

Artur Alves Pessoa

**Dois problemas de otimização
em grafos: Transporte em
redes de dutos e Busca com
custos de acesso**

TESE DE DOUTORADO

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
Programa de Pós-graduação em
Informática**

Rio de Janeiro
Maio de 2003



Artur Alves Pessoa

**Dois problemas de otimização em grafos:
Transporte em redes de dutos e Busca
com custos de acesso**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática

Orientador: Prof. Ruy Luiz Milidiú
Co-Orientador: Prof. Eduardo Sany Laber

Rio de Janeiro
Maio de 2003



Artur Alves Pessoa

**Dois problemas de otimização em grafos:
Transporte em redes de dutos e Busca
com custos de acesso**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Ruy Luiz Milidiú

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Eduardo Sany Laber

Co-Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

Prof. Oscar Porto

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Jayme Luiz Szwarcfiter

Núcleo de Computação Eletrônica – UFRJ

Prof. Nivio Ziviani

Departamento de Ciência da Computação – UFMG

Prof. Abilio Pereira de Lucena Filho

Departamento de Administração – UFRJ

Prof. Marcus V. S. Poggi de Aragão

Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 23 de Maio de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Artur Alves Pessoa

Graduou-se em Engenharia de Computação e obteve o título de Mestre em Informática na PUC-Rio. Trabalhou junto com a equipe do laboratório LEARN em sistemas de apoio ao planejamento do transporte de petróleo por oleodutos.

Ficha Catalográfica

Pessoa, Artur Alves

Dois problemas de otimização em grafos : transporte em redes de dutos e busca com custos de acesso / Artur Alves Pessoa; orientador: Ruy Luiz Milidiú; co-orientador: Eduardo Sany Laber. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Informática, 2003.

[9], 110 f. : il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Teses. 2. Otimização. 3. Grafos. 4. Transporte. 5. Dutos. 6. Árvores de busca. 7. Complexidade. 8. Algoritmos aproximados. I. Milidiú, Ruy Luiz. II. Laber, Eduardo Sany. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 004

Agradecimentos

Ao professor Ruy Luiz Milidiú pela orientação acadêmica, que transcendeu os nossos projetos de pesquisa, se estendendo a diversas outras atividades que pretendo desempenhar ao longo da minha carreira como professor e pesquisador.

Ao professor e amigo Eduardo Sany Laber pelas intermináveis discussões técnicas que motivaram boa parte do trabalho desta tese assim como outros tantos que não constam nela.

À minha esposa Maria de Nazaré de Carvalho Ribeiro pela dedicação, pelo apoio e pelo amor sem os quais seria muito difícil eu concluir este doutorado.

Aos meus familiares pelo carinho e pelas caronas da PUC até a Tijuca.

Aos meus colegas do laboratório LEARN pelo ambiente amistoso que sempre mantiveram tornando o trabalho desta tese mais agradável.

Ao CNPq, à FAPERJ e à PUC–Rio pelo apoio financeiro e pela infraestrutura que viabilizaram este projeto de pesquisa.

Resumo

Pessoa, Artur Alves; Milidiú, Ruy Luiz; Laber, Eduardo Sany. **Dois problemas de otimização em grafos: Transporte em redes de dutos e Busca com custos de acesso**. Rio de Janeiro, 2003. 119p. Tese de Doutorado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Consideramos dois problemas de otimização combinatória: o problema de transporte em redes de dutos (PTD) e o problema de busca com custos de acesso variados (PBC).

No PTD, é dado um grafo orientado $G = (N, A)$ onde cada arco tem um duto associado. Também é dado um conjunto de bateladas, onde cada batelada está inicialmente em um nó ou arco do grafo e tem um nó de destino. Algumas bateladas são chamadas de *proteláveis*. O objetivo do PTD é encontrar uma seqüência de operações que transporte todas as bateladas não-proteláveis aos seus respectivos nós de destino. Primeiro, demonstramos o PTD é \mathcal{NP} -difícil, mesmo que o grafo G seja acíclico. Em seguida, apresentamos um algoritmo polinomial chamado de BPA. Este algoritmo resolve o PTDS, uma variação do PTD, para qualquer grafo G . Para grafos acíclicos, o BPA minimiza uma função de custo genérica. Para minimizar o *makespan* no PTDS, demonstramos que não existe algoritmo polinomial $\eta^{1-\epsilon}$ -aproximado para nenhum $\epsilon > 0$, a menos que $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, onde η é o tamanho da instância. Este resultado também vale se G é acíclico e planar. No PBC, são dados um vetor ordenado e o custo de acessar cada um de seus n elementos. O objetivo do problema é encontrar uma estratégia de busca que minimize o custo médio com probabilidades uniformes (PBCM) ou o custo do pior caso (PBPC). Em ambos os casos, o melhor algoritmo exato conhecido executa em tempo $O(n^3)$ e espaço $O(n^2)$. Para o PBCM, apresentamos o algoritmo da razão, que executa em tempo $O(n^2)$ e espaço $O(n)$. Este algoritmo sempre obtém uma solução de custo menor ou igual a $4 \ln(n+1)/n$, assumindo que a soma dos custos é 1. Além disso, desenvolvemos dois algoritmos aproximados: um para o PBCM e outro para o PBPC. Ambos constroem soluções $(2 + \epsilon + o(1))$ -aproximadas, para qualquer $\epsilon > 0$, em tempo e espaço $O(n)$.

Palavras-chave

Otimização; Grafos; Transporte; Dutos; Árvores de busca; Complexidade; Algoritmos aproximados.

Abstract

Pessoa, Artur Alves; Milidiú, Ruy Luiz; Laber, Eduardo Sany. **Two graph optimization problems: Pipeline transportation and Searching with access costs**. Rio de Janeiro, 2003. 119p. PhD. Thesis — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

We consider two combinatorial optimization problems: the pipeline transportation problem (PTD) and the problem of searching with different access costs (PBC).

In PTD, we are given a directed graph $G = (N, A)$ where each arc corresponds to a pipeline. We are also given a set of batches, each batch being initially located at an arc or node and having a destination node. A subset of these batches are considered as *further* batches. Our aim is to find a sequence of pipeline operations leading all non-further batches to their corresponding destination nodes. First, we show that PTD is \mathcal{NP} -hard, even for the case where G is acyclic. Next, we present a polynomial algorithm called BPA. This algorithm solves PTDS, a variation of PTD, for general graphs. For acyclic graphs, BPA also minimizes a general cost function. For the case of *makespan* minimization for PTDS, we prove that there is no $\eta^{1-\epsilon}$ -approximate algorithm for any $\epsilon > 0$, unless $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$, where η is the instance size. The previous result also holds if G is both acyclic and planar.

In PBC, we are given an ordered vector with n elements and the corresponding access costs. Our aim is to find a search strategy that minimizes either the average cost with uniform probabilities (PBCM) or the worst case cost (PBPC). In both cases, the best known exact algorithm requires in $O(n^3)$ time and $O(n^2)$ space. For PBCM, we present the ratio algorithm, that requires $O(n^2)$ time and $O(n)$ space. This algorithm always obtains a search strategy with average cost at most $4 \ln(n+1)/n$, assuming the sum of all access costs to be 1. Furthermore, we introduce approximation algorithms for both PBCM and PBPC. Both of them give $(2 + \epsilon + o(1))$ -approximate solutions, for any $\epsilon > 0$, in $O(n)$ time and space.

Keywords

Optimization; Graphs; Transportation; Pipelines; Search trees; Complexity; Approximation algorithms.

Conteúdo

1	Introdução	10
1.1	Transporte em Redes de Dutos	11
1.2	Busca com Custos de Acesso Variados	13
1.3	Organização	15
2	Transporte em Redes de Dutos	17
2.1	Descrição do PTD	17
2.2	Complexidade do PTD	23
2.3	Definição do PTD Síncrono	26
2.4	Algoritmos para o PTD Síncrono	27
2.5	Aproximabilidade do Makespan para o PTD Síncrono	42
3	Busca com Custos de Acesso	55
3.1	Definições e Notação	55
3.2	Busca com Custos Uniformes	58
3.3	Algoritmo da Razão	60
3.4	Algoritmos por Escala de Custos	68
3.5	Análise de Aproximação por Escala de Custos	74
3.6	Implementação de Escalas de Custos	109
4	Conclusões e trabalhos futuros	114
	Referências Bibliográficas	115

Lista de Figuras

2.1	(a) O conteúdo de uma rede de dutos em um dado estado; (b) o grafo G correspondente.	19
2.2	Um exemplo de grafo G .	22
2.3	Um exemplo de execução de operações PP.	23
2.4	Uma representação genérica do grafo G obtido com a redução de uma instância do Problema de Cobertura por Vértices.	25
2.5	Um exemplo de instância justa do PTDSM ¹	44
2.6	(a) Um grafo \mathcal{G} ; (b) a instância justa I' do PPD obtida a partir de \mathcal{G} , para $\mathcal{K} = 2$.	47
2.7	Dutos que interligam as subredes $I^{(j-1)}$, $I^{(j)}$ e $I^{(j+1)}$, em I^α .	53
3.1	(a) Um exemplo de árvore binária de busca. (b) O vetor ordenado \mathcal{A} associado.	56
3.2	(a) Uma AEBB auxiliar T_D cujos nós internos estão associados às chaves a_3, a_4 e a_9 . (b) Uma ABB construída pelo ECBM, para o subvetor $L_1 = [a_1, a_2]$. (c) Uma ABB construída pelo ECBM, para o subvetor $L_5 = [a_5, a_6, a_7, a_8]$. (d) Uma ABB T_L construída pelo ECBM, para o subvetor corrente L .	70
3.3	(a) Uma ABB T para o vetor $[a_1, \dots, a_{11}]$. (b) As árvores T_1, T_2 e T_3 construídas para os subvetores $L_1 = [a_1, a_2, a_3]$, $L_2 = [a_4, \dots, a_8]$ e $L_3 = [a_9, a_{10}, a_{11}]$, respectivamente.	76
3.4	Uma árvore $T(\text{Construir})$	84
3.5	(a) Uma ABB ótima $T_W^*(L)$ para o subvetor $L = [a_1, \dots, a_9]$. (b) A árvore $T_{pv}(L)$ correspondente, para a partição de L em $L_1 = [a_1, a_2]$, $L_2 = [a_3]$, $L_3 = []$, $L_4 = [a_4]$, $L_5 = [a_5, \dots, a_8]$, $L_6 = [a_9]$ e $L_7 = []$.	97
3.6	(a) Uma ABB $T_{pv}(L)$ de pivôs onde $r \in I(L)$. (b) Uma ABB T' obtida a partir de $T_{pv}(L)$, satisfazendo as condições do lema 6.100	100

Lista de Tabelas

2.1	Um pseudocódigo para o algoritmo BPA.	31
2.2	Um pseudocódigo para o procedimento <i>Seqüenciar</i>	35
2.3	Um pseudocódigo para o procedimento <i>Ciclar</i> .	35
2.4	Um pseudocódigo para o Passo $1\frac{1}{2}$ do algoritmo BPA-P	38
3.1	Um pseudocódigo para o Algoritmo da Razão.	60
3.2	Custos das ABBs construídas para custos polinomiais	66
3.3	Custos das ABBs construídas para custos aleatórios	67
3.4	Um pseudocódigo comum para o ECBM e para o ECPB	72