



**Ana Cristina Cosme Soares**

**Avaliação dos efeitos da plasticidade na  
medição de tensões residuais pela técnica do  
furo cego.**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós- Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador: José Luiz de França Freire

Rio de Janeiro  
Outubro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e do orientador

**Ana Cristina Cosme Soares**

Graduou-se em Engenharia Mecânica no CEFET-RJ em 1996.  
Cursou o Mestrado em Engenharia Mecânica em 2000 na PUC-Rio

Ficha Catalográfica

Soares, Ana Cristina Cosme

Avaliação dos efeitos da plasticidade na medição de tensões residuais pela técnica do furo cego / Ana Cristina Cosme Soares; Orientador: Jose Luiz de França Freire. – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Mecânica.

v., 236 f.: il.: 30 cm

Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2 –Tensões Residuais 3. Técnica do Furo-Cego. 4. Elementos Finitos. 5 – Plasticidade. I. Freire, José Luiz de França.. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD:621



**Ana Cristina Cosme Soares**

**Avaliação dos efeitos da plasticidade na  
medição de tensões residuais pelo  
método do furo-cego.**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo programa de Pós –graduação em Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof José Luiz de França Freire**

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Carlos Alberto de Almeida**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro**

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

**Prof. Eduardo Atem**

Departamento de Engenharia Mecânica - UENF

**Prof. Marco Antônio Martins Cavaco**

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

**Prof. Ney Augusto Dumont**

Departamento de Engenharia Mecânica - UFSC

Rio de Janeiro, 10 de outubro de 2003



## **Agradecimentos**

A Deus, por estar presente em todas as horas e em todas as pessoas;

A minha família, pelo amor e apoio em todos esses anos e em especial a minha mãe, que sempre me recebe com um sorriso quando volto para casa;

A meu orientador, Jose Luiz Freire pelas idéias redentoras, sugestões e conselhos;

Ao professor Ronaldo Domingues por ter colocado em meu coração o desejo de ir além;

A minha irmã peruana, Gladys, pelas intermináveis conversas, pelo amor e pela amizade que me presenteou nesses seis anos;

Ao meu amigo e mentor Marcelo Lavrador, por ter perdido uma tarde me convencendo a fazer o doutorado;

A minha irmã baiana, Cristina, por ter rezado por mim e por ser a melhor amiga que alguém pode ter;

A todos os meus amigos que me apoiaram durante todo esse percurso: Ricardo, Paula, Jorge Diniz, Albertinho, Cleia, Christian, Claudinha, Denise, Andréa Paulucci e tantos outros, que tornaram minha vida mais fácil,

Ao querido Garcia, por ser maravilhoso;

A todas as pessoas que me receberam em suas casas e em especial Ivana, Maura e Thiago, Maria Helena e Daniela, por terem me oferecido não só moradia, mas também carinho e apoio;

Ao “Grupo do Chopp” e sobretudo ao “Quarteto Fantástico” (Márcia, Maria Helena, Marcos Sebastião e eu mesma), por propiciarem horas maravilhosas de risadas e relaxamento;

Aos funcionários do departamento: Rosely, Márcia, Carlucio, Nair, Leninaldo, Flavia, Christiano e Carolina pelo apoio nas horas complicadas.

A Capes pelo apoio financeiro.

## Resumo

Soares, Ana Cristina; Freire, José Luiz de França. Avaliação dos efeitos da plasticidade na medição de tensões residuais pela técnica do furo cego. Rio de Janeiro, 2003. 236p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Uma das técnicas mais aplicadas para medir tensões residuais em componentes mecânicos é a técnica do furo cego. Esta técnica é de fácil aplicação industrial e é normalizada pela ASTM E 837. Entretanto, devido à concentração de tensões gerada pelo furo, há restrições quanto à aplicação deste método quando as tensões residuais presentes excedem 0.3 da tensão de escoamento do material,  $S_y$ . Há na literatura trabalhos que avaliam, por elementos finitos, os erros gerados ao se aplicar diretamente estes coeficientes em componentes com altos níveis de tensões residuais. Em alguns casos, o erro pode chegar a 140%, para tensões da ordem de 0.9 de  $S_y$ . Porém, para retrocalcular as tensões residuais estes trabalhos também usam hipóteses válidas apenas no regime elástico, de forma que os resultados por eles apresentados podem ter imprecisões. Neste trabalho propõem-se novas metodologias numéricas para avaliar a validade da norma ASTM E 837 em regime plástico, através de uma modelagem mais realística do alívio de tensão gerado pela usinagem do furo, evitando o uso de hipóteses linear-elásticas. Estas metodologias são: Estado Equivalente, na qual uma tensão equivalente àquela agindo no componente é aplicada na borda do furo; metodologia Morte de Elementos na qual os elementos presentes na região em que o furo será usinado são eliminados numericamente em vários passos, de forma a simular o processo de usinagem; e a metodologia Tensão Substituta, na qual o material presente na região do furo é substituído pela tensão que nele age, a qual é retirada gradativamente. Foram modeladas em elementos finitos placas com furos passantes e cegos, submetidas a carregamentos uniaxiais e biaxiais, desde 0.3  $S_y$  até 0.9  $S_y$ . Além disso, foram utilizados nas simulações materiais tendo limite elástico e de escoamento coincidentes e não coincidentes. Os erros encontrados entre as tensões retrocalculadas e as tensões aplicadas, para todas as situações são menores que encontrados por outros pesquisadores, obtendo-se no pior caso 70%. Finalmente, conclui-se que as metodologias Tensão Substituta e Morte de

Elementos são as que simulam de forma mais próxima da realidade o processo de usinagem de um furo em um placa submetida à altas tensões.

**PALAVRAS-CHAVE:**

Tensões Residuais, Método do Furo-Cego, Elementos Finitos, Plasticidade

## Abstract

Soares, Ana Cristina; Freire, José Luiz de França. Evaluation of plastic effects in residual stress measurement by the hole drilling technique. Rio de Janeiro, 2003. 236p. DSc. Thesis Department of Mechanical Engineering, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

One of the most popular techniques applied to measure residual stresses is the hole-drilling technique. The technique is easy to be applied at industry, and is normalized ASTM E 837. However, due to the stress concentration caused by the machined hole, the technique can not be used if the residual stresses are higher than one third of the material yield strength,  $S_y$ . There are several researches articles that evaluate the errors aroused from the use of linear-elastic coefficients in case where plastic strains are present. In general, those articles apply the finite element to simulate the process of drilling the hole and stress relief. In certain case it is showed that the error can reach 140% of the applied stress. However, those articles use linear-elastic hypothesis and therefore their predictions can also include mistakes. The present work proposes new numerical methodologies to evaluate the usefulness of the hole-drilling technique, as it is described by the ASTM E 387, in the plastic range. The aim is to model the stress relief caused by the hole's drilling process in a more realistic way, in order to avoid the use of linear-elastic hypothesis. The proposed methodologies are: Equivalent State, in which is applied in the hole a stress equivalent to that one acting externally on the component; Element Death, in which the drilling process is simulated by eliminating numerically in several steps the material which vanishes during the drilling process, and the Replacement Stress; in which the material in the hole is replaced by the stress that is acting at its walls. Those mentioned methodologies were implemented using a commercial finite element program which simulated plates with through the thickness and blind holes. Those plates have been loaded with three different loadings which varied from 0.3 to 0.9  $S_y$ . Two materials with different stress-strain curves have been used. One of them had the elastic limit equal to the yield limit and the other one has those two limits different. In the worst case the errors found were 70%, which is smaller than those found by others researchers. It was concluded that, the Replacement Stress and the Elements



Death methodologies are those that best simulate the process of drilling a hole in a plate which is under high stresses.

**KEYWORDS –**

Residual Stresses, Hole-Drilling Technique, Finite Element Method, Plasticity

<b>Sumário</b>	
<b>Capítulo 1 – Introdução</b>	<b>29</b>
1.1 - Considerações Iniciais	29
1.2 - O Fator de Concentração de tensões	31
1.3 - Resumo dos próximos capítulos	33
<b>Capítulo 2 – Técnicas de Medição de Tensões Residuais</b>	<b>35</b>
2.1 – Tensões Residuais	35
2.2 – Efeito das tensões residuais sobre a vida dos componentes mecânicos	37
2.3 – Mecanismos de geração de tensões residuais	37
2.4 – Técnicas de medição de tensões residuais	38
2.4.1 – Técnicas Destrutivas	40
2.4.1.1 – Técnica do Furo-Cego / Técnica do Anel Usinado	40
2.4.1.2 – Remoção de Camadas	41
2.4.1.3 – Seccionamento	43
2.4.2 – Técnicas Não-Destrutivas	44
2.4.2.1 – Difração de raios-X	44
2.4.2.2 – Difração de Nêutrons	50
2.4.2.3 – Ultra-som	52
2.4.2.3 – Técnicas Magnéticas	53
2.5 – Comparação entre Técnicas	54
<b>Capítulo 3 – Técnicas do Furo-Cego para Medição de Tensões Residuais.</b>	<b>57</b>
3.1 – Introdução	57
3.2 – Cálculo de tensões residuais pela técnica do furo-cego	58
3.2.1 – Relações ente tensão e deformações na técnica do furo-cego	68
3.3 – Cálculo dos coeficientes de alívio $\bar{A}$ e $\bar{B}$	71
3.3.1 – Obtenção experimental dos coeficientes de alívio $\bar{a}$ e $\bar{b}$	73
3.3.2 – Obtenção numérica dos coeficientes de alívio $\bar{a}$ e $\bar{b}$	76
3.4 – Aplicação do Método dos Elementos Finitos a Técnica do Furo-cego.	80

3.4.1 – Furo Passante	80
3.4.2 – Furo-cego	88
Capítulo 4 – Plasticidade	99
4.1 – Introdução	99
4.2 – Limite de proporcionalidade, limite elástico e limite de escoamento	99
4.3 – Critério de Escoamento da Máxima Energia de Distorção	102
4.4 – Solução numérica de um caso simples envolvendo plasticidade	103
4.5 – Revisão bibliográfica relativa a concentração de tensões em torno de furos	106
<b>Capítulo 5 – Efeito da Plasticidade na medição de tensões residuais</b>	<b>114</b>
5.1 – Introdução	114
5.2 – Erros gerados pela plastificação	116
5.2.1 – Nível de plastificação	117
5.2.2 – Tipo de Curva tensão deformação	117
5.2.3 – Carregamento	120
5.2.4 – Profundidade de Furo-Cego	121
5.3 – Análise dos erros entre as altas tensões aplicadas e as tensões calculadas usando os coeficientes ASTM	122
5.4 – Algumas propostas de correção baseada no princípio da superposição	125
5.5 – Proposta de novas metodologias para avaliar o efeito da plasticidade na técnica do furo-cego.	138
5.5.1 – Metodologia Tradicional	140
5.5.2 – Metodologia Estado Equivalente	144
5.5.3 – Metodologia Morte de Elementos	150
5.5.4 – Metodologia Tensão Substituta	155
5.6 – Resultados e Discussão	156
5.6.1 – Furo Passante	157
5.6.2 – Furo-cego	162
5.7 – Comparações entre as deformações radiais medidas pelos	166

Extensômetros para as metodologias Tradicional, Morte de Elementos e Tensão Substituta.

<b>6 – Conclusão</b>	<b>174</b>
6.1 – Introdução	174
6.2 - Proposta para trabalhos futuros	176
Referências Bibliográficas	178
Bibliografia	179
Apêndice A - Cálculo dos coeficientes de Alívio a e b	181
A.1 – Furo passante	181
A.2 – Furo-cego	193
A.3 – Uniformidade das Tensões Residuais.	201
A.3.1 – Método da deformação incremental	203
A.3.2 – Método da tensão média	205
A.3.3 – Método Integral	207
A.4 – Método da Série de Potências	213
A.5 – Cálculo dos Coeficientes $a_{ij}$ e $b_{ij}$ para campos de tensão não-uniformes	216
A.6 – Conclusão	220
Apêndice B – Efeito da Espessura no fator de concentração de tensões	222
B.1 – Introdução	222
B.2 – O Fator de Concentração de Tensão	222
B.3 – Tensão Plana x Deformação Plana	223
B.4 – O Modelo Numérico	227
B.4 – Resultados e Discussão	230
B.5 – Conclusão	236

## **Listas de Figuras**

- Figura 2.1 – (a) Componente submetido a trabalho a frio, (b) 36  
distribuição das tensões residuais
- Figura 2-2 – Superposição de um estado de tensões residuais e de 37  
um estado de tensões atuantes
- Figura 2.3 – Representação esquemática dos parâmetros 42  
envolvidos na técnica da remoção de camadas.
- Figura 2.4 – Representação esquemática da técnica do 43  
seccionamento.
- Figura 2.5 – Distâncias interplanares de grãos com diferentes 45  
orientações de um corpo isento de tensões.
- Figura 2.6 – Distâncias interplanares de grãos com diferentes 45  
orientações, de um corpo sob um campo de tensões.
- Figura 2.7 – Representação esquemática dos parâmetros 45  
envolvidos na lei de Bragg.
- Figura 2.8 – Porção de material na qual incide o feixe de raios-X, 46  
destacando-se o cone de difração.
- Figura 2.9 – Difrátômetro: estão mostrados o difratômetro, a 46  
medição e um diagrama de resultados.
- Figura 2.10 - Porção de material submetida a um dado estado de 48  
tensões.
- Figura 2.11 – Técnica (a) pulso-eco e (b) e (c) pitch-catch. 52
- Figura 2.12 – Estrutura de domínios num material policristalino. 53
- Figura 3.1 – Roseta extensométrica tipo MM 062-RE (dimensões em 59  
mm)
- Figura 3.2 – Estado de tensão num ponto  $P(R, \theta)$ : (a) antes e (b) 59  
depois da usinagem de um furo passante.
- Figura 3.3 – Representação do estado de tensões numa placa 60  
contendo um furo, sendo representado por dois outros estados.
- Figura 3.4 – Cilindro de paredes grossas, submetido à pressão 64  
interna e externa.
- Figura 3.5 – Representação esquemática da posição das tensões 68

máximas e mínimas ao longo da borda do furo, de acordo com a solução de Kirsch para placa contendo um furo submetida a um estado de tensões  $\sigma_x$ .

Figura 3.6 – Disposição dos extensômetros numa roseta. 71

Figura 3.7 – Representação esquemática da geometria finita do extensômetro. 72

Figura 3.8 – Coeficientes de alívio  $\bar{a}$  e  $\bar{b}$  para furo-cego usinado de uma única vez. 75

Figura 3.9 – Grade do extensômetro. 78

Figura 3.10 – Elementos utilizados nas análises subseqüentes. 80

Figura 3.11 – Detalhe do modelo bidimensional que será preenchido com malha mapeada. 81

Figura 3.12 – Representação esquemática do rebatimento do extensômetro 2 e posterior redução do mesmo: 82

Figura 3.13 – Detalhe do modelo bidimensional depois de aplicada a malha mapeada. 82

Figura 3.14 – Representação esquemática do quadrante analisado, do modelo tridimensional, condições de contorno e carregamento. 84

Figura 3.15 – Tensões na direção y em uma placa submetida a um estado uniaxial de tensões, sendo  $\sigma_y = 20.7$  85

Figura 3.16 – Vista inferior da região dos extensômetros. 86

Figura 3.17 – Tensões  $\sigma_y$  em uma placa submetida a um estado uniaxial de tensões, sendo  $\sigma_y = 20.7$ , vistas pela parte inferior dos extensômetros. 86

Figura 3.18 – Tensões  $\sigma^1$  e  $\sigma^3$  em uma placa contendo um furo 87

Figura 3.19 – Modelo tridimensional a ser usado para furo-cego. 89

Figura 3.20 – Detalhe do modelo tridimensional, antes da “usinagem” do furo. 89

Figura 3.21 – Detalhes do modelo tridimensional, depois da “usinagem” de um furo com $p = 0.2 r_m$ .	90
Figura 3.22 – Tensões na direção y numa placa contendo um furo não passante, $p = 0.2 r_m$ , submetida a $\sigma_y = 20.7$ . Vista frontal.	92
Figura 3.23 – Vista da região inferior dos extensômetros.	92
Figura 3.24 – Tensões $\sigma_y$ , numa placa com furo cego, $p = 0.2 r_m$ , vista abaixo dos extensômetros, tendo $\sigma_y = 20.7$ MPa.	93
Figura 3.25 - Tensões $\sigma_y$ , numa placa com furo-cego, $p = 1.0 r_m$ , submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7$	95
Figura 3.26 – Tensões $\sigma_y$ , numa placa com furo-cego, $p = 1.0 r_m$ , submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7$ . Vista da região inferior aos extensômetros.	96
Figura 3.27 – Deformações radiais ao longo da largura, extensômetro 1, em placas contendo furos passantes e cegos, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7$ .	97
Figura 3.28 – Deformações radiais ao longo do comprimento, extensômetro 3, em placas contendo furos passantes e cegos, submetida a estado de tensões uniaxial, $\sigma_y = 20.7$ .	98
Figura 4.1 – Diagrama tensão-deformação típico.	100
Figura 4.2 – Representação esquemática do comportamento de alguns materiais depois de atingido o limite elástico.	103
Figura 4.3 – Diagrama tensão-deformação dos materiais M1 e M2.	104
Figura 4.4 – Representação esquemática de uma viga em flexão	104
Figura 4.5 – Comparação entre as deflexões obtidas analítica e numericamente para os materiais M1 e M2	106
Figura 4.6 – Representação esquemática da placa finita com furo carregada uniaxialmente	108

Figura 4.7 – Fator de concentração de deformação ao longo do eixo transversal de uma placa finita carregada uniaxialmente.	109
Figura 4.8 – Fator de concentração de tensão ao longo do eixo transversal de uma placa finita carregada uniaxialmente	111
Figura 4.9 – Deformações principais no eixo transversal para diferentes graus de plastificação	112
Figura 4.10 – Comparação entre os valores indicados pela regra de Neuber e aqueles calculados por $K_t^2$	113
Figura 5.1 - Propriedades dos materiais M1 e M2	118
Figura 5.2 – Comparação entre os resultados obtidos por Beghini e os deste trabalho, para a relação entre as deformações e o fator de carga.	127
Figura 5.3 – Comparação da relação entre $f_{REAL}$ e $f_{ASTM}$ para os diferentes $\Omega$ s	128
Figura 5.4 – Valores calculados do parâmetro C, pela equação 5.7, versus razão de biaxilidade $\Omega$ . Para vários coeficientes de encruamento, q.	129
Figura 5.5 – Variação dos coeficientes de alívio $\bar{a}$ e $\bar{b}$ com $a \frac{\sigma}{S_y}$	133
Figura 5.6 – Variação dos coeficientes de alívio $\bar{a}$ e $\bar{b}$ com $\frac{\sigma}{S_e}$ .	134
Figura 5.7 - Variação dos coeficientes $\bar{a}$ e $\bar{b}$ com o parâmetro S.	135
Figura 5.8 – Representação esquemática da metodologia Tradicional	141
Figura 5.9 – Deformações plásticas na direção do extensômetro 1, para M1 e M2.	144
Figura 5.10 – Metodologia do Estado Equivalente	145
Figura 5.11 – Tensões equivalentes na borda do furo, no caso em que a carga externa é uniaxial.	146
Figura 5.12 – Representação esquemática do elemento <i>Surf154</i> .	147



Figura 5.13 – Representação esquemática da aplicação do elemento <i>Surf154</i> .	148
Figura 5.14 – Representação esquemática da metodologia Morte de Elementos	152
Figura 5.15 – Mudança nas deformações radiais dos extensômetros 1 e 3, para as metodologias Tradicional e Morte de Elementos. M1	153
Figura 5.16 - Mudança nas deformações radiais dos extensômetros 1 e 3, para as metodologias Tradicional e Morte de Elementos. M2	154
Figura 5.17 – Metodologia Morte de Elementos, profundidade progressiva.	155
Figura 5.18 – Metodologia da Tensão Substituta.	156
Figura 5.19 – Comparação entre os erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M1 e $\Omega = 1$ .	157
Figura 5.20 – Comparação entre os erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M2 e $\Omega = 1$	158
Figura 5.21 – Comparação entre os erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M1, no caso de furo passante e $\Omega = 0$ .	159
Figura 5.22 – Comparação entre os erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M2, no caso de furo passante e $\Omega = 0$ .	159
Figura 5.23 – Comparação entre erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M1, furo passante e $0 < \Omega < 1$ .	160
Figura 5.24 – Comparação entre erros-ASTM encontrados pelas quatro metodologias para M2, furo passante e $0 < \Omega < 1$ .	160
Figura 5.25 – Comparação entre erros-ASTM encontrados pela metodologia Tensão Substituta para M2, furo passante para os três carregamentos.	162
Figura 5.26 - Comparação entre os erros-ASTM encontrados para M2, no caso de $p = 0.2 r_m$ para todos os carregamentos.	163
Figura 5.27 - Comparação entre os erros-ASTM encontrados para M2, no caso de $p = 1.0 r_m$ para os carregamentos $\Omega = 0$ e $\Omega = 1$ .	164
Figura 5.28 – Mudanças nas deformações elásticas radiais na direção do extensômetro 1, para as várias fases da metodologia Morte de Elementos com raio progressivo.	167

Figura 5.29 – Mudanças nas deformações elásticas radiais na 168  
direção do extensômetro 1, para as várias fases da metodologia  
Morte de Elementos com profundidade progressiva.

Figura 5.30 – Mudanças nas deformações elásticas radiais na 169  
direção do extensômetro 1, para a última fase da metodologia Morte  
de Elementos com diâmetro e profundidade progressiva e para a  
metodologia tradicional.

Figura 5.31 – Mudanças nas deformações plásticas radiais na 170  
direção do extensômetro 1, para as várias fases da metodologia  
Morte de Elementos com raio progressivo.

Figura 5.32 – Mudanças nas deformações plásticas radiais na 170  
direção do extensômetro 1, para as várias fases da metodologia  
Morte de Elementos com profundidade progressiva.

5.33 – Mudanças nas deformações radiais no extensômetro 1, para 171  
as metodologias Tradicional, Morte de Elementos com raio e  
profundidade progressivos e Tensão Substituta.

5.34 - Mudanças nas deformações radiais no extensômetro 3, para 172  
as metodologias Tradicional, Morte de Elementos com raio e  
profundidade progressivos e Tensão Substituta.

Figura A.1 – Resumo dos elementos utilizados nas análises 182  
tridimensional e axissimétrica

Figura A.2 – Representação esquemática dos modelos utilizados no 183  
teste de malhas.

Figura A.3 – Representação esquemática do quadrante analisado 184  
do modelo tridimensional

Figura A.4 – Modelo tridimensional sólido, antes da “usinagem” do 185  
furo.

Figura A. 5 – Modelo sólido, depois da “usinagem” do furo. 185

Figura A. 6 – Vista frontal do modelo sólido, destacando-se a 185  
posição do extensômetro virtual

Figura A.7 – Representação esquemática do modelo tetraédrico. 186

Figura A.8 – Detalhe do campo de tensões do modelo tetraédrico. O 187  
valor da tensão nominal era  $\sigma_x = 14\text{MPa}$

Figura A. 9 – Modelo axissimétrico, antes da “usinagem” do furo	187
Figura A.10 – Modelo axissimétrico, depois da “usinagem” do furo.	188
Figura A.11 – Carregamento não-axissimétrico quando se tem $l = 2$	189
Figura A.12 – Detalhe do modelo axissimétrico	191
Figura A.13 – Comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente $\bar{a}$ , utilizando-se os elementos sólido, tetraédrico e axissimétrico e os resultados de Schajer.	192
Figura A.14 – Comparação entre os resultados obtidos para o coeficiente $\bar{b}$ , utilizando-se os elementos sólido, tetraédrico e axissimétrico e os resultados de Schajer.	192
Figura A.15 – Métodos utilizados para a construção do modelo tridimensional por extrusão.	194
Figura A.16 - Falha apresentada pelo modelo sólido extrudado a partir do elemento <i>Plane83</i> .	194
Figura A.17 – Detalhe do modelo tetraédrico, com furo-cego.	195
Figura A.18 – Comparação entre os valores obtido para o coeficiente $\bar{a}$ por Schajer e neste trabalho utilizando-se modelo tetraédrico.	196
Figura A.19 – Comparação entre os valores obtido para o coeficiente $\bar{b}$ por Schajer e neste trabalho utilizando-se modelo tetraédrico.	196
Figura A.20 – Detalhe do modelo axissimétrico depois da usinagem de um furo-cego de profundidade $h$ .	197
Figura A.21 – Comparação ente os resultados obtidos para o coeficiente $\bar{a}$ pelo modelo axissimétrico e os valores obtidos por Schajer.	198
Figura A.22 - Comparação ente os resultados obtidos para o coeficiente $\bar{b}$ pelo modelo axissimétrico e os valores obtidos por Schajer.	198
Figura A.23 – Comparação entre os resultados experimentais de Vigness e os resultados numéricos obtidos com o modelo axissimétrico.	200
Figura A.24 – Comparação entre os resultados experimentais de	201

- Vigness e os resultados numéricos obtidos com o modelo tetraédrico.
- Figura A.25 – Deformação percentual versus profundidade de furo 202 normalizada para campos de tensão uniforme
- Figura A.26 – Equivalências entre (a) campo de tensão uniforme e 203 (b) não-uniforme
- Figura A.27 – Representação esquemática do método da tensão 206 média.
- Figura A.28 – Representação dos parâmetros envolvidos no 210 método integral, para o caso contínuo e discreto.
- Figura A.29 – Significado físico das constantes  $\bar{a}_{ij}$ . 212
- Figura A.30 – Coeficientes no método da deformação incremental. 213
- Figura A.31 – Coeficientes no método da tensão média. 213
- Figura A.32 – Decomposição de um campo não-uniforme 215 desconhecido em outros de distribuição conhecida
- Figura A.33 – Superposição de carregamentos: (a) estado de 216 tensões original (b) mudança no estado de tensões devido à usinagem do furo (c) estado final de tensões.
- Figura A.34 – Detalhe do modelo axissimétrico usado na análise 218 não-uniforme. Estão mostrados os quatro ( $i=4$ ) incrementos bem como o carregamento aplicado no terceiro incremento ( $j=3$ ).
- Figura A.35 – Comparação entre os resultados obtidos para o 219 coeficiente  $a_{ij}$  neste trabalho e por Schajer
- Figura B.1 – Paralelepípedos elementares submetidos a: (a) tensão plana 224 e (b) deformação plana
- Figura B.2 – Estado de Tensões numa placa fina submetida à tração 225
- Figura B.3 – (a) Detalhe de um componente com entalhe em U, no qual os 226 elementos a e c estão na superfície e o elemento b está no meio do componente. (b) Vista superior destacando os elementos representados como molas antes e (c) e depois da deformação.
- Figura B.4 - Representação esquemática dos modelos tracionados com 227 entalhes em U e com furos circulares.
- Figura B.5 – Representação esquemática do quadrante analisado do 228

modelo com furo. Carregamento e restrições similares foram usados no modelo em U.

Figura B.6 – Detalhe do modelo em U, destacando as linhas a serem 229 analisadas (em preto).

Figura B.7 – Deslocamento  $U_x$  ao longo da linha 3-4 no modelo com 231 entalhe em U.

Figura B.8 – Deslocamento  $U_z$  ao longo da linha 1-3 no modelo com 231 entalhe em U.

Figura B.9 – Variação de  $\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}$  ao longo da linha 1-2 no modelo com entalhe 232

em U.

Figura B.10 – Variação de  $\varepsilon_z$  e  $\varepsilon_x$  ao longo da linha 1-3 no modelo com 232 entalhe em U.

Figura B.11 – Variação de  $K_t$  ao longo da linha 1-3 no modelo com entalhe 233 em U.

Figura B.12 – Variação de  $K_t$  ao longo da linha 1-2 no modelo com entalhe 233 em U.

Figura B.13 – Variação de  $\frac{\sigma_z}{\sigma_{nom}}$  no modelo em U. 234

Figura B.14 – Variação da  $K_t$  ao longo da linha 1-2, num modelo espesso 235 (U4) e no modelo mais fino.

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Comparação entre as principais técnicas de medição de tensões residuais	56
Tabela 3.1 – Erros (%) encontrados no cálculo da tensão aplicada para furo passante e furo-cego.	90
Tabela 3.2 – Valores de $\sigma_{\max}$ na borda e no interior do furo.	95
Tabela 5.1 – Deformações plásticas radiais normalizadas na direção do extensômetro 1, $\Omega=0$	119
Tabela 5.2 – Deformações plásticas radiais normalizadas na direção do extensômetro 3, $\Omega=0$	119
Tabela 5.3 – Erros-ASTM para M1	123
Tabela 5.4 – Erros-ASTM para M2.	124
Tabela 5.5 – Erros-ASTM para os valores corrigidos pela metodologia de Beghini, para M1	130
Tabela 5.6 – Erros-ASTM para os valores corrigidos pela metodologia de Beghini, para M2	130
Tabela 5.7 – Valores da razão de biaxilidade calculados pela equação 5.7	131
Tabela 5.8 – Erros-ASTM obtidos antes e depois da correção de Yan para os dados experimentais obtidos no trabalho dele e para os dados numéricos deste trabalho, $p = 1.0 r_m$	136
Tabela 5.9 – Resumo das propostas de correção até agora apresentadas	137
Tabela 5.9 – Resumo dos erros encontrados antes e depois da correções.	138
Tabela 5. 10 – Cálculo de $\sigma'_x$ , $\sigma'_y$ e $\tau'_{xy}$ ao longo dos nós da circunferência do furo.	149
Tabela A.1 – Comparação entre os resultados encontrados por Kirsch e Peterson e os deste trabalho.	180
Tabela A.2 – Comparação entre os resultados obtidos neste trabalho e por Schajer	188
Tabela A.3 – Comparação entres os resultados do modelo axissimétrico e tetraédrico e os resultados obtidos por Vigness	197

Tabela B.1 – Dimensões do modelo com entalhe em U	225
Tabela B.2 – Dimensões do modelo com furo	225
Tabela B.3 – Comparação entre os resultados de $K_t$ obtidos por elementos finitos com 8 nós, elementos finitos de 20 nós e fotoelasticidade tridimensional.	232

## Lista de Símbolos

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$	Coeficientes de alívio pontuais.
$\sigma_{\text{nom}}$	Tensão nominal bruta
$\sigma_{\text{nom}}^{\text{liq}}$	Tensão nominal líquida
$\sigma_{\text{max}}$	Tensão máxima na vizinhança imediata de uma descontinuidade
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões Principais
$\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3$	Tensões nas direções dos extensômetros 1, 2 e 3
$\sigma_x$	Tensão normal no eixo X
$\sigma_y$	Tensão normal no eixo Y
$\sigma_r$	Tensão radial
$\sigma_\theta$	Tensão circunferencial
$\tau_{r\theta}$	Tensão cisalhante
$\sigma_r^A$	Tensão radial aliviada
$\sigma_\theta^A$	Tensão circunferencial aliviada
$\tau_{r\theta}^A$	Tensão cisalhante aliviada
$\sigma_r^{A,L}, \sigma_\theta^{A,L}, \tau_{r\theta}^{A,L}$	Parcela das tensões aliviadas representável pela solução de Lamé
$\sigma_r^{A,\theta}, \sigma_\theta^{A,\theta}, \tau_{r\theta}^{A,\theta}$	Parcela das tensões aliviadas dependente de $\theta$
$\epsilon_r$	Deformação radial
$\epsilon_\theta$	Deformação circunferencial
$\epsilon_r^x$	Deformação radial, quando a tensão é aplicado no eixo X
$\epsilon_r^y$	Deformação radial, quando a tensão é aplicado no eixo Y
$\epsilon^1, \epsilon^2, \epsilon^3$	Deformações medidas pelos extensômetros nas direções 1, 2 e 3
$\sigma_{\text{max}}^{\text{res}}$	Tensão residual máxima.
$\sigma_{\text{min}}^{\text{res}}$	Tensão residual mínima.



$\bar{a}, \bar{b}$	Coeficientes de alívio adimensionais.
$\varepsilon_a^1, \varepsilon_a^2, \varepsilon_a^3$	Deformações medidas pelos extensômetros 1, 2 e 3 antes da usinagem de um furo
$\varepsilon_d^1, \varepsilon_d^2, \varepsilon_d^3$	Deformações medidas pelos extensômetros 1, 2 e 3 depois da usinagem de um furo
$\sigma_c$	Tensão de calibração
$\varepsilon^*$	Deformação média
$\sigma_p$	Tensão limite de proporcionalidade
$\sigma_e$	Tensão limite elástico
$\sigma_y$	Tensão de escoamento
$\sigma_0$	Tensão equivalente
$\Delta y$	Deflexão quando a força aplicada causa é a que causa escoamento
$\delta$	Abertura da chapa
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\lambda$	Comprimento de onda
$\varphi$	Ângulo entre o feixe incidente e o plano difrator
$\psi$	Inclinação do eixo de rotação do goniômetro
$\theta$	Ângulo genérico
$\Phi$	Função de tensão
$\Omega$	Razão de biaxilidade
$\Omega_B$	Razão de biaxilidade segundo Beghini
$\pi$	Nível de plastificação
$\sigma(e)$	Tensão residual presente na camada usinada
$\kappa_1, \kappa_2$	Ângulos
A, B, C, D	Constantes de calibração pontuais
b	Largura do componente
c	Distância de linha neutra ao ponto de interesse
d	Distância interplanar
de	Espessura da camada sendo usinada
$d_f$	Variação na deflexão produzida pela usinagem de cada

	camada
$d_n, d_1, d_2 \dots$	Distâncias interplanares em componentes sob tensão
$E$	Módulo de Elasticidade
$e_f$	Espessura final
$e_i$	Espessura inicial
$f$	Fator de carga
$f_{REAL}$	Fator de carga real
$f_{ASTM}$	Fator de carga calculado segundo Norma ASTM E 837
$F$	Força aplicada
$f_f(e)$	Deflexão final
$f_i(e)$	Deflexão inicial
$F_y$	Força que causa escoamento
$G, H, I, J$	Constantes de integração
$G_K, H_K, I_K, J_K$	Constantes de integração no problema de Kirsch
$h$	Constante de Planck
$K$	Constante elasto-acústica
$K_\sigma$	Fator de concentração de tensão
$K_\epsilon$	Fator de concentração de deformação
$K_t$	Fator de concentração de tensões ou de deformações
$L$	Largura da placa virtual ou do espécime
$L_f$	Comprimento sob o qual a deflexão está sendo medida
$L_{fd}$	Distâncias da fonte até o detector
$m$	Massa do Elétron
$n$	Um inteiro
$P$	Carga aplicada no corpo de prova
$q$	Coefficiente de encruamento
$r$	Raio do furo
$R$	Raio genérico
$R_1, R_2$	Comprimento inicial e final do extensômetro
$r_e$	Raio externo ou raio longe do ponto de interesse
$r_i$	Raio interno ou raio do ponto de interesse
$r_m$	Raio médio ou de referência do extensômetro
$t$	Espessura do componente

$V$	Velocidade de propagação de uma onda num meio sob tensão
$V_0$	Velocidade de propagação de uma onda num meio isento de tensão
$X_1, X_2$	Coordenada inicial e final do extensômetro, no eixo X
$Y_1, Y_2$	Coordenada inicial e final do extensômetro, no eixo Y

*Senhor,  
Fazei-me instrumento de vossa paz!  
Onde houver ódio, que eu leve o amor  
Onde houver ofensa, que eu leve o perdão  
Onde houver discórdia, que eu leve a união  
onde houver dúvidas, que eu leve a fé  
Onde houve erro, que eu leve a verdade  
Onde houve desespero, que eu leve a esperança  
Onde houver tristeza que eu leve a alegria  
Onde houver trevas que eu leve a luz. Oração de São Francisco*