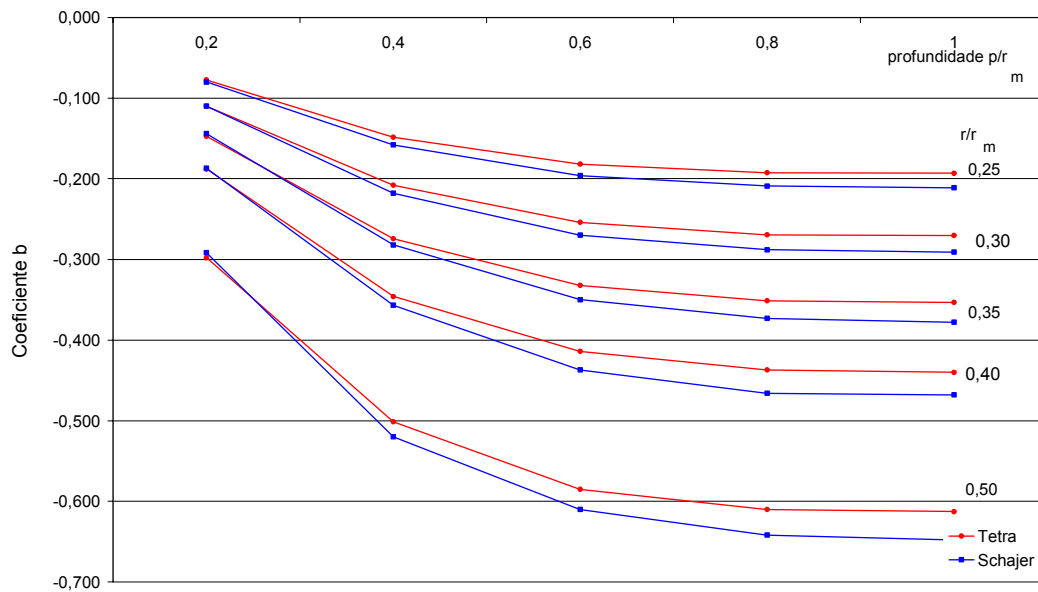


Figura A.19 – Comparação entre os valores obtido para o coeficiente \bar{b} por Schajer e neste trabalho utilizando-se modelo tetraédrico.

Percebe-se que os dois coeficientes concordam bem com a literatura, tendo \bar{a} uma concordância melhor. Os gráficos indicam também que a concordância entre os coeficientes vai piorando a medida que se aumenta a profundidade do furo. Isto se deve ao fato que para maiores profundidades a deformação relaxada

depende cada vez mais da geometria do extensômetro. Assim pequenas variações no extensômetro desenhado neste trabalho e aquele utilizado no trabalho de Schajer provocam mudanças nos resultados crescentes com a profundidade.

O próximo passo foi utilizar o modelo axissimétrico para o caso do furo não-passante. A figura A.31 apresenta um detalhe deste modelo. O carregamento e as restrições são os mesmos utilizados na análise de furo passante.

No modelo axissimétrico os resultados estão de acordo com aqueles encontrados por Schajer, apresentando um erro de no máximo 7%. Nos gráficos das figuras A.32 e A.33 apresentam-se a comparação entre os resultados.

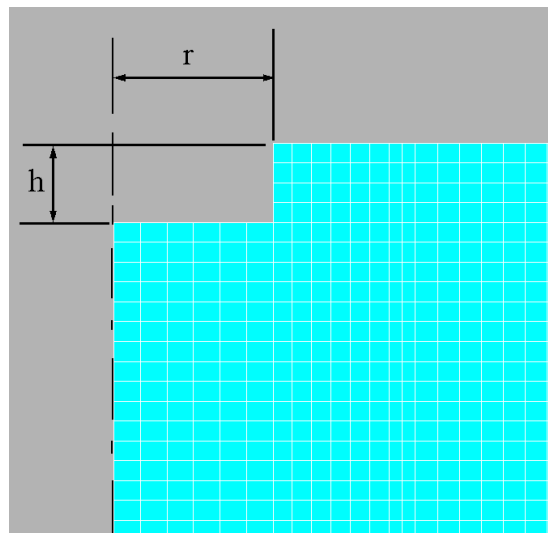


Figura A.20 – Detalhe do modelo axissimétrico depois da usinagem de um furo-cego de profundidade h .

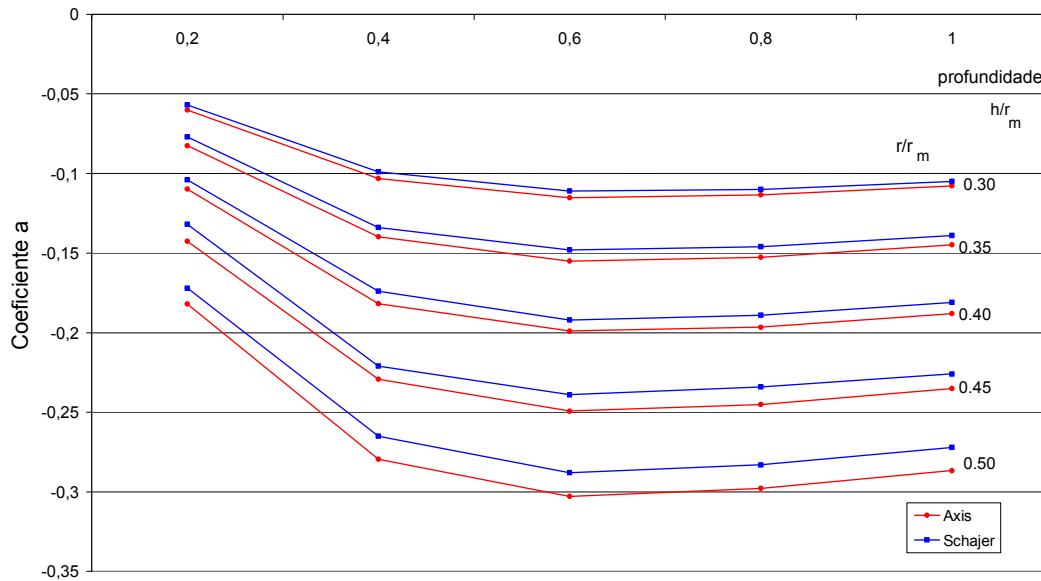


Figura A.21 – Comparação ente os resultados obtidos para o coeficiente \bar{a} pelo modelo axissimétrico e os valores obtidos por Schajer.

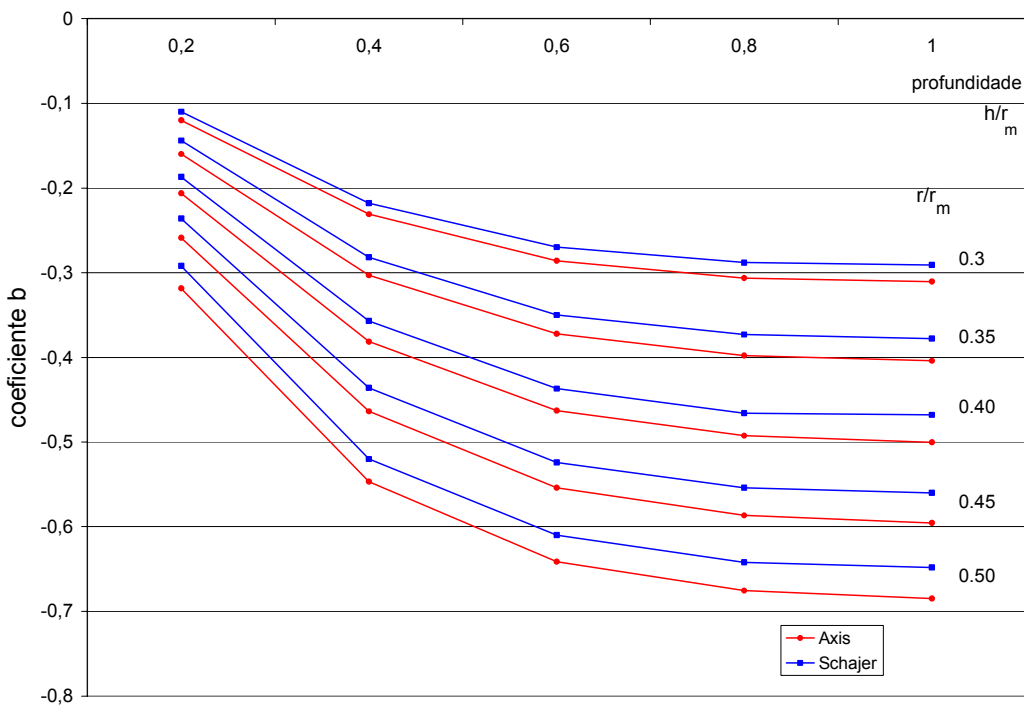


Figura A.22 - Comparação ente os resultados obtidos para o coeficiente \bar{b} pelo modelo axissimétrico e os valores obtidos por Schajer.

Os resultados são comparativamente parecidos com aqueles encontrados para o modelo tetraédrico.

Por fim, fez-se uma comparação entre os resultados obtidos pelos modelos tetraédrico e axissimétrico e aqueles obtidos experimentalmente por Rendler e Vigness. A intenção é analisar qual dos dois se aproxima mais de dados reais. Há algumas diferenças entre os experimentos realizados por Vigness e as simulações feitas neste trabalho. Vigness normalizou as profundidades dos furos em relação ao diâmetro do furo sendo usinado, no lugar do raio médio do extensômetro, conforme realizado aqui. O diâmetro utilizado por Vigness foi $d=1.50088$ mm. No final de seu trabalho ele apresentou numa tabela os coeficientes \bar{A} e \bar{B} (no lugar de \bar{a} e \bar{b}) para os seguintes valores de $\frac{p}{d}$: 0.2, 0.4, 0.6 e 1.0. Esse valores de p/d foram invertidos de forma a se obter as profundidade que seriam usadas nos modelos virtuais. Desta forma tem-se:

$$\frac{p}{d} = 0.2 \quad p = 0.2 \times 1.50088 = 0.300176 \text{ mm ;}$$

$$\frac{p}{d} = 0.4 \quad p = 0.4 \times 1.50088 = 0.600352 \text{ mm ...}$$

e assim sucessivamente para as demais relações $\frac{p}{d}$.

A partir daí, foram construídos os modelos tetraédricos e axissimétricos, repetindo-se então os mesmo procedimentos dos cálculos precedentes. É importante destacar que Vigness não calculou os coeficientes adimensionais \bar{a} e \bar{b} . Assim, os resultados apresentados a seguir nas tabelas A.3 e nos gráficos A.23 e A.24 estão em in^2/lb .

Tabela A.3 – Comparação entre os resultados do modelo axissimétrico e tetraédrico e os resultados obtidos por Vigness. As unidades são in²/lb

$\frac{r}{r_m}$	Vigness		Tetra		Erro (%)		Axis		Erro (%)	
	\bar{A}	\bar{B}	\bar{A}	\bar{B}	\bar{A}	\bar{B}	\bar{A}	\bar{B}	\bar{A}	\bar{B}
0.20	-6.00e-10	-1.06e-9	-6.53e-10	-9.26e-10	8.1	-1A.5	-6.77e-10	-9.92e-10	11.4	-6.8
0.40	-1.34e-9	-2.35e-9	-1.38e-9	-2.07e-9	2.9	-13.5	-1.44e-9	-2.25e-9	6.9	-A.4
0.60	-1.83e-9	-3.34e-9	-1.87e-9	-3.00e-9	2.1	-11.3	-1.97e-9	-3.31e-9	7.1	-0.9
1.00	-2.25e-9	-A.50e-9	-2.23e-9	-A.00e-9	-0.9	-12.5	-2.36e-9	-A.49e-9	A.7	-0.2

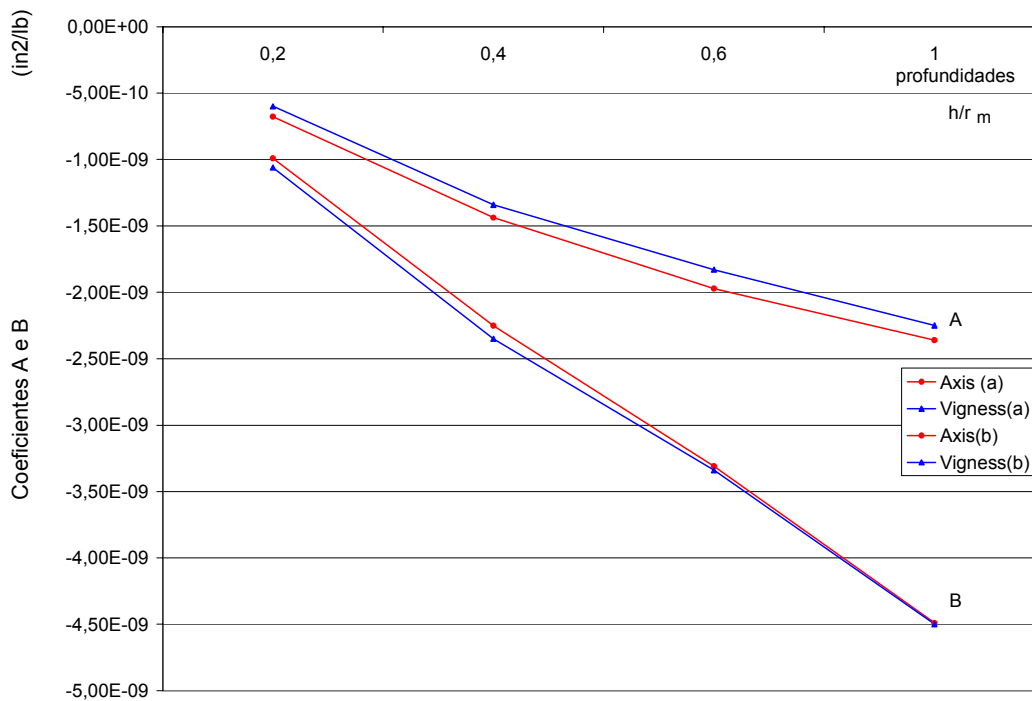


Figura A.23 – Comparação entre os resultados experimentais de Vigness e os resultados numéricos obtidos com o modelo axissimétrico.

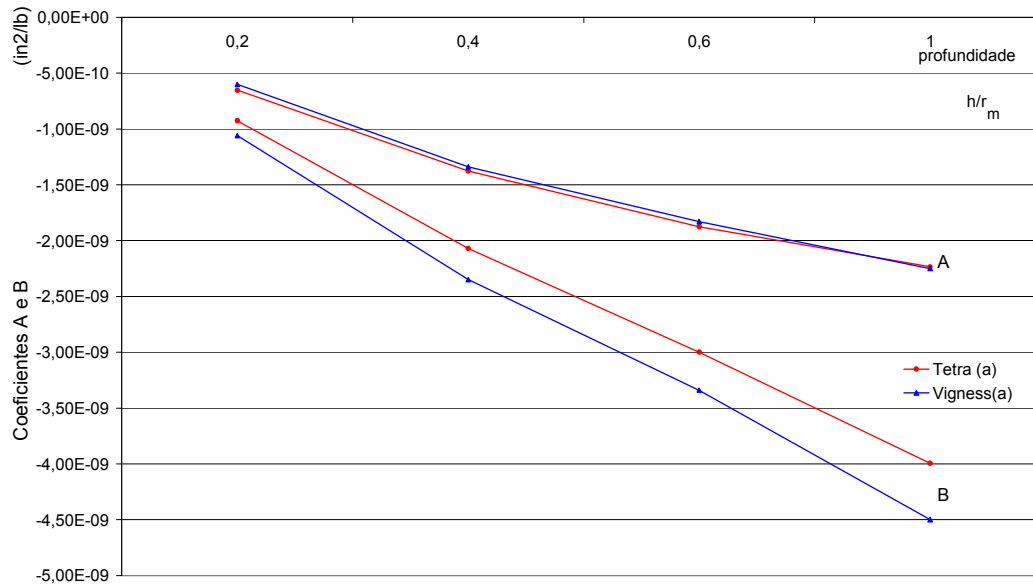


Figura A.24 – Comparação entre os resultados experimentais de Vigness e os resultados numéricos obtidos com o modelo tetraédrico.

Não houve grande diferença entre os resultados para o coeficiente \bar{A} . Em contrapartida os valores do coeficiente \bar{B} foram melhores para o modelo axissimétrico. Como o modelo axissimétrico consome menos tempo computacional e gera resultados melhores, escolheu-se este modelo para proceder às análises relativas a campos de tensão não-uniformes.

A.3 – Uniformidade das Tensões Residuais.

A abordagem até agora apresentada considerou que as tensões residuais presentes num determinado componente, não variam, ou variam de forma muito suave, com a profundidade do componente. Entretanto, isto só é verdade em alguns casos. Na prática, costuma-se encontrar campos de tensões residuais bastante não-uniformes. Desta forma, os coeficientes \bar{A} e \bar{B} , conforme foram estabelecidos, deixam de ser válidos. Assim, fica evidente que antes de usar as equações (3.33) precisa-se estabelecer se o campo de tensões pode ou não ser considerado uniforme. A norma ASTM E 837 [3] recomenda a usinagem

incremental de um furo até $0.4d_m^3$. O objetivo é acumular dados que possibilitem decidir se o campo de tensões residuais é suficientemente uniforme para aplicar os coeficientes \bar{a} e \bar{b} .

O procedimento proposto pela norma recomenda calcular para cada incremento a soma e a diferença entre as deformações medidas pelos extensômetros 1 e 3, ou seja, $\epsilon_3 + \epsilon_1$ e $\epsilon_3 - \epsilon_1$, respectivamente. A seguir cada um destes parâmetros é expresso como frações de seus valores quando o furo tem a profundidade de $0.4d_m$. Faz-se então um gráfico destes valores *versus* a profundidade de furo normalizada. Os pontos gerados devem estar muito próximos dos pontos mostrados na figura A.25. Os dados que não se enquadrarem esta figura indicam, tanto possíveis erros na medição das deformações quanto não-uniformidades substanciais no perfil das tensões residuais.

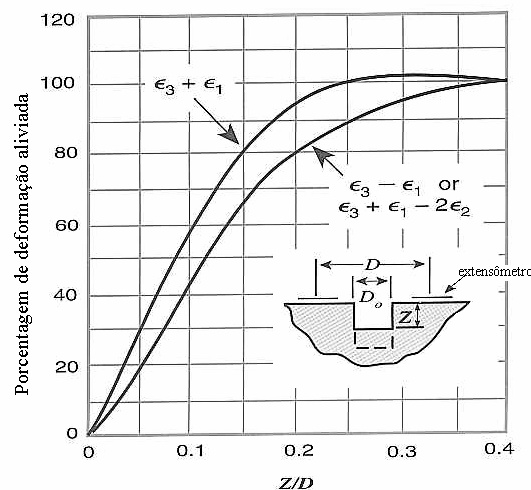


Figura A.25 – Deformação percentual *versus* profundidade de furo normalizada para campos de tensão uniforme [2]

No caso em que os pontos lidos não se enquadram na figura acima, deve-se utilizar algum procedimento para obter o perfil das tensões residuais a partir das deformações lidas. Todos os métodos envolvem a medição das deformações aliviadas depois da usinagem de pequenos incrementos de profundidade de furo. Serão apresentados agora quatro métodos para obter o perfil das tensões residuais.

³ A Norma E 387 considera diâmetro médio ao invés do raio médio.

A.3.1 – Método da deformação incremental [16-18].

Este método baseia-se num trabalho publicado por Kelsey em 1956 [16]. Até então pouco esforço tinha sido dedicado com objetivo de expandir o uso do método do furo-cego para campos de tensão não-uniformes. A primeira grande contribuição deste trabalho foi propor a usinagem incremental do furo, a fim de obter dados para uma futura avaliação do perfil das tensões residuais. O método proposto se baseia em duas hipóteses:

- no caso de campos de tensão uniformes, a relação entre deformação superficial e profundidade de furo é proporcional à magnitude das tensões, ou seja na figura A.26, a mudança incremental na deformação superficial, $\Delta\epsilon_{z_i}$, para uma mudança incremental na profundidade, Δz_i , é proporcional a magnitude da tensão σ_{z_i} .
- Para pequenos incrementos de profundidade de furo, $\Delta\epsilon$, é proporcional à tensão média na camada incremental. Por exemplo, se a tensão média σ_{z_i} através das camadas é a mesma nas figuras (a) e (b), então o valor de $\Delta\epsilon_{z_i}$ será o mesmo.

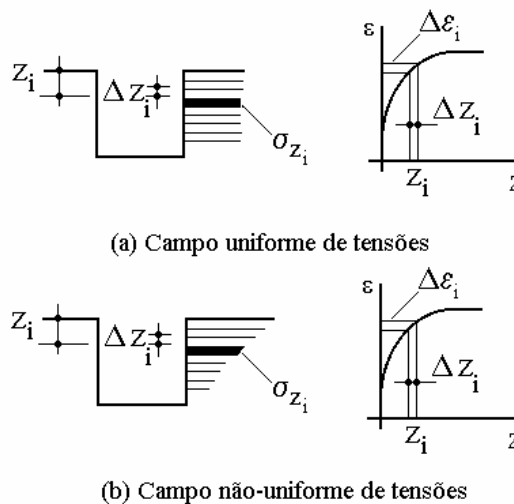


Figura A.26 – Equivalências entre (a) campo de tensão uniforme e (b) não-uniforme

Kelsey realizou uma série de ensaios utilizando-se tração para gerar um campo uniforme e flexão de quatro pontos para um campo não-uniforme. Os espécimes eram instrumentados com seis extensômetros, sendo quatro ao redor da

região do futuro furo e dois em regiões nominais. Antes da usinagem do furo, os espécimes eram carregados e os valores da deformação nos seis extensômetros registrados. Passava-se então a usinagem incremental do furo, sendo o primeiro incremento de 0.025". Realizavam-se novas leituras nos extensômetros, primeiramente sem carregamento e depois com carregamento controlado pela leitura indicada pelos extensômetros nominais. Repetia-se este procedimento para sucessivos incrementos de profundidade, até que os extensômetros próximos ao furo não mais percebessem mudanças significativas na deformação lida.

Para relacionar deformações lidas e tensões residuais, Kelsey criou dois coeficientes, chamados K_1 e K_2 ⁴. Com os valores de deformação obtidos para o campo de tensões uniformes, foram calculados K_1 e K_2 para cada incremento de profundidade de furo. De posse destes coeficientes e dos valores de deformações lidos pelos extensômetros, o campo de tensões não uniforme foi retrocalculado. As principais conclusões do trabalho de Kelsey foram:

- A deformação superficial aumenta até profundidades iguais ao diâmetro do furo sendo usinado, D , não sofrendo mudança considerável daí em diante. Esta é uma grande desvantagem da técnica do furo-cego: a profundidade na qual as deformações são medidas é pequena (se bem que é maior do que a distância obtida por difração de raios-X, por exemplo). Entretanto, esta é uma restrição da técnica do furo-cego e não do método da deformação incremental.
- A técnica do furo-cego aplicado incrementalmente a campos de tensão não-uniforme gera resultados razoáveis (erro < 12 %) para profundidades até $p = 0.5 D$, a partir da qual os erros passam a ser consideráveis (erro > 35 %).
- Utilizar uma única usinagem para avaliar o campo de tensões gera erros maiores que 20 %.

Embora este método seja amplamente usado na prática, ele tem uma simplificação teórica relevante. Após a usinagem do primeiro incremento de furo,

⁴ Como o arranjo experimental de Kelsey é diferente do arranjo proposto pela norma ASTM E-387, os valores destes coeficientes são também diferentes dos apresentados na norma. Por isto, estes coeficientes não serão apresentados aqui.

subseqüentes alívios de deformações combinam o efeito das tensões existentes naquele incremento com o efeito da mudança na geometria. A mudança geométrica permite alívio de deformação devido às tensões existentes em incrementos anteriores ao que está sendo usinado. Assim, mesmo quando o furo é usinado numa região totalmente isenta de tensões, ocorre mudança nas deformações causada por tensões existentes em incrementos superiores.

É importante destacar que o campo de tensões utilizado por Kelsey era mediantemente não-uniforme. Para campos fortemente não-uniformes, como ocorre, por exemplo, num componente que sofreu jateamento de granalhas, o método não geraria bons resultados.

A.3.2 – Método da tensão média [16, 17, 19].

Neste método, proposto por Nickola em 1986, um novo conceito é introduzido com o intuito de substituir o campo de tensões desconhecido e não-uniforme por outro campo uniforme que cause o mesmo efeito que o primeiro. A tensão equivalente uniforme é a tensão uniforme agindo dentro da profundidade total do furo que produz o mesmo alívio de tensões que a tensão não-uniforme que de fato está presente. Para o cálculo da tensão equivalente uniforme usam-se os valores dos coeficientes de alívio \bar{a} e \bar{b} para campo uniforme. Estes coeficientes são os encontrados por Schajer em seu trabalho de 1981. Entretanto em seu trabalho, Nickola fez algumas adaptações em relação à utilização destes. Por exemplo, a profundidade do furo é adimensionalizada em relação ao diâmetro do furo, ao invés de o ser em relação ao raio médio do extensômetro. Assim, os valores numéricos dos coeficientes de Nickola são diferentes dos coeficientes de Schajer. A tensão equivalente uniforme é calculada a partir dos alívios de deformação medidos antes e depois de um determinado incremento de profundidade. O método assume então que a tensão equivalente uniforme *depois* de um determinado incremento de profundidade iguala a média espacial da tensão equivalente uniforme *antes* daquele incremento de profundidade somada à tensão existente dentro daquele incremento. Na figura A.27, encontra-se a representação esquemática do método.

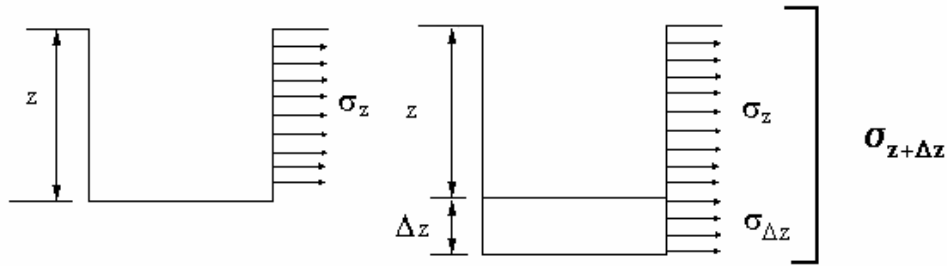


Figura A.27 – Representação esquemática do método da tensão média.

Assim,

$$\sigma_{z+\Delta z} \times (z + \Delta z) = \sigma_z \times z + \sigma_{\Delta z} \times \Delta z \quad (\text{A.4})$$

onde

σ_p = tensão uniforme equivalente dentro de um incremento p , sendo $p = z, \Delta z$ e $z + \Delta z$;

z = profundidade do furo antes do incremento;

Δz = profundidade do incremento,

$z + \Delta z$ = profundidade do furo depois do incremento.

Da mesma forma que o método da deformação incremental, este método apresenta uma simplificação teórica considerável. Assume-se que a tensão equivalente uniforme iguala a tensão média dentro de um determinado incremento de profundidade de furo. Isto ocorreria apenas se as tensões presentes em todas as profundidades de furo contribuíssem igualmente para a deformação aliviada medida na superfície. Na prática, entretanto, as tensões no material próximo à superfície têm contribuição maior para as deformações superficiais, que têm as tensões remotas da superfície.

A.3.3 – Método Integral [17, 18, 20, 21]

A grande diferença entre o método integral e os métodos da tensão média e da deformação incremental é que aqui se reconhece que as deformações totais medidas durante a usinagem do furo são causadas pelo alívio das tensões residuais originalmente existentes dentro de cada incremento de profundidade de furo. Assim, o método identifica a contribuição individual que as tensões em cada profundidade têm na deformação total medida. As tensões individuais são então retrocalculadas a partir das deformações totais medidas.

Antes de apresentar o método propriamente dito, com o intuito de simplificar as expressões das deformações aliviadas e das tensões residuais, serão introduzidos agora grupos de deformação e tensão, os quais serão chamados de "deformações transformadas" e "tensões transformadas".

Nas equações (3.33) três diferentes grupos de deformações podem ser destacados:

$$p = \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1)}{2} \quad (\text{A.5.a})$$

$$q = \frac{(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)}{2} \quad (\text{A.5.b})$$

$$t = \frac{(\varepsilon_3 + \varepsilon_1 - 2\varepsilon_2)}{2} \quad (\text{A.5.c})$$

Similarmente, pode-se apresentar as componentes de tensão da seguinte forma:

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} = P \quad (\text{A.6.a})$$

$$\frac{(\sigma_3 - \sigma_1)}{2} = Q \quad (\text{A.6.b})$$

$$\tau_{13} = T \quad (\text{A.6.c})$$

Com esta substituição de variáveis a relação tensão deformação torna-se:

$$P = \frac{p}{2A} \quad (\text{A.7.a})$$

$$Q = \frac{q}{2B} \quad (\text{A.7.b})$$

$$T = \frac{t}{2B} \quad (\text{A.7.c})$$

ou ainda, usando os adimensionais \bar{a} e \bar{b} :

$$\bar{a}P = \frac{Ep}{(1+\nu)} \quad (\text{A.8.a})$$

$$\bar{b}Q = Eq \quad (\text{A.8.b})$$

$$\bar{b}T = Et \quad (\text{A.8.c})$$

As variáveis P , Q , T e p , q , t , são as chamadas tensões e deformações transformadas. O uso destas variáveis desacopla e simplifica as equações tensão-deformação. Ao realizarem-se estas transformações a avaliação das tensões principais torna-se muito mais compacta:

$$\sigma_{\max,\min} = P \pm \sqrt{Q^2 + T^2} \quad (\text{A.9})$$

ou seja:

$$\sigma_{\max,\min} = \left[\frac{p}{(1+\nu)} \pm \sqrt{\frac{q^2 + t^2}{b}} \right] \quad (\text{A.10})$$

e o ângulo β :

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{T}{Q}\right) = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{t}{q}\right) \quad (\text{A.11})$$

As componentes de tensão que agem numa profundidade H num plano paralelo à superfície do espécime, são assim descritas em termos de componentes transformadas:

$$P(H) = \frac{(\sigma_3(H) + \sigma_1(H))}{2} \quad (\text{A.12.a})$$

$$Q(H) = \frac{(\sigma_3(H) - \sigma_1(H))}{2} \quad (\text{A.12.b})$$

$$T(H) = \tau_{13}(H) \quad (\text{A.12.c})$$

Similarmente, as três deformações aliviadas medidas depois da usinagem de um furo de profundidade h são expressas em termos das deformações transformadas da seguinte forma:

$$p(h) = \frac{(\epsilon_3(h) + \epsilon_1(h))}{2} \quad (\text{A.13.a})$$

$$q(h) = \frac{(\epsilon_3(h) - \epsilon_1(h))}{2} \quad (\text{A.13.b})$$

$$t(h) = \frac{(\epsilon_3(h) + \epsilon_1(h) - 2\epsilon_2(h))}{2} \quad (\text{A.13.c})$$

Como o uso de variáveis transformadas desacopla as equações tensão-deformação é possível considerar cada tensão ou deformação transformada independente das outras. Considere por exemplo, a deformação aliviada transformada $p(h)$ medida após a usinagem de um furo de profundidade h . Esta deformação é a integral das componentes infinitesimais de deformação causadas pela tensão transformada $P(H)$ em todas as profundidades dentro do intervalo $0 \leq H \leq h$. A figura A.28 apresenta estas profundidades bem como a tensão transformada $P(H)$. A deformação $p(h)$ é dada por:

$$p(h) = \frac{1+\nu}{E} \int_0^h \hat{A}(H, h) P(H) dH \quad 0 \leq H \leq h \quad (\text{A.14})$$

onde $\hat{A}(H, h)$ é a deformação aliviada por unidade de profundidade causada por uma tensão unitária numa profundidade H , quando o furo tem profundidade h . Se $\hat{A}(H, h)$ é conhecida, por exemplo através de elementos finitos e $p(h)$ é medida, então teoricamente o campo de tensões desconhecido pode ser determinado pela solução da equação integral, (A.14).

Em situações reais a deformação aliviada é medida em n intervalos de profundidade h_i . Assim, a forma discreta da equação (A.14) é:

$$\sum_{j=1}^{j=i} \bar{a}_{ij} P_j = \frac{E}{(1 + \nu)} p_i \quad 1 \leq j \leq i \leq n \quad (A.15)$$

p_i – medição de deformação aliviada após o i -ésimo incremento de profundidade de furo;

P_j – tensão uniforme equivalente dentro j -ésimo incremento de profundidade de furo;

\bar{a}_{ij} – deformação aliviada devido a uma tensão unitária dentro do incremento j de um furo com i incrementos de profundidade,

n – número total de incremento de profundidade de furo.

Na figura A.28 estão apresentados esquematicamente $h, H, A (H, h), p(h)$ e $P(H)$, bem como h_i, j, a_{ij}, p_i e P_j .

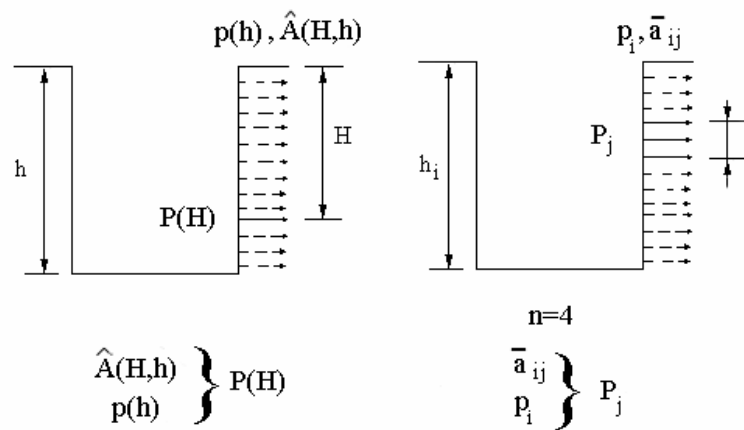


Figura A.28 – Representação dos parâmetros envolvidos no método integral, para o caso contínuo e discreto. As setas foram tracejadas para enfatizar que também existem tensões fora da profundidade H e do intervalo j .

A relação entre os coeficientes \bar{a}_{ij} e a função de alívio de deformação $\hat{A}(h, H)$ é:

$$\bar{a}_{ij} = \int_{H_{j-1}}^{H_j} \hat{A}(H, h_i) dh \quad (\text{A.16})$$

Pode-se escrever a equação (A.15) em notação matricial:

$$\bar{a}P = \frac{Ep}{(1+\nu)} \quad (\text{A.17})$$

Como exemplo, para um furo de quatro incrementos, tem-se:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Cabe aqui, lembrar que o objetivo de empregar variáveis transformadas é simplificar, compactar e desacoplar as relações tensão-deformação, de modo a se chegar nas equações matriciais apresentadas acima.

Na figura A.29 está apresentado o significado físico dos coeficientes \bar{a}_{ij} da matriz \bar{a} para o caso de quatro incrementos. As colunas da matriz correspondem aos alívios de deformação causados pelas tensões dentro de um incremento fixo, para furos de profundidades crescentes. As linhas da matriz correspondem ao alívio de deformação causado pelas tensões dentro de sucessivos incrementos de um furo de profundidade fixa. A combinação de todos os coeficientes de uma

linha corresponde a um campo de tensões uniforme cobrindo toda a profundidade do furo. Portanto, a soma das linhas de \bar{a} iguala os coeficientes das equações (3.33) e (A.17) para campos de tensão uniformes em furos de profundidade correspondentes.

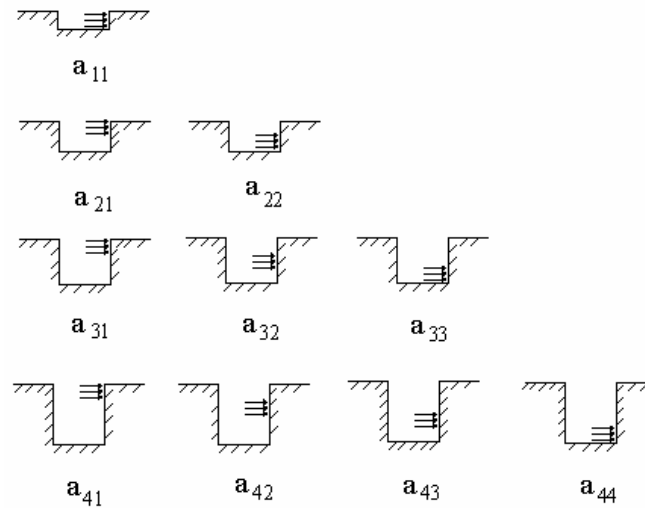


Figura A.29 – Significado físico das constantes \bar{a}_{ij} .

Tendo isto em mente, percebe-se que os métodos da deformação incremental e da tensão média podem ser vistos como aproximação do método integral. Tais modelos procuram aproximar os coeficientes \bar{a}_{ij} , dados apenas os valores de deformação obtidos após a usinagem de cada incremento, utilizando campos de calibração uniformes. Assim, cada deformação lida agrega a contribuição das tensões presentes em todos os incrementos de profundidade de furo. No método incremental todos os coeficientes em cada coluna são assumidos como sendo iguais, ou seja, a deformação aliviada no 1º incremento de um furo de 1 incremento é igual à deformação aliviada no 1º incremento de um furo de 2 incrementos e assim sucessivamente, conforme mostrado na figura A.41. Esta conclusão está errada, pois a medida que se aumenta a profundidade, para uma tensão aplicada num mesmo incremento, as deformações aliviadas serão maiores.

$$\bar{a}_{11} = \bar{a}_{21} = \bar{a}_{31} = \bar{a}_{41}$$

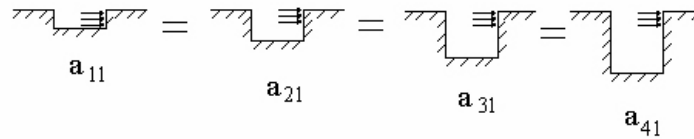


Figura A.30 – Coeficientes no método da deformação incremental.

No método da tensão média, os coeficientes de cada linha são assumidos como sendo proporcionais ao tamanho de cada profundidade do furo. Isto gera uma conclusão errada a de que os coeficientes em cada linha são iguais, figura A.31. Assim, segundo este método a deformação aliviada por uma tensão agindo no 1º elemento de um furo de dois incrementos é igual a deformação aliviada por uma tensão agindo no 2º incremento de um furo de dois incrementos. Isto ocorreria apenas se as tensões presentes em todas as profundidades de furo contribuíssem igualmente para a deformação aliviada medida na superfície.

$$\bar{a}_{21} = \bar{a}_{22}$$

$$\bar{a}_{31} = \bar{a}_{32} = \bar{a}_{33}$$

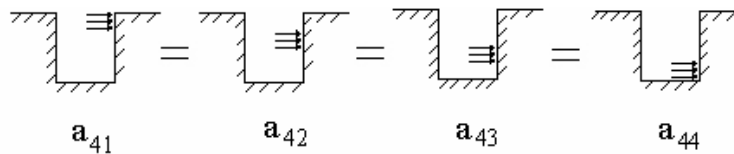


Figura A.31 – Coeficientes no método da tensão média.

Não é possível obter os coeficientes a_{ij} experimental ou analiticamente. Schajer [17, 18] e Niku-Lari [20], em trabalhos diferentes, apresentaram metodologias semelhantes para o cálculo destes coeficientes usando o método dos elementos finitos. No presente apêndice repetiram-se os resultados obtidos por Schajer. Esta abordagem está apresentada após o método da série de potências.

A.4 – Método da Série de Potências

Este método, proposto por Schajer em 1981, é aplicável para campos onde a variação da tensão seja suave. Qualquer campo de tensões pode ser dividido em

componentes biaxiais iguais e numa componente cisalhante. Numa primeira análise será considerada apenas a parcela biaxial, sendo $\sigma_b(h)$ a variação com a profundidade a partir da superfície. O método trabalha dividindo o campo de tensões residuais desconhecido em componentes de séries de potências, com coeficientes indeterminados $b_i = 0, 1, 2 \dots$

$$\sigma_b(h) = b_0 + b_1 h + b_2 h^2 + \dots \quad (\text{A.21})$$

onde h é medida a partir da superfície de espécime.

A deformação medida correspondente a $\sigma_b(h)$ é:

$$\varepsilon_b(h) = b_0 \lambda_0(h) + b_1 \lambda_1(h) + b_2 \lambda_2(h) + \dots \quad (\text{A.22})$$

onde $\lambda_i(h)$ são as respostas de deformação a campos de tensão unitários de série de potência. Estas respostas estão mostradas na segunda parte da figura (A.32) e podem ser geradas por elementos finitos de forma similar ao que foi feito para o método integral.

Uma vez que se obtenha a resposta de deformação, é possível calcular os coeficientes b_i da equação (A.22) pela minimização do erro entre as deformações medidas $\varepsilon_b(h)$ e aquela equação. O campo original de tensões pode então ser retrocalculado pela equação (A.21) assumindo-se que os coeficientes b_i minimizam também o erro entre o campo real e o calculado por (A.21).

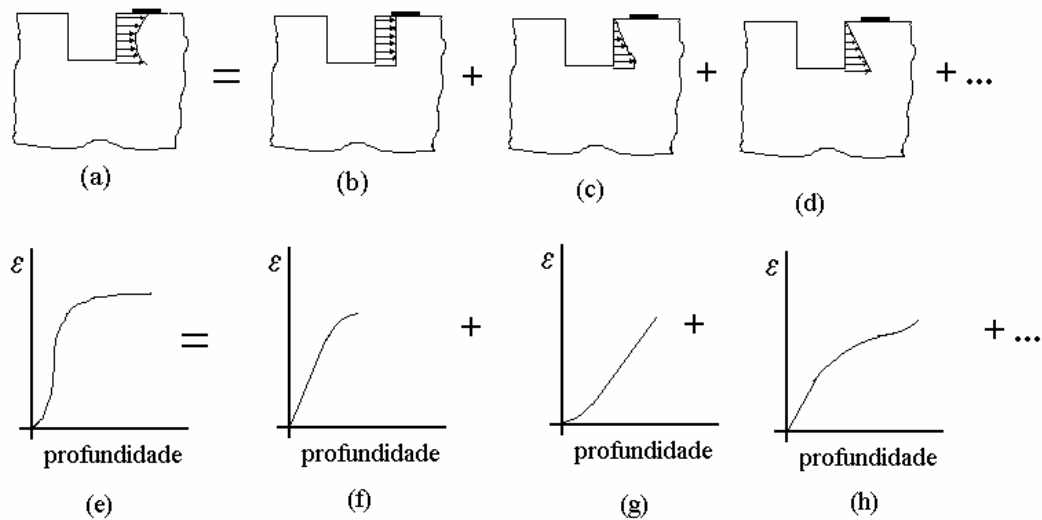


Figura A.32 – Decomposição de um campo não-uniforme desconhecido em outros de distribuição conhecida.

O mesmo tipo de cálculo pode ser empregado para obter a componente cisalhante, $\sigma_s(h)$, substituindo as funções $\lambda_i(h)$ pelas equivalentes calculadas para este tipo de campo.

Após obter os dois campos, biaxial e cisalhante, o campo original é reconstituído da seguinte forma:

$$\sigma_{\max}(h), \sigma_{\min}(h) = \sigma_b(h) \pm \sigma_s(h) \quad (\text{A.23})$$

Este método tem a vantagem de não ser tão sensível a erros oriundos da medição das deformações aliviadas, pois a minimização feita para obter os coeficientes acaba por ponderar estas medições. A desvantagem é que poucos termos da série podem ser usados antes de o método se tornar instável. Schajer recomenda que não sejam usados mais de dois termos na série se potência, o que vai gerar campos de tensão com variação linear. Como resultado disto, o método não se aplica a campos acentuadamente não uniformes.

A.5 – Cálculo dos Coeficientes a_{ij} e b_{ij} para campos de tensão não-uniformes.

Para calcular os coeficientes \bar{a}_{ij} e \bar{b}_{ij} , e resolver a equação (A.12) Schajer usou uma abordagem diferente da apresentada até agora e que será explicada a seguir: na figura A.33 (a), está apresentada uma porção de material antes da usinagem do furo. Estão mostradas as tensões iniciais que agem no volume, que futuramente será retirado pela usinagem do furo. Se for usinado o furo e as superfícies deste forem carregadas com a mesma tensão que havia antes, não haverá perturbação no valor das tensões agindo no restante de material.

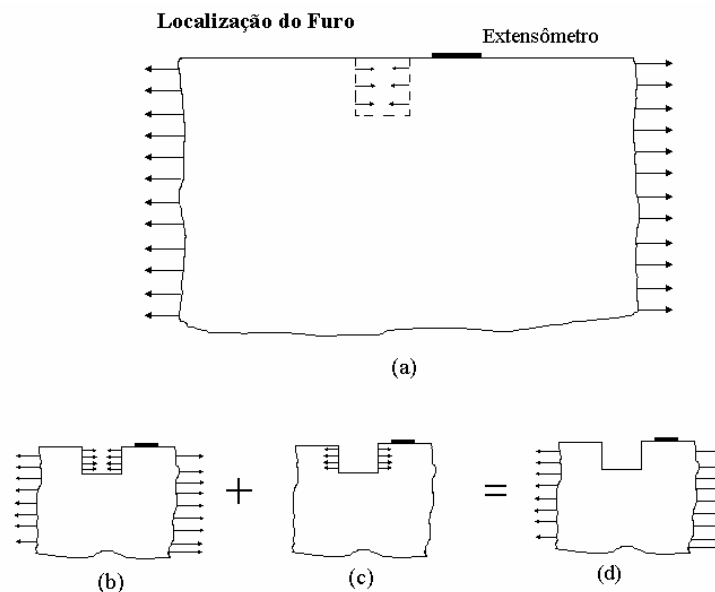


Figura A.33 – Superposição de carregamentos: (a) estado de tensões original (b) mudança no estado de tensões devido à usinagem do furo (c) estado final de tensões.

As letras (b), (c) e (d) da figura representam esta superposição de estados de tensão. No estado (b) mostra-se o material com o furo já usinado tendo carregamento aplicado na superfície do furo. O carregamento mostrado no estado (c) é igual e oposto ao da figura (b) na superfície do furo e vale zero nas outras superfícies. A soma⁵ destes dois estados, mostrada na letra (d), é o estado de tensões existente num componente após a usinagem de um furo. Então, o estado

⁵ Esta soma só é possível se o sistema for linear-elástico.

(c) corresponde a redistribuição de tensões devido a usinagem do furo e as deformações correspondentes representam aquelas que seriam medidas por um extensômetro. Decorre daí, que estas deformações dependem unicamente das tensões originais agindo no furo. A partir da análise dos deslocamentos, e, por conseguinte das deformações, geradas pelo carregamento (c), é possível calcular os coeficientes de alívio.

Este tipo de análise já havia sido utilizada por Schajer na obtenção dos coeficientes \bar{a} e \bar{b} . Ao invés de utilizar o método “antes-depois”, Schajer aplicou um carregamento à superfície do furo. De fato, se o sistema for linear-elástico, a análise do estado (c) por elementos finitos é equivalente à análise feita no método “antes-depois” uma vez que nos dois métodos as deformações usadas para calcular os coeficientes \bar{a} e \bar{b} são as deformações aliviadas.

A título de comparação, as simulações feitas aplicando o carregamento na superfície do furo foram repetidas para o caso de campo de tensões uniformes. Os resultados encontrados para o coeficiente \bar{a} foram bastante similares. O mesmo não ocorreu para o coeficiente \bar{b} . Neste apêndice não se conseguiu repetir as simulações feitas para calcular este coeficiente. Infelizmente o problema persistiu mesmo para a análise relacionada à plasticidade.

Entretanto, para encontrar os coeficientes a_{ij} e b_{ij} , o método “antes-depois” não se aplica. Como mostrado nas figuras A.28 e A.29, este método quantifica a parcela de cada tensão agindo em cada incremento. Só é possível quantificar esses efeitos separadamente se os carregamentos forem aplicados individualmente a cada incremento. Com um programa de elementos finitos é possível aplicar um determinado carregamento em apenas uma linha do modelo⁶.

Foi usado o mesmo modelo axissimétrico utilizado antes para campos uniformes. O raio do furo foi $r=0.4r_m$, sendo usinados 4 incrementos de profundidade igual a $0.1r_m$ cada. O carregamento foi aplicado individualmente a cada incremento de profundidade de furo. Na figura A.34 está mostrado o detalhe

⁶ Pelo mesmo motivo, não é possível obter estes coeficientes experimentalmente.

do modelo axissimétrico, onde estão destacados os incrementos bem como um dos carregamentos aplicados.

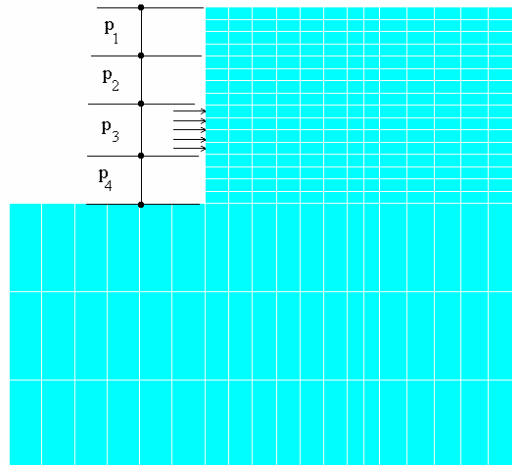


Figura A.34 – Detalhe do modelo axissimétrico usado na análise não-uniforme. Estão mostrados os quatro ($i=4$) incrementos bem como o carregamento aplicado no terceiro incremento ($j=3$).

Para o cálculo do coeficiente \bar{a}_{ij} , foi usado carregamento axissimétrico, assim na equação (A.4A.a), tem-se para cada incremento, $e_1(h) = e_3(h)$. Então:

$$p(h) = \frac{(\epsilon_3(h) + \epsilon_1(h))}{2} = \frac{2\epsilon(h)}{2} = \epsilon(h) \quad (\text{A.24.a})$$

Conforme se observa na figura A.34, o furo foi “usinado” em 4 incrementos. Para obter todos os coeficientes a_{ij} foram feitas simulações de acordo com a figura A.29, totalizando dez casos. A equação (A.15) foi então repetida para todos os valores de deformação integrada, obtidos em cada uma das simulações. Como o modelo foi carregado em um incremento por vez, apenas um dos termos do somatório foi diferente de zero, tornando assim direto o cálculo do coeficiente de alívio. A figura A.35 mostra a comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e os coeficientes de Schajer. Pode-se observar que houve boa concordância entre os dois resultados.

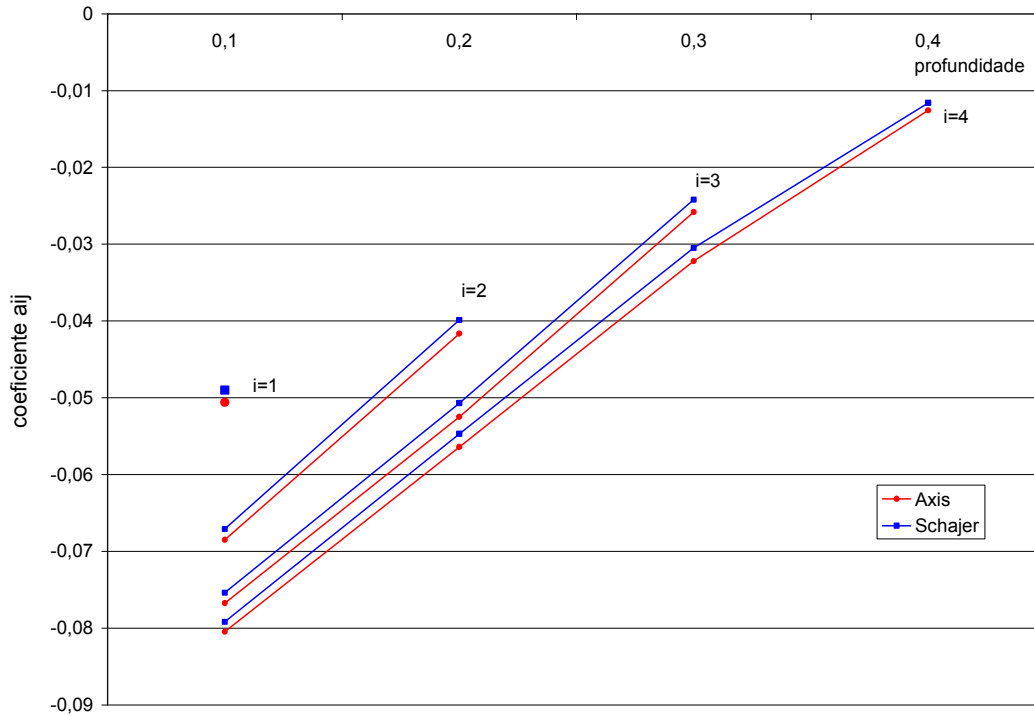


Figura A.35 – Comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente a_{ij} neste trabalho e por Schajer

Os valores numéricos encontrados para \bar{a}_{ij} foram:

$$\bar{a}_{ij} = \begin{bmatrix} -0.0506 & & & \\ -0.0416 & -0.0685 & & \\ -0.0258 & -0.0524 & -0.0767 & \\ -0.0126 & -0.0322 & -0.0564 & -0.0804 \end{bmatrix}$$

Foi dito anteriormente, que a soma dos elementos em uma linha iguala os coeficientes das equações (3.33) e (A.17) para campos de tensão uniformes em furos de profundidade correspondentes. Para confirmar esta afirmação, reportou-se ao item IV.3.2.2, onde foram feitas simulações com $n=5$, sendo a profundidade de cada incremento igual $0.2r_m$. Os resultados obtidos para as profundidades $0.2r_m$ e $0.4r_m$ foram comparados à soma dos elementos da segunda e da quarta linhas, respectivamente. A diferença encontrada foi no máximo de 5%, validando assim aquela afirmação.

O coeficiente \bar{b}_{ij} é calculado de forma similar ao caso uniforme, ou seja, utilizando-se carregamento não-axissimétrico. Similarmente ao que ocorreu para o carregamento uniforme, não foi possível repetir as simulações feitas por Schajer.

A.6 – Conclusão.

Os coeficientes de alívio necessários para relacionar tensão e deformação foram estabelecidos experimentalmente. É possível também estabelecer estes coeficientes através de elementos finitos, tanto para furo passante quanto para furo-cego. Neste trabalho foram repetidos estes experimentos e foram obtidos, com boa concordância, os coeficientes \bar{a} e \bar{b} para o caso de furo passante e furo-cego. Foram usados três modelos:

Modelo sólido – o elemento usado neste modelo foi o *Solid95*. Gerou resultados apenas razoáveis para o caso passante e não foi aplicável ao caso de furo-cego.

Modelo Tetraédrico – neste modelo o elemento usado foi o *Solid92*. Apresentou bons resultados tanto para o furo passante quanto para o furo-cego. Entretanto, é um modelo que requer certo esforço computacional.

Modelo Axissimétrico – é o modelo usado na literatura e usa o elemento *Plane83* que é axissimétrico. A comparação entre os resultados deste modelo e os da literatura bem como com resultados experimentais foi muito boa. Este modelo foi escolhido para as futuras análises não só por seu desempenho, que não foi tão melhor que o tetraédrico, como também por ser rápido de ser executado e ocupar bem menos espaço de memória que o modelo tetraédrico.

No caso de campos de tensão não-uniformes, a metodologia proposta na norma ASTM E387 não deve ser diretamente utilizada, pois se corre o risco de obter resultados bastante errados. É necessário calcular novos coeficientes que levem em consideração a influência de cada um das tensões agindo em diferentes incrementos na deformação lida pelo extensômetro. Não é possível obter tais coeficientes experimental ou analiticamente, sendo, portanto necessária uma

metodologia numérica. Neste trabalho, seguiu-se uma metodologia conhecida por “Método Integral”. Utilizando-se novamente o método dos elementos finitos, foram calculados os coeficientes relativos a esta metodologia obtendo-se boa concordância com a literatura.

Apêndice B – Efeito da Espessura no Fator de Concentração de Tensões

B.1 – Introdução.

Grande parte da literatura existente apresenta o problema da concentração de tensão ocorrido em regiões de estruturas que têm descontinuidades como um problema plano, isto é, que não apresenta variação com a espessura dos componentes [7]. Entretanto, estudos experimentais feitos por fotoelasticidade tridimensional [16] demonstram que à medida que o componente torna-se mais espesso, o estado de tensões varia ao longo da espessura. Além disso, as tensões desenvolvidas nestes componentes são maiores que aquelas desenvolvidas em componentes planos, podendo-se com isso cometer erros não conservativos. Neste trabalho, propõe-se uma explicação para a variação da tensão ao longo da espessura, baseada na variação da rigidez dos paralelepípedos elementares, situados na região da descontinuidade, causada por estados planos de tensão (pontos próximos à superfície) e de deformação (pontos no interior do componente).

Com o objetivo de averiguar esta hipótese e também obter outros resultados que não foram possíveis de se obter experimentalmente, tais como campos de deslocamentos, foram feitas simulações aplicando o método dos elementos finitos em modelos de barras com entalhe em U e com furos, submetidos à tração e empregando diversas relações espessura/raio do entalhe. Os resultados obtidos concordaram com os dados experimentais, determinados por Cunha [16].

B.2 – O Fator de Concentração de Tensão.

A concentração de tensões surge em componentes que possuem mudanças abruptas na sua geometria ou descontinuidades, tais como furos, entalhes em U,

ombros, rasgos de chavetas, etc [7]. Devido à presença destas descontinuidades ocorre um aumento no valor da tensão, geralmente quantificado pelo fator de concentração de tensão, K_t , definido por:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (\text{B.1})$$

onde σ_{\max} é a tensão máxima na vizinhança imediata da descontinuidade e σ_{nom} é a tensão que ocorreria na seção reduzida da região que contém a descontinuidade, caso não ocorresse a perturbação na distribuição de tensões causada pela mudança abrupta de geometria. Existem na literatura, informações sob a forma de gráficos, tabelas e expressões analíticas para auxiliar na obtenção dos valores de K_t para diversas geometrias e carregamentos. Estas informações foram reunidas por Peterson [7], que compilou resultados de diversos trabalhos, que empregaram fotoelasticidade bidimensional e tridimensional, soluções analíticas e soluções por diferenças finitas para a determinação de K_t . Para componentes com entalhes em U, furo e ombros o método mais utilizado no passado para obter o K_t , foi a fotoelasticidade bidimensional. Peterson informa que há restrições ao uso destes valores de K_t se o componente for espesso; no caso de placas com furos a relação t/r não deve ser maior que 1.5 e para entalhes em U, não é estabelecido nenhum valor, embora seja dito claramente que aqueles valores de K_t só se aplicam para peças muito finas. Ainda segundo esta referência, no meio da espessura do componente podem ocorrer tensões até 3% maiores que aquelas indicadas pelo K_t . Mesmo assim, o consenso geral é que os valores apresentados para componentes bidimensionais são suficientemente precisos para quaisquer espessuras.

B. 3 – Tensão Plana x Deformação Plana [19].

Alguns casos particulares de estados de tensão atuantes em pontos de componentes estruturais são classificados como: estados planos de tensão e estados planos de deformação. Os primeiros são caracterizados pela não existência de tensões paralelas a uma determinada direção que passa pelo ponto estudado. Por exemplo, é o caso da direção paralela à espessura de placas muito finas ou direções ortogonais aos pontos que estão nas superfícies de componentes

estruturais. Os estados planos de deformação são aqueles em que as deformações principais são nulas numa determinada direção. É bastante comum analisar-se os estados de tensão em componentes estruturais através do uso de paralelepípedos elementares. Paralelepípedos representativos dos estados planos de tensão e deformação estão mostrados na Figura B.1.

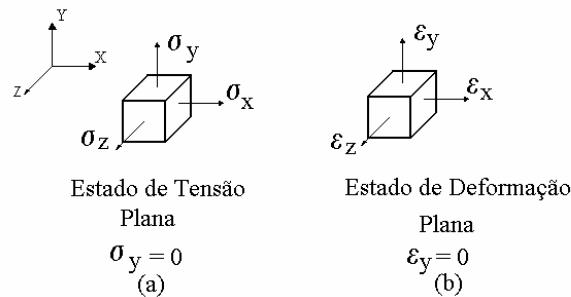


Figura B.1 – Paralelepípedos elementares submetidos a: (a) tensão plana e (b) deformação plana.

Numa placa submetida à tração, Figura B.2, tem-se que os pontos situados nas duas faces estão submetidos a estados planos de tensão. A tensão na direção y é zero. Se a placa for fina, não há como a tensão variar muito de um lado da placa para o outro e os três elementos infinitesimais mostrados estarão sob tensão plana. Mesmo que a placa contenha uma descontinuidade, tal como um furo, o estado continuará a ser de tensão plana, se o raio do furo for muito maior que a espessura da placa.

Na Figura B.3, tem-se uma representação esquemática do estado de tensões de uma placa espessa com entalhe em U. À medida que a espessura aumenta, direção z , o estado de tensões torna-se mais complexo. Os blocos de material A e B destacados em cinza, não estão carregados. As superfícies destes blocos, correspondentes às faces x , y , e z estão sob tensão zero por causa das condições de contorno do problema, já que são três superfícies livres. Estes blocos deslocam-se na direção x , mas não têm tendência de se deslocar ou se deformar na direção z . Devido à compatibilidade de deslocamentos, outros blocos paralelos a estes, no interior do entalhe, terão o mesmo comportamento. Assim, os elementos **a**, **b** e **c** terão os mesmos deslocamentos e deformações na direção x . O mesmo não ocorre na direção z ; os elementos **a**, **b** e **c** estão sob altas tensões σ_x e, por efeito de Poisson, teriam tendência de se deformar na direção z . Os elementos **a** e

c, por estarem na superfície e portanto estarem submetidos a estados planos de tensão acabam se deformando nesta direção. Por outro lado, o elemento **b**, por estar restrito pelos blocos pouco carregados circunvizinhos, não tem deformação na direção *z*. Assim, este elemento passa a estar sob deformação plana, pois uma das componentes de deformação é zero, enquanto os elementos **a** e **c** ainda estão em tensão plana. Para haver uma deformação $\epsilon_z = 0$, surge uma tensão $\sigma_z = \mu\sigma_x$ conforme será visto adiante.

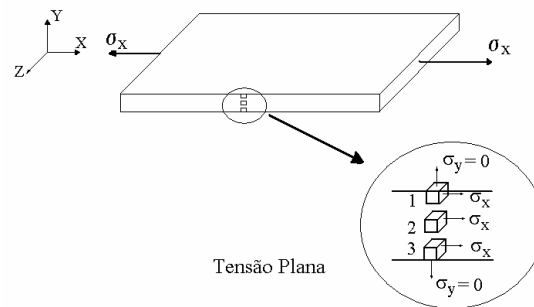


Figura B.2 – Estado de tensão plana numa placa fina submetida à tração.

Os valores de deformações atuantes ϵ_x nos elementos **a** e **c**, podem ser calculados pela lei de Hooke. A deformação na direção *x*, agindo no elemento **a** é:

$$\epsilon_x^a = \frac{1}{E} [\sigma_x^a - \mu\sigma_y^a - \mu\sigma_z^a] \quad (\text{B.2})$$

mas, nestes elementos as tensões σ_y e a tensão σ_z são zero, pois tratam-se de faces de paralelepípedos elementares que se encontram em superfícies livres. Estes elementos estão submetidos a um estado uniaxial de tensão. Assim, tem-se:

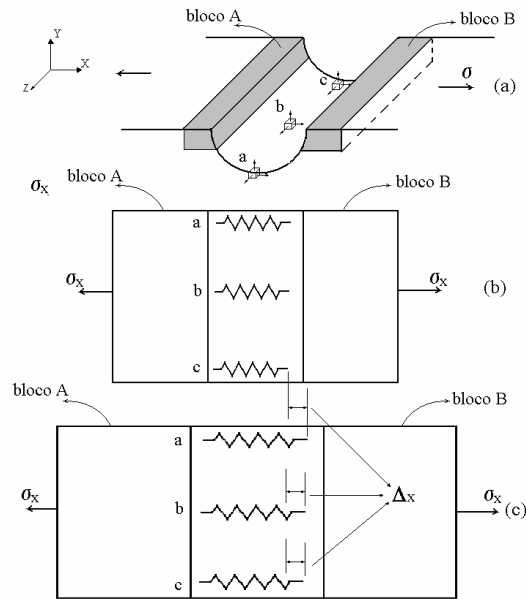


Figura B.3 – (a) Detalhe de um componente com entalhe em U, no qual os elementos a e c estão na superfície e o elemento b está no meio do componente. (b) Vista superior destacando os elementos representados como molas antes e (c) e depois da deformação.

$$\epsilon_x^a = \frac{1}{E} \sigma_x^a \Rightarrow \sigma_x^a = E \epsilon_x^a \quad (B.3)$$

onde ϵ_x^a é a deformação na direção x, sofrida pelo elemento a, e σ_x^a é a tensão na direção x, agindo no elemento a.

No elemento b, conforme visto acima, existem as tensões σ_x e σ_z . Então:

$$\epsilon_x^b = \frac{1}{E} [\sigma_x^b - \mu \sigma_z^b] \quad (B.4)$$

Caso este estado seja caracterizado com um estado plano de deformação, a deformação na direção z é nula, e então:

$$\epsilon_z^b = \frac{1}{E} [\sigma_z^b - \mu \sigma_x^b] = 0 \Rightarrow \sigma_z^b = \mu \sigma_x^b \quad (B.5)$$

Substituindo em B.4, vem:

$$\epsilon_x^b = \frac{1}{E} [\sigma_x^b (1 - \mu^2)] \quad (B.6)$$

Se a hipótese que os blocos de material com baixa tensão for válida, os deslocamentos destes blocos na direção x serão iguais e então as deformações ϵ_x^a

e ϵ_x^b serão iguais. Portanto, a tensão σ_x^b deve ser maior que a σ_x^a , ou seja:

$$\sigma_x^b = \sigma_x^a / (1 - \mu^2)$$

Nas Figuras B.3b e B.3c, mostram-se os elementos infinitesimais como se fossem molas e blocos de material que se deslocam rigidamente; as três molas têm que sofrer o mesmo deslocamento U_x , mas a mola **b** é mais rígida, pois tanto sofre tensão na direção x quanto na direção z, ambas positivas. Portanto, a força agindo nesta mola, proporcional a σ_x^b , deve ser maior que aquela agindo nas outras molas, para garantir o mesmo deslocamento na direção x.

B.4 – O Modelo Numérico.

Foram simulados oito modelos tracionados, cinco com entalhes em U e três com furos circulares. Na Figura B.4, tem-se um esboço destes modelos. As relações entre as dimensões são mostradas nas Tabelas B.1 e B.2. As dimensões usadas neste trabalho são as mesmas utilizadas num trabalho anterior [18], no qual os resultados foram obtidos por fotoelasticidade tridimensional e por elementos finitos usando o programa SAPV [26].

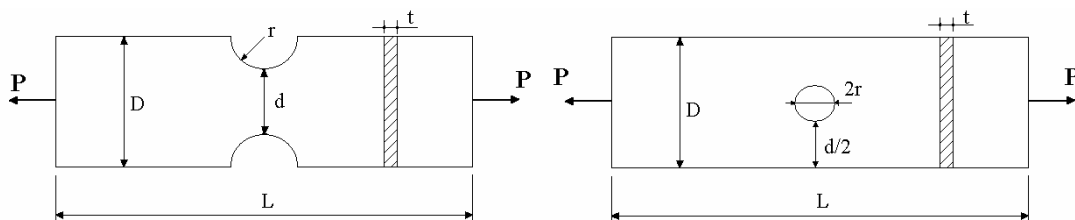


Figura B.4 – Representação esquemática dos modelos tracionados com entalhes em U e com furos circulares.

Tabela B.1 – Dimensões do modelo com entalhe em U

Modelo	D	D/d	r/d	t/r
U1	35.00	1.30	0.15	0.55
U2	35.00	1.30	0.15	1.74
U3	35.00	1.30	0.15	2.24
U4	35.00	1.30	0.15	2.75
U5	35.00	1.30	0.15	3.75
U6	35.00	1.30	0.15	B.37

Tabela B.2 – Dimensões do modelo com furo

Modelo	D	D/d	r/d	t/r
F1	35.00	1.52	0.26	0.20
F2	35.00	1.52	0.26	2.23
F3	35.00	1.30	0.15	3.32

Neste trabalho, para proceder às simulações, usou-se o programa Ansys 6.0 [17], University High Option. Como se tratam de modelos simétricos utilizou-se apenas 1/8 do modelo, impondo-se as condições de contorno adequadas. A Figura B.5 apresenta a parte do modelo que foi analisada, bem como as restrições e as forças aplicadas. O elemento escolhido foi o Solid95, o qual tem 20 nós e três graus de liberdade por nó.

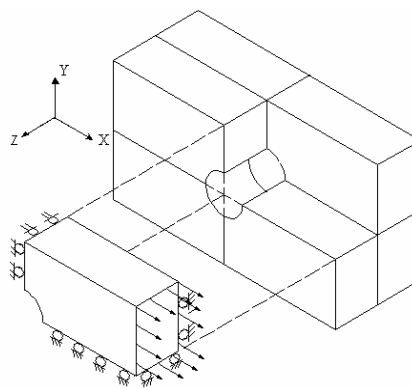


Figura B.5 – Representação esquemática do quadrante analisado do modelo com furo. Carregamento e restrições similares foram usados no modelo em U.

Foram analisados tensões, deformações e deslocamentos ao longo de três linhas, 1-2, 1-3 e 3-4, as quais estão destacadas na Figura B.6, na qual o ponto 1 está na superfície do modelo enquanto o ponto 2 está na metade da espessura do

modelo. No caso do modelo com espessura pequena, próximo de um modelo bidimensional, espera-se que σ_x tenha variação mínima ao longo da linha 1-2 e também que os valores de σ_z sejam próximos de zero. À medida que a espessura dos modelos aumenta, aumenta também a variação de σ_x e os valores de σ_z , no interior do modelo. Ainda ao longo desta linha, espera-se que a relação ϵ_z/ϵ_x , seja muito próxima ao coeficiente de Poisson, $\mu = 0.3$, nos componentes mais finos, pois para estes o estado de tensões ao longo de toda a linha 1-2, aproxima-se de um estado uniaxial. Se a hipótese de deformação plana for válida, a medida que o componente torna-se mais espesso, esta relação diminui, pois ϵ_z tende a zero para pontos no interior do modelo. A linha 3-4 foi analisada a fim de verificar se os elementos ao longo desta linha têm o mesmo deslocamento U_x .

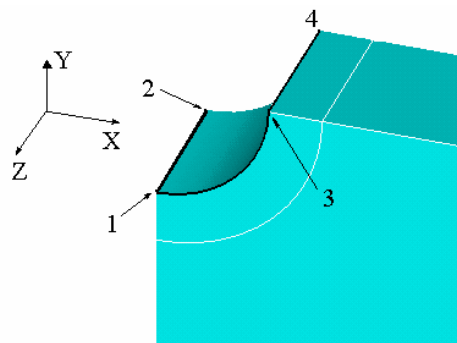


Figura B.6 – Detalhe do modelo em U, destacando as linhas a serem analisadas (em preto).

Finalmente a linha 1-3 foi utilizada para avaliar os deslocamentos e as deformações na direção z. Espera-se que no modelo menos espesso, por ser menos rígido nesta direção, o deslocamento U_z normalizado com relação à espessura, seja maior que nos outros modelos, na região próxima do ponto 1. Se as hipótese que os blocos A e B têm baixa tensão for confirmada, a deformação ϵ_z será igualmente pequena no ponto 3 para todas as espessuras enquanto no ponto 1, esta deformação será maior nos modelos mais finos.

V.5 – Resultados e Discussão.

Uma vez que a hipótese apresentada baseia-se no deslocamento de blocos rígidos (pouco tensionados) A e B, representado pela uniformidade dos deslocamentos U_x da linha 3-4, os primeiros resultados a serem analisados foram os deslocamentos ao longo desta linha. Estes resultados foram normalizados com a espessura e estão apresentados na Figura B.7. Percebe-se que para todas as espessuras os valores do deslocamento são constantes, mostrando que de fato, o material na vizinhança daquela linha, se desloca como um bloco. A seguir, foram analisados os deslocamentos e deformações U_z , na linha 1-3. Pode-se observar na Figura B.8, que o componente que sofreu os maiores deslocamentos no ponto 1 e que obteve maior diferença entre os pontos inicial e final foi o modelo que mais se aproxima do bidimensional, conforme o esperado. Na figura B.9, observa-se a variação da relação $\varepsilon_z/\varepsilon_x$ ao longo da linha 1-2. Confirmou-se que para todos os modelos, no ponto localizado na superfície plana do entalhe, ponto 1, esta relação tende para o coeficiente de Poisson. Para o componente mais fino, este valor é praticamente constante ao longo da linha, ao passo que este valor vai diminuindo para componentes mais espessos. Isto indica, que na parte central dos componentes espessos a deformação ε_z tende para zero. A figura B.10 mostra as deformações ε_x e ε_z , ao longo da linha 1-3⁷. Para todas as espessuras percebe-se que no ponto 3, estas deformações tendem a zero, conforme havia sido dito anteriormente, uma vez que o ponto 3 pertence aos blocos A e B. No ponto 1, observa-se que as duas deformações têm valores diferentes de zero, sendo que ε_x é positiva e maior em magnitude que ε_z , sua razão tendendo para o coeficiente de Poisson, 0.3.

Foram analisados a seguir os valores de K_t , ao longo da linha 1-2. Os resultados obtidos demonstram uma variação considerável entre os valores de K_t baseados em modelos mais finos e os mais espessos. Na Figura B.11, observa-se que os valores de K_t do modelo mais fino são praticamente constantes. À medida

⁷ Como todas os modelos tiveram as mesmas tendências, estão mostrados apenas os valores de ε_x e ε_z do modelo mais fino e do modelo mais espesso.

que espessura do modelo aumenta o K_t varia cada vez mais ao longo da espessura. O mesmo ocorreu para os modelos com furos⁸, conforme mostrado na Figura B.12.

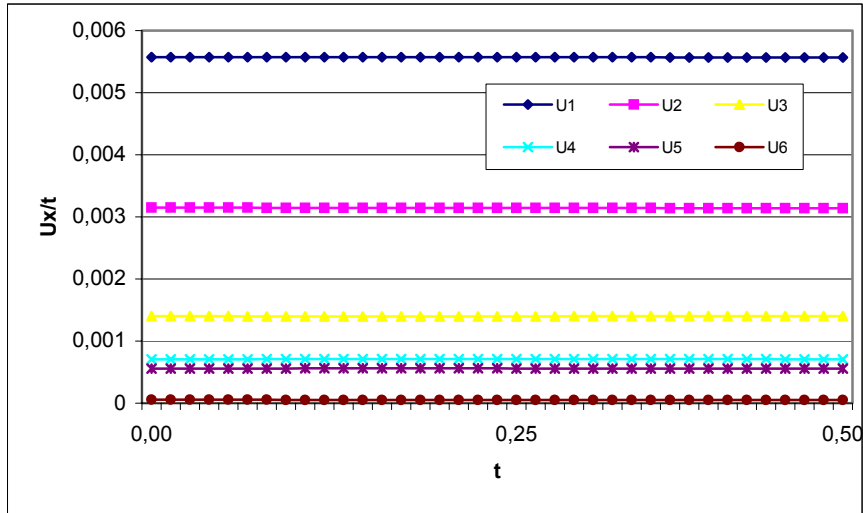


Figura B.7 – Deslocamento U_x ao longo da linha 3-4 no modelo com entalhe em U.

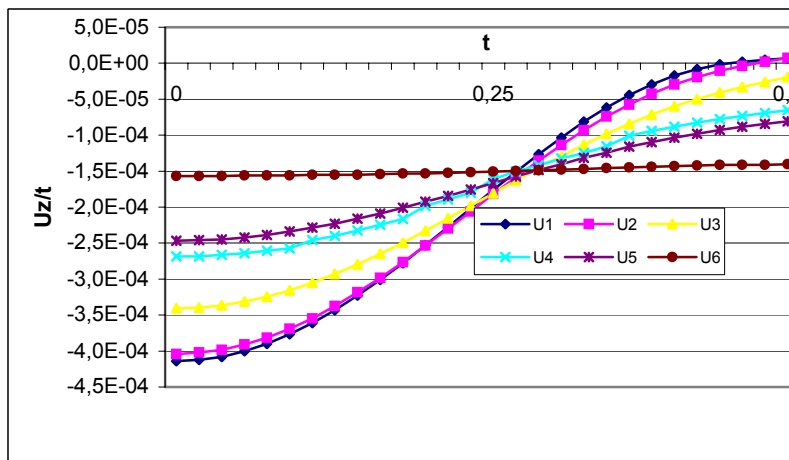


Figura B.8 – Deslocamento U_z ao longo da linha 1-3 no modelo com entalhe em U.

⁸ Todos os modelos com furo tiveram resultados similares aos modelos em U. Por esta razão, apenas os resultados destes últimos serão apresentados.

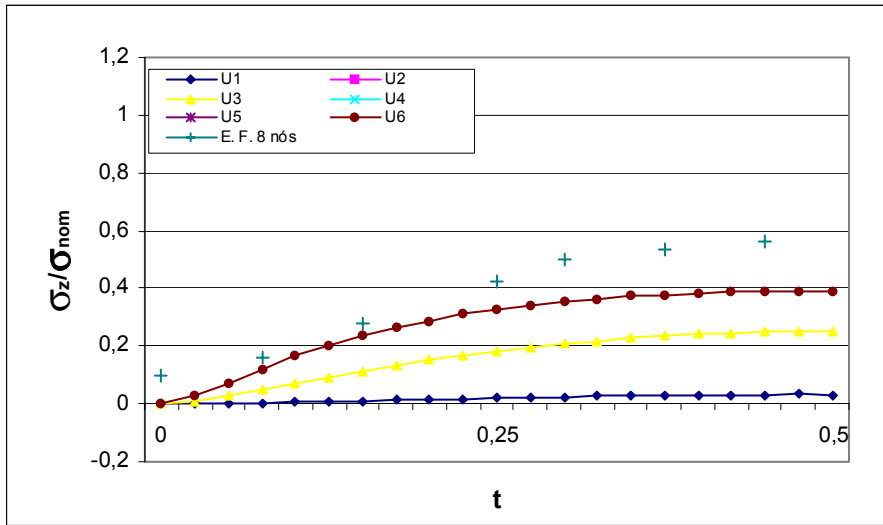


Figura B.9 – Variação de $\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x}$ ao longo da linha 1-2 no modelo com entalhe em U.

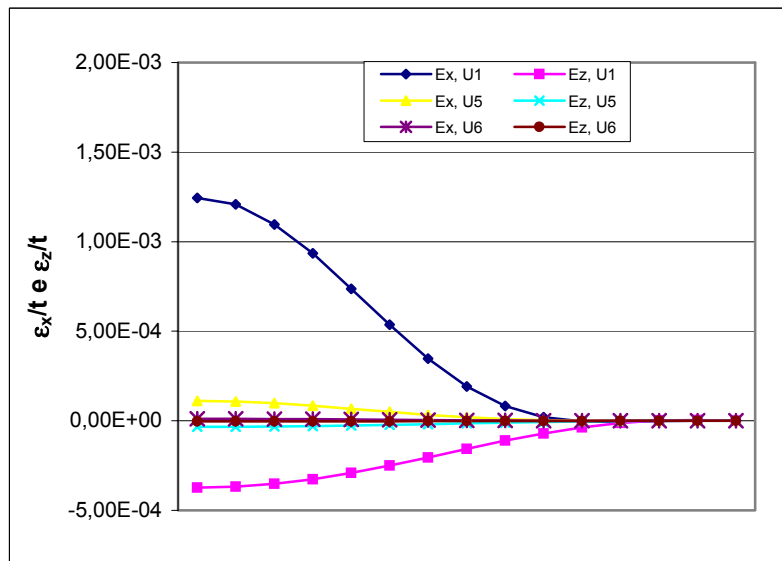


Figura B.10 – Variação de ϵ_z e ϵ_x ao longo da linha 1-3 no modelo com entalhe em U.

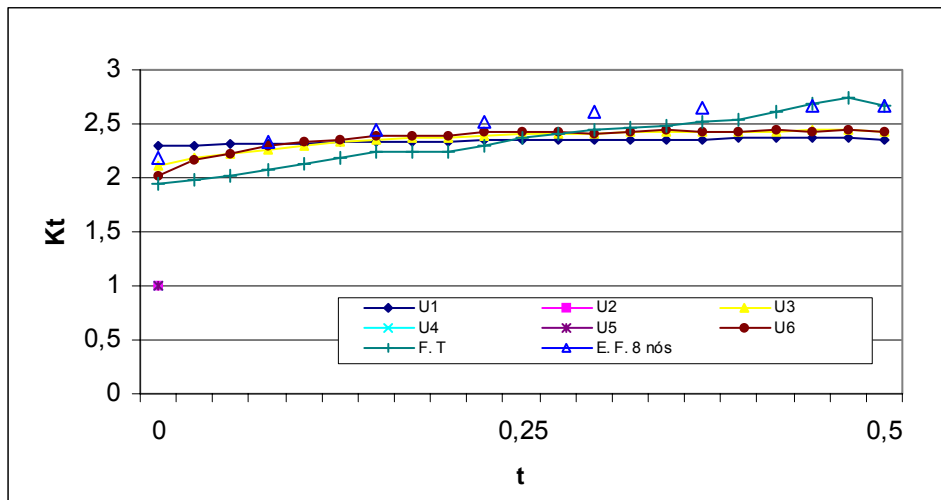


Figura B.11 – Variação de K_t ao longo da linha 1-3 no modelo com entalhe em U.

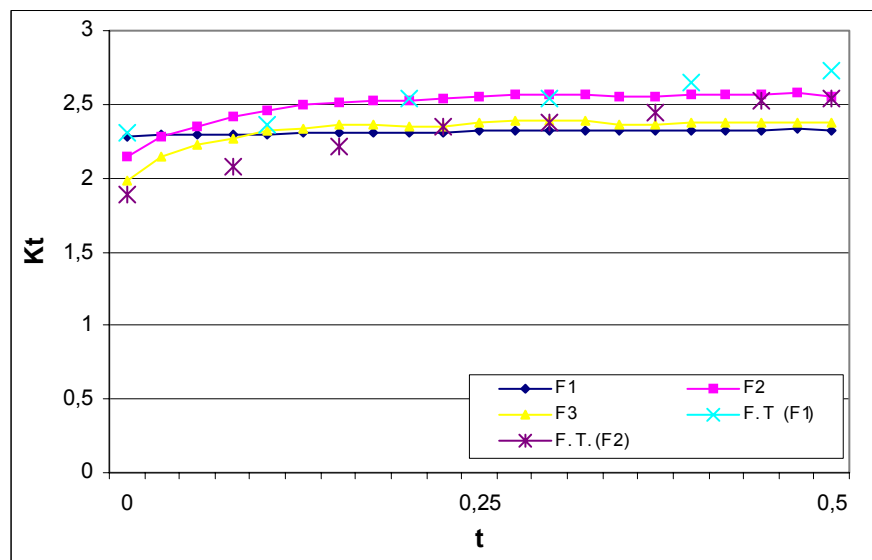


Figura B.12 – Variação de K_t ao longo da linha 1-2 no modelo com entalhe em U.

É interessante destacar, que os valores de K_t bidimensionais [7] são intermediários, situando-se dentro da faixa dos valores dos componentes espessos. Considerando que a variação entre K_{tmax} tridimensional e bidimensional seja da ordem de 3%, pode-se entender por que o uso generalizado do K_t bidimensional para todas as espessuras traz resultados adequados.

No caso da tensão σ_z , também se nota uma variação pronunciada com a espessura. Na Figura B.13, a qual foi normalizada em relação a σ_{nom} , nota-se que no modelo bidimensional, o máximo valor de σ_z/σ_{nom} foi da ordem de 0.05, enquanto para o modelo mais espesso este valor foi de 0.6. Este gráfico também evidencia que no meio do componente o estado deixa de ser de tensão plana. Finalmente, tem-se que σ_z/σ_{nom} aumenta consideravelmente já no modelo U2, ou seja, $t/r=1.7B$. Isto está de acordo com a relação-limite indicada por Peterson, $t/r=1.5$.

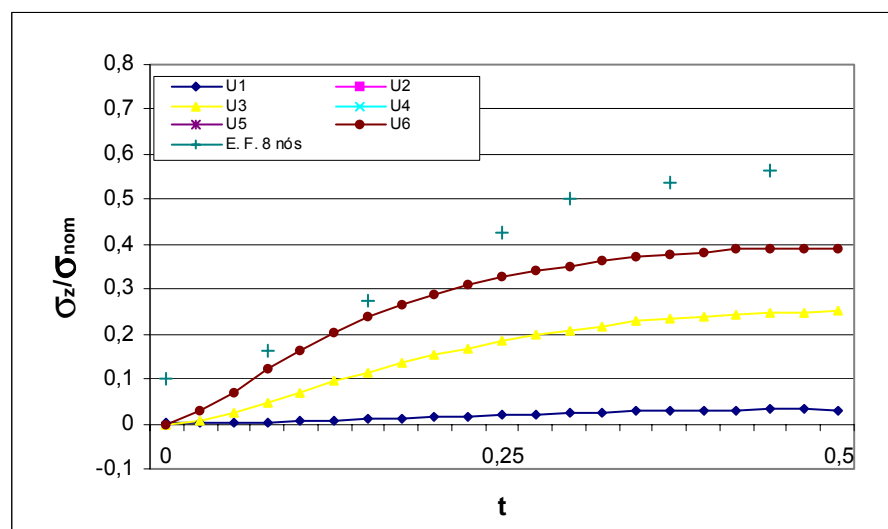


Figura B.13 – Variação de $\frac{\sigma_z}{\sigma_{nom}}$ no modelo em U.

Na Figura B.14 mostra-se uma comparação da variação de K_t ao longo da espessura entre o modelo mais espesso e o modelo mais fino. Pode-se observar que no primeiro o K_t varia de 1.893 a 2.447, ou seja, 29% enquanto que para o modelo mais próximo ao bidimensional esta variação é de apenas 13%. Devido a esta variação deve-se tomar cuidado, por exemplo, quando extensômetros de resistência elétrica, colados nas superfícies planas dos entalhes, forem usados para avaliar as tensões máximas quando os componentes forem espessos. A tensões indicadas pelos extensômetros podem ser quase 30 % menores que as tensões máximas existentes na região central dos componentes. Mesmo num componente fino, a diferença pode ser de 13%.

Na tabela 3, está mostrada uma comparação entre os resultados obtidos neste trabalho, que utilizou elementos finitos de 20 nós, e os resultados de Cunha [18], no qual foram utilizados fotoelasticidade tridimensional e elementos finitos de 8 nós. O valor do K_t bidimensional, segundo Peterson para o modelo com entalhe em U, é 2.3B.

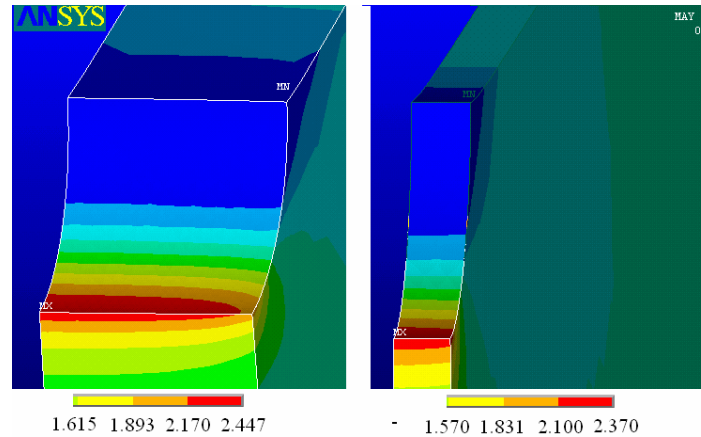


Figura B.14 – Variação da K_t ao longo da linha 1-2, num modelo espesso (U4) e no modelo mais fino.

Tabela B.3 – Comparação entre os resultados de K_t obtidos por elementos finitos com 8 nós, elementos finitos de 20 nós e fotoelasticidade tridimensional.

Modelo	E.F. 8 nós [18]		F. T.[18]		E. F. 20 nós	
	Max	Min	Min	Min	Max	Min
U1	-	-	-	-	2.366	2.291
U2	-	-	2.650	2.250	2.430	2.146
U3	-	-	2.592	2.040	2.438	2.106
U4	-	-	2.376	1.870	2.444	2.072
U5	-	-	2.714	2.092	2.439	2.024
U6	2.510	2.070	2.677	1.912	2.439	2.011

E.F. – Elementos finitos
F. T. – Fotoelasticidade Tridimensional

Da tabela acima, pode-se notar que há uma diferença de 4% entre os valores de K_t bidimensional e os resultados obtidos neste trabalho para o modelo mais espesso. Esta diferença, aliada à presença da tensão σ_z , indica que em

componentes espessos pode não ser aconselhável utilizar K_t bidimensional. Pode-se observar também, que os valores obtidos por fotoelasticidade, são maiores que os obtidos neste trabalho. Esta diferença pode ser explicada, pela diferença entre os valores dos coeficientes de Poisson usados no modelo numérico, $\mu = 0.3$ e os do material fotoelástico, $\mu = 0.48$ [18].

B.6 – Conclusão

Foi estudada a variação do fator de concentração de tensão em modelos espessos sendo proposta uma hipótese para explicar esta variação. Foram simulados diversos modelos em elementos finitos. Os resultados de deslocamentos e deformação obtidos confirmaram a hipótese sugerida, ou seja, o material na vizinhança do entalhe se desloca como um bloco. Foi constatado também, que na metade da espessura do modelo, desenvolve-se um estado plano de deformação. Assim, nas superfícies do entalhe tem-se estados planos de tensão enquanto no interior tem-se estados planos de deformação. Em consequência disto, os valores de σ_{\max} variam ao longo da espessura do componente, atingindo, no centro, valores maiores que os indicados pelos K_t bidimensionais de Peterson. Os resultados de K_t , determinados por elementos finitos, ao longo da espessura apresentaram boa concordância com os dados experimentais. Foi observada uma variação considerável dos valores de K_t e $\sigma_z/\sigma_{\text{nom}}$ ao longo da espessura dos modelos, tanto para os modelos com entalhes em U quanto para os modelos com furo. Os valores obtidos são, em média, 4% maiores que os esperados pela análise bidimensional, o que confirma o fato de que os valores de K_t bidimensionais não devem ser utilizados em componentes cuja espessura seja maior que 1.5 vezes o raio do entalhe.