



José Diniz Mesquita Abrunhosa

**Simulação de Escoamento Turbulento
Complexo com Modelagem Clássica e
de Grandes Escalas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em engenharia mecânica da PUC-Rio como pré requisito parcial para obtenção do título de doutor em engenharia mecânica

Orientadora: Angela Ourivio Nieckele

Volume I

Rio de Janeiro, maio de 2003



José Diniz Mesquita Abrunhosa

**Simulação de Escoamento Turbulento
Complexo com Modelagem Clássica e
de Grandes Escalas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em engenharia mecânica da PUC-Rio como pré requisito parcial para obtenção do título de doutor em engenharia mecânica

Orientadora: Angela Ourivio Nieckele

Volume II

Rio de Janeiro, maio de 2003



José Diniz Mesquita Abrunhosa

**Simulação de Escoamento Turbulento
Complexo com Modelagem Clássica e de
Grandes Escalas**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Angela Ourivio Nieckele

Orientadora

Departamento de Eng. Mecânica - PUC-Rio

Prof. Marcos Sebastião de Paula Gomes

Departamento de Eng. Mecânica - PUC-Rio

Prof. Luis Fernando Alzuguir Azevedo

Departamento de Eng. Mecânica - PUC-Rio

Prof. Luis Fernando Gonçalves Pires

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento-Ctex

Prof. Marcelo José Santos de Lemos

IEME-Instituto Tecnológico da Aeronáutica

Aristeu da Silveira Neto

FEMEC-Univesidade Federal de Uberlândia

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 8 de maio de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial sem autorização da universidade, do autor e da orientadora.

José Diniz Mesquita Abrunhosa

Graduou-se em Engenharia Mecânica no IME (Instituto Militar de Engenharia) em 1991. Kursou o mestrando em Engenharia Mecânica também no IME em 1996. É chefe do Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais do IME, atuando na área de turbulência em fluidos.

Ficha Catalográfica

Abrunhosa, José Diniz Mesquita

Simulação de escoamento turbulento complexo com modelagem clássica e de grandes escalas / José Diniz Mesquita Abrunhosa; orientadora: Angela Ourivio Nieckele. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, 2003.

2 v. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Modelos de turbulência. 3. Média de Reynolds. 4. Grandes escalas. 5. Volumes finitos. I. Nieckele, Angela Ourivio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Para meus filhos, Rebeca
Maria e Tiago José

Agradecimentos

À minha esposa pela paciência.

À minha orientadora pela dedicação e apoio para realização do trabalho

Ao Instituto Militar de Engenharia pela confiança em mim depositada.

Ao Exército Brasileiro pela oportunidade concedida.

À PUC-Rio pela acolhida e auxílio.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos professores que participaram da comissão examinadora.

E em especial a Deus e a Virgem Maria.

Resumo

Abrunhosa, José Diniz Mesquita; Nieckele, Angela Ourivio. **Simulação de Escoamento Turbulento Complexo com Modelagem Clássica e Grandes Escalas**. Rio de Janeiro, 2003. 409p. Tese de doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Uma investigação da capacidade de previsão de modelos de turbulência baseados na modelagem estatística clássica e de grandes escalas é apresentada. A modelagem estatística clássica de turbulência (média de Reynolds) foi analisada, através da solução de escoamentos complexos, como, por exemplo, o escoamento turbulento em degrau (*'backstep'*). Especial atenção foi dada aos modelos κ - ϵ de baixo Reynolds e as variantes renormalizadas (RNG). O comportamento dos vários termos da equação da energia cinética turbulenta na região da parede foram analisados em detalhes, especialmente o termo de difusão de pressão. Avaliou-se a importância da correta modelagem do termo de difusão de pressão sobre as previsões dos modelos de baixo número de Reynolds, nas regiões de recirculação. Alguns modelos, propostos na literatura para o termo de difusão de pressão, foram também avaliados teórica e numericamente. A capacidade de previsão da metodologia de simulação de grandes escalas (*LES por Large Eddy Simulation*) também foi realizada. O desempenho do modelo de Smagorinsky para prever escoamentos limitados por fronteiras sólidas foi avaliado do ponto de vista computacional. Utilizou-se o método de volumes finitos para integrar tanto as equações médias de Reynolds quanto as equações LES. O escoamento turbulento em canal foi resolvido de modo bidimensional e tridimensional. Já o escoamento em degrau (*'backstep'*) foi resolvido exclusivamente de modo bidimensional, enquanto o escoamento em um duto de seção quadrada foi simulado de modo tridimensional. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos pelos modelos de baixo Reynolds, analisando-se a relação custo-benefício.

Palavras-chave

modelos de turbulência, média de reynolds, grandes escalas, volumes finitos.

Abstract

Abrunhosa, José Diniz Mesquita; Nieckele, Angela Ourivio (advisor). **Turbulent Complex Flow Simulation with Classical Modeling and Large Eddy Simulation**. Rio de Janeiro, 2003. 409p. Tese de doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

An investigation of turbulence models prediction capacity based on classical statistical modeling and large eddy simulation (LES) is presented. The classical statistical modeling (average of Reynolds) was analyzed, by investigating the solution of complex flows, as, for example, the turbulent flow past a backward-facing-step (*'backstep'*). Special attention was given to low Reynolds number κ - ϵ models and models derived by renormalization group theory (RNG). The behavior of the different terms in the turbulent kinetic energy equation in the near wall region was examined in details, specially the pressure diffusion term. It was evaluated the importance of the correct modeling of the pressure diffusion term on the predictions of the low Reynolds number models, in recirculating flows. A few models, proposed in the literature for the pressure diffusion term, were also evaluated theoretically and numerically. The prediction capacity of large eddy simulation (LES) technique was also investigated. The ability of Smagorinsky model to predict complex limited wall flows was analyzed from a computational standpoint. The finite-volume method was employed to integrate both the Reynolds average and LES equations. The fully developed turbulent channel flow was solved in two-dimensional and three-dimensional numerical simulations. The turbulent flow over a backward-facing-step was computed exclusively in a two-dimensional manner, while the fully developed turbulent flow in a straight square duct was simulated in a three-dimensional manner. The results were compared with those obtained by the low Reynolds models, analyzing the cost-benefit relation.

Keywords

turbulence modeling, Reynolds average, large eddy simulation, finite volume.

Sumário

1.	Introdução	1
1.1.	Motivação	1
1.2.	Visão Histórica	3
1.3.	Objetivo	8
1.4.	Organização do Trabalho	10
2.	Aspectos Físicos e Predição	12
2.1.	Aspectos Físicos da Turbulência	12
2.2.	Técnicas de Predição dos Escoamentos Turbulentos	17
2.2.1.	Simulação Numérica Direta	19
2.2.2.	Simulação de Grandes Escalas	22
2.2.3.	Modelagem Estatística	25
2.3.	Condições de Contorno e Iniciais	38
3.	Modelagem Estatística Clássica.	
	Modelos de Duas Equações κ - ε	42
3.1.	Modelo κ - ε para Altos Números de Reynolds	44
3.2.	Modelo κ - ε para Baixos Números de Reynolds	48
3.3.	Modelo κ - ε Não Lineares	64
3.4.	Modelos de Turbulência RNG	69
3.4.1.	Modelo Algébrico RNG de Viscosidade Turbulenta	70
3.4.2.	Modelo κ - ε RNG Para Alto Re	70
3.4.3.	Modelo κ - ε RNG Diferencial	76
3.4.4.	Modelo κ - ε RNG para Baixo Re	78
3.4.5.	Modelo κ - ε RNG Não Linear	82
4.	Simulação de Grandes Escalas	85
4.1.	Introdução	85
4.2.	Fundamentos da Simulação de Grandes Escalas	86
4.3.	Equações de Governo	88
4.4.	Modelos de Escalas Submalha - Modelo Smagorinsky	92

5.	Método Numérico	97
5.1.	A Equação Diferencial Geral	99
5.2.	Fluxo Total - Difusão mais Advecção	100
5.3.	Geometria e Volumes de Controle Finitos	101
5.4.	Integração das Equações nos Volumes de Controle	102
5.5.	Método para Solução do Sistema Algébrico	104
6.	Análise Crítica da Modelagem Estatística Clássica.	
	Modelos de Duas Equações $\kappa-\epsilon$	105
6.1.	Introdução	105
6.2.	Avaliação Numérica de Modelos de Baixo Reynolds	
	Escoamento de Alto Reynolds	108
6.3.	Avaliação Numérica do Modelo Renormalizado de Baixo Reynolds.	
	Escoamento de Alto Reynolds	132
6.4.	Avaliação Teórica e Numérica de Modelos de Baixo Reynolds	
	Escoamento de Baixo Reynolds	151
6.4.1.	Avaliação Numérica em Escoamento de Baixo Reynolds	154
6.4.2.	Estudo da Influência da Modelagem do Gradiente de Pressão Modelos de Turbulência de Baixo Reynolds	171
6.5.	Avaliação Numérica de Modelos de Duas Equações Não Lineares	
	Escoamento de Alto Reynolds	192
6.6.	Escoamento Turbulento em Duto de Seção Quadrada	
	Modelos Não Lineares de Baixo Reynolds	204
7.	Simulação Numérica de Grandes Escalas	
	Modelo de Smagorinsky – Resultados	216
7.1.	Introdução	216
7.2.	Escoamento Turbulento de Baixo Reynolds em Canal	
	Simulação Bidimensional	217
7.3.	Escoamento Turbulento de Baixo Reynolds em Canal	
	Simulação Tridimensional	232
7.4.	Escoamento Turbulento de Baixo Número de Reynolds	
	Canal de Placas Planas com Dupla Expansão	246

7.5. Escoamento Turbulento de Baixo Número de Reynolds	
Duto de Seção Quadrada	272
8. Conclusões e Sugestões	287
Referências Bibliográficas	302
Apêndice A	324
Apêndice B	338
Apêndice C	368
Apêndice D	380

Nomenclatura

a_i, b_i, c_i	funções na região da parede
A_d, A_l, A_λ	constantes RNG
a_{nb}	coeficiente dos pontos nodais vizinhos
a	constante
b	constante RNG, resíduo de massa, termo fonte da eq. discretizada
C_μ	coeficiente empírico
C_1, C_2	coeficiente empírico
C_D	coeficiente empírico
C_f	coeficiente de atrito
C_p	coeficiente de pressão
C_S	coeficiente de Smagorinsky
C_k	termo de variação de κ
C_ε	termo de variação de ε
C_{sim}	coeficiente modelo similaridade
C_{nl}	coeficiente não linear LES
C_{RNG}	constante empírica RNG
C_τ	coeficiente modelo Durbin
C_{ij}	tensor Cruzado
C_λ	constante Kolmogorov
CFL	número de Courant-Friedrich-Lewy
d	dimensão espacial
D_μ	difusão viscosa de κ
D_κ	difusão turbulenta de κ
D_ε	difusão turbulenta de ε
$D_{\mu\varepsilon}$	difusão viscosa de ε
D_0	coeficiente dimensional
$E(k)$	espectro de energia
$E(\lambda, t)$	espectro do intervalo inercial de Kolmogorov

E	taxa de dissipação modificada,
f	fator de atrito
$f(x,t)$	função
$\overline{f}(x,t)$	função filtrada
$f'(x,t)$	função submalha
\vec{f}	força aleatória
Δf	força aleatória induzida
f_μ	função de amortecimento
f_1, f_2	funções de amortecimento
F_1, F_2, F_3	constantes modelos não linear
F_2	função estruturada 2
G	função filtro ou peso
h	largura da malha, metade da altura do canal plano
H	altura do degrau
H_c	altura do canal
$H(X)$	função de Heaviside
J	fluxo total
k	número de onda
k_c	número de onda de corte, $k_c = \pi / \Delta$
L	escala de comprimento, operador linear
L_x	extensão do duto quadrado
l_d	escala de dissipação de Kolmogorov
L_{ij}	tensor de Leonard
M_{ij}	tensão de Reynolds de escala submalha
m, n	expoentes dos modelos de turbulência de duas equações
n	distância normal a parede
n, s	direções coordenadas
N	número de volumes de controle
Pr	número de Prandtl
p	pressão
p'	flutuação de pressão
P_c	Pressão na linha de centro do canal

P_{ijm}	operador projeção
P_k	produção de κ
P_ε	produção de ε
Q_{ij}	tensor Reynolds
R	termo da eq. RGN de ε
Rsd	Resíduo da solução numérica
Rn	número de Reynolds
Re_L	número de Reynolds
$Re_t = \kappa^2 / (\nu \varepsilon)$	número de Reynolds turbulento
$Re_y = y \sqrt{\kappa} / \nu$	número de Reynolds turbulento
$Re_d = (\varepsilon \nu)^{1/4} y / \nu$	número de Reynolds turbulento
Re_θ	número de Reynolds baseado na espessura da camada limite
S	constante RNG
S_{ij}	tensor taxa de deformação
S_{ij}^o	derivada de Oldroyd de S_{ij} .
$\overline{S_{ij}}$	taxa de deformação do campo resolvido de velocidade.
t	tempo
Δt	passo de tempo
t_d	escala de tempo de Kolmogorov
t_ν	escala de tempo viscosa
T_{ij}	tensor de tensão submalha
T_k	transporte turbulento de κ
T_t	escala de tempo da turbulência
U	escala de velocidade
U_c	velocidade da corrente livre
u_m	velocidade média
u_τ	velocidade de atrito
\vec{u}	vetor velocidade
$\overline{u_i}$	componente i da velocidade média ou filtrada
u, v, w	componentes da velocidade nas direções x, y, z
$\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}$	componentes da velocidade média ou filtrada nas direções x, y, z

u', v', w'	componentes da flutuação da velocidade nas direções x, y, z
u_i'	flutuação do componente i da velocidade.
$\overline{\overline{u_i}}$	componente i da velocidade duas vezes filtrada
$(\overline{u' u'})^{1/2}$	intensidade de turbulência
$\overline{u' v'}$	tensão turbulenta cisalhante
V_m	velocidade média
x_i	eixo coordenado i
x, y, z	eixos coordenados
X_r	ponto de recolamento
x_{ent}	tamanho do canal de entrada
x_{out}	tamanho do canal de saída
y	distância à parede
y^+	distância adimensional à parede
π_k	difusão de pressão em κ
α	inverso do número de Prandtl
ε	taxa de dissipação de energia turbulenta
ε^+	taxa de dissipação de energia turbulenta adimensional
ε_w	taxa de dissipação de energia turbulenta na parede
$\tilde{\varepsilon}$	taxa de dissipação modificada
ε^*	taxa de dissipação modificada
χ, ξ	funções de correção das respectivas equações de κ e ε
λ	vetor número de onda
η	escala de Kolmogorov, escala de tempo RNG
η_o, β	constantes RNG do termo R
κ	energia cinética turbulenta
κ_{SGS}	energia cinética turbulenta submalha
δ_{ij}	tensor identidade
δ^*	espessura de deslocamento.
ν	viscosidade cinemática do fluido.
μ_{eff}	viscosidade submalha efetiva
τ	tensão cisalhante na parede

ρ	massa específica
ϕ	quantidade transportada
$\bar{\phi}$	valor médio no tempo da quantidade ϕ
ϕ'	variação em torno do valor médio de ϕ .
ϕ_{nb}	valor da função nos pontos nodais vizinhos
τ_{ij}	tensor de tensão cisalhante
$-\rho \overline{u'_i u'_j}$	tensor de Reynolds
ρ	massa específica
μ_t	viscosidade turbulenta
ν_t	viscosidade cinemática turbulenta,
ψ	função corrente do escoamento médio
Φ_ε	termo de destruição de ε
ω	vorticidade
$\overline{\omega'^2}$	variância da vorticidade
$\overline{\omega'}$	desvio padrão da vorticidade
$\sigma_\kappa, \sigma_\varepsilon, \sigma$	constantes empíricas, número de Prandtl de κ e ε
$\Omega \equiv (\lambda, \omega)$	vetor frequência-número de onda com dimensão $d+1$
λ	vetor número de onda
Λ_λ	norma euclidiana do vetor número de onda
λ_d	número de onda característico da escala dissipativa
λ_L	número de onda característico da escala integral
ν_{er}	viscosidade efetiva renormalizada
Δ	banda de filtro
$\tilde{\Delta}$	filtro teste.
Δ	Comprimento característico do modelo de Samgorinsky
$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$	banda do filtro nas direções coordenadas

Lista de Figuras

Figura 5.1 – Volume de controle finito típico.	101
Figura 6.1 – Configuração física para escoamento em canal com salto de área.	107
Figura 6.2 – Malha típica para solução de escoamento em canal com salto de área.	111
Figura 6.3 – Estudo comparativo do perfil de velocidade axial (u) na região da recirculação secundária, $x/H=0,1003$ e $x/H=0,2184$.	114
Figura 6.4 – Perfil de velocidade axial (u) na região de separação para malhas com 100 e 110 pontos nodais em y : $x/H=0,1003$ e $x/H=0,2184$.	115
Figura 6.5 – Seções de levantamento do perfil de velocidade média	116
Figura 6.6 – Perfil de velocidade média em seções $x/H=1,33$; 2,67; 5,33; 6,22; 8,00 e 10,67.	117
Figura 6.7 – Comparação do perfil de velocidade média dos modelos de Baixo Re obtidos com malhas 200×100 e 200×110	119
Figura 6.8 – Seções de levantamento do perfil de intensidade de turbulência.	120
Figura 6.9 – Perfil de intensidade de turbulência para seções selecionadas.	121
Figura 6.10 – Comparação do perfil de intensidade turbulenta dos modelos de Baixo Re obtidos com malhas 200×100 e 200×110 .	123
Figura 6.11 – Perfil de tensão de turbulência para seções selecionadas.	124
Figura 6.12 – Comparação do perfil de tensão turbulenta dos modelos de Baixo Re obtidos com malhas 200×100 e 200×110 .	126
Figura 6.13 - Comparação do coeficiente de pressão na região após o salto: a) parede inferior; b) parede superior.	128
Figura 6.14 - Comparação do coeficiente de atrito na parede inferior , após salto.	129

Figura 6.15 –Coeficiente de atrito normalizado, na parede inferior após salto.	130
Figura 6.16 –Comparação do coeficiente de atrito na região após o salto, para diversos tipo de malha.	132
Figura 6.17 –Estudo comparativo do perfil de velocidade axial (u) na região da recirculação secundária ($x/H=0,1003$).	137
Figura 6.18 –Comparação da viscosidade efetiva.	138
Figura 6.19 –Perfil de velocidade média em seções $x/H=1,33$; 2,67; 5,33; 6,22; 8,00 e 10,67.	141
Figura 6.20 –Perfil de intensidade de turbulência para seções $x/H=1,33$; 5,33; 7,67; 8,55; 10,33 e 15,66.	144
Figura 6.21 –Perfil de tensão de turbulência para seções $x/H=1,33$; 5,33; 7,67; 8,55; 10,33 e 15,66.	145
Figura 6.22 –Coeficiente de pressão (C_p): a)parede inferior; b) parede superior.	146
Figura 6.23 –Coeficiente de pressão para diferentes malhas e n° Prandtl.	147
Figura 6.24 –Coeficiente de pressão para diferentes condições de contorno.	148
Figura 6.25 –Coeficiente de atrito na parede inferior.	149
Figura 6.26 –Coeficiente de atrito para diferentes malhas e n° Prandtl.	150
Figura 6.27 –Coeficiente de pressão para diferentes condições de contorno.	150
Figura 6.28 –Configuração física para escoamento com dupla expansão.	155
Figura 6.29 –Perfil de velocidade junto à parede inferior, seção $x/H=0,5$.	158
Figura 6.30 –Perfil de velocidade média em seções $x/H=1$; 4; 6; 7,5; 10 e 19.	160
Figura 6.31 –Perfil de velocidade junto à parede nas seções $x/H=1$; 4; 6; 7,5; 10 e 19.	162
Figura 6.32 –Perfis de intensidade de turbulência $\overline{(u'u')}^{1/2} / U_c$	163

Figura 6.33 –Perfis de tensão cisalhante turbulenta $(-\overline{u'v'})/U_c^2$	164
Figura 6.34 –Coeficiente de atrito na parede inferior: a) $x/H \leq 20,0$; b) $x/H \leq 2,0$.	166
Figura 6.35 –Coeficiente de pressão na parede inferior, após o salto.	167
Figura 6.36 –Perfis de velocidade gerados pelo modelo SA para vários Re_θ	169
Figura 6.37 –Coeficiente de atrito gerado pelo modelo SA para vários Re_θ .	170
Figura 6.38 –Coeficiente de pressão gerado pelo modelo SA para vários Re_θ .	170
Figura 6.39 –Comportamento de ε , D_μ , D_κ e P_κ , $x/H=4$: a)LS; b)SA; c)MKM; d)YS e)DNS.	176
Figura 6.40 –Comportamento de ε , D_μ , D_κ e P_κ , na seção $x=(4,0X_r/6,28)$: a)LS; b)SA; c)MKM; d)YS e)DNS.	177
Figura 6.41 –Comportamento de ε , D_μ e D_κ em $x/H=4$: a) ε ; b) D_μ ; c) T_κ .	179
Figura 6.42 –Comportamento de ε , D_μ e D_κ em $x/X_r=4,0/6,28$: a) ε ; b) D_μ ; c) D_κ .	181
Figura 6.43 –Comportamento de D_κ em: a) $x/H=-2,0$; b) $x/H=7,0$.	182
Figura 6.44 –Balanço, na parede, dos termos ε , D_μ e D_κ em: a) $x/H=4,0$; b) $x/X_r=4,0/6,28$.	183
Figura 6.45 –Coeficiente de atrito: a) SA; b) YS.	185
Figura 6.46 –Coeficiente de pressão: a) LS; b) MKM.	185
Figura 6.47 –Comportamento de ε , D_μ , D_κ e P_κ com e sem eq. (6.13) $x/H=4$: a)SA; b)MKM.	186
Figura 6.48 –Comportamento de ε , D_μ , D_κ e P_κ com e sem eq. (6.12); $x/H=4$: a)LS; b)YS.	186
Figura 6.49 –Balanço de ε , D_μ e D_κ , $x/H=4,0$, com eq. (6.12) e (6.13); a) LS; b)MKM; c)SA	188
Figura 6.50 –Termo π_κ Chen et al., eq. (6.13), para $x/H=4$: a) $y^+ < 200$; b) $y^+ < 20$.	189

Figura 6.51 – Termo π_κ Chen et al., eq. (6.12), para $x/H=4$: a) $y^+ < 200$; b) $y^+ < 20$	189
Figura 6.52 – Perfil de velocidade axial (u) na região da recirculação secundária.	195
Figura 6.53 – Perfil de velocidade média nas posições pre-selecionadas $x/H=1,33$; $2,67$; $5,33$; $6,22$; 8 e $10,67$	198
Figura 6.54 – Perfil de intensidade de turbulência, $(\overline{u'u'}/U_c^2)^{1/2}$.	199
Figura 6.55 – Tensão de turbulência, $(\overline{u'v'}/U_c^2)$	201
Figura 6.56 – Coeficiente de atrito, parede inferior após o salto.	202
Figura 6.57 – Coeficiente de atrito, região após o salto: a) parede inferior; b) parede superior.	203
Figura 6.58 – Geometria do duto quadrado e sistema de coordenadas.	206
Figura 6.59 – Tensão cisalhante na parede do duto.	209
Figura 6.60 – Linhas de isovelocidade u , (a) RNG, (b) Speziale (c) Simulação direta.	210
Figura 6.61 – Perfil de velocidade u/U_{max} .	211
Figura 6.62 – Variação da velocidade U^+ na diagonal do duto.	212
Figura 6.63 – Perfil de velocidade w/U_{max} , $z/h=0,16$, $z/h=0,5$ e $z/h=0,8$.	213
Figura 6.64 – Tensão de Reynolds adimensionalizada com a velocidade de atrito média	214
Figura 6.65 – Linhas de vórtice. (a) Mompean (1997); (b) RNG; (c) Speziale.	214
Figura 7.1 – Geometria para escoamento em canal de placas planas.	218
Figura 7.2 – Processo de convergência da velocidade na linha de centro do canal.	220
Figura 7.3 – Comportamento da função de amortecimento (eq. 7.1) em função dos parâmetros A^+ e n .	224
Figura 7.4 – Perfil de velocidade u .	226
Figura 7.5 – Perfil de velocidade adimensional: a) Parede inferior; b) Parede superior.	227

Figura 7.6 – Tensão de Reynolds ($\overline{u'v'}$) na região da parede.	228
Figura 7.7 – Perfil de Tensão cisalhante: a) $0 \leq y/h \leq 2$; b) $y^+ \leq 55$.	229
Figura 7.8 – Perfil de vorticidade média.	230
Figura 7.9 – Perfil de vorticidade ao longo da direção x.	231
Figura 7.10 – Comparação do perfil de velocidade u . com modelagem de Reynolds.	232
Figura 7.11 – Processo de convergência da tensão de cisalhamento média.	235
Figura 7.12 – Perfil de velocidade u , simulação tridimensional.	237
Figura 7.13 – Perfil de velocidade adimensional, simulação tridimensional: a) Parede inferior; b) Parede superior.	238
Figura 7.14 – Tensão de Reynolds ($\overline{u'v'}$) na região da parede.	239
Figura 7.15 – Perfil de Tensão cisalhante: a) $0 \leq y/h \leq 2$; b) $y^+ \leq 55$.	240
Figura 7.16 – Campo de vorticidade ω_z .	241
Figura 7.17 – Perfil de vorticidade predito por Antonia et al. (1992).	242
Figura 7.18 – Flutuação de ω'_z no núcleo central do canal ($0,3 < y/h < 0,7$).	243
Figura 7.19 – Flutuação de ω'_z no núcleo central do canal ($0,3 < y/h < 0,7$).	243
Figura 7.20 – Campo de vorticidade ω_y $t = 1420 h/u_m$ s, $t = 1425 h/u_m$.	244
Figura 7.21 – Campo de vorticidade ω_y $t = 1430 h/u_m$, $t = 1435 h/u_m$	244
Figura 7.22 – Campo de vorticidade ω_y $t = 1420 h/u_m$.	244
Figura 7.23 – Campo de vorticidade ω_x $t = 1440 h/u_m$, $t = 1445 h/u_m$.	245
Figura 7.24 – Campo de vorticidade ω_x $t = 1430 h/u_m$, $t = 1435 h/u_m$.	245
Figura 7.25 – Campo de vorticidade ω_x - vista lateral - $t = 1460 h/u_m$.	245
Figura 7.26 – Campo de vorticidade ω_x - vista superior.	246
Figura 7.27 – Configuração física para escoamento com dupla expansão.	246
Figura 7.28 – Processo de convergência da tensão cisalhante em três pontos da parede inferior após o salto, $C_s=0,15$.	250
Figura 7.29 – Processo de convergência da tensão cisalhante em três pontos da parede inferior após o salto, $C_s=0,1$.	251

Figura 7.30 –Velocidade axial (u) no primeiro ponto ($y(2)$) da parede inferior após salto.	252
Figura 7.31 –Processo de convergência do ponto de recolamento a nível de primeiro ponto interno: a) $C_s=0,15$; b) $C_s=0,1$.	253
Figura 7.32 –Perfis de velocidade axial u entre os tempos adimensionais $t^*=15$ e $t^*=60$: a) $x/H=0,2$; b) $x/H=0,4$; c) $x/H=1,0$; d) $x/H=2,0$; e) $x/H=2,4$; f) $x/H=2,8$.	255
Figura 7.33 –Perfis de velocidade axial u entre os tempos adimensionais $t^*=100$ e $t^*=145$: a) $x/H=0,2$; b) $x/H=0,4$; c) $x/H=1,0$; d) $x/H=2,0$; e) $x/H=2,4$; f) $x/H=2,8$.	256
Figura 7.34 –Linhas de corrente para $t^*=220$: a) $C_s=0,1$; b) $C_s=0,15$.	258
Figura 7.35 –Linhas de corrente região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=229,55$; b) $t^*=229,60$; c) $t^*=229,65$; d) $t^*=229,70$.	260
Figura 7.36 –Linhas de corrente região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=236,95$; b) $t^*=237,00$; c) $t^*=237,05$.	261
Figura 7.37 –Linhas de corrente região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=244,09$; b) $t^*=244,44$; c) $t^*=244,70$; d) $t^*=244,87$.	262
Figura 7.38 –Linhas de corrente região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=251,28$; b) $t^*=251,33$; c) $t^*=260,07$.	264
Figura 7.39 –Linhas de corrente região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=253,00$; b) $t^*=253,11$; c) $t^*=253,19$; d) $t^*=253,78$.	265
Figura 7.40 –Linhas de vórtice região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=229,55$; b) $t^*=230,32$; c) $t^*=231,34$; d) $t^*=231,59$; e) $t^*=231,64$; f) $t^*=232,10$.	267
Figura 7.41 –Linhas de vórtice região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=237,00$; b) $t^*=240,67$; c) $t^*=242,45$; d) $t^*=242,91$.	268
Figura 7.42 –Linhas de vórtice região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=245,87$; b) $t^*=246,22$; c) $t^*=246,43$; d) $t^*=246,64$.	269
Figura 7.43 –Linhas de vórtice região do degrau, para $C_s=0,1$: a) $t^*=251,18$; b) $t^*=251,33$; c) $t^*=251,38$; d) $t^*=251,58$; e) $t^*=253,01$; f) $t^*=53,16$; g) $t^*=253,27$; h) $t^*=253,37$.	270
Figura 7.44 –Perfil de velocidade axial em várias seções.	271
Figura 7.45 –Coeficiente de atrito.	272

Figura 7.46 –Geometria e sistema de coordenadas do duto quadrado.	274
Figura 7.47 –Processo de convergência do fator de atrito e tensão cisalhante ao centro do duto.	278
Figura 7.48 –Linhas de isovelocidade u , (a) presente solução (b) DNS.	279
Figura 7.49 –Perfil de velocidade u/U_{max} . (a) $z/h=0,1$; $z/h=0,5$; $z/h=1,0$.	280
Figura 7.50 –Variação da velocidade U^+ na diagonal do duto.	281
Figura 7.51 –Tensão cisalhante na parede do duto.	281
Figura 7.52 –Perfil de velocidade w/U_{max} . (a) $z/h=0,1$; $z/h=0,5$.	282
Figura 7.53 –Tensão de Reynolds adimensionalizada com a velocidade de atrito local em $z/h=1,0$.	283
Figura 7.54 –Linhas de corrente do escoamento em duto quadrado.	284
Figura 7.55 –Comparação do comportamento das integrais em função do n^o de onda.	286
Figura B.1 – Pontos nodais para Quick na face 'e': a) $u \geq 0$; b) $u < 0$.	343
Figura B.2 – Volume de controle deslocado para a velocidade na direção x.	359
Figura B.3 – Volume de controle deslocado para a velocidade na direção y.	359
Figura B.4 – Volume de controle deslocado para a velocidade na direção z.	359
Figura C.1 – Região do espectro a ser removida.	371

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Funções de correção para parede dos modelos	52
Tabela 3.2 – Funções de amortecimento dos modelos	
Selecionados	52
Tabela 3.3 – Constantes dos modelos selecionados	53
Tabela 3.4 – Comportamento assintótico dos termos de produção	
modelados	61
Tabela 3.5 – Constantes dos modelos RNG não lineares	83
Tabela 6.1 – Ponto de recolamento (X_r/H)	113
Tabela 6.2 – Condições de Contorno para modelo RNG	
Baixo Re	135
Tabela 6.3 – Ponto de recolamento (X_r/H)	136
Tabela 6.4 – Ponto de recolamento para escoamento	
Baixo Re (X_r/H)	157
Tabela 6.5 – Dimensões da região de recirculação	
secundária (x/H e y/H)	157
Tabela 6.6 – Ponto de recolamento para diferentes	
condições de entrada (X_r/H)	168
Tabela 6.7 – Dimensões da região de recirculação	
secundária (y/H)	169
Tabela 6.8 – Ponto de recolamento	184
Tabela 7.1 – Propriedades médias do escoamento	225
Tabela 7.2 – Propriedades médias do escoamento,	
simulação tridimensional	237
Tabela 7.3 – Ponto de recolamento (X_r/H)	254