2
Aspectos Físicos e Predição

A turbulência é a mais complicada forma de movimento de fluido e também a mais comum. Apresentar exemplos de escoamentos turbulentos é tarefa trivial, contudo, é dificílimo definir precisamente a turbulência. A compreensão qualitativa das características do fenômeno é de suma importância, embora a turbulência esteja longe de ser completamente compreendida

Até poucas décadas atrás, a única forma de predizer as propriedades dos escoamentos turbulentos era experimental. Deste modo, os engenheiros procuraram correlações ou métodos integrais que lhes permitissem obter informações globais dos escoamentos de interesse. O contínuo progresso da capacidade computacional permitiu melhorar o método de predição dos escoamentos, resolvendo-se as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS por *Reynolds Averaged Navier-Stokes*) ou, mais recentemente, as equações de Navier-Stokes propriamente ditas.

Seguindo a idéia que a compreensão qualitativa do fenômeno deve vir antes de sua quantificação, será inicialmente apresentada, neste capítulo, uma breve base física da turbulência em escoamentos, para posteriormente discutir-se as técnicas de sua predição em uso.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

2.1.
Aspectos Físicos da Turbulência

Como foi dito na introdução deste capítulo, a turbulência em fluidos é um fenômeno que não pode ser definido facilmente. Entretanto, há características comuns a todos os escoamentos turbulentos, entre as quais pode-se listar: rotacionalidade; tridimensionalidade; eficiente difusividade; dissipação; não linearidade; grandes números de Reynolds; contínuo espectro de escalas de comprimento e tempo; intermitência.

Os escoamentos turbulentos sempre ocorrem para altos números de Reynolds, sendo que as suas maiores características não são controladas pelas propriedades moleculares dos fluidos. A turbulência não é uma característica do fluido, mas do escoamento.

A turbulência caracteriza-se por altos níveis de flutuações de vorticidade. Na verdade todos os mecanismos conhecidos sobre o processo de transição à turbulência passam pela geração de vorticidade, via instabilidade de diferentes naturezas. Por esta razão, a dinâmica da vorticidade ocupa um essencial papel na descrição dos escoamentos turbulentos. As flutuações aleatórias da vorticidade que caracterizam a turbulência não podem manter-se por si só, se as flutuações de velocidade forem bidimensionais. Tomando a equação de transporte para a vorticidade, conhecida como a equação de Helmholtz, entre os seus vários termos, tem-se aquele que representa a geração de vorticidade. Demonstra-se facilmente que este termo é nulo em escoamentos bidimensionais. Conclui-se então que não é possível gerar vorticidade em escoamentos bidimensionais e, consequentemente, todo escoamento turbulento deve ser tridimensional.

A turbulência é mais que um movimento aleatório. O método da média de Reynolds e a teoria estatística estimularam uma visão da turbulência como um escoamento demasiadamente complicado e desorganizado. Assim, estes escoamentos seriam incapazes de conter estruturas características, que poderiam ser utilmente incorporadas a qualquer modelo. A descoberta de estruturas de grandes vórtices (estruturas coerentes) em camada limite (Kline et al., 1967), em camadas de mistura (Brown & Roshko, 1974) e a famosa esteira de Von Karman certamente mudaram esta visão. O conceito de estrutura coerente de turbulência, lançado no início dos anos oitenta (Cantwell,1981; Hussain,1983), está associado às grandes estruturas turbulentas do escoamento. Este conceito levou a novas reflexões no sentido de não tratar o escoamento turbulento simplesmente como um movimento randômico.

As chamadas estruturas ‘coerentes’ ocupam papel fundamental nos escoamentos turbulentos, contudo não existe uma definição universalmente aceita para estas. A ocorrência destas estruturas, em um escoamento específico, é irregular tanto no espaço como no tempo e, embora sejam similares, não são iguais em suas formas (Ferziger, 2000). Isto faz com que sua predição seja difícil. Elas não respondem pela maior parte da energia turbulenta, mas são importantes no transporte das propriedades conservadas, incluindo-se as espécies, massa,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

quantidade de movimento e energia. A maior parte da energia está no movimento aleatório, o que provavelmente cause a irregularidade destas importantes estruturas (Ferziger, 2000).

Quando efeitos extras, tal como rotação, curvatura e estratificação, estão presentes em escoamentos turbulentos, o escoamento torna-se mais complexo, aumentando a variedade de estruturas. Estes efeitos tem conseqüências muito maiores que sua relativa magnitude levaria a pensar.

A grande parte dos escoamentos de interesse de engenharia são escoamentos cisalhantes. Nestes escoamentos, o mecanismo básico de produção de turbulência é o chamado 'esticamento' das linhas de vórtices. A iteração dos três componentes da vorticidade leva a concentração da maior parte da vorticidade nos chamados tubos e placas de vórtices. Estas últimas são superfícies ocupadas aproximadamente por linhas de vórtices paralelas. A instabilidade de Kelvin-Helmholtz, tal como encontrada na transição do escoamento laminar para o turbulento em uma camada de mistura, tende a enrolar as placas em tubos de vórtices conectados por placas delgadas (Bradshaw, 1997).

O campo de velocidade induzido por todos os tubos de vórtices leva, em média, ao 'estiramento' dos tubos individuais, reduzindo o seu diâmetro. A conservação de quantidade de movimento angular implica que, quando o diâmetro diminui, a taxa de rotação (vorticidade) e a energia cinética rotacional aumenta. Assim o esticamento dos vórtices transfere energia cinética dos maiores comprimentos de onda (vórtices do tamanho do diâmetro do tubo de vórtices) para as menores escalas de comprimento. Este processo de transferência de energia é chamado de cascata de energia. O início do processo na maioria dos escoamentos é a distorção do movimento de grandes escalas pela taxa média de deformação (por exemplo, cisalhamento na camada de cisalhamento), o qual transfere energia cinética do escoamento médio para a turbulência. A energia é transferida, através processos não lineares, para as menores escalas até alcançar escalas suficientemente pequenas, nas quais a viscosidade dissipa essa energia. Deste modo, o fim do processo é a dissipação da energia cinética dos menores turbilhões em energia interna, por ação das tensões viscosas. A taxa de transferência de energia cinética para os menores turbilhões é regulada pelas maiores escalas. São os grandes turbilhões que controlam a taxa na qual os menores são 'esticados'

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

(Brasdhaw, 1997). Já as menores escalas não influenciam muito os grandes turbilhões e o seu tamanho é inversamente proporcional ao número de Reynolds.

A distribuição de energia pelas escalas de comprimento é usualmente descrita em termos de um espectro, um conceito que é estritamente aplicável somente a escoamentos homogêneos. Para escoamentos não homogêneos, deve-se usar uma representação que dê informações sobre a distribuição da energia no espaço e nas escalas simultaneamente (Farge, 1992).

A maior parte do transporte turbulento (massa, quantidade de movimento, espécies, energia, etc) não é realizado a nível de pequenas escalas, mas pelos grandes turbilhões. A difusibilidade da turbulência é um fenômeno praticamente independente da viscosidade, exceto próximo a superfície sólida, onde todos os turbilhões são pequenos. Esta característica da turbulência não é afetada, mesmo que o fluido afaste-se da lei de Newton para a tensão viscosa. Os efeitos não newtonianos estão restritos as menores escalas.

O mais importante comprimento de escala dos grandes turbilhões, em um escoamento turbulento, é a escala integral L que corresponde ao pico no espectro de energia. Os turbilhões de maior tamanho, associados às flutuações de baixa freqüência, são determinados pelas condições de contorno e seu tamanho é da mesma ordem de grandeza que o domínio do escoamento. A menor escala de interesse é a escala de Kolmogorov, η, na qual a dissipação viscosa toma lugar. A geração das flutuações das pequenas escalas é devido aos termos não lineares nas equações do movimento. Os termos viscosos previnem a geração de escalas de movimento infinitamente pequenas, pela dissipação da energia das pequenas escalas em calor. Pode-se esperar que, para grandes números de Reynolds, a magnitude relativa da viscosidade seja tão pequena que os efeitos viscosos no escoamento tendem a desaparecer, por tornarem-se ínfimos. Os termos não lineares das equações de Navier-Stokes neutralizam esta ameaça, gerando movimento de pequenas escalas, capazes de serem afetadas pelos efeitos viscosos. As menores escalas do movimento ajustam-se automaticamente ao valor da viscosidade. Tão logo as escalas do campo de escoamento tornam-se grandes, de modo que os efeitos viscosos pudessem ser negligenciados, o escoamento gera movimento de pequenas escalas, mantendo os efeitos viscosos (em particular a taxa de dissipação) a um nível finito.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

Uma vez que movimentos de pequenas escalas de comprimento tendem a ter pequenas escalas de tempo (altas freqüências), pode-se assumir que estes movimentos são estatisticamente independentes dos movimentos relativamente mais lentos das grande escalas e do movimento médio do escoamento. Se esta hipótese for correta, o movimento das pequenas escalas deve depender somente da taxa, na qual o movimento de grande escalas supre de energia as pequenas escalas, e da viscosidade. Como a taxa líquida de variação da energia das pequenas escalas é proporcional ao inverso da escala de tempo dos vórtices das grandes escalas, é satisfatório assumir que a taxa de energia suprida pela grandes estruturas seja igual a taxa de dissipação. A taxa líquida da variação de energia, consequentemente, é pequena comparada a taxa na qual a energia é dissipada.

Se o número de Reynolds for alto, entre as grandes escalas, nas quais a energia cinética é produzida, e as menores escalas, nas quais ela é destruída, há um intervalo de escalas, onde os processos não são importantes. Este é o subintervalo inercial, descoberto por Kolmogorov (Bradshaw, 1997). Neste intervalo, não há produção e a taxa líquida, na qual a energia é transferida para as pequenas escalas, é também a taxa na qual é dissipada nas menores escalas.

Esta é a base da conhecida teoria de equilíbrio universal de Kolmogorov das estruturas de pequenas escalas. A discussão anterior sugere que os parâmetros governantes do movimento de pequenas escalas incluem ao menos a taxa de dissipação por unidade de massa ε (m^2/s^3) e a viscosidade cinemática υ (m^2 / s).

Na turbulência isotrópica homogênea, a escala integral L e a escala dissipativa η são relacionadas por $(L/\eta)=Re_L^{3/4}$, onde $Re_L=(U\,L)/\upsilon$ e U é a escala de velocidade, tomada como a raiz quadrada de duas vezes a energia turbulenta total (Ferziger, 2000). A escala integral L é tipicamente em torno de um décimo do tamanho do corpo ou da espessura da camada de cisalhamento e U é cerca de um décimo da velocidade média u_m. Assim Re_L é cerca de duas ordens de magnitude menor que o número de Reynolds típico de engenharia.

Não há dúvidas que os escoamentos turbulentos isotrópicos são importantes e que eles levantam questões de interesse científico. Todavia, a região próxima a parede e os problemas físicos que ela apresenta, diferentes na natureza daqueles do escoamento isotrópico, requerem uma atenção especial. Os escoamentos turbulentos em paredes são intrinsecamente anisotrópicos e não homogêneos. A energia é transferida localmente da mesma maneira do caso isotrópico, isto é, dos grandes turbilhões para as menores escalas, mas a razão de escalas diminui quando a distância a parede diminui. No limite da subcamada viscosa, a escala integral e a de Kolmogorov são da mesma ordem de grandeza.

Nos escoamentos ditos em equilíbrio, a produção local de energia turbulenta excede a dissipação local somente na região da parede. No núcleo, o oposto é verdade, e a turbulência é mantida pela energia difundida da parede. Ambas as regiões são separadas por uma camada, na qual a produção e a dissipação de energia turbulenta estão aproximadamente em equilíbrio e através da qual o fluxo de energia da parede para o núcleo é aproximadamente constante. Na visão clássica, turbulência nesta camada é auto similar e a distância a parede atua como uma escala de similaridade, levando ao perfil de velocidade logarítmico.

Analogamente, a camada viscosa corresponde grosseiramente ao intervalo de dissipação de escalas de turbulência isotrópica, o núcleo ocupa o papel dos turbilhões contendo energia e a região logarítmica aquele do intervalo inercial. Verifica-se, deste modo, a existência de uma transferência espacial de energia turbulenta.

Como as escalas contendo energia são pequenas próximo a parede, enquanto aquelas no núcleo turbulento são grandes, este é um exemplo de uma cascata inversa. Ela é distinta da clássica cascata de Kolmogorov e coexiste com ela.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

2.2.
Técnicas de Predição dos Escoamentos Turbulentos

Idealmente, dentro da aproximação numérica, é possível calcular o campo de escoamento turbulento completo, resolvendo-se numericamente as equações de Navier-Stokes. Esta abordagem, conhecida na literatura como simulação numérica direta (DNS, por *Direct Numerical Simulation*), seria então a grande ferramenta para a exploração e completa elucidação do fenômeno da turbulência, desde que não há solução analítica disponível das equações de Navier-Stokes, mesmo para o escoamento turbulento mais simples. Contudo a restrição, provocada pelas exigências de resolução espacial e temporal, torna a aplicação prática da simulação direta limitada aos escoamentos com número de Reynolds menor que 10^4. Estima-se que o número mínimo de pontos de discretização necessários para uma perfeita resolução espacial do escoamento seria proporcional a $Re_L^{9/4}$ ($\approx Re_L^3$ incluindo-se a resolução temporal). Considerando o estado da arte em computação e a mais otimista previsão para a sua expansão, aplicações DNS estarão restrita a escoamentos turbulentos em regime de baixo número de Reynolds e geometria simples, ainda por muitos anos.

Em contraste a restrição de solução, imposta pela enorme multiplicidade de escalas temporais e espaciais, que caracteriza a turbulência e cresce rapidamente com o número de Reynolds, há um grande interesse prático em predizer, ao menos em termos médios, os fluxos turbulentos de quantidade de movimento e propriedades escalares. Em conseqüência, quando o intervalo de escalas exceder aquele permitido pela capacidade computacional, algumas escalas devem ser descartadas, afim de se obter informações referentes ao movimento das grandes estruturas. A maioria das técnicas, que tratam este problema em escoamentos turbulentos, fazem a decomposição das equações governantes em um campo filtrado ou médio e um campo de flutuações. Procura-se a evolução estatística do escoamento, ao invés de resolver o campo de escoamento instantâneo.

Ao se realizar qualquer processo de filtragem ou média sobre as equações de Navier-Stokes, aparecem produtos envolvendo flutuações. Deste modo, passa-se a ter mais incógnitas que equações. É o conhecido problema de fechamento da turbulência. Há então a necessidade de se fazer hipóteses de fechamento ou, o que é a mesma coisa, introduzir um modelo de turbulência.

A busca por melhores modelos de turbulência e sua parametrização é o que impulsiona a maior parte das pesquisas de turbulência. A simulação direta e a pesquisa experimental são ferramentas utilizadas neste esforço.

As duas abordagens para predição de escoamentos turbulentos que se defrontam com o problema do fechamento da turbulência são a modelagem estatística ou método de média de Reynolds e a simulação de grandes escalas (LES, por *Large Eddy Simulation*). Na modelagem estatística perde-se todas as informações espectrais. As quantidades estatísticas são médias sobre todas as escalas de turbulência. Já a metodologia da simulação das grandes escalas é intermediária entre a simulação direta e a modelagem com média de Reynolds,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

desde que ela prediz a dinâmica das grandes escalas. Estas duas técnicas de modelagem da turbulência e suas ramificações, bem como a técnica de simulação direta, serão apresentadas resumidamente a seguir. Ao final, serão discutidos alguns aspectos do problema da condição de contorno e inicial.

2.2.1. Simulação Numérica Direta

O mais preciso método para predizer os escoamentos turbulentos, chamado simulação numérica direta (DNS), é a solução numérica das equações de Navier-Stokes. Os fundamentos desta técnica foram postos pelo National Center for Atmospheric Research (USA), no início da década de setenta (1970). Orszag & Petterson (1972) demonstraram, apesar da inadequada resolução, que métodos espectrais poderiam verdadeiramente ser usados para simulação direta (Rogallo & Moin, 1984; Moin & Mahesh, 1998). Rogallo (1981), utilizando o algoritmo de Orszag & Petterson (1972), simulou turbulência homogênea submetida a deformação do escoamento médio. Este trabalho pioneiro tornou-se um padrão para a simulação direta de escoamentos turbulentos homogêneos.

Métodos numéricos para simulação direta da turbulência devem reproduzir precisamente sua evolução sobre um largo intervalo de escalas de comprimento e tempo. O intervalo de escalas é imposto pela física do fenômeno. A malha irá determinar as escalas que poderão ser representadas, enquanto a precisão, na qual estas escalas são representadas, é determinada pelo método numérico.

As maiores escalas que necessitam ser resolvidas, ao longo das direções estatisticamente não homogêneas, são determinadas pelos parâmetros físicos, tais como altura do canal, espessura da camada limite, espessura da camada de mistura e etc. Já na direção homogênea, onde condições de contorno periódicas são normalmente impostas, as correlações de dois pontos da solução devem decair para aproximadamente zero, dentro de metade do domínio, para garantir-se a correta representação estatística das grandes escalas.

A escala de Kolmogorov, $\eta = (\upsilon^3/\varepsilon)^{1/4}$, é comumente considerada como a menor escala que necessita ser resolvida (Ferziger, 2000). Contudo, esta exigência

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

parece ser muito severa (Moin & Mahesh, 1998). Há simulações diretas que apresentam boa concordância com experimentos, ainda que a escala de Kolmogorov não tenha sido resolvida (Moser & Moin, 1987; Kim et al., 1987). Parece que a exigência importante, para obter estatísticas de primeira e segunda ordem corretas, é que a resolução seja suficiente, para capturar precisamente a maior parte da dissipação. Consequentemente, as menores escalas espaciais que devem ser precisamente resolvidas dependerão do espectro de energia. Em Moser & Moin (1987) a maior parte da dissipação no canal curvo ocorre para escalas maiores que 15η (Moin & Mahesh, 1998).

Sendo L a escala integral, o número de pontos nodais em cada direção de um escoamento turbulento homogêneo deve ser da ordem de $(L/\eta) \propto Re_L^{3/4}$. Na simulação com três direções coordenadas e o tempo, a resolução exigida seria da ordem de Re_L^3. Isto significa que se o número de Reynolds for aumentado de uma ordem (10), será necessário dispor de um espaço de memória 178 vezes maior e um tempo de resolução 1000 vezes superior.

As exigências de resolução são naturalmente influenciadas pelo método numérico usado. Esquemas de solução, com erro numérico maior, requerem mais altas resoluções para se obter o mesmo grau de precisão. Erros de discretização espacial tem dois componentes principais: erro de diferenciação; e o erro associado com a não linearidade das equações de governo.

As não linearidades das equações de governo fazem com que as escalas não capturadas pela malha influenciem as menores escalas resolvidas. A simulação direta deve ter uma resolução suficiente para tornar este erro pequeno. Os termos não lineares também fazem aparecer na solução harmônicos superiores. São estes harmônicos superiores que dão o chamado erro '*aliasing*' nas soluções espectrais. Este erro pode causar ou instabilidade numérica ou excessivo decaimento da turbulência (Moin & Mahesh, 1998).

De modo prático, pode-se dizer que esquemas de diferenças finita central de segunda ordem requerem o dobro da resolução espacial em cada direção, para alcançar o mesmo resultado dos métodos espectrais.

O grande intervalo de escalas de tempo faz com que o escoamento turbulento seja um sistema rígido (*stiff*) no tempo. A exigência de precisão no tempo, sobre um largo intervalo de escalas, limita o tamanho do passo de tempo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

O uso de grandes passos de tempo possibilita o aparecimento de grandes erros nas menores escalas, invalidando a solução.

Os esquemas de integração no tempo podem ser explícitos ou implícitos. Os esquemas explícitos são mais fáceis de implementar e tem menor custo por passo de tempo. Os critérios de precisão impõem passos de tempo que, em muitos escoamentos, estão dentro dos limites de estabilidade dos métodos explícitos. Não há nestas situações a necessidade de aumentar o esforço computacional, utilizando-se métodos implícitos (Rogallo & Moin,1984). Em outros escoamentos, devido ao refinamento da malha, os critérios de estabilidade, para esquemas explícitos, levam a passos de tempo menores que a escala de tempo de Kolmogorov $t_d=(\upsilon/\varepsilon)^{1/2}$. Nestes casos, os esquemas explícitos não são os mais apropriados.

Os esquemas explícitos usados na maioria das simulações diretas são os métodos de Runge-Kutta de segunda, terceira ou quarta ordem, o de Adams-Bashforth e o de 'leapfrog', embora os métodos de Runge-Kutta permitam maiores passos de tempo (Friedrich et al., 2001).

Tem sido prática comum, em simulações diretas de escoamentos limitados por paredes, o uso de esquemas implícitos para os termos viscosos e esquemas explícitos para os termos convectivos. Nestes escoamentos, há necessidade de malhas refinadas na direção normal a parede, especialmente próximo a própria parede. Uma conseqüência deste refinamento da malha é o pequeno passo de tempo imposto pelo critério de estabilidade dos métodos explícitos. Este passo de tempo acaba sendo menor que o exigido pela precisão. A principal dificuldade vem dos termos viscosos. É necessário tratar os termos viscosos, com derivadas normais a parede, implicitamente. Afirmar-se a conveniência do uso de esquemas implícitos, para os termos convectivos não é possível de ser feita (Moin & Mahesh, 1998).

O aparecimento de coeficientes não lineares, devido ao tratamento implícito dos termos convectivos, por exemplo, torna impraticável a solução do sistema de equações por técnicas diretas. A eficiência e precisão dos métodos interativos dependem do número de iterações exigidas, para obter a solução convergida no passo de tempo.

Além da escala de tempo de Kolmogorov, $t_d=(\upsilon/\varepsilon)^{1/2}$, a escala de tempo

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

viscosa $t_\upsilon=(\upsilon/u_\tau^2)$, é outra escala de tempo importante na região próxima a parede. A definição da escala viscosa é baseada na velocidade de atrito u_τ, que por sua vez depende da tensão cisalhante na parede τ e da massa específica ρ ($u_\tau = \sqrt{\tau / \rho}$). A escala de tempo viscosa t_υ deve também ser um limite superior, para o passo de tempo permissível, garantindo soluções fisicamente corretas (Friedrich et al., 2001).

Em conseqüência da natureza dos escoamentos turbulentos e da capacidade computacional disponível, esta técnica é limitada a baixos números de Reynolds e a geometrias simples. Ressalta-se porém que simulações deste tipo permitem a obtenção de informações sobre parâmetros de difícil medição experimental. Por esta razão, apesar da impossibilidade de simular situações complexas de escoamento, restrição que deve permanecer por algumas décadas, a simulação direta pode e tem sido utilizada para uma melhor compreensão da turbulência e refino de modelos para a sua descrição.

2.2.2.
Simulação de Grandes Escalas

A simulação de grandes escalas é uma metodologia intermediária à simulação numérica direta (DNS), na qual todas as flutuações são resolvidas e nenhum modelo é requerido, e à clássica abordagem de Reynolds (RANS), na qual somente valores médios são calculados e todas flutuações são modeladas. A abordagem LES se iniciou com os trabalhos do meteorologista Smagorinsky (1963). A motivação era simular apenas as grandes escalas dos escoamentos atmosféricos, na impossibilidade de simular todo espectro de escalas. As primeiras aplicações em problemas de engenharia foram realizadas por Deardoff (1970). Nesta técnica não mais se faz a decomposição em um campo médio e respectivas flutuações, como proposta por Reynolds, mas, aproveitando-se desta idéia, faz-se a separação das altas e baixas freqüências. O objetivo é remover pequenos vórtices do campo de escoamento, assim que uma equação para as grandes estruturas seja obtida. Utiliza-se, para esse fim, um processo de filtragem das equações de governo. O processo de transferência energia entre as maiores escalas submalha e as menores escalas resolvidas é então modelado.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

Esta metodologia se beneficia do fato de que a maior parte do transporte de quantidade de movimento, energia e espécies é realizado pelos grandes turbilhões. Os menores turbilhões são pouco afetados pelas condições de contorno do escoamento. Estas escalas são aproximadamente isotrópicas, estatisticamente falando, e contribuem pouco para o transporte turbulento. Isto é o porquê da viscosidade ter pequeno efeito sobre o processo de mistura turbulento, nas regiões afastadas da parede.

Pode-se, consequentemente, esperar que um esquema numérico de simulação de grandes escalas, onde os maiores turbilhões são resolvidos e os menores turbilhões, de escala submalha, são modelados, dará predições quase tão boas quanto a simulação direta, mas com custo bem menor. Contudo, rigorosamente falando, a simulação de grandes escalas é uma simplificação, pois o espectro de escalas é cortado arbitrariamente, mudando-se de resolução completa para modelagem. É como deixar parte de um turbilhão na região submalha e parte no movimento resolvido. Outra dificuldade desta modelagem é que todos os turbilhões próximo a parede são pequenos e fortemente anisotrópicos. Assim ou o modelo submalha é capaz de tratar bem esta região ou a malha deve ser fortemente refinada nela. Esta última opção aumentaria o tempo de computação e a necessidade de memória, destruindo-se a vantagem desta metodologia sobre a simulação direta.

O primeiro e mais simples modelo para o movimento submalha foi proposto por Smagorinsky (1963). Ele assumiu que as tensões turbulentas submalha eram proporcionais a taxa de deformação do movimento resolvido. Seu modelo é usualmente citado como um modelo de viscosidade turbulenta, embora seja mais parecido ao modelo de comprimento de mistura.

Resultados da simulação direta tem sido utilizados para avaliar o coeficiente do modelo de Smagorinsky ou, equivalentemente, a viscosidade turbulenta submalha. Calcula-se a tensão turbulenta submalha e a taxa de deformação do movimento resolvido, para uma malha típica da simulação de grandes escalas. A partir destes valores, avalia-se localmente o valor do coeficiente. Embora os valores apresentem grande variação no tempo e no espaço, os valores médios no tempo tem pequena e suave variação espacial (Bradshaw, 1997).

Algumas vezes os dados da simulação direta tem produzido valores

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

negativos da viscosidade turbulenta submalha, indicando que o movimento submalha não está dissipando, mas fornecendo energia ao movimento resolvido. Este fenômeno, chamado '*backscatter*' ou cascata inversa de energia, é uma conseqüência do fato que linhas de vórtices não são esticadas monotonicamente, mas algumas vezes contraem-se.

Devido a certa insatisfação com o comportamento próximo a parede dos modelos submalha, baseados no conceito de viscosidade turbulenta, novos métodos que permitem ajustar os coeficientes dos modelos tradicionais foram desenvolvidos. Estes métodos tem sua origem no trabalho de Germano et al. (1991). Eles são chamados modelos baseados no procedimento dinâmico ou, simplesmente, modelos dinâmicos.

A idéia é aproveitar o conhecimento do movimento resolvido para determinar o valor apropriado do coeficiente do modelo. A hipótese básica é que o comportamento das menores escalas resolvidas apresenta similaridade com o comportamento das escalas submalha. Embora o modelo dinâmico seja um grande melhoramento sobre os modelos já existente, há significativos problemas práticos. No procedimento dinâmico, o parâmetro calculado é uma função das coordenadas espaciais e do tempo. De fato, o coeficiente varia drasticamente como função das coordenadas, assumindo grandes valores positivos e negativos (Ferziger, 2000). Inicialmente, interpretou-se este fato como sendo possível ao modelo levar em conta o fenômeno da cascata inversa de energia (Germano et al., 1991). Contudo, valores negativos da viscosidade turbulenta submalha levam a instabilidade numéricas, fazendo a solução numérica divergir (Silvestrini, 2000). Algumas soluções para este problema têm sido propostas e têm ajudado a minimizar a instabilidade numérica, mas nenhuma foi capaz de provar ser completamente satisfatória.

O procedimento proposto por Germano et al. (1991) na verdade é uma metodologia para estimar o parâmetro dos modelos. Ele não é um modelo propriamente dito. O procedimento pode ser aplicado a qualquer modelo básico. Isto deu novo impulso as pesquisas dos modelos submalha.

Esta técnica de modelagem da turbulência, com todo seu formalismo e modelos submalha, será tratada especificamente no Capítulo 4.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

2.2.3. Modelagem Estatística

Anteriormente, constatou-se que, apesar das equações de Navier-Stokes governarem os escoamentos turbulentos de fluidos Newtonianos, a exigência de resolução espacial e temporal tornam a simulação numérica direta do fenômeno, ainda hoje, restrita a situações de baixo número de Reynolds e geometria simples. Em contra partida a esta constatação, há um grande interesse prático na análise e solução dos escoamentos turbulentos, pois estes estão presentes em muitas atividades importantes à nível tecnológico.

Embora informações sobre as menores escalas do escoamento sejam relevantes, felizmente em muitas situações práticas é suficiente uma descrição do escoamento médio. Em conseqüência, mesmo que a capacidade computacional permitisse, a solução numérica direta do escoamento não seria vantajosa, uma vez que o custo da simulação seria muito elevado, em relação as informações de interesse e necessárias as aplicações industriais. Há assim a sadia demanda de técnicas que tratem os escoamentos turbulentos, retirando deles informações úteis, sem contudo resolvê-los integralmente.

A modelagem estatística clássica, baseada na decomposição das propriedades do escoamento, conforme proposta por Reynolds, é o grande exemplo desta forma de tratar a turbulência. Osborne Reynolds, apoiado na observação que é possível indicar, nos escoamentos turbulentos, valores médios das quantidades turbulentas, propôs a decomposição do movimento turbulento em uma variação aleatória (flutuação) em torno do valor médio no tempo e este valor médio, a chamada decomposição de Reynolds. De um modo geral, tem-se:

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \tag{2.1}$$

onde $\overline{\phi}$ é valor médio no tempo da quantidade ϕ e ϕ' é a variação em torno do valor médio de ϕ.

Ao aplicar-se a decomposição de Reynolds a todas as quantidades do escoamento, presentes nas equações de Navier-Stokes, e realizando a seguir um procedimento de média sobre as equações resultantes, obtém-se as equações para

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

a descrição do movimento médio. São as chamadas equações RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) ou equações Navier-Stokes com média de Reynolds.

O procedimento de média introduz um termo novo ($-\rho \overline{u_i' u_j'}$), o qual é o único termo relacionado a turbulência que permanece, uma vez que u_i' é a flutuação do componente i da velocidade. Este termo atua como tensão sobre o movimento médio resolvido e são os componentes do chamado tensor de Reynolds:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} \tag{2.2}$$

As equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS) e a equação da continuidade não formam um sistema fechado de equações. Há mais incógnitas que equações. É necessário formular alguma hipótese adicional sobre as novas incógnitas, as tensões de Reynolds, baseando-se em evidências experimentais ou raciocínio intuitivo, a fim de se obter o fechamento do problema.

Em quase toda parte do escoamento turbulento, tensões de Reynolds são muito maiores que as taxas de transporte viscoso, com exceção da região próxima a parede. As flutuações de velocidade e consequentemente as tensões turbulentas são nulas na superfície sólida, devido a condição de não deslizamento imposta ao escoamento na parede. Os menores turbilhões, na escala dissipativa, não afetam diretamente os maiores turbilhões, responsáveis pelo transporte de quantidade de movimento. As tensões turbulentas são então aproximadamente independentes da viscosidade. Esta independência da viscosidade simplifica a tarefa de modelar as tensões de Reynolds. Modelagem, no atual contexto, significa substituir variáveis de alta ordem nas equações com média de Reynolds por funções das variáveis dependentes presentes nas próprias equações, achando assim um sistema fechado de equações.

Basicamente, duas são as abordagens mais utilizadas para se modelar as tensões de Reynolds:

- O conceito de viscosidade turbulenta;
- A modelagem da equação de transporte do tensor de Reynolds.

A primeira técnica utiliza a proposta de Boussinesq, a qual relaciona as

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

contribuições da turbulência, na transferência de quantidade de movimento linear (representada por $-\rho\,\overline{u'_i\,u'_j}$), à taxa de deformação do escoamento médio, através de uma viscosidade adicional, a viscosidade turbulenta. Esta hipótese dá origem ao ramo da modelagem conhecido como modelos de viscosidade turbulenta, em alusão ao efeito prático da turbulência em aumentar a difusão no escoamento. Relações são obtidas então para calcular esta viscosidade de turbulência.

A viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e varia de forma complicada de escoamento para escoamento e de ponto para ponto em um mesmo escoamento. Quase todos os modelos, que utilizam a hipótese da tensão turbulenta ser proporcional a taxa de deformação média, assumem que a viscosidade turbulenta é uma propriedade escalar (isotrópica). De fato, é difícil definir uma viscosidade turbulenta anisotrópica, sem relacioná-la as direções preferenciais definidas pelas condições de contorno, o que seria incorreto, pois violaria o princípio da invariância rotacional (Bradshaw, 1997). Outra desvantagem é que a viscosidade turbulenta vai para infinito, quando a tensão de Reynolds não é nula, mas a taxa de deformação média é.

Se a hipótese da viscosidade turbulenta ser isotrópica é uma deficiência física, a mesma tem uma grande vantagem computacional. A simplicidade e a facilidade prática da hipótese possibilitam que os modelos sejam diretamente incorporados a qualquer código computacional desenvolvido para solução das equações de Navier-Stokes em escoamento laminar com propriedades variáveis.

É importante notar que a viscosidade turbulenta é a razão de uma quantidade turbulenta e uma quantidade do escoamento médio. Não se deveria esperar que a viscosidade turbulenta siga exclusivamente as escalas do escoamento médio ou aquelas da turbulência. Todavia, modelos de viscosidade turbulenta acabam incorrendo ou no erro de utilizar exclusivamente o escoamento médio ou no de utilizar somente escalas de turbulência. Existem diversos tipos de modelos de viscosidade turbulenta. No primeiro tipo, incluem-se os chamados modelos algébricos que relacionam a viscosidade turbulenta a parâmetros do escoamento médio. Um exemplo clássico é a correlação υ_t = 0,016 $U_c\,\delta^*$ para camada limite (Cebeci & Smith, 1974; Bradshaw, 1997), onde υ_t é a viscosidade cinemática turbulenta, U_c é a velocidade da corrente livre e δ^* é a espessura de deslocamento. A utilização de modelos de viscosidade algébrica consiste na escolha mais simples e barata para prever escoamentos mais complexos. Em outro tipo de modelo, incluem-se os modelos de viscosidade turbulenta de duas equações. Nestes modelos, duas variáveis turbulentas são utilizadas para representar as escalas características de turbulência. As duas propriedades turbulentas são obtidas de equações de transporte diferenciais modeladas, as quais são baseadas nas equações exatas para estas quantidades. Estas equações levam em consideração o tempo, a memória e a consistência espacial do estado de turbulência local. A ausência das escalas do escoamento médio significa que estes modelos podem ser aplicados a qualquer geometria, embora a precisão, naturalmente, não possa a priori ser garantida.

Nos modelos de viscosidade turbulenta algébricos ou de zero equação nenhuma equação diferencial parcial é resolvida. Avalia-se a viscosidade turbulenta através de expressões algébricas. O modelo de comprimento de mistura de Prandtl é um exemplo deste tipo de modelo. Estes são apropriados somente para as mais simples camada limites e não tem sido muito desenvolvido nas últimas décadas. O modelo de Baldwin & Lomax (1977) é essencialmente o mesmo de Cabeci & Smith (1974). Substituiu-se a espessura de deslocamento (δ^*) por uma outra escala de comprimento. O modelo é extremamente robusto, raramente não obtendo êxito computacional (Bradshaw, 1997).

Nos modelos de turbulência de uma equação, resolve-se uma equação diferencial parcial para uma quantidade turbulenta. Determina-se assim uma escala característica do escoamento. A energia cinética turbulenta foi uma das quantidades turbulentas mais utilizadas neste tipo de modelagem. Há também modelos que resolvem uma equação para a própria viscosidade turbulenta . Em ambos os casos, necessita-se ainda especificar uma escala de comprimento.

O primeiro modelo de uma equação para a própria viscosidade turbulenta foi proposto por Nee & Kavasznay (1968) (Bradshaw, 1997). Eles utilizavam a espessura da camada de cisalhamento como escala de comprimento e não era independente da geometria do escoamento. O interesse por estes modelos ressurgiu recentemente. O modelo de Spalart & Allmares (1992) mostrou-se superior ao de Baldwin & Barth (1990). Este último foi obtido da simplificação do modelo κ-ε, enquanto que o primeiro foi construído empiricamente, a partir de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

casos simples com posterior adição de complicações.

Os modelos de uma equação serão sempre limitados pela falta de uma equação explícita para a escala de comprimento. Obtém-se um modelo independente da geometria, quando a escala de comprimento é definida pela razão da viscosidade turbulenta com a taxa de deformação. Spalart & Alllmares (1992) utilizaram a vorticidade média ao invés da deformação e obtiveram a escala de tempo. A vantagem é que a escala de tempo não varia rapidamente, quando a curvatura das linhas de corrente muda no plano *x-y*. O modelo deles tem se mostrado tão bom quanto os modelos de duas equações, em alguns escoamentos, embora demonstre necessitar de um termo extra para representar os efeitos de curvatura (Bradshaw, 1997).

Os modelos de viscosidade turbulenta de zero e uma equação necessitam que uma escala de comprimento seja especificada. A experiência mostrou que essa especificação varia com o tipo do escoamento e condições de contorno, restringindo a generalização do modelo. Já nos modelos de duas equações, os dois parâmetros turbulentos, que expressam a viscosidade turbulenta, são obtidos da solução de duas equações diferenciais de transporte modeladas. Geralmente, um dos parâmetros é a energia cinética turbulenta, a qual irá definir a escala de velocidade. O outro parâmetro renderá a escala de comprimento característica dos turbilhões contendo energia. A viscosidade turbulenta é tomada como produto destas duas escalas vezes um coeficiente numérico.

De um modo geral todos os modelos necessitam de uma escala de tempo ou comprimento bem como uma escala de velocidade, uma vez que existem termos na equação de transporte, para a variável ϕ, que possuem dimensões de ϕ/tempo ou ϕ*(velocidade/comprimento). Naturalmente a escala de tempo pode ser combinada com a escala de velocidade para fornecer uma escala de comprimento.

Como segunda quantidade turbulenta, a parte homogênea da taxa de dissipação de energia $\varepsilon = \upsilon \overline{\left(\partial u_i' / \partial x_j\right)^2}$ tem sido a mais popular. Esta combinada com a energia cinética (κ) rende a escala de comprimento ($\kappa^{3/2}/\varepsilon$). A viscosidade turbulenta é então definida como $\upsilon_t = C_\mu \kappa^2 / \varepsilon$, onde C_μ é um coeficiente empírico. Outras variáveis também são freqüentemente usadas, tal como a escala de comprimento *L* e o produto *(*κ *L)* ou a variância da vorticidade ($\overline{\omega'^2}$) e o

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

desvio padrão da vorticidade ($\overline{\omega'}$) (Wilcox, 1988). Esta última variável pode ser interpretada como a freqüência característica das grandes escalas ou como a taxa de dissipação específica por unidade de energia cinética $\overline{\omega'}=\varepsilon/\kappa$. Mais recentemente, a escala turbulenta de tempo (inverso da freqüência característica), a qual reduz-se a razão κ/ε nos modelos de um ponto, tornou-se popular e promissora fonte de escalas de turbulência (Speziale et al. 1992). Tal como a escala de comprimento, ela é mais atraente que outras variáveis, por causa do seu plausível significado físico e seu comportamento 'suave' em muitas regiões do escoamento, particularmente na região da parede. Contudo, as verificações até agora realizadas não trouxeram melhoramentos significativos e nem vantagens específicas em comparação com as variáveis existentes, particularmente ε. A sua maior deficiência parece ser a rigidez da equação testada, a qual, sendo derivada das equações de κ e ε, para altos números de Reynolds, contém um termo de destruição constante (Hanjalic, 1994).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

A maioria das variáveis utilizadas como fonte de escalas podem ser expressas como um produto $\kappa^m\ \varepsilon^n$. Para o modelo κ-ε tem-se m=0 e n=1. Já para o modelo κ-ω de Wilcox (1993) faz-se m=-1 e n=1. Independente da escolha de m e n, uma equação de transporte pode ser facilmente obtida empiricamente, embora uma equação exata possa ser obtida das próprias equações de Navier-Stokes. Estas equações empíricas tem a mesma forma de conservação, com termos de transporte e fonte.

A grande popularidade da equação de dissipação (m=0 e n=1) pode ser atribuída a vantagem prática de sua forma simples, quando comparada com outras equações. Deve-se notar que na maioria dos casos, quando se utiliza uma outra variável diferente de ε, torna-se necessário reter um termo do tipo $(\partial\kappa/\partial x_j)(\partial\varepsilon/\partial x_j)$, o qual não tem o caráter de difusão e deve ser tratado como uma fonte (Hanjalic, 1994).

Apesar da sua simplicidade, a equação para a dissipação de energia turbulenta tem provado possuir um surpreendente nível de generalidade, o que explica sua popularidade como variável geradora de escalas de comprimento. Extensivos testes têm, contudo, revelado um grande número de deficiências que se manifestam principalmente em escoamentos com forte desequilíbrio dos mecanismos básicos de turbulência. Speziale et al. (1992) sugerem que os dois maiores problemas, que envolvem a equação da taxa de dissipação, são a falta de uma condição de contorno natural para ε e o aparecimento de correlações de alta ordem no balanço dos termos na região próxima a parede. Deve-se registrar que a modelagem requerida na equação de energia turbulenta κ é menos drástica que aquela envolvida na equação de ε.

Não considerando a procura pelas potências m e n ótimas, os principais esforços despendidos atualmente, nos modelos de duas equações, referem-se a tornar os coeficientes nas equações, especialmente C_μ, como função de quantidades adimensionais, parametrizando efeitos especiais. O mais óbvio efeito especial é o da viscosidade. O modelo original de Jones & Launder (1972) já havia incorporado as chamadas modificações de baixo número de Reynolds.

Quando a curvatura longitudinal muda, a estrutura da turbulência é lenta para responder. Deste modo, correlacionar efeitos de curvatura sobre um parâmetro local, tipo C_μ, pode não ser realístico. Uma abordagem mais refinada é modificar os coeficientes nas equações de transporte de κ e ε, mas não está completamente definido como fazer isto.

Os modelos de viscosidade turbulenta não são capazes de predizer precisamente a transição. Modelos calibrados em escoamentos completamente turbulentos dificilmente poderão reproduzir o crescimento de perturbações inicialmente infinitesimais, tal como as ondas de Tollmien-Schlichting.

Embora modelos de turbulência, baseados no conceito de viscosidade turbulenta, possuam inúmeras deficiências, associadas geralmente a efeitos de curvatura, regiões de separação, forte aceleração e etc, o modelo de duas equações κ-ε tem sido largamente utilizado por engenheiros em todo o mundo. Este modelo foi ajustado para reproduzir a lei logarítmica em escoamentos limitados por paredes. Deste modo, os piores erros ocorrem exatamente fora desta região. Pode-se tornar o modelo κ-ε assintoticamente consistente, se o coeficiente do termo de destruição da dissipação for amortecido com ordem y^2, $O(y^2)$, e o coeficiente da viscosidade turbulenta for amortecido de $O(1/y)$, na região da parede, onde y é a distância à parede. Muitas correções existentes tem rendido resultados pobres em escoamentos turbulentos próximo a parede por violarem estas restrições (Speziale et al., 1992). O modelo κ-ω de Wilcox (1993) fornece bons resultados em alguns

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

casos, incluindo-se camada limite com gradiente de pressão adverso, estimativas de turbulência longe da parede e escoamentos compressíveis. Contudo o modelo negligencia um termo exato cruzado de difusão viscosa e não amortece o termo de destruição da dissipação, próximo a parede (Speziale et al.,1992). Estas duas simplificações originam soluções assintóticas incorretas, para a energia cinética ($\kappa \sim y^3$). O modelo também é excessivamente sensível aos valores de corrente livre de κ, pois $\omega \propto (\varepsilon/\kappa)$. Já o modelo κ-ε é menos sensível a escolha dos valores de corrente livre na fronteira.

A seguir transcreve-se resumidamente algumas deficiências e fragilidades dos modelos de duas equações que, embora sejam bem conhecidas, ainda persistem sem solução:

- Caráter escalar (isotrópico) da viscosidade turbulenta. Insensibilidade a orientação das estruturas de turbulência e seus mecanismos de transporte e mistura;
- Incapacidade dos modelos lineares reproduzir tensões anisotrópicas e suas conseqüências, como por exemplo, movimento secundário induzido pelas tensões;
- Caráter escalar das escalas de turbulência. Insensibilidade para anisotropia dos turbilhões;
- Limitações para definir somente uma escala de comprimento ou tempo de turbulência para caracterizar todas as iterações turbulentas;
- Deficiências para considerar todos os processos físicos que governam o comportamento de ε ou outra quantidade geradora das escalas de turbulência, em conseqüência da forma simplificada das equações básicas para aquelas variáveis;
- Inadequada incorporação de efeitos de amortecimento da viscosidade sobre as estruturas turbulentas, nos modelos de baixo Reynolds;
- Incapacidade de representar os efeitos dependentes da geometria e os mecanismos devido a proximidade da parede ou superfície de interface;
- Freqüente tratamento indevido das condições de contorno, em particular nas superfícies sólidas.

No outro ramo de modelagem estatística clássica, abandona-se a hipótese de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

viscosidade turbulenta e equações de transporte instantâneas para as próprias tensões de Reynolds são obtidas. Manipulações das equações de Navier-Stokes levam a essas equações de transporte, transcritas no Apêndice A. Estas são equações diferenciais parciais, que apresentam derivadas substantivas médias no tempo dos componentes do tensor de tensões de Reynolds, exatamente como as equações de Navier-Stokes. A grande dificuldade desta metodologia é o aparecimento de novas incógnitas, tais como correlações triplas de velocidade e correlações envolvendo flutuações de pressão. É o problema de fechamento da turbulência que se apresenta de forma efetiva. O termo da equação que não contém novas incógnitas é o chamado termo de geração de tensão turbulenta. Este termo é o somatório dos produtos das tensões de Reynolds pelo gradiente do movimento médio. A sua forma mostra que os gradientes de velocidade média influenciam a taxa de variação da tensão de Reynolds ao longo das linhas de corrente, mas não determinam seu valor local (Bradshaw, 1997).

Em princípio, o melhor, mais natural e lógico método de predizer tensões de Reynolds seria o modelo diferencial de transporte de tensão de Reynolds ou modelo de fechamento de momento de segunda ordem, desde que o fluxo extra de quantidade de movimento turbulento é dado diretamente pela solução das equações de transporte das próprias tensões de Reynolds. Porém, devido ao problema do fechamento da turbulência, as equações exatas são modeladas termo a termo. Além destas equações modeladas, há necessidade de uma equação para uma quantidade geradora de escala de comprimento. A maioria dos modelos diferenciais emprega a equação de transporte da taxa de dissipação, idêntica a usada nos modelos de duas equações. O resultado é um conjunto de equações diferenciais parciais para as tensões de Reynolds a serem resolvidas com as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds e com a equação de conservação de massa.

Tanto a equação modelada quanto a equação exata mostram que a taxa média de deformação (estritamente falando, os vários gradientes de velocidade média) ajuda a determinar a taxa de variação da cada tensão de Reynolds, mas não diretamente a magnitude da tensão. É evidente o porquê do conceito de viscosidade turbulenta não ser correto, quando se assume a relação direta entre a tensão turbulenta e a taxa de deformação.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

Os modelos de transporte de tensão de Reynolds emergiram como uma solução alternativa, para os escoamentos turbulentos, pois são capazes de prever a anisotropia do escoamento. Todavia, estes não conseguiram atender integralmente esta expectativa, apesar do considerável refinamento que os mesmos tem sido submetidos. Não há consenso se o problema está principalmente na equação da taxa de dissipação ou na modelagem do termo pressão-deformação. O tempo de computação é maior que nos modelos de duas equações, embora a sua confiabilidade numérica tenha sido melhorada na década passada, pela reformulação dos modelos, para garantir o princípio da 'realizabilidade' (taxa de dissipação e quantidades médias quadráticas sempre positivas).

Os modelos de fechamento de segunda ordem tem sido legitimados por uma estrita conformidade com os princípios gerais de modelagem. Coerência dimensional de todos os termos nas equações, consistência tensorial, indiferença a estrutura de coordenadas e material, condições de 'realizabilidade' e propriedades limites de turbulência bidimensional, entre outras, fazem parte dos princípios matemáticos que os modelos devem atender. Já os princípios de natureza física são mais difíceis de serem definidos e quantificados. Por exemplo, as correlações de turbulência devem principalmente ser modeladas em termos de parâmetros de turbulência que sabe-se governar diretamente as iterações descritas, ao invés de parâmetros do escoamento médio ou físico. A decrescente influência de momentos de alta ordem sobre as propriedades médias do escoamento, observado em muitos escoamentos de interesse prático, pode ser vista como uma confirmação do princípio de natureza física enunciado. Uma exigência, que alguns modelos tem sido forçados a atender, é o correto comportamento limite na superfície sólida. Nesta região a turbulência é fortemente afetada pela viscosidade.

Os maiores termos nas equações de transporte das tensões de Reynolds são os termos de geração, $-[(\overline{u'_i u'_k})(\partial \overline{u_j} / \partial x_k)+(\overline{u'_j u'_k})(\partial \overline{u_i} / \partial x_k)]$, e de redistribuição de pressão ou pressão-deformação, $[\overline{(p'/\rho)(\partial u'_i / \partial x_j + \partial u'_j / \partial x_i)}]$, o qual normalmente tem sinal oposto ao da geração. Devido as variáveis dependentes, no termo de geração, incluírem as tensões de Reynolds e a velocidade média, este termo é deixado na forma exata. O maior termo a ser modelado é o termo de redistribuição. Neste termo, a média do produto das flutuações da pressão com as

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

taxas da deformação das flutuações no mesmo plano das tensões não pode ser medido e dados da simulação direta são também limitados. Como a sua magnitude relativa é grande, este termo pode ser obtido, até com razoável precisão, pela soma de todos os outros termos na equação da tensão turbulenta (Bradshaw, 1997). Alguns outros termos de transporte turbulento, que são geralmente pequenos, são modelados pelo transporte de gradiente.

A maior parte do esforço gasto nas últimas décadas, para refinar o modelo diferencial de tensões de Reynolds, refere-se aos termos de pressão-deformação. Na equação de Poisson exata, que descreve as flutuações de pressão no escoamento turbulento, não aparece explicitamente a viscosidade e do lado direito há um termo que contém gradientes de velocidade média. Era assim possível supor que a forma modelada do termo de pressão-deformação, para altos números de Reynolds, pudesse ser utilizada na região da subcamada laminar. Contudo, Lai & So (1990) mostraram, através da análise do comportamento assintótico, a incorreção desta hipótese. É surpreendente também que a flutuação de uma quantidade dependa diretamente de uma quantidade média. Esta dependência é meramente resultado da operação de média e não implica um aspecto físico inexplicável (Bradshaw, 1997). Todavia, ela mostra que os modelos, para o termo de pressão-deformação, devem ter duas partes. Uma correspondendo aos termos contendo gradientes de velocidades médias, chamado parte 'rápida', e a parte 'lenta', que depende somente de quantidades turbulentas com média de Reynolds. Os nomes vem da forma como as partes respondem a um caso idealizado, onde o gradiente de velocidade média muda bruscamente. A parte 'rápida' é aquela que responde imediatamente, enquanto a outra parte varia mais lentamente as variações impostas. Em escoamentos convencionais ambas as partes respondem aproximadamente da mesma forma. Em escoamentos homogêneos não cisalhantes, somente a parte lenta manifesta-se e controla o retorno a isotropia. Os modelos mais antigos assumem que o termo lento é proporcional a anisotropia. Por exemplo, proporcional a $(-\overline{u'_i u'_j})$ se $i \neq j$ (tensão cisalhante). Mais recentemente, modelos não lineares tem sido propostos (Chung & Kim, 1995). Já a parte rápida se opõe diretamente a geração. No caso de rápida distorção da turbulência inicialmente isotrópica (súbita aplicação de elevada taxa de deformação), o resultado exato mostra que a parte rápida é exatamente (-3/5) do

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

termo de geração. É uma questão ainda aberta se esta conclusão pode ser estendida a outros escoamentos, tal como camada de cisalhamento convencional (Bradshaw, 1997).

No modelo de Launder et al. (1975), a parte rápida do termo pressão–deformação é linear nas tensões de Reynolds e gradientes de velocidade média, mas modelos não lineares também tem sido recentemente propostos, garantindo ‘realizabilidade’ e o correto comportamento assintótico na parede.

Cabe destacar que, com exceção das duas primeiras deficiências apontadas nos modelos de duas equações, todas as outras se mantém nos modelos diferenciais de tensão de Reynolds. Acrescente-se ainda as incertezas na modelagem de vários termos das equações diferenciais de transporte das tensões turbulentas, particularmente no termo pressão-deformação, na taxa de dissipação e a difusão turbulenta.

Em termos computacionais, naturalmente, os modelos de duas equações oferecem vantagens freqüentemente decisivas sobre os modelos de transporte diferencial de tensão de Reynolds. Todavia, onde a anisotropia das tensões tem um papel dominante, até o mais simples modelo de transporte de tensão de Reynolds mostra predições muito mais realistas que os modelos de duas equações.

Os modelos de tensão de Reynolds algébricos são uma simplificação dos modelos diferenciais de transporte de tensão turbulenta. Hierarquicamente, estariam entre os modelos de duas equações e os modelos diferenciais, propondo-se a tomar algumas vantagens de cada um deles. Eles nasceram como modelos de duas equações com viscosidade turbulenta anisotrópica. As suas vantagens sobre os modelos de duas equações não tem se mostrado significativas. O seu mérito indiscutível, em relação aos modelos de duas equações, refere-se estritamente a sua capacidade de reproduzir alguns escoamentos secundários em dutos não circulares e quinas (Hanjalic, 1994).

Naturalmente, por causa da alta anisotropia da turbulência, na região da parede, o modelo diferencial de transporte de tensão de Reynolds ou ao menos os modelos de tensão de Reynolds algébricos têm uma melhor propensão a simular os efeitos da proximidade da parede. A influência da proximidade da parede e a viscosidade são diferentes por natureza, embora estes efeitos tenham sido tratados indiferentemente na modelagem estatística clássica. Isto talvez tenha ocorrido

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

porque eles manifestam-se conjuntamente no amortecimento da turbulência. Se o número de Reynolds for pequeno o bastante a viscosidade irá afetar as interações turbulentas, causar o afastamento da isotropia local e promover a influência da deformação média sobre as menores escalas de turbulência. No caso de alto número de Reynolds, a influência da viscosidade está restrita a subcamada viscosa (Hanjalic, 1994). Já a parede sólida 'achata' as estruturas turbulentas, ao impor um amortecimento seletivo, principalmente das flutuações normais a parede, fazendo a turbulência se aproximar de uma condição bidimensional. Além disso, as paredes refletem as pulsações de pressão, afetando o processo de redistribuição das tensões turbulentas, em uma região que estende até ao núcleo turbulento.

Os modelos de duas equações simples (tipo κ-ε linear para alto Re) não podem diferenciar estes efeitos. O modelo κ-ε, apesar de ser largamente usado, apresenta dificuldades numéricas na região da parede, especialmente pelas dificuldades encontradas no tratamento da equação da taxa dissipação nesta região. Contudo a necessidade de obter informações precisas fez aparecer propostas de tratar a região próxima a parede. Nos últimos vinte anos, tem-se oscilado entre o uso das funções de parede, optando-se pela economia computacional, e integrar as equações até a parede, obtendo-se informações mais precisas dessa região. Esta última abordagem tem repousado, na maioria dos casos, na introdução de um número de funções de amortecimento em termos do número de Reynolds turbulento e a distância a parede. Esta mera dependência da viscosidade fez com que os efeitos fossem obscurecidos e levou a predições pobres (Hanjalic, 1994). Patel et al. (1985) afirma ser muito difícil separar os dois efeitos, quando ambos ocorrem na vizinhança da parede. De outro modo, Hanjalic (1989), como já fizera para o termo de produção da equação da taxa de dissipação, propõe que cada efeito seja modelado separadamente, ajustando-se os coeficientes e funções com base em dados experimentais. Da mesma forma, Myong & Kasagi (1990) (Speziale et al., 1992; Chen et al., 1998), distinguindo os dois efeitos, propõem uma função de amortecimento que é o produto de duas funções. Uma considera o efeito do baixo número de Reynolds, enquanto a outra a proximidade da parede. Speziale et al. (1992) afirmam que este modelo ajusta razoavelmente os dados experimentais, exceto que o seu comportamento assintotiza lentamente. Eles propõem, como modelo alternativo, substituir a função exponencial,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

representativa da proximidade da parede, por uma função tangente hiperbólica, alegando que esta tem um comportamento assintótico mais rápido.

Recentemente, os resultados da simulação direta deram um novo impulso as pesquisas nesta área (Abe et al., 1997; Chen et al., 1998; Deck et al., 2002; Bredberg et al., 2002). Alguns grupos de trabalho reexaminaram e propuseram novas variantes das modificações de baixo número de Reynolds. Isto mostra que o problema da obtenção das correlações para baixo número de Reynolds, na região próximo a parede, permanece sem solução.

2.3. Condições de Contorno e Iniciais

Em escoamentos limitados por paredes, a única condição de contorno correta, para a superfície é a condição de não deslizamento. Contudo, o escoamento turbulento desenvolve muitas estruturas de pequenas escalas na região próxima a parede. Como a espessura da subcamada laminar diminui com o aumento do número de Reynolds, o problema se torna mais crítico, para altos números de Reynolds. Estas estruturas de pequena escala ocupam um importante papel na produção de turbulência e assim na determinação do coeficiente de atrito, mas resolvê-la em uma simulação direta é muito dispendioso, em conseqüência do enorme número de pontos necessários nesta região. Por exemplo, Piomelli (1988) em uma simulação direta (DNS) de um escoamento em canal, utilizou um terço dos pontos nodais da malha na região da parede.

Para aplicações práticas é desejável evitar o alto custo de resolver a região da parede, substituindo o escoamento próximo a parede, por condições de contorno afastadas da fronteira sólida. Simples condições da camada limite turbulenta, tal como lei da parede, podem ser usadas, para aliviar a exigência de malha fina. O limite do domínio computacional é dimensionado para coincidir com a região logarítmica do escoamento. A grande desvantagem deste tratamento do contorno é não simular a física do escoamento e, consequentemente, não poder ser usado para estudo de suas estruturas e respectiva modelagem.

Nos modelos de duas equações κ-ε de baixo número de Reynolds, que se

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

propõem integrar as equações até a parede, deve-se tomar cuidado com a especificação da condição de contorno da taxa de dissipação na parede, pois poderá haver algumas dificuldades numéricas, em função da opção realizada, ou introduzir-se erros na solução do escoamento.

Um dos mais desafiantes problemas, que somente agora começa a ser tratado, é o das condições de contorno de entrada e saída do escoamento turbulento em direções não homogêneas, para simulações de grande escalas e simulações diretas (Le et al., 1997; Na & Moin, 1998; Moin & Mahesh, 1998; Friedrich et al., 2001). O problema da condição de entrada é muito incômodo, desde que, na maioria dos casos, a influência das condições a montante persiste, para grandes distâncias a jusante. Naturalmente, um modo de evitar isto é prescrever uma pequena perturbação regular, sobre um escoamento laminar de entrada e simular o escoamento através da transição até a turbulência. Contudo, este procedimento exigirá um comprimento do domínio computacional proibitivo em alguns casos. O uso de condições turbulentas de entrada e saída é uma necessidade prática, para escoamentos tais como camada limite, onde a teoria de estabilidade linear prediz uma longa zona de transição. Um dos procedimentos que poderia ser adotado, para se remover o problema, é prescrever condições de entrada experimentais. Elimina-se assim condições de entrada não realistas, as quais freqüentemente resultam em solução duvidosa. Infelizmente, esta opção não é prática, face a grande variedade de escoamentos a serem resolvidos. Condições de saída são especialmente interessantes, uma vez que podem gerar problemas de realimentação a montante (Friedrich et al., 2001). Cuidados especiais devem ser tomados, a partir do estudo de situações similares, sob condições numéricas e experimentais realistas, para se eliminar tal problema. Um exemplo trivial deste problema é o escoamento em canal de placas planas. As variáveis do escoamento, para as fronteiras, dependem do escoamento não conhecido, fora do domínio computacional. Muitas vezes na literatura, trata-se o escoamento na direção transversal como sendo homogêneo. Estes são os escoamentos mais simples a serem simulados. Por definição são estatisticamente idênticos em todos os pontos do escoamento. A mais conveniente e precisa condição de contorno, para estes escoamentos, são as condições periódicas. A porção do escoamento dentro de um paralelepípedo é simulada, enquanto as condições de contorno prescrevem que o

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

estado do fluido em um ponto adjacente a qualquer uma das fronteiras é identicamente o mesmo da face oposta do paralelepípedo. Estas condições evitam a necessidade de especificar os detalhes de um movimento caótico sobre a superfície e são o meio mais realístico de prescrever a idéia de que não há distinção entre dois pontos quaisquer do escoamento.

Para escoamentos cisalhantes livres, prescrever as condições de escoamento de corrente livre irrotacional, infinitamente longe da camada de cisalhamento, seria a condição de contorno ideal. Porém, tratar uma região infinita é difícil e dois métodos são normalmente usados, para resolver este problema:

Domínio computacional finito - Neste caso implementa-se as condições conhecidas como condições de contorno livre de tensão. Define-se a velocidade normal e a derivada normal das velocidades tangenciais como nulas. O campo de turbulência é confinado a região central do domínio e é limitado pelo escoamento irrotacional sobre as fronteiras. Infelizmente, condições livres de tensão, implicam na existência de escoamento imagem, fora do domínio computacional. As imagens são reflexões do escoamento na fronteira. Para garantir que os escoamentos imagens não interferem com a física do escoamento, não deve haver vórtice próximo as fronteiras livres de tensão. Isto significa que uma considerável porção do domínio computacional deve ser perdida no cálculo da parte potencial do escoamento (Ferziger, 1984; Rogallo & Moin, 1984; Ferziger, 1996);

Transformação de coordenadas - Pode-se usar uma transformação de coordenadas que faça o mapeamento do domínio infinito sobre um domínio finito. Aplica-se então a condição de contorno corrente livre ou sem tensão, para as fronteiras do domínio transformado. É importante escolher um mapeamento compatível com o método numérico, usado para avaliar derivadas (Ferziger, 1984; Rogallo & Moin, 1984; Ferziger, 1996).

Um campo de velocidade tridimensional, satisfazendo a equação da continuidade, e condições de contorno realistas devem ser especificados, para inicialização dos cálculos. De acordo com estas restrições, um campo de flutuações de velocidade é imposto sobre o perfil de velocidade média prescrito.

A evolução dos escoamentos, que se desenvolvem no tempo, aqueles que nunca alcançam um estado estatisticamente permanente, é freqüentemente muito sensível as condições iniciais, para as grandes escalas. Mesmo que se dispusesse

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA

de um código computacional perfeito, tanto do ponto de vista da modelagem como do método numérico de solução, qualquer pequeno erro nas condições iniciais seria amplificado e implicaria em discrepâncias finitas no padrão do escoamento. Felizmente, este tipo de problema só é importante no que se refere a posição e fase das instabilidades. Para compreensão do fenômeno, o importante é evidenciar a existência e a forma das estruturas turbilhonares e suas interações. E os resultados numéricos representam perfeitamente os fenômenos físicos, permitindo a exata interpretação e a compreensão dos fenômenos envolvidos na turbulência.

É no sentido descrito acima que muitas vezes se diz ser a turbulência um fenômeno não predizível. Sua dinâmica, apesar de governada por equações determinísticas, é altamente sensível as condições iniciais impostas. O conjunto de estados adquiridos é afetado de valores finitos, quando perturbações infinitesimais são injetadas inicialmente.

Em aplicações de engenharia, informações estatísticas são suficientes para a maioria das situações. Nestes casos, não é tão importante se ter uma previsão exata da posição e da fase de uma estrutura turbilhonar, mas é indispensável se ter uma boa predição do comportamento estatístico da turbulência. Isto significa que mesmo que não se possa reproduzir exatamente uma experiência de laboratório, sabe-se que será possível e suficiente reproduzi-la em seu comportamento estatístico. Os turbilhões reproduzidos em um experimento numérico não corresponderão exatamente aos turbilhões experimentais, no que se refere a posição e fase, por mais próximas que sejam as condições iniciais. No entanto, quando forem extraídas informações estatísticas do experimento numérico, estas concordarão muito bem com as estatísticas do experimento em laboratório. As ferramentas estatísticas de modelagem da turbulência são portanto indispensáveis e permitem auxiliar não só na questão da incapacidade de predizer precisamente o estado do escoamento, como na questão da pequena potência computacional disponível, para se resolver os escoamentos turbulentos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 9716133/CA