



Jorge Gomez Soto

**Estabilidade 2D e 3D de taludes de grande
altura em mina a céu aberto**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Celso Romanel

Rio de Janeiro
Outubro de 2017



Jorge Gomez Soto

**Estabilidade 2D e 3D de taludes de grande
altura em mina a céu aberto**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Celso Romanel

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - PUC-Rio

Prof^a. Ana Cristina Castro Fontenla Sieira

Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Prof^a. Anna Laura Lopes da Silva Nunes

Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 11 de outubro de 2017.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

Jorge Gomez Soto

Graduou-se em Engenharia de Minas pela Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga – UNSCH (Ayacucho - Peru) em 2006. Trabalhou nas áreas de planejamento de Minas e Geotecnia. Principais áreas de interesse: Geomecânica Computacional.

Ficha Catalográfica

Gomez Soto, Jorge

Estabilidade 2D e 3D de taludes de grande altura em mina a céu aberto / Jorge Gomez Soto; orientador: Celso Romanel - 2017.

84 f. il. (color); 30 cm

Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2017.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Estabilidade de taludes. 3. Análise 3D. 4. Mina a céu aberto. I Romanel, Celso. II Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III Título.

A meus pais e minha mulher, por saberem compreender o tempo que não estive
perto deles.

Agradecimentos

Aos meus pais, Jorge e Gloria que, ainda longe, foram minha motivação.

A minha mulher Liliana pelo apoio, a paciência e motivação em todo momento.

Ao professor Celso Romanel, pela orientação, paciência, conhecimentos transmitidos e apoio no momento que precisei dele.

A meus sobrinhos Henry e Yoselyn os quais são uma motivação importante em minha vida e J. Graham um novo integrante de minha família.

A Javier Pérez e Jorge Cárdenas por sua amizade e pela ajuda fornecida para poder fazer o presente mestrado.

A Ricky Gutierrez e Iván del Mar pelo apoio incondicional para o desenvolvimento da presente dissertação.

Aos meus amigos peruanos e colegas da PUC-Rio, pela amizade e carinho e por se converteram em minha família aqui no Brasil.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

A CAPES pelo apoio financeiro concedido, o qual foi fundamental para permanecer no Brasil e culminar os estudos.

Ao Brasil e suas pessoas maravilhosas, obrigado pela oportunidade.

Resumo

Gomez Soto, Jorge; Romanel, Celso (Orientador) **Estabilidade 2D e 3D de taludes de grande altura em mina a céu aberto**. Rio de Janeiro, 2017. 84p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação tem como objetivo principal estudar um caso real do comportamento de taludes de grande altura em um projeto de mineração situado no Peru, em termos de deslocamentos e fatores de segurança, considerando uma escavação com uma profundidade que se aproxima de 900 m. As análises tensão x deformação foram executadas pelo método dos elementos finitos, em modelos bi e tridimensionais, considerando o modelo constitutivo de Mohr-Coulomb para os seis diferentes tipos de rocha encontrados na área do projeto. Também foram investigados os efeitos da geometria 3D em análises pseudo-estáticas, tendo em vista a mineração estar situada em região de atividade sísmica, bem como a distância da pilha de material estéril em relação à borda da escavação. De modo geral observou-se que os deslocamentos horizontais e o fator de segurança estático são maiores em análises 3D, enquanto que os deslocamentos verticais resultaram superiores nas análises 2D. Os efeitos da pilha de estéril nos valores do fator de segurança foram pouco significativos, mas a configuração da superfície potencial de ruptura varia de acordo com a distância da pilha à escavação. O fator de segurança pseudo-estático em análises 3D depende da orientação considerada para a força pseudo-estática horizontal.

Palavras – chave

Estabilidade de taludes; análise 3D; mina a céu aberto.

Abstract

Gomez Soto, Jorge; Romanel, Celso (Advisor). **2D and 3D stability of high slopes in an open pit mine.** Rio de Janeiro, 2017. 84p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main objective of this thesis is to investigate the mechanical behavior of rock slopes of great height in a mining project located in Peru, in terms of displacements and safety factors, considering that the excavation has almost reached the depth of 900m. The stress – strain analyses were carried out by the finite element method considering bi and three-dimensional models and the Mohr-Coulomb constitutive model for the six different types of rock found in the area of the project. The 3D geometrical effects on pseudo-static analyzes were also investigated, since the mine is situated in a region of seismic activity, as well as the influence of the distance of the waste material from the edge of the excavation. In general, it was observed that the horizontal displacements and the static safety factor are larger in 3D analysis while the vertical displacements were superior in 2D models. The effects of the waste dump on the values of the safety factor were insignificant, but the configuration of the potential failure surface varied according to its distance from the excavation. The pseudo-static safety factor in 3D analysis depends on the orientation considered for the horizontal pseudo-static force.

Keywords

Slope stability; 3D analysis; open pit mine.

Sumário

1	Introdução	17
1.1.	Relevância e justificativa da pesquisa	17
1.2.	Objetivos da pesquisa	19
1.3.	Organização da dissertação	19
2	Estabilidade de Taludes em Maciços Rochosos	21
2.1.	Introdução	21
2.2.	Tipos e Mecanismos de Ruptura em Taludes Fraturados	23
2.2.1.	Ruptura planar ou tipo cunha	23
2.2.2.	Rupturas rotacionais	25
2.2.3.	Deslizamento e tombamento de blocos	26
2.3	Fatores para análise da estabilidade de taludes	27
2.3.1	Estruturas Geológicas	27
2.3.1.1	Tipos de Descontinuidades	28
2.3.1.2	Falhas preenchidas	29
2.3.2	Critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown	32
2.3.2.2	Critério de resistência de Mohr-Coulomb	34
2.3.3	Módulo de Elasticidade	35
2.3.4	Estado de tensão in situ	36
2.4.	Métodos de análise de estabilidade de taludes	41
2.4.1.1	Análises de estabilidade pela técnica de redução dos parâmetros de resistência	42
3	Características do projeto de mineração	45
3.1.	Introdução	45
3.2.	Propriedades geotécnicas do maciço rochoso	45
3.3.	Características da escavação	49
4	Deslocamentos gerados pela escavação	51
4.1.	Introdução	51
4.2.	Aspectos da Modelagem	52

4.2.1. Geometria da malha e condições de contorno	52
4.2.2. Distribuição do campo de tensão horizontal	55
4.2.3. Distribuição dos campos de deslocamentos	60
4.2.4. Distribuição dos perfis de deslocamentos	63
5 Análises de estabilidade	66
5.1. Introdução	66
5.2. Fatores de segurança	67
5.3. Influência da pilha de desmonte no fator de segurança	69
5.4. Fatores de segurança pseudo-estático	73
5.5. Influência da geometria 3D	76
6 Conclusões e sugestões	77
Referências bibliográficas	80

Lista de figuras

Figura 2.1 - Seção transversal de uma jazida típica em uma mina a céu aberto (adaptado de Sjöberg, 1999).	21
Figura 2.2 - Modos de ruptura observados em diferentes maciços rochosos (Patton & Deere, 1970).	24
Figura 2.3 - Combinação de descontinuidades formando superfícies de ruptura planares.	24
Figura 2.4 - Rupturas rotacionais e combinadas com rupturas planas (Hoek e Bray, 1981).	25
Figura 2.5 - Deslizamento e tombamento de blocos (Sjöberg, 1999).	26
Figura 2.6 – Tipos de descontinuidades (adaptado de Wyllie & Mah, 2005).	29
Figura 2.7 - Descrição de descontinuidade fechada, aberta e com material de preenchimento	30
Figura 2.8 - Variação da resistência ao cisalhamento com o incremento da porcentagem de preenchimento da falha (Goodman, 1970).	31
Figura 2.9 – Hoek & Brown assumem que maciço rochoso tem a seguinte comportamento (a) elástico-frágil-plástico e Mohr Coulomb (b) elástico-perfeitamente plástico (Saiang, 2014).	31
Figura 2.10 - Relações entre as tensões principais máxima e mínima nos critérios de Hoek-Brown e de Mohr-Coulomb (Hoek et al., 2002).	34
Figura 2.11 - Representação bidimensional da redistribuição da componente de tensão horizontal em uma escavação a céu aberto (Sjöberg, 1999).	38
Figura 2.12 - Vista lateral dos eventos micro sísmicos registrados por Lynch e Malovichko (2006).	38

Figura 2.13 - Número acumulado de eventos sísmicos (esquerda) e a quantidade acumulada de rocha removida do fundo da escavação (Lynch e Malovichko, 2006).	39
Figura 3. 1 – Litologias na área do projeto – planta da superfície.	46
Figura 3.2 – Litologias na área de projeto (seções transversais).	46
Figura 3.3 – Localização da pilha de estéril próximo à escavação a céu aberto.	47
Figura 3.4 - Detalhe da sequência de escavação por fases com alargamento da cava à medida que a escavação aprofunda.	49
Figura 3.5 – Distribuição dos ângulos globais dos taludes ao redor do fundo da escavação.	50
Figura 4.1 - Seção transversal selecionada para análise 2D do comportamento dos taludes.	51
Figura 4.2 - Seção 2D na última etapa de escavação com a distribuição das litologias.	52
Figura 4.3 - Geometria da malha 2D de elementos finitos.	53
Figura 4.4 – Região pseudo-3D na última fase de escavação com a distribuição das litologias.	53
Figura 4.5 - Geometria da malha de elementos finitos pseudo-3D e condições de contorno.	54
Figura 4.6 - Geometria 3D na última fase de escavação com a distribuição das litologias.	55
Figura 4.7 – Tensões σ_{xx} no caso 2D antes da escavação.	55
Figura 4.8 – Tensões σ_{xx} no caso 2D após a última etapa de escavação.	56
Figura 4.9 – Tensões σ_{xx} no caso pseudo-3D antes da escavação.	56
Figura 4.10 – Tensões σ_{xx} no caso pseudo-3D após a última etapa de escavação.	56

Figura 4.11 – Tensões σ_{xx} no caso 3D antes da escavação.	57
Figura 4.12 – Tensões σ_{xx} no caso 3D após a última etapa de escavação.	57
Figura 4. 13 – Localização dos pontos de controle das tensões verticais e horizontais.	58
Figura 4.14 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle A.	58
Figura 4. 15 – Tensão vertical no ponto de controle A.	58
Figura 4.16 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle B.	59
Figura 4.17 – Tensão vertical no ponto de controle B.	59
Figura 4.18 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle C.	59
Figura 4.19 - Tensão vertical no ponto de controle C.	59
Figura 4.20 – Deslocamentos horizontais no modelo 2D após a última etapa de escavação.	61
Figura 4.21 – Deslocamentos verticais no modelo 2D após a última etapa de escavação.	61
Figura 4.22 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo x no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação	61
Figura 4.23 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo y no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação	62
Figura 4.24 – Deslocamentos verticais ao longo do eixo z no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação	62
Figura 4.25 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo x no modelo 3D após a última etapa de escavação	62
Figura 4.26 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo y no modelo 3D após a última etapa de escavação	63

Figura 4.27 – Deslocamentos verticais ao longo do eixo z no modelo 3D após a última etapa de escavação	63
Figura 4.28 - Deslocamentos horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle A	64
Figura 4.29 - Deslocamentos vertical no ponto de controle A	64
Figura 4.30 - Deslocamento horizontal ao longo do eixo x (esquerda) e eixo y (direita) no ponto de controle B	64
Figura 4.31 - Deslocamentos vertical no ponto de controle B	65
Figura 4.32 - Deslocamentos horizontal ao longo do eixo x (esquerda) e eixo y (direita) no ponto de controle C	65
Figura 4.33 - Deslocamentos vertical no ponto de controle C	65
Figura 5.1 Superfície de ruptura no modelo 2D após a última etapa de escavação	67
Figura 5.2 Superfície de ruptura no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação	68
Figura 5.3 Superfície de ruptura no modelo 3D após a última etapa de escavação	68
Figura 5.4- Fator de segurança nas análises 2D, pseudo-3D e 3D.	69
Figura 5.5 Potencial superfície de ruptura no modelo 3D, após a última etapa de escavação, sem a presença da pilha de estéril (com representação das litologias à direita).	70
Figura 5.6 Potencial superfície de ruptura no modelo 3D, após a última etapa de escavação, com a presença da pilha de estéril a 325m da borda da escavação (com representação das litologias à direita).	70
Figura 5.7 Potencial superfície de ruptura no modelo 3D, após a última etapa de escavação, com a presença da pilha de estéril a 650m da borda da escavação (com representação das litologias à direita).	71
Figura 5.8 - Potenciais superfícies de ruptura sem e com a presença da pilha de estéril a 325m da borda da escavação.	72

Figura 5.9 – Potenciais superfícies de ruptura com a presença da pilha de estéril afastadas a 325m e 650m da borda da escavação.	72
Figura 5.10 - Variação dos fatores de segurança pseudo-estático de acordo a direção da força pseudo-estática	74
Figura 5.11 – Modelos 3D e 2D usados para avaliar o fator de segurança com a variação da inclinação do talude	76

Lista de tabelas

Tabela 2.1- Classificação de abertura em descontinuidades (ISRM, 1981).	30
Tabela 2.2- Programas comerciais de métodos contínuos e discretos	44
Tabela 3.1- Critério de classificação do maciço rochoso	46
Tabela 3.2 - Parâmetros geotécnicos da rocha intacta	47
Tabela 3.3 - Parâmetros geotécnicos do maciço rochoso	48
Tabela 5.1 - Fatores de segurança mínimos para estabilidade de taludes (ABNT NBR 11682/91)	66
Tabela 5.2 Fatores de segurança ao longo da profundidade de escavação.	69
Tabela 5.3 Variação dos fatores de segurança ao longo da profundidade de escavação com e sem a presença da pilha de estéril na superfície	70
Tabela 5.4 Localização da superfície de ruptura de acordo a direção da força pseudo-estática.	74
Tabela 5.5 Fatores de segurança ao longo da profundidade de escavação.	75
Tabela 5.6 Fatores de segurança para diferentes graus de inclinação do talude em rocha homogênea.	76

Lista de símbolos

σ_z	Tensão vertical a uma profundidade z
Z	Profundidade
K	Coefficiente de empuxo no repouso
σ_h	Tensão horizontal
σ_1	Tensão normal principal maior
σ_3	Tensão normal principal menor
E	Módulo de deformabilidade
ϵ	Deformação
E_{oed}	Módulo de compressão confinada triaxial
ϕ'	Angulo de atrito interno da rocha
c'	Coesão
G	Aceleração da gravidade
γ	Peso específico
GSI	Índice de resistência geológica
m_i	Constante do material da rocha intacta, no critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown
s e a	Constantes para o maciço rochoso, no critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown
σ_{ci}	Resistência à compressão simples da rocha intacta
D	Fator de perturbação
ν	Coefficiente de Poisson

1 Introdução

1.1. Relevância e justificativa da pesquisa

A vida útil dos taludes em mineração a céu aberto é menor do que em taludes de obras de engenharia civil (aterros, escavações, barragens, etc.), o que permite que sejam executados bastante íngremes, tornando o empreendimento de maior viabilidade sob ponto de vista econômico, pois há uma redução significativa da relação estéril/minério e, por consequência, diminuição dos gastos com a remoção do estéril (Guimarães, 2014).

Os ângulos de taludes afetam significativamente o tamanho e a forma da escavação e determinam a quantidade de estéril que precisa ser removido para que o minério possa ser exposto (Silva, 2008). O projeto e a otimização dos limites de lavra são de fundamental importância para se obter informações sobre a avaliação do potencial econômico de um depósito de mineral, além de possibilitar a projeção para o desenvolvimento dos planos de longo, médio e curto prazos da mina (Achireko, 1998).

Além de íngremes os taludes devem ser estáveis. O risco de instabilidade compromete a segurança da mineração com potencial risco de perdas de vidas humanas além de prejuízos econômicos, ambientais e sociais (Sjöberg, 1999).

O projeto final da escavação está condicionado a fatores como as propriedades geomecânicas do maciço rochoso, geometria do talude, presença de água subterrânea, estado das tensões in situ e o planejamento da mineração.

Os taludes em rochas geralmente falham pelas discontinuidades. Os potenciais planos de ruptura induzidos pelo estado de tensão interagem com as estruturas geológicas naturais para a formação da superfície de colapso (Stacey, 2009). É portanto necessária a avaliação do comportamento mecânico de taludes de grande altura em mineração a céu aberto, principalmente no caso da existência

de fraturas do maciço, para previsão da ocorrência de deslocamentos provocados pelo avanço da escavação, bem como dos respectivos fatores de segurança da estabilidade dos taludes.

Na bibliografia encontram-se muitos estudos sobre estabilidade de taludes rochosos, sendo normalmente empregados métodos tradicionais, baseados em métodos de equilíbrio limite para determinação do coeficiente de segurança. Pesquisas apontam que todos os pontos da potencial superfície de ruptura não atingem simultaneamente o mesmo valor do fator de segurança, como na hipótese implícita dos métodos de equilíbrio limite, mostrando que a ruptura progressiva e o comportamento mecânico do maciço rochoso é dependente ou influenciado pelos seguintes fatores: (i) estado de tensões in situ; (ii) relação tensão-deformação dos materiais; (iii) trajetória de tensões devido a mudanças de geometria ou do carregamento; (iv) resistências das estruturas geológicas; (v) incertezas na obtenção dos parâmetros de resistência (Garcia, 2015).

Algumas das objeções teóricas (i, ii, iii e iv mencionadas acima) ao emprego do método de equilíbrio limite em problemas de estabilidade de taludes levaram à utilização de outros procedimentos de análise que procuram incorporar as relações tensão-deformação dos diversos materiais que compõem o maciço, e assim evitar a adoção das hipóteses simplificadoras que caracterizam os métodos de equilíbrio limite. Dentre estes métodos alternativos, destaca-se o popular e versátil método dos elementos finitos (MEF).

No programa de pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Medina (1995), Gavilanes (1999), Mejia (2010), Elorrieta (2014), Garcia (2015) e Macazana (2016) desenvolveram pesquisas relacionadas com o tema do comportamento de taludes rochosos de grande altura. Medina (1995) e Gavilanes (1999) analisaram a influência dos parâmetros e do modelo de resistência ao cisalhamento no valor do coeficiente de segurança em maciços rochosos homogêneos, comparando resultados computados por método numérico com os valores obtidos por equilíbrio limite; Mejia (2010) e Elorrieta (2014) investigaram o comportamento de taludes rochosos pelo método dos elementos discretos, considerando a influência da relação de persistência das fraturas na formação da superfície de colapso, quando as descontinuidades são unidas por coalescência, também comparando os resultados dos fatores de segurança com aqueles determinados por método de equilíbrio limite; Garcia (2015) estudou pelo método

dos elementos finitos, em modelagem 2D de maciço rochosos fraturado, a influência das descontinuidades nos valores dos fatores de segurança e nos campos de deslocamento, comparando resultados numéricos com aqueles obtidos na hipótese de maciços rochosos homogêneos; Macazana (2016) investigou o comportamento bi e tridimensional de um talude homogêneo, considerando modelos de meio contínuo e descontínuo (método dos elementos discretos), concluindo que elementos discretos podem representar adequadamente processos de ruptura em estruturas geomecânicas.

1.2. Objetivos da pesquisa

Os objetivos principais da presente dissertação são:

- Comparar os valores dos coeficientes de segurança estático e pseudo estático em taludes de grande altura de uma mineração a céu aberto computados pelo método dos elementos finitos em análises 2D, pseudo 3D e 3D;
- Avaliar a variação, nestas análises, dos campos de deslocamento induzidos pelo avanço da escavação.

Como objetivos secundários podem ser citados:

- Conhecer vantagens, limitações e dificuldades na utilização de modelos 2D e 3D no estudo do comportamento mecânico de taludes rochosos;
- Estimar a influência da orientação da força de inércia, proporcional ao coeficiente sísmico horizontal (k_H), no valor do fator de segurança em análises pseudo estáticas 3D;
- Avaliar a influência de carregamentos superficiais (pilha de material estéril) na estabilidade de taludes.

1.3. Organização da dissertação

Para alcançar os objetivos propostos, este trabalho foi estruturado com a seguinte organização:

Capítulo 1 - definição do problema, apresentação de justificativas e objetivos da dissertação.

Capítulo 2 - revisão bibliográfica que procura abordar a influência do campo das tensões e as descontinuidades do maciço na estabilidade de taludes rochosos, apresentando os diferentes tipos de descontinuidades e mecanismos de ruptura. Também são introduzidos critérios de ruptura, tipos de ruptura e métodos de análise de estabilidade de maciços rochosos.

Capítulo 3 – apresenta as características do projeto Pampa de Pongo (mineração a céu aberto no Peru) e aspectos básicos na determinação das propriedades geomecânicas requeridas pelo modelo constitutivo considerado na análise numérica.

Capítulo 4 - discute aspectos da modelagem numérica 2D e 3D pelo método dos elementos finitos utilizando o programa comercial Plaxis 2D / 3D, analisando resultados em termos de fatores de segurança e campos de deslocamento;

Capítulo 5 – apresenta resultados das análises numéricas, incluindo a influência do crescimento da pilha de estéril na estabilidade dos taludes.

Capítulo 6- resume as conclusões da presente dissertação e sugere alguns tópicos para desenvolvimento futuro na área de comportamento de taludes rochosos fraturados.

2 Estabilidade de Taludes em Maciços Rochosos

2.1. Introdução

A imensa maioria dos minerais e metais produzidos no mundo provêm das extrações feitas na superfície terrestre, utilizando técnicas de mineração a céu aberto. As cavas resultantes variam desde pequenas escavações superficiais a gigantescas crateras de quase 1000 metros de profundidade. A Figura 2.1 mostra a seção transversal de uma jazida típica em uma mina a céu aberto (open pit), que consiste de uma lapa, uma capa e a própria zona de minério. Da figura é evidente que, com o incremento da profundidade de mineração, a quantidade de rocha estéril a ser removida para expor o próximo corpo de minério aumenta rapidamente. Pode-se chegar a um ponto no qual o valor do minério extraído não sustenta os altos custos associados com a remoção da rocha estéril; a operação pode então ser encerrada ou eventualmente continuar através de métodos subterrâneos de extração, se técnica e economicamente viável (Macazana, 2016).

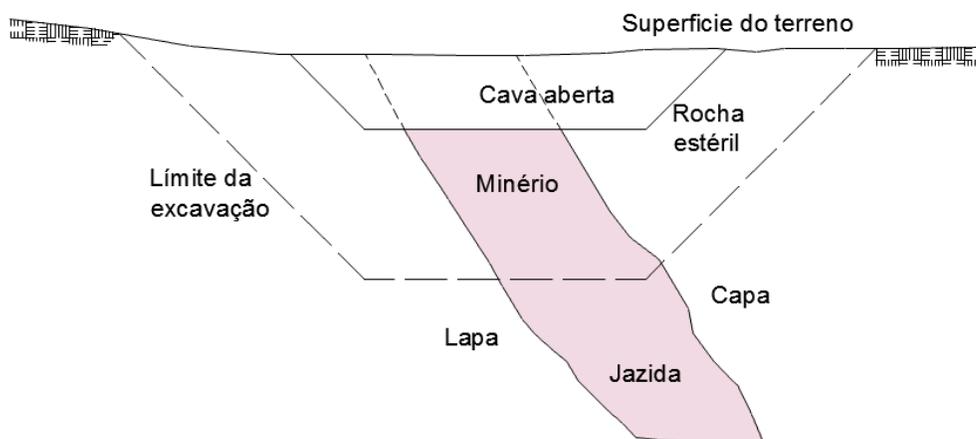


Figura 2.1 - Seção transversal de uma jazida típica em uma mina a céu aberto (adaptado de Sjöberg, 1999).

Para uma mina a céu aberto, o dimensionamento dos taludes é um dos principais desafios em todas as etapas de planejamento e operação. Requer conhecimento especializado da geologia local, que muitas vezes é complexa na

proximidade da zona de minério, onde geo-estruturas e propriedades dos materiais são muito variáveis.

Também requer uma compreensão dos aspectos práticos da implementação do projeto. Mineração a céu aberto é um método que permite um alto grau de mecanização e grandes volumes de produção. Em consequência, é possível explorar depósitos com teor baixo de minerais, o que não poderia ser economicamente viável em mineração subterrânea. O objetivo de uma mineração a céu aberto é obter uma configuração de escavação adequada em relação aos aspectos de segurança das instalações, recuperação do minério e retorno financeiro do empreendimento. Investidores e operadores esperam que os projetos de engenharia garantam taludes estáveis durante a vida útil da mina a céu aberto ou, no mínimo, que qualquer tipo de eventual instabilidade produza baixo risco de perdas de vidas, prejuízos econômicos e danos ao meio ambiente (Stacey, 2009). Portanto, um estudo criterioso da estabilidade de taludes é fundamental.

Diferentes mecanismos de ruptura são considerados na avaliação da estabilidade dos taludes em um maciço rochoso fraturado, entre eles a ruptura planar, cunhas e hipótese de tombamento. No entanto, esses modelos são geralmente restritos em análises de taludes de pequena altura, com descontinuidades ou fraturas persistentes e contínuas, onde o escorregamento ocorre ao longo delas. No caso de taludes de grande altura, ou quando a persistência das descontinuidades é pequena em relação à escala do talude, o fraturamento pode tornar-se descontínuo, o que demanda avaliações com auxílio de métodos numéricos por elementos finitos ou elementos discretos.

O desenvolvimento de programas computacionais avançados, em modelagens 2D e 3D, hoje permitem aplicações para análises do comportamento de maciços de solo ou rocha, em diversas situações de engenharia. Se, por um lado constituem-se em poderosas e rápidas ferramentas de cálculo, por outro lado evidenciam a necessidade de um melhor conhecimento das propriedades dos materiais e características dos depósitos (heterogeneidade, anisotropia, descontinuidades, etc.). A dificuldade de se obter previsões matemáticas realistas faz com que a observação do comportamento de obras em campo seja sempre necessária e fundamental - “a principal função da teoria consiste em nos ensinar o que e como observar em campo” segundo Terzaghi (1936) – no processo de verificar se as teorias aplicadas são adequadas, é testar suas hipóteses e refinar as técnicas de medição dos parâmetros físicos do solo. A utilização conjunta de

métodos observacionais não enfraquece os modelos teóricos, mas, pelo contrário, os fortalece e aprimora.

2.2. Tipos e Mecanismos de Ruptura em Taludes Fraturados

Uma parte fundamental do projeto de taludes em rocha é compreender e prever os potenciais modos de ruptura que podem afetar a estabilidade do maciço. O tipo de análise selecionado é determinado principalmente pelo modo de ruptura esperado, pela escala do talude, dos dados disponíveis bem como da fase do projeto (Read, 2000).

Em massas rochosas de alta resistência a presença de descontinuidades constitui-se no principal fator de controle do projeto (Figura 2.2), enquanto que em maciços rochosos de baixa resistência, rochas brandas ou altamente fraturados, o principal fator de controle seja decorrente do próprio peso do material, como na análise de taludes formados por materiais não consolidados (solos).

Segundo Sjöberg (1999) os tipos de ruptura em taludes podem ser agrupados em rupturas planares, rupturas rotacionais e deslizamento ou tombamento de blocos. Esta classificação, no entanto, é genérica, pois os modos de ruptura podem ser mais complicados, normalmente uma combinação dos citados, à medida que a escala do talude se torna maior do que a persistência das descontinuidades existentes.

2.2.1. Ruptura planar ou tipo cunha

As rupturas desse tipo se referem a várias combinações geométricas de descontinuidades, as quais formam blocos ou cunhas que são cinematicamente independentes. A condicionante para que ocorra a ruptura depende de dois fatores fundamentais: a resistência ao cisalhamento na descontinuidade ou a resistência na interseção entre descontinuidades. A superfície de ruptura pode se desenvolver ao longo de única descontinuidade (ruptura do tipo planar), duas descontinuidades que se interceptam (ruptura do tipo cunha) ou uma combinação de descontinuidades interconectadas (Figura 2.3). Como esse modo de ruptura se desenvolve ao longo descontinuidades, seu desenvolvimento é observado nos

níveis das bancadas em minas a céu aberto, embora essa característica não deva ser considerada como uma regra (Trista, 2009).

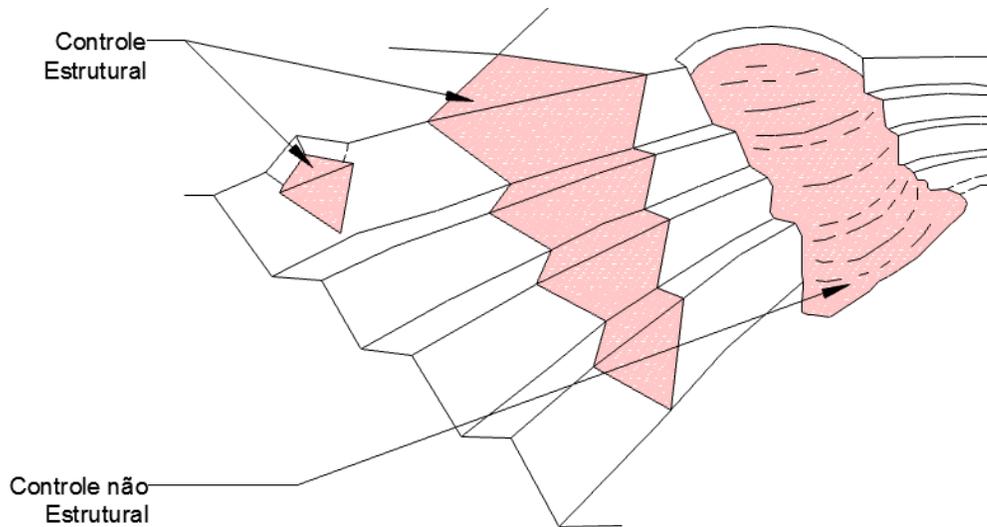


Figura 2.2 - Modos de ruptura observados em diferentes maciços rochosos (Patton & Deere, 1970).

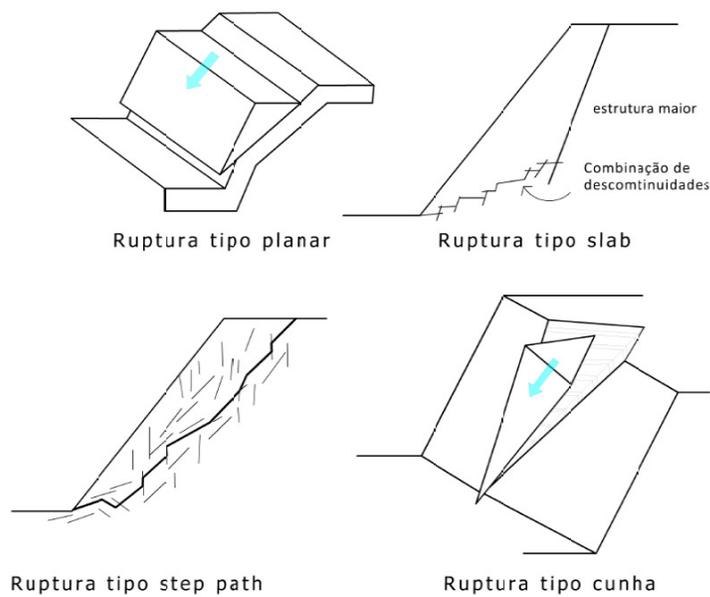


Figura 2.3 - Combinação de descontinuidades formando superfícies de ruptura planares.

2.2.2. Rupturas rotacionais

A ruptura rotacional ocorre tipicamente em maciços de solo homogêneo ou maciços rochosos muito alterados ou intensamente fraturados onde os planos de descontinuidades não controlam o mecanismo de instabilidade do talude. Segundo Hoek & Bray (1996) este tipo de ruptura pode acontecer em taludes onde não existem características estruturais predominantes, fazendo com que a probabilidade de ruptura rotacional aumente com a profundidade da escavação.

Sjöberg (1999) menciona que uma ruptura rotacional pode iniciar primeiramente ao longo de descontinuidades pré-existentes, com os movimentos de translação e rotação de blocos individuais contribuindo para a formação da superfície rotacional global do talude. O resultado seria uma superfície de ruptura curva com degraus, conforme ilustração no canto inferior direito da Figura 2.5.

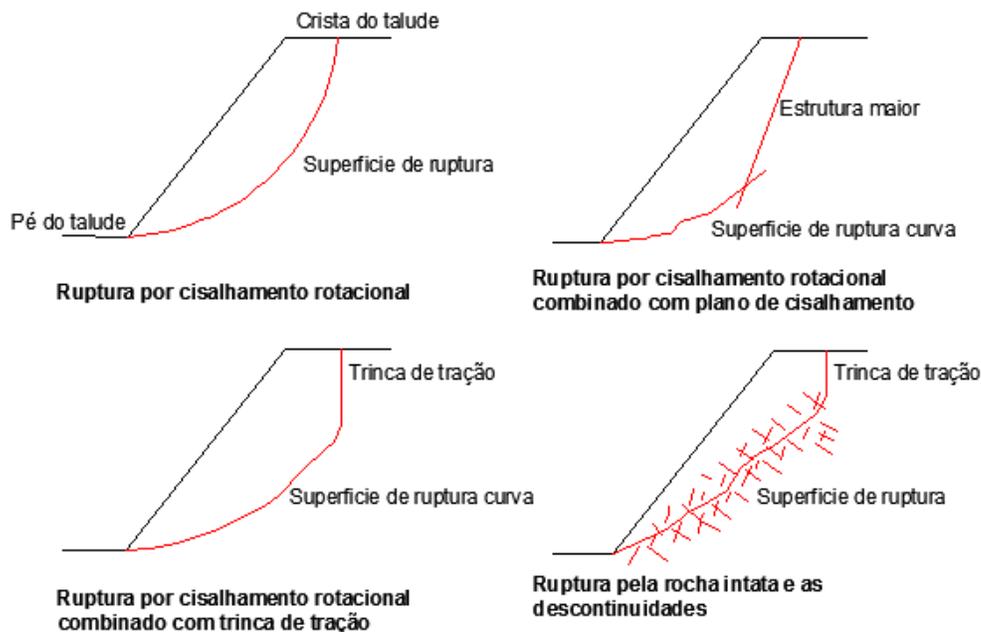


Figura 2.4 - Rupturas rotacionais e combinadas com rupturas planas (Hoek e Bray, 1981).

2.2.3. Deslizamento e tombamento de blocos

A principal característica deste tipo de ruptura é o colapso progressivo do material rochoso do talude, sendo comum em escavações de grande altura. Segundo Sjöberg (1999), a superfície de ruptura inicia pelo pé do talude e a presença de descontinuidades no maciço podem desencadear a ocorrência de rupturas secundárias, com grandes blocos ou cunhas de rocha apresentando movimentos de deslizamento ou tombamento, como na Figura 2.5.

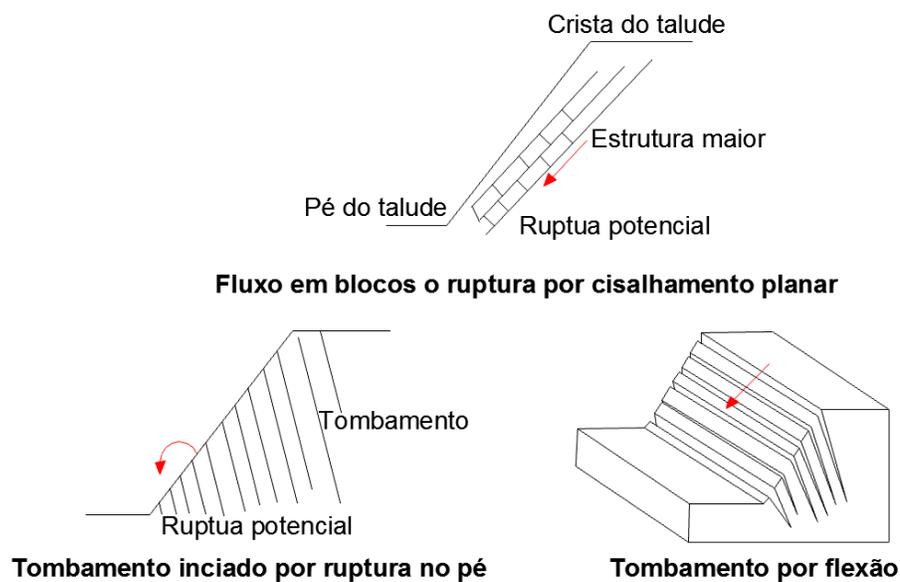


Figura 2.5 - Deslizamento e tombamento de blocos (Sjöberg, 1999).

De maneira geral, blocos de grande altura em relação ao comprimento de sua base tendem a tombar, enquanto que blocos de maior área da base em relação à respectiva altura apresentam tendência de deslizamento. A ruptura por tombamento de taludes em minas a céu aberto em geral acontece quando as descontinuidades mergulham em direção contrária à do talude como ilustrado na Figura 2.5.

2.3 Fatores para análise da estabilidade de taludes

Para análise da estabilidade de taludes em rocha devem ser considerados vários fatores importantes (Stacey, 1968) que controlam o comportamento mecânico:

- Estruturas geológicas (juntas, falhas);
- Resistência do maciço rochoso;
- Estado de tensões (tensões *in situ* e tensões induzidas por carregamentos e descarregamentos);
- Condições da água subterrânea;
- Geometria da escavação (ângulo de inclinação dos taludes);
- Efeitos da aceleração causada pelo desmonte por explosão ou ocorrência de eventos sísmicos.

2.3.1 Estruturas Geológicas

As estruturas geológicas (falhas, juntas, foliação, etc.) desempenham um papel importante no comportamento do maciço rochoso, dependendo da quantidade e orientação das mesmas.

Segundo Priest (1993) as discontinuidades têm influência sobre a deformabilidade e resistência de maciços rochosos por uma combinação de um ou mais dos seguintes fatores:

(i) os deslocamentos de blocos adjacentes podem gerar aberturas, com rigidez e resistência insignificante em comparação à rocha circundante;

(ii) deslocamentos ao longo de uma discontinuidade com superfície irregular podem ocasionar tritramento local do material nos pontos de contato e criar um mecanismo de ruptura mais complexo, que depende da geometria da potencial superfície de ruptura inicial e das propriedades da rocha incluindo as características de resistência pós-pico;

(iii) a rocha adjacente à descontinuidade pode tornar-se fraturada, sem ou com material de preenchimento, originando uma zona com diferentes propriedades mecânicas do que a rocha intacta circundante.

Estes processos podem produzir uma região de maior deformabilidade e menor resistência com espessuras que variam de milímetros a metros. Assim, descontinuidades são um fator de grande influência no comportamento mecânico (e hidráulico) de maciços rochosos, em termos de deslocamentos e de resistência ao cisalhamento (fator de segurança).

2.3.1.1 Tipos de Descontinuidades

Investigações geológicas classificam as descontinuidades de acordo com sua formação (Figura 2.6) com os tipos mais comuns definidos como (Wyllie & Mah, 2005):

- **Falha:** é uma descontinuidade na qual houve deslocamentos relativos dos blocos. Geralmente as falhas acontecem devido a sistemas de fraturas paralelas ou subparalelas ao plano de cisalhamento. Price (1966) define falha como um plano onde aconteceram “sinais óbvios de movimento diferencial do maciço rochoso em ambos os lados deste plano”. A zona de cisalhamento é definida como uma faixa de material adjacente à falha que se deforma por cisalhamento devido ao alívio de tensões da rocha (Brady & Brown, 2006). Presume-se assim que a falha seja induzida quando ocorrem acréscimos de tensões cisalhantes devido à mudança do estado de tensões tectônicas em determinado plano do maciço rochoso.
- **Estratificação:** são superfícies subparalelas em processos de deposição de sedimentos.
- **Foliação:** orientação preferencial de minerais ou bandas de minerais em uma rocha metamórfica.
- **Juntas:** fraturas na rocha na qual não houve movimento relativo observável; de forma geral, elas interceptam a estratificação, a clivagem e a xistosidade.
- **Clivagem:** descontinuidades paralelas, formadas em planos incompetentes em uma série de camadas.

- **Xistosidade:** foliações observadas em xistos ou outras rochas cristalinas de grãos grossos, devido ao arranjo dos grãos minerais produzidos por metamorfismo.

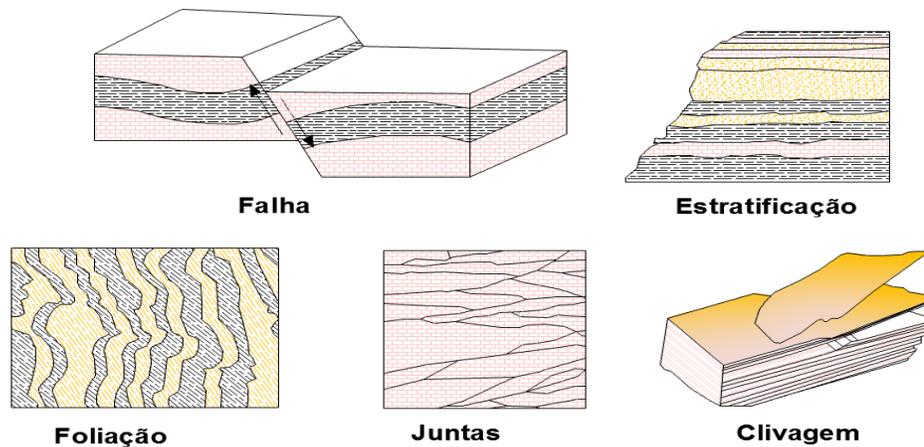


Figura 2.6 – Tipos de discontinuidades (adaptado de Wyllie & Mah, 2005).

2.3.1.2 Falhas preenchidas

Preenchimento é um termo usado para descrever o material que ocupa as paredes adjacentes de maciços de rocha com discontinuidades. A distância perpendicular entre as paredes é denominada abertura, quando a discontinuidade é aberta, ou largura de preenchimento, quando esta distância é preenchida.

A Tabela 2.1 apresenta uma descrição das aberturas em discontinuidades segundo a ISRM – International Society of Rock Mechanics (ISRM, 1981) enquanto que a Figura 2.7 apresenta suas características típicas.

O comportamento de discontinuidades preenchidas depende de vários fatores como a mineralogia do material de preenchimento, tamanho das partículas, grau de adensamento, teor de água, coeficiente de permeabilidade, deslocamentos sofridos anteriormente, rugosidade das paredes e espessura da discontinuidade.

Os materiais de preenchimento têm uma grande influência sobre a resistência ao cisalhamento do maciço, pois estes geralmente apresentam baixa

resistência. Goodman (1970) mostrou a importância do preenchimento numa série de ensaios, onde observou que a resistência ao cisalhamento da falha diminui continuamente com o aumento da porcentagem de material de preenchimento (Figura 2.8). Barton (1974) revisou valores de resistência ao cisalhamento de descontinuidades preenchidas apresentando tabelas com valores típicos de resistência.

Tabela 2.1- Classificação de abertura em descontinuidades (ISRM, 1981).

Abertura	Descrição	Grupo
< 0,1 mm	Muito estreita	
0,1 – 0,25 mm	Estreita	Feições fechadas
0,25 – 0,5 mm	Parcialmente estreita	
0,5 – 2,5mm	Aberta	
2,5 - 10 mm	Moderadamente aberta	Feições entreabertas
> 10 mm	Larga	
1 - 10 cm	Muito larga	
10 - 100 cm	Extremadamente larga	Feições abertas
> 1 m	Cavernosa	



Figura 2.7 - Descrição de descontinuidade fechada, aberta e com material de preenchimento

2.3.2 Resistência do maciço rochoso

A estimativa da resistência do maciço rochoso é a maior dificuldade no desenvolvimento de projetos envolvendo taludes, pois são sistemas compostos estruturalmente por famílias geológicas de descontinuidades e por rocha intacta ou pontes de rocha. Num mesmo maciço pode-se encontrar mais de um sistema

estrutural com diferentes litologias, criando zonas de materiais com diferentes propriedades de resistência e deformação.

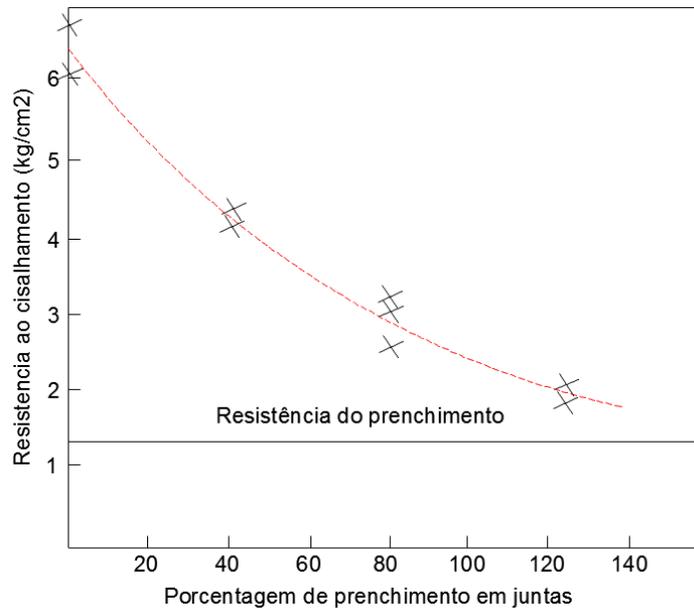


Figura 2.8 - Variação da resistência ao cisalhamento com o incremento da porcentagem de preenchimento da falha (Goodman, 1970).

Nas análises do comportamento de taludes de maciços rochosos geralmente são considerados dois critérios de resistência: a) critério de Mohr-Coulomb, tradicional na mecânica dos solos; b) critério de Hoek-Brown, específico para a mecânica das rochas. O modelo constitutivo de Mohr-Coulomb é elasto perfeitamente plástico, enquanto que o modelo constitutivo de Hoek-Brown simula um comportamento elástico – frágil (Figura 2.9).

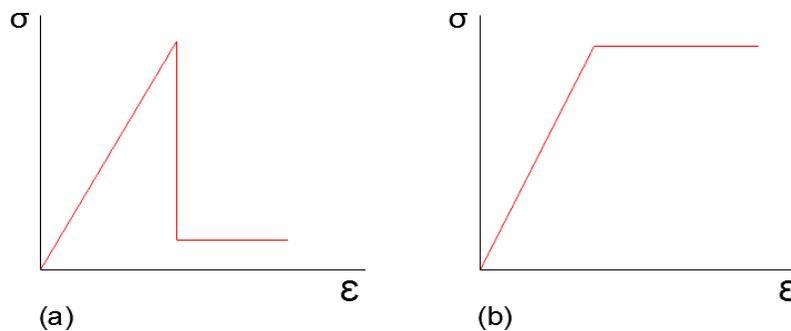


Figura 2.9 – Hoek & Brown assumem que maciço rochoso tem a seguinte comportamento (a) elástico-frágil-plástico e Mohr Coulomb (b) elástico-perfeitamente plástico (Saiang, 2014).

2.3.2.1

Critério de ruptura generalizado de Hoek-Brown

O critério desenvolvido por Hoek e Brown (1980) surgiu devido à necessidade de empregar dados geológicos de campo na estimativa da resistência de maciços rochosos para análises de projetos de escavações subterrâneas. Iniciou com base em resultados de ensaios de ruptura em rochas intactas, sendo em seguida expandido para maciços rochosos fraturados.

Em 2002 foi proposto o critério generalizado de Hoek e Brown (Hoek et al., 2002) que utiliza o sistema de classificação geomecânica GSI (Geological Strength Index) proposto inicialmente por Hoek et al. (1995) e modificado por Marinós & Hoek et al. (2001). O parâmetro GSI é o índice que relaciona a resistência ao cisalhamento do maciço com suas características geológicas estruturais.

O critério generalizado de Hoek e Brown é matematicamente expresso por

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma'_{ci}} + s \right)^a \quad (2.1)$$

onde σ'_1 é a tensão efetiva principal máxima, σ'_3 a tensão efetiva principal mínima, σ_{ci} a resistência à compressão simples da rocha intacta, m_b , s , a são parâmetros do modelo constitutivo:

$$m_b = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (2.2)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (2.3)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{\frac{-GSI}{15}} - e^{\frac{-20}{3}} \right) \quad (2.4)$$

Onde $0 \leq D \leq 1$ é um fator que depende do grau de perturbação da massa de rocha, quando submetida a danos causados por explosão a fogo e mecânica ou relaxação de tensões.

Embora GSI seja geralmente estimado a partir de tabelas descritivas e qualitativas, os resultados disponíveis de observações e quantificações de campo e laboratório em função do índice RMR (Rock Mass Rating), podem ser utilizados para a determinação do GSI de acordo com:

$$\text{GSI} = \text{RMR}_{89} - 5 \quad \text{para } \text{RMR} > 23 \quad (2.5)$$

Onde RMR_{89} é a classificação proposta por Bieniawski (1989).

A resistência à compressão uniaxial do maciço rochoso (σ_{cm}) pode ser estimada substituindo $\sigma'_3 = 0$ na Equação 2.6,

$$\sigma_{cm} = \sigma_{ci} s^a \quad (2.6)$$

e a resistência à tração do maciço rochoso (σ_{tm}) determinada substituindo $\sigma'_1 = \sigma'_3 = \sigma_{tm}$ na Equação 2.7,

$$\sigma_{tm} = -\frac{s\sigma_{ci}}{m_b} \quad (2.7)$$

As tensões normal e de cisalhamento estão relacionadas com as tensões principais de acordo com (Hoek et al., 2002):

$$\sigma_n = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} \cdot \frac{\frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} - 1}{\frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} + 1} \quad (2.8)$$

$$\tau = (\sigma'_1 - \sigma'_3) \cdot \frac{\sqrt{\frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3}}}{\frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} + 1} \quad (2.9)$$

Onde:

$$\frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} = 1 + am_b \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci} + s} \right)^{a-1} \quad (2.10)$$

2.3.2.2 Critério de resistência de Mohr-Coulomb

A maioria das análises de resistência na engenharia geotécnica utiliza o critério de Mohr-Coulomb (Eq. 2.11), caracterizado por dois parâmetros: coesão c' e ângulo de atrito ϕ' .

$$\tau = c' + \sigma \tan(\phi') \quad (2.11)$$

Ou, em termos das tensões principais,

$$\sigma_1 = \frac{2c' \cos \phi'}{1 - \sin \phi'} + \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \cdot \sigma_3 \quad (2.12)$$

No caso de maciços rochosos a estimativa dos parâmetros é geralmente feita de maneira indireta com base nos parâmetros do critério de Hoek-Brown (m_b , s , a) dentro de determinado intervalo das tensões de confinamento $\sigma_{tm} < \sigma_3 < \sigma'_{3max}$ (Hoek et al., 2002), conforme ilustra a Figura 2.10.

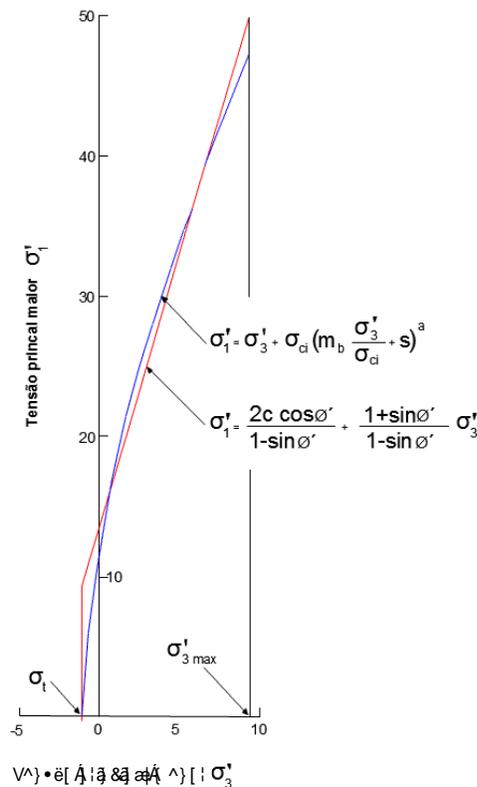


Figura 2.10 - Relações entre as tensões principais máxima e mínima nos critérios de Hoek-Brown e de Mohr-Coulomb (Hoek et al., 2002).

$$\varphi' = \sin^{-1} \left[\frac{6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{2(1+a)(2+a) + 6am_b(s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (2.13)$$

$$c' = \frac{\sigma_{ci}[(1+2a)s + (1-2a)m_b\sigma'_{3n}](s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1}}{(1+a)(2+a)\sqrt{1 + [6am_b((s + m_b\sigma'_{3n})^{a-1})]/(1+a)(2+a)}} \quad (2.14)$$

Onde:

$$\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3max}}{\sigma'_{ci}} \quad (2.15)$$

No caso de taludes, Hoek et al. (2002) propõem uma relação para a estimativa da tensão de confinamento máxima (σ'_{3max}) baseados em estudos de ruptura circular em taludes pelo método de Bishop Simplificado:

$$\frac{\sigma'_{3max}}{\sigma'_{cm}} = 0.72 \left(\frac{\sigma'_{cm}}{\gamma H} \right)^{-0.91} \quad (2.16)$$

Onde γ é o peso específico do material e H a altura do talude.

2.3.3 Módulo de deformabilidade

O módulo de deformabilidade de um maciço rochoso é um parâmetro de entrada importante em análises de deformação. Ensaio de campo para determinação deste parâmetro diretamente são demorados, caros e a confiabilidade dos resultados é questionável, consequentemente, vários autores propuseram relações empíricas para estimar o valor do módulo de deformabilidade do maciço rochoso também com base em critérios de classificação do maciço rochoso.

Com base em um grande número de medições das características de deformabilidade *in situ* na China e em Taiwan, a correlação da Eq. 2.17 foi proposta por Hoek-Diederichs (2006). As propriedades da rocha intacta, bem como os efeitos de dano devido a escavação ou relaxação de tensões também foram consideradas.

2.3.4 Estado de tensão *in situ*

Em geral, as medições de tensão *in situ* para o projeto de taludes de mineração a céu aberto são raramente realizadas e na maioria dos casos o campo de tensão é estimado a partir de informações regionais. Uma explicação para esta prática é a noção de que o estado de tensão *in situ* tem uma influência limitada na estabilidade dos taludes, frequentemente assumindo que as tensões em torno da escavação são baixas e geradas apenas por forças gravitacionais. Esta suposição pode ser adequada para pequenos taludes mas deve ser questionada na concepção de projetos envolvendo taludes de grande altura (Hoek, 2000).

A determinação do estado de tensão *in situ* não é possível somente com medições locais, devendo-se levar em consideração a geologia regional e tectônica da área do projeto (Wittke, 2014). Segundo Herget (1988), as tensões encontradas no maciço rochoso se agrupam de acordo com sua origem em:

- Tensões gravitacionais, devido ao peso próprio das rochas sobrejacentes;
- Tensões tectônicas, devido a forças geradas por processos orogênicos e/ou tectônicos;
- Tensões residuais;
- Tensões devidas a glaciações passadas,
- Tensões de origem térmica.

Normalmente se considera que as tensões de origem gravitacional e tectônica são as maiores contribuintes para o estado de tensão *in situ*.

2.3.4.1. Tensões Gravitacionais

A tensão gravitacional vertical σ_z pode ser estimada em regiões de topografia horizontal pelo peso da coluna de material sobrejacente ao ponto como:

$$\sigma_z = \gamma \cdot z \quad (2.18)$$

Onde γ é o peso específico do maciço rochoso homogêneo e z a profundidade do ponto de avaliação.

A estimativa da tensão horizontal resulta ser mais difícil devido à atuação das tensões tectônicas. Admitindo o maciço como material elástico linear, homogêneo e isotrópico as componentes σ_x e σ_y podem ser determinadas por:

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0 \cdot \sigma_z = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_z \quad (2.19)$$

Onde K_0 é o coeficiente de empuxo no repouso e ν o coeficiente de Poisson. Como $0 \leq \nu \leq 0,5$ constata-se que $K_0 \leq 1$ ou seja $\sigma_x = \sigma_y \leq \sigma_z$. Em regiões de alta atividade tectônica, tais como nos Andes, as tensões horizontais podem ser maiores do que as tensões verticais e correlações alternativas devem ser empregadas como, por exemplo, relacionando o valor de K_0 com o ângulo de atrito do critério de Mohr-Coulomb.

2.3.4.2 Tensões Induzidas

Durante um processo de escavação a céu aberto, o estado de tensões iniciais é perturbado com o avanço da escavação. A mudança da geometria induz uma redistribuição das tensões no maciço de rocha, conforme mostra a Figura 2.11, evidenciando o desenvolvimento de uma zona de alívio de tensões nas proximidades da face do talude. Nesta região a diminuição das tensões normais pode gerar a abertura de fissuras pré-existentes e ocasionar problemas de escorregamento devido à redução da resistência ao cisalhamento dos materiais, função do nível de tensões normais pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb.

Segundo Stacey (1970, 1972, 1973) e Sjöberg (1999) as tensões principais resultam paralelas e perpendiculares à face do talude após a escavação, gerando assim concentração de tensões na região do pé do talude que podem produzir instabilidades. Incrementando a altura dos taludes, as tensões também aumentam e, portanto, o risco de ocorrência de rupturas.

De acordo com pesquisas feitas por Lynch e Malovichko (2006) em 25 minas a céu aberto, as estações sísmicas registravam microssismos mesmo sem a ocorrência de desmonte a fogo, o que fez então surgir a seguinte questão: qual a causa dos microssismos? Verificaram que aconteciam no fundo da escavação (Figura 2.12), provocando fissuras, ocasionados pela relaxação de tensões em

grandes profundidades de escavação. A Figura 2.13, mostra a dependência dos eventos micro sísmicos com o volume de material removido.

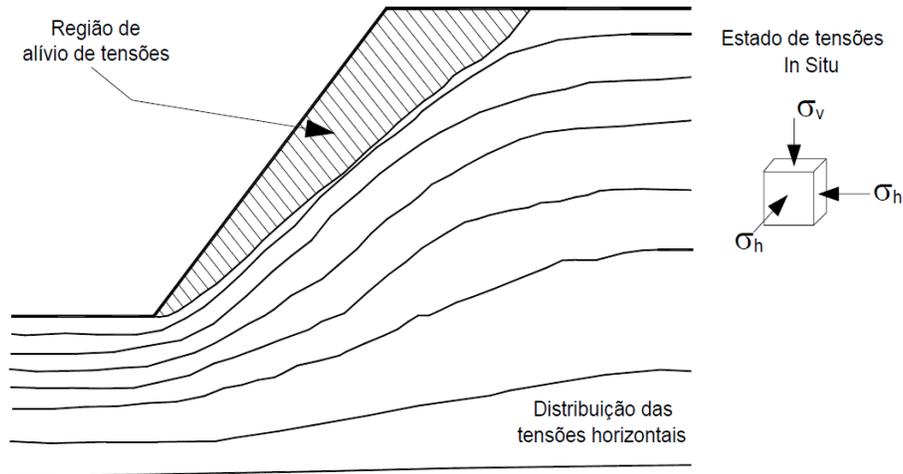


Figura 2.11 - Representação bidimensional da redistribuição da componente de tensão horizontal em uma escavação a céu aberto (Sjöberg, 1999).

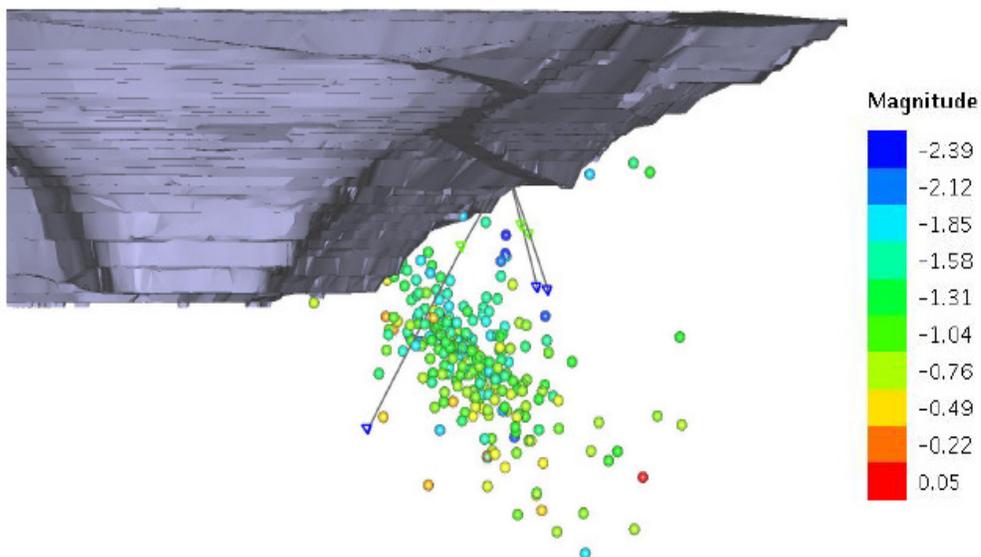


Figura 2.12 - Vista lateral dos eventos micro sísmicos registrados por Lynch e Malovichko (2006).

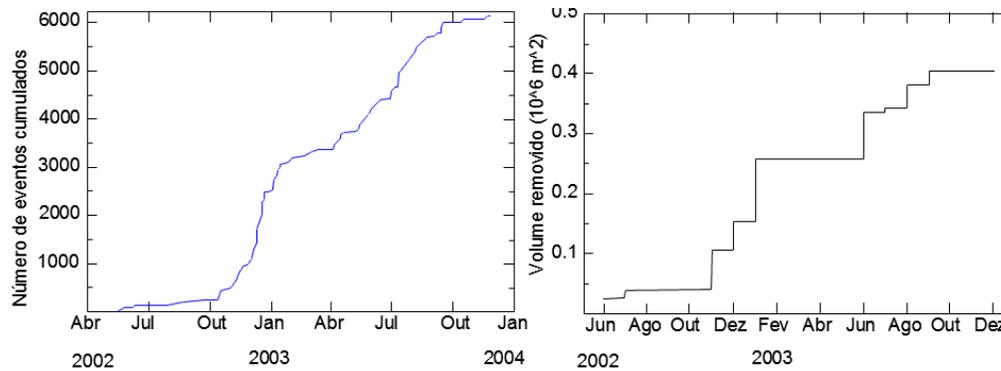


Figura 2.13 - Número acumulado de eventos sísmicos (esquerda) e a quantidade acumulada de rocha removida do fundo da escavação (Lynch e Malovichko, 2006).

2.3.5

Condição da água subterrânea

A água subterrânea geralmente tem um efeito prejudicial na estabilidade do talude. A pressão do fluido que atua nas discontinuidades e espaços vazios do maciço rochoso reduz a resistência ao cisalhamento, sendo particularmente evidente em maciços de rocha branda ou altamente fraturados.

2.3.6

Geometria da escavação

Taludes reais não são infinitamente longos e retilíneos; eles são curvos tanto em elevação quanto em planta. Os efeitos da curvatura de um talude somente podem ser determinados por meio de análises tridimensionais.

Hoek e Bray (1981) observaram que as restrições laterais, devido ao material em qualquer dos lados da potencial superfície de ruptura, aumentam à medida que o talude se torna gradualmente mais côncavo. Quando o raio de curvatura do talude for menor do que sua altura, aqueles autores sugeriram aumentar em 10° o ângulo de inclinação do talude determinado em análises 2D convencionais; para raios de curvatura maiores do que o dobro da altura do talude, o ângulo de inclinação máxima estimado por análise 2D deveria ser usado.

De acordo com Narendranathan (2013) a contribuição do confinamento lateral em taludes curvos é frequentemente negligenciada nas análises de engenharia, por limitações de tempo e maior dificuldade de modelagem, aplicando-se resultados de análises 2D para estimar fatores de segurança mais conservadores. Em projeto de mineração a céu aberto, onde é comum faces de taludes com vários graus de concavidade, a consideração de efeitos 3D pode ser essencial no planejamento de escavações a grandes profundidades.

2.3.7

Aceleração dinâmica devido ao desmonte por explosão ou eventos sísmicos

Não há muita documentação sobre casos de rupturas de talude de grande altura por carregamento sísmico, mas apenas evidenciada a queda de blocos e deslizamentos ao longo de descontinuidades pré-existentes nos níveis de bancadas.

Tradicionalmente uma abordagem dinâmica é feita por meio de uma abordagem pseudo-estática, em método de equilíbrio limite, na qual o efeito do sismo é representado por uma força de inércia com aceleração horizontal constante aplicada no sentido oposto ao da face do talude. A primeira aplicação de uma análise pseudo-estática em taludes de solo foi feita por Terzaghi (1950). A magnitude da força pseudo-estática é o produto do coeficiente sísmico k_H pelo peso do bloco instável; os resultados da análise são, portanto, dependentes do valor do coeficiente sísmico considerado, normalmente selecionado com base no sismo máximo provável (maximum credible earthquake - MCE) para a zona sísmica específica na qual o talude está situado.

Hoek (1975) argumentou que o desmonte a fogo não induz uma instabilidade global nos grandes taludes da mineração a céu aberto porque a potencial superfície de ruptura pode ser profunda e geralmente não está alinhada com as fraturas superficiais produzidas por explosão junto às faces dos taludes. Adicionalmente, os desmontes a fogo são preparados para evitar danos no maciço e controlar a fragmentação do material.

2.4. Métodos de análise de estabilidade de taludes

O projeto de um talude em rocha envolve a realização de análises específicas para determinação de fatores de segurança, probabilidade de ruptura ou distribuição de deslocamentos.

Tradicionalmente, a maioria das análises de estabilidade de taludes foi realizada por métodos de equilíbrio limite, admitindo a hipótese de que a massa instável se comporta como um material rígido e que a resistência ao cisalhamento é mobilizada simultaneamente ao longo de todos os pontos da potencial superfície de ruptura.

Nos últimos anos, grande parte das análises tem sido feitas usando métodos de modelagem numérica que permitem considerar muitas das condições complexas encontradas nas massas rochosas, como o comportamento tensão vs deformação não-linear, heterogeneidade, mudança gradual de geometria devido à escavação, entre outras (Lorig, 2009).

Uma vantagem importante dos modelos numéricos sobre os métodos de equilíbrio limite é que uma suposição da forma e localização da potencial superfície de ruptura não é necessária, desenvolvendo-se naturalmente nas regiões onde as tensões cisalhantes atuantes tornam-se superiores à resistência ao cisalhamento, como junto aos pés de taludes. Análises de equilíbrio limite também não distinguem se o talude é uma encosta natural ou resultou da construção de um aterro ou escavação.

Os métodos numéricos mais utilizados para problemas de mecânica de rocha podem ser divididos nas seguintes categorias (Jing, 2003):

- ✓ Métodos contínuos;
- ✓ Métodos discretos;
- ✓ Métodos híbridos.

O uso de métodos contínuos ou discretos depende de vários fatores específicos do problema, como a geometria do sistema de fraturas e a escala relativa do problema (Jing, 2003). Métodos contínuos são mais adequados quando

apenas algumas fraturas estão presentes e a abertura da fratura e desprendimento de blocos não são significativos. A abordagem discreta é mais adequada nos casos em que há um maior número de fraturas existentes e deslocamentos de blocos de rocha são possíveis. Em contrapartida, os modelos híbridos são aplicados para evitar as desvantagens de cada método (contínuo e discreto), assumindo um comportamento contínuo em áreas do modelo onde um modelo discreto não é necessário.

2.4.1

Métodos Contínuos

Pressupõem que o material é contínuo, tornando-os adequados para análise do comportamento de taludes de solo, rocha intacta, rochas brandas ou maciços rochosos muito fraturados (Hammah,2005). As descontinuidades podem ser incorporadas explicitamente, através de interfaces entre zonas contínuas, ou implicitamente por meio de formulações específicas como no método estendido dos elementos finitos (XFEM). As descontinuidades em pequena escala são geralmente consideradas na redução da resistência e das propriedades elásticas da rocha local. Adicionalmente, estes métodos permitem a utilização de vários modelos constitutivos para melhor representar os diferentes comportamentos de rochas como relações tensão x deformação elastoplásticas, visco-elastoplásticas, etc. As abordagens contínuas mais comuns aplicadas à estabilidade de taludes são o método das diferenças finitas, utilizado no programa comercial FLAC 2D/3D e o método dos elementos finitos, incorporado no programa comercial Plaxis 2D/3D.

2.4.1.1

Análises de Estabilidade pela Técnica de Redução dos Parâmetros de Resistência

O emprego no método dos elementos finitos na análise da estabilidade de taludes foi introduzido por Zienkiewicz (1975), considerando o critério de ruptura de Mohr-Coulomb. A definição do fator de segurança local é uma razão entre a resistência ao cisalhamento disponível e a resistência ao cisalhamento mínima para garantir o equilíbrio no ponto analisado, é dada por:

$$FS = \frac{\tau_{m\acute{a}xima\ disponível}}{\tau_{necess\acute{a}ria\ para\ equilibrio}} = \frac{c + \sigma_n \tan \varphi}{c_r + \sigma_n \tan \varphi_r} \quad (2.20)$$

O método de redução dos parâmetros de resistência consiste em diminuir progressivamente os valores de c e $\tan\phi$ por um fator α até a ocorrência do colapso do talude, identificado pela não convergência do sistema de equações não lineares que descreve o comportamento mecânico do talude. Das Eqs. 2.20 e 2.21 observa-se que α representa então o fator de segurança FS do talude.

$$\alpha = \frac{\tan\phi_{inicial}}{\tan\phi_{reduzido}} = \frac{c_{inicial}}{c_{reduzido}} \quad (2.21)$$

2.4.2

Métodos Discretos

Quando há presença de elementos estruturais dominantes, considerados como controladores da instabilidade do maciço, é preferível usar os modelos descontínuos ou discretos. Estes elementos estruturais formam blocos de rocha individualmente livres para movimentos de translação ou rotação.

A presença de fraturas significa que o maciço tem um comportamento não linear. Os modelos constitutivos que representam o comportamento das descontinuidades podem ser divididos em dois grupos, que dependem da forma de avaliação do comportamento na direção normal ao movimento dos contatos. O primeiro grupo considera o uso de um contato brando (*soft contact*) onde uma rigidez finita na direção normal é aplicada para representar a rigidez mensurável existente nos contatos ou juntas. O segundo grupo considera o uso de um contato rígido (*hard contact*) onde não se admite a interpenetração física.

Os modelos constitutivos que representam o comportamento do material sólido (partículas ou blocos) também podem ser classificados em duas categorias, dependendo se o material é admitido deformável ou rígido. A hipótese de blocos rígidos é adequada quando os maiores deslocamentos no sistema são provocados pelos movimentos nas descontinuidades.

Os parâmetros necessários para o modelo são a geometria da área de estudo, a geometria dos elementos estruturais, as leis de comportamento constitutivo da rocha intacta quando admitida deformável, as características da

água subterrânea, as leis de comportamento das descontinuidades e as condições de contorno.

Alguns programas comerciais foram desenvolvidos com base no método dos elementos discretos, considerando elementos retangulares (UDEC 2D), blocos (UDEC 3D), discos (PFC 2D) ou esferas (PFC 3D).

Tabela 2.2- Programas comerciais de métodos contínuos e discretos

Método	Programa
Contínuo	Plaxis 2D
	Plaxis 3D
	FLAC 2D
	FLAC 3D
	RS2
	RS3
	Abaqus
	OpenSees
	ADONIS
	GEO5
GEO FEM	
Discreto	UDEC 2D
	3DEC
	PFC 2D
	PFC 3D

3

Características do projeto de mineração

3.1.

Introdução

As informações básicas sobre os taludes da mineração situada no Peru, apresentadas neste capítulo, foram extraídas do relatório feito para o projeto no 2011.

A região do projeto está localizada na porção sudoeste do Peru, na costa de Perú, a altitude é de 400 metros acima do nível do mar e a profundidade da mineração a céu aberto é, em média, de 800 a 900 m.

A área aqui investigada constitui a principal jazida, tendo uma dimensão de 2,8km de comprimento por 2,1km de largura. A jazida mineral está abaixo de 450 m de profundidade (Aguilar, 2015).

3.2.

Propriedades geotécnicas do maciço rochoso

A classificação da qualidade do maciço rochoso foi feita empregando o critério geomecânico Bieniawski (RMR - Rock Mass Rating - 1989). De acordo com este sistema, o valor do índice RMR varia de 0 a 100 e classifica o maciço em cinco categorias: RMR de 0-20 como muito fraco, de 21 a 40 como fraco, 41-60 como regular, 61-80 como bom e 81-100 como muito bom, conforme Tabela 3.1.

No projeto, existem 6 tipos de rochas (Figuras 3.1 e 3.2) e cada uma delas foi classificada geomecanicamente de acordo com os resultados das investigações de campo e laboratório realizadas.

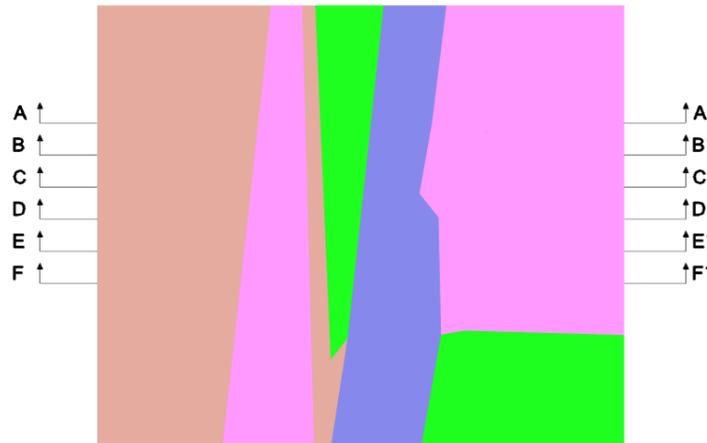


Figura 3.1 – Litologias na área do projeto – planta da superfície.

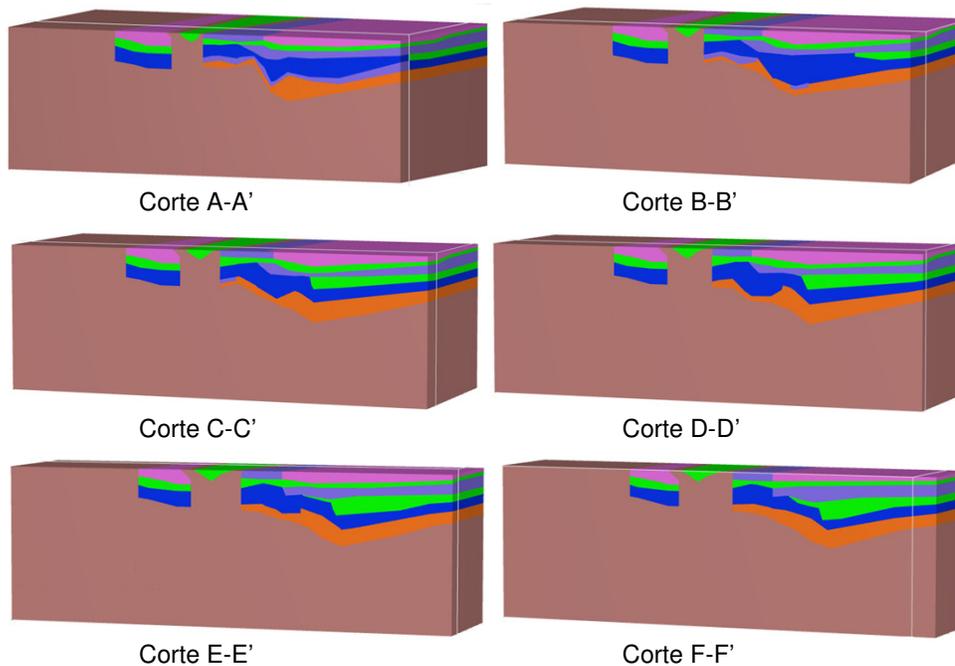


Figura 3.2 – Litologias na área de projeto (seções transversais).

Tabela 3.1- Critério de classificação do maciço rochoso

Tipo de rocha	Classificação RMR	Qualidade segundo RMR
I	>80	Muito Bom
II	61-80	Bom
III	51-60	Regular A
IV	31-40	Fraco A
V	<21	Muito fraco

Outras das características do projeto é a presença de uma pilha de estéril perto da escavação, com altura de 208 m (Figura 3.3).

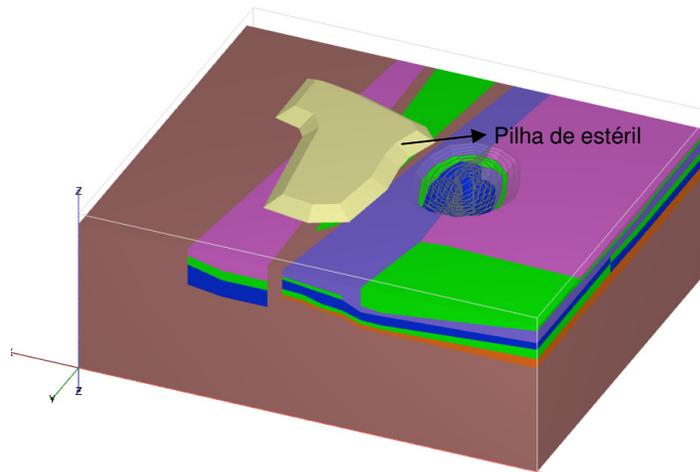


Figura 3.3 – Localização da pilha de estéril próximo à escavação a céu aberto.

3.2.1. Resumo das propriedades geomecânicas

Um dos parâmetros mais importantes do comportamento mecânico do maciço rochoso é a resistência à compressão simples σ_{ci} da rocha intata, que foi obtida de ensaios de carga pontual e ensaios de compressão triaxial feitos em amostras retiradas dos furos de perfuração. Outro parâmetro importante da rocha intata, a constante m_i do critério de ruptura de Hoek & Brown (Hoek et al., 2002), foi determinada com base nos resultados de ensaios de compressão triaxial em amostras cilíndricas. Os valores estimados estão listados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Parâmetros geotécnicos da rocha intacta

Tipo de Rocha	γ (kN/m ³)	m_i	σ_{ci} (MPa)	RMR	MR
Zona Alterada	27.5	22	30.7	60	400
Limolita	27.5	9	184	45	375
Ocoita	27.5	25	183	50	400
Vulcânico	27.3	20	203	35	400
Dolomita	29.7	15	55	55	500
Caliza Metamorf.	27.5	11	83	55	700

Os parâmetros de resistência dos diversos tipos de rocha foram determinados nesse trabalho empregando o software RocData (Rocscience, 2016), O RocData pode ser usado para determinar os parâmetros de resistência linear e não linear para rocha e solo, com base na análise de dados de resistência ao cisalhamento triaxial ou direto, o RocData utiliza quatro dos modelos constitutivos mais utilizados na engenharia geotécnica, para a presente dissertação os dados de entradas foram:

- σ_{ci} : resistência à compressão simples da rocha intacta;
- GSI: Geological Strength Index;
- m_i : constante de rocha no modelo de Hoek & Brown;
- D: fator de dano;
- γ : peso específico;
- H: altura do talude.

Os valores dos parâmetros para cada tipo de rocha são apresentados na Tabela 3.3 admitindo fator de dano $D = 0,85$ devido à possibilidade de efeitos microsísmicos em taludes rochosos de grande altura.

O D é um fator que depende do grau de perturbação ao qual o maciço rochoso foi submetido devido aos danos oriundo das detonações (linha de fogo), desmonte e da relaxação das tensões. Este valor varia desde zero para maciços não perturbados e um para maciços muito perturbados.

Tabela 3.3 - Parâmetros geotécnicos do maciço rochoso e pilha de estéril

Tipo de Rocha	γ (KN/m ³)	m_i	σ_{ci} (MPa)	RMR	GSI	E_{mr} (MPa)	ν	C (MPa)	ϕ (°)
Zona Alterada	26.3	22	200	60	55	9239	0.31	4.80	36.7
Limolita	27.5	9	184	55	50	5832	0.30	1.13	39.9
Ocoita	27.5	25	183	60	55	8454	0.31	2.90	43.4
Vulcânico	27.3	20	203	57	52	7771	0.30	1.95	44.7
Dolomita	29.7	15	55	60	55	3176	0.30	2.36	24.8
Caliza Metamorf.	27.5	11	83	55	50	4911	0.30	3.51	17.8
Pilha	18.0	-	-	-	-	8000	0.22	0	34

3.3. Características da escavação

Os taludes são resultantes do processo de escavação por desmonte a fogo (explosão), criando bancadas com alturas de 15m. Nas simulações numéricas foram consideradas 8 etapas de escavação, totalizando profundidades de escavação de 864m conforme sequência indicada na Figura 3.4. A inclinação global dos taludes varia numa faixa entre 42° a 45°, conforme mostra a Figura 3.5.

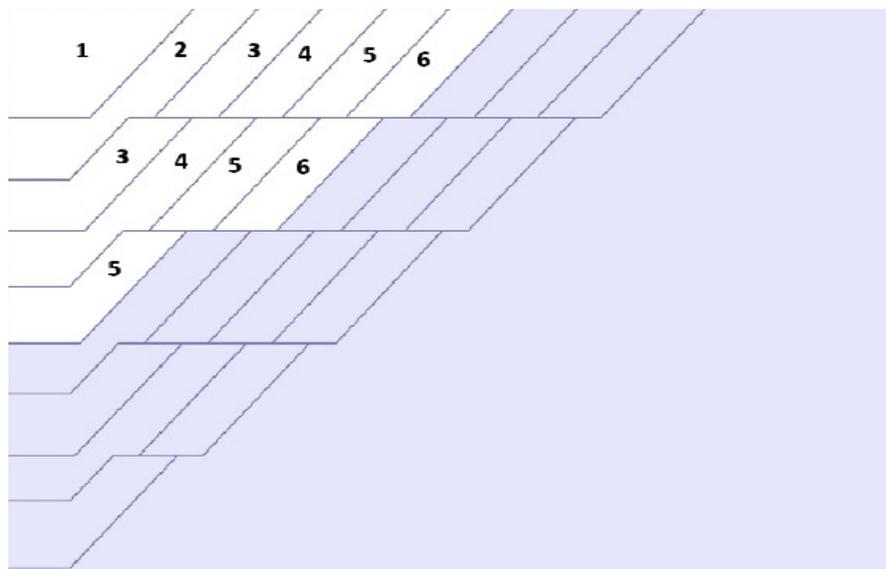


Figura 3.4 - Detalhe da sequência de escavação por fases com alargamento da cava à medida que a escavação aprofunda.

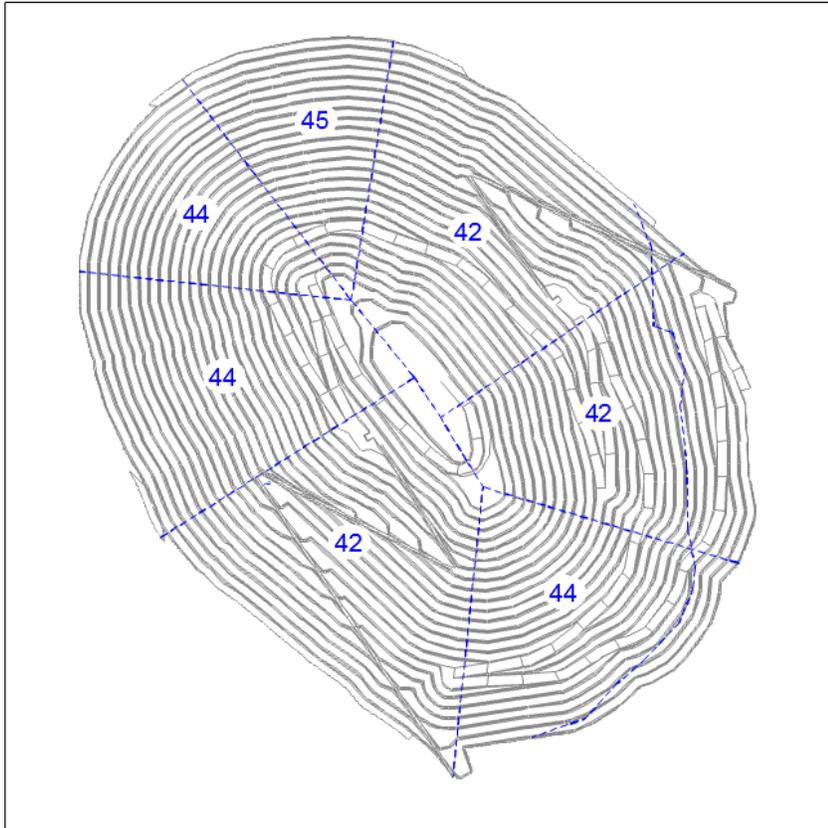


Figura 3.5 – Distribuição dos ângulos globais dos taludes ao redor do fundo da escavação.

4 Deslocamentos gerados pela escavação

4.1. Introdução

Neste capítulo são analisados os campos de deslocamentos gerados no maciço rochoso devido à escavação da mineração do projeto Pampa de Pongo para profundidades de escavação de até 870 m. As análises foram feitas com o método dos elementos finitos empregando o software comercial Plaxis 2D (estado plano de deformação) e Plaxis 3D. A descrição dos programas computacionais Plaxis 2D e 3D pode ser encontrada nos respectivos manuais do usuário.

Foram considerados três diferentes modelos da escavação: o primeiro representando a geometria completa 3D, o segundo admitindo parte da geometria 3D onde provavelmente a ruptura do talude acontecerá (modelo pseudo-3D) e o terceiro caso considerando apenas uma simulação 2D, como usualmente feito na prática da engenharia, ao longo de uma seção A-A' (Figura 4.1) situada no centro do setor circular utilizado na análise pseudo-3D.

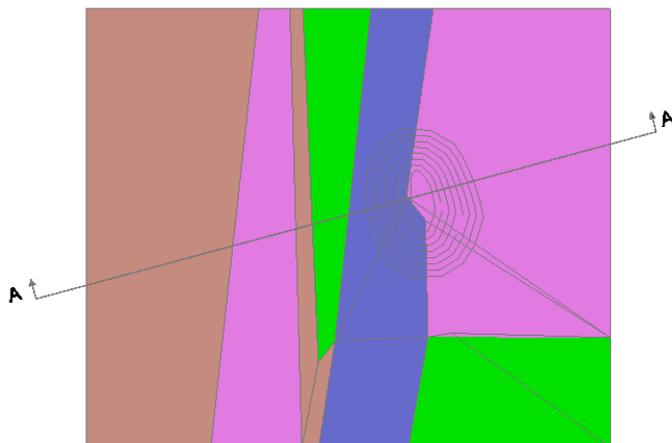


Figura 4.1 - Seção transversal selecionada para análise 2D do comportamento dos taludes.

4.2. Aspectos da Modelagem

4.2.1. Geometria da malha e condições de contorno

4.2.1.1 – Análise 2D

No modelo 2D pelo método dos elementos finitos considerou-se a representação do problema na condição do estado plano de deformação. As dimensões da malha seguiram as recomendações de Sjöberg (1999), com dimensão vertical entre 2 a 3 vezes a profundidade da escavação $H=870\text{m}$ (adotou-se aproximadamente 3,5 vezes a altura) e dimensão horizontal entre 3 a 4 vezes a máxima largura da escavação $L=1990\text{m}$ (adotou-se $4.5L$) conforme a Figura 4.2. As condições de contorno na base da malha foram estabelecidas em termos de deslocamentos horizontal e vertical nulos e para os nós dos contornos laterais foram prescritos deslocamentos horizontais nulos (Figura 4.3). As análises numéricas foram executadas com elementos finitos triangulares quadráticos (6 nós).

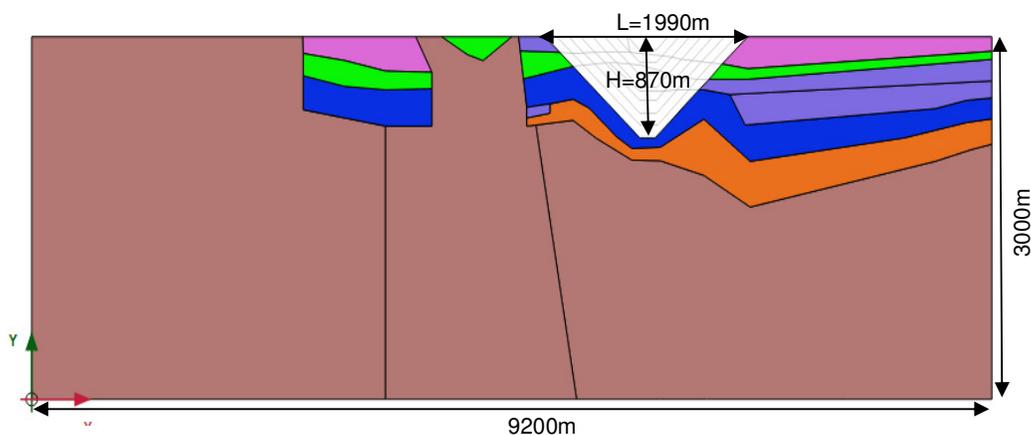


Figura 4.2 - Seção 2D na última etapa de escavação com a distribuição das litologias.

4.2.1.2 – Análise pseudo-3D

As dimensões do modelo pseudo-3D são as mesmas do modelo 2D, acrescido de uma espessura de 2000m , considerando a variação das litologias nas três dimensões, conforme Figura 4.4.

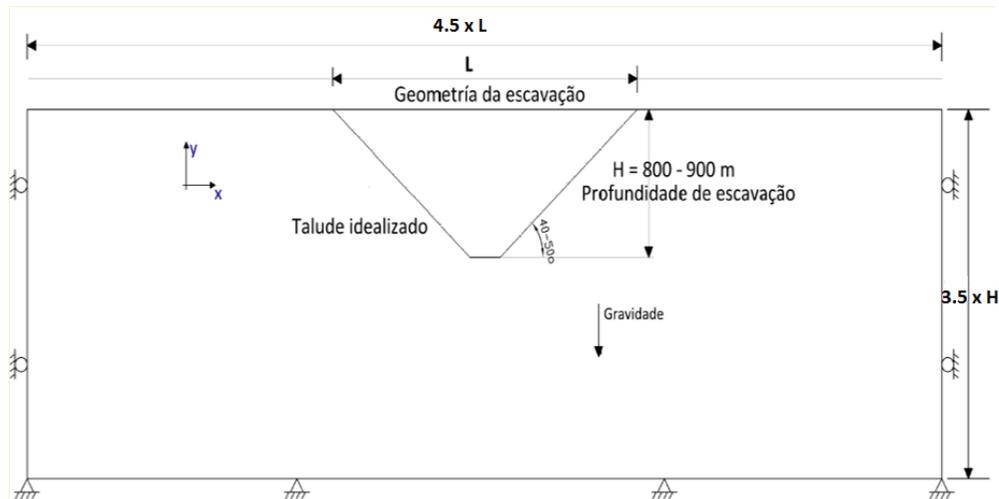


Figura 4.3 - Geometria da malha 2D de elementos finitos.

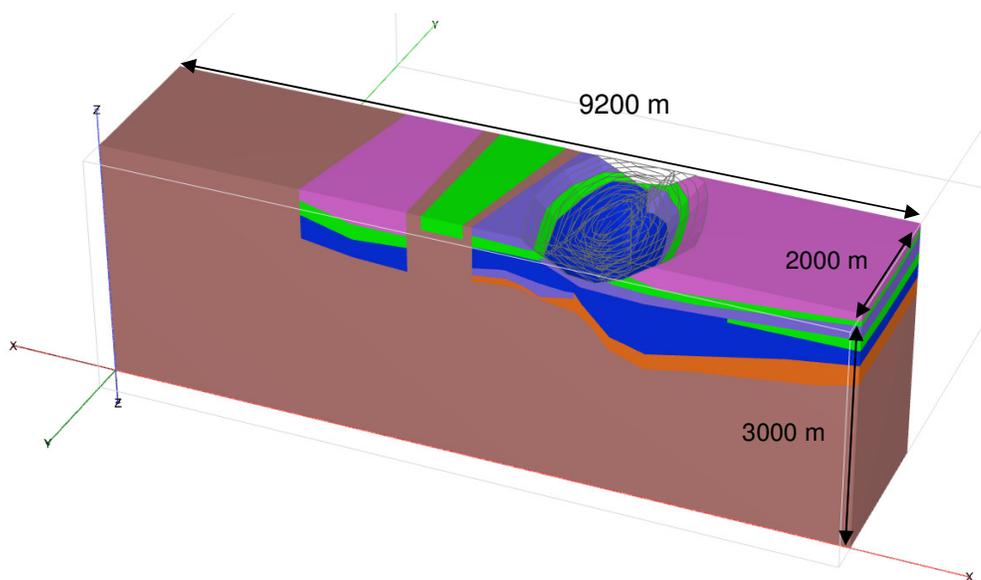


Figura 4.4 – Região pseudo-3D na última fase de escavação com a distribuição das litologias.

As condições de contorno nas bordas do modelo foram as seguintes: base com deslocamentos impedidos nas 3 direções ortogonais x , y , z ; faces laterais paralelas ao plano xz com deslocamento $u_y = 0$ mas livres nas direções x e z ; faces laterais paralelas ao plano yz com deslocamento $u_x = 0$ mas livres nas direções x e z (Figura 4.5). As tensões iniciais atuantes antes da escavação foram geradas considerando apenas a força gravitacional.

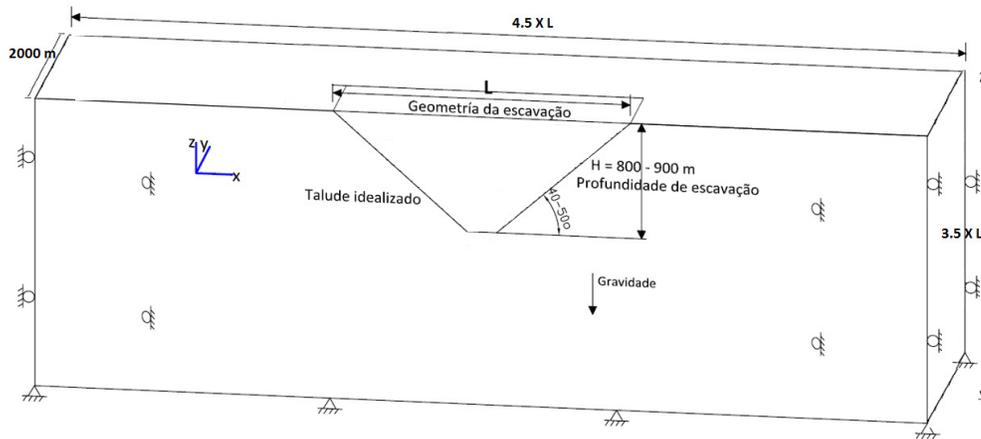


Figura 4.5 - Geometria da malha de elementos finitos pseudo-3D e condições de contorno.

4.2.1.3 – Análise 3D

A geometria empregada na análise 3D está mostrada na Figura 4.6, com condições de contorno semelhantes às impostas na análise pseudo-3D.

Nas análises pseudo-3D e 3D as malhas de elementos finitos foram geradas com o programa computacional Autocad Civil 3D (Autocad Civil 3D, 2014) e exportadas para o programa de elementos finitos Plaxis 3D, considerando elementos quadráticos tetraédricos de 10 nós.

No início do processo de modelagem, testes considerando várias densidades de discretização das malhas 3D foram feitos, de modo a garantir a representatividade dos resultados sem comprometer em demasia o tempo de processamento computacional, que chegaram a demorar 24 horas em cada execução. Conclui-se que malhas com 3D com número de nós variando entre 60 a 110 mil foram as mais adequadas para o problema investigado.

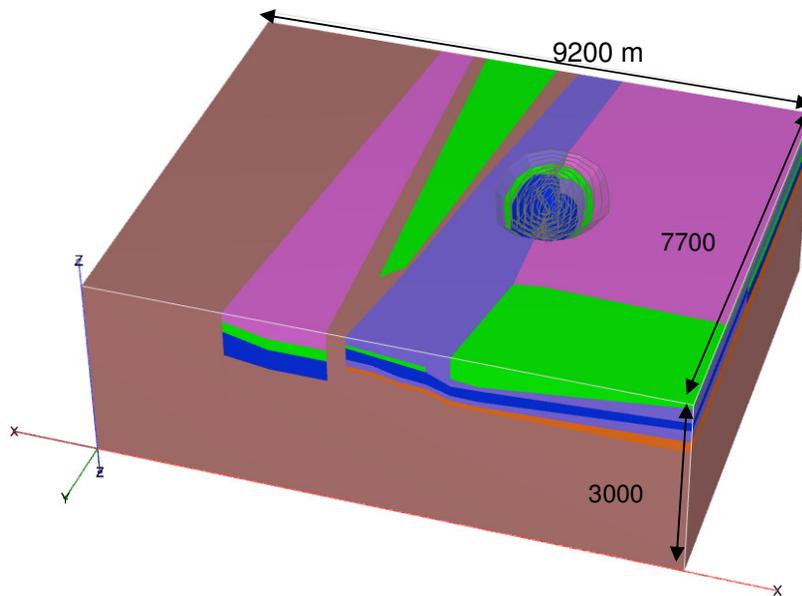


Figura 4.6 - Geometria 3D na última fase de escavação com a distribuição das litologias.

4.2.2. Distribuição do campo de tensão horizontal

As Figuras 4.7 a 4.12 apresentam as distribuições dos campos de tensões σ_{xx} antes do início da escavação e após a última etapa, mostrando a mudança verificada com o avanço do processo nas simulações 2D, pseudo-3D e 3D.

Para o caso pseudo-3D e 3D foi considerada, nas figuras, a mesma seção transversal mostrada na análise 2D.

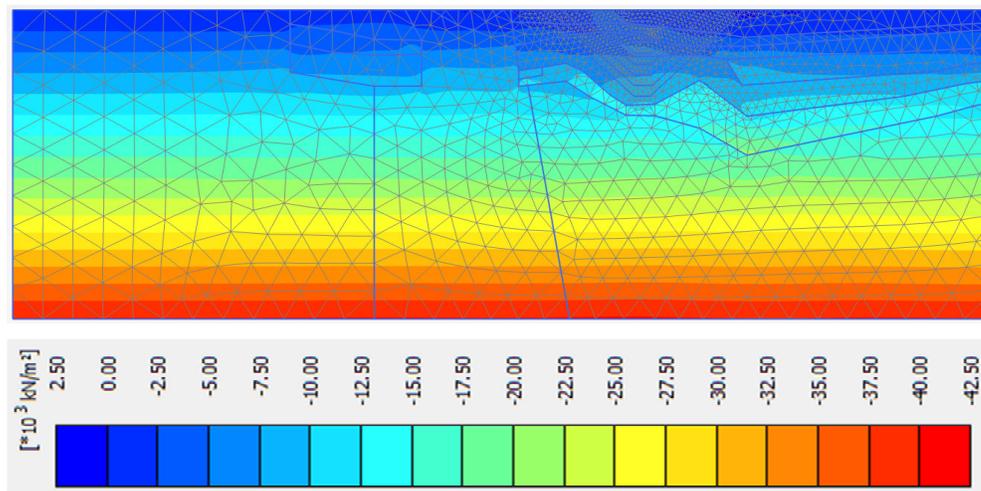


Figura 4.7 – Tensões σ_{xx} no caso 2D antes da escavação.

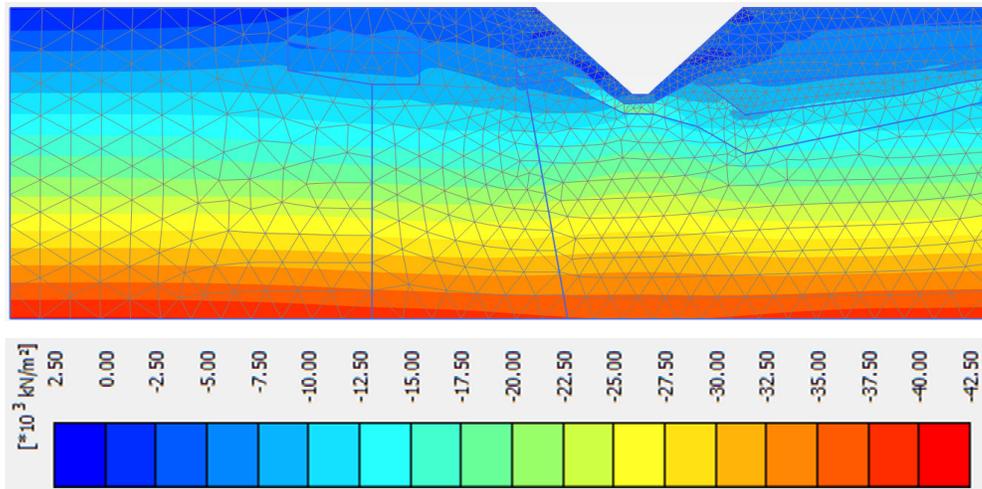


Figura 4.8 – Tensões σ_{xx} no caso 2D após a última etapa de escavação.

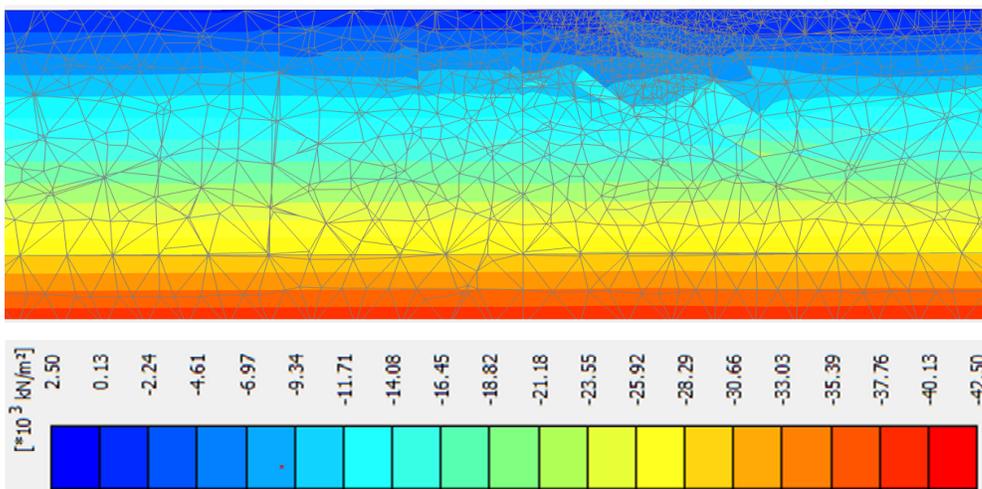


Figura 4.9 – Tensões σ_{xx} no caso pseudo-3D antes da escavação.

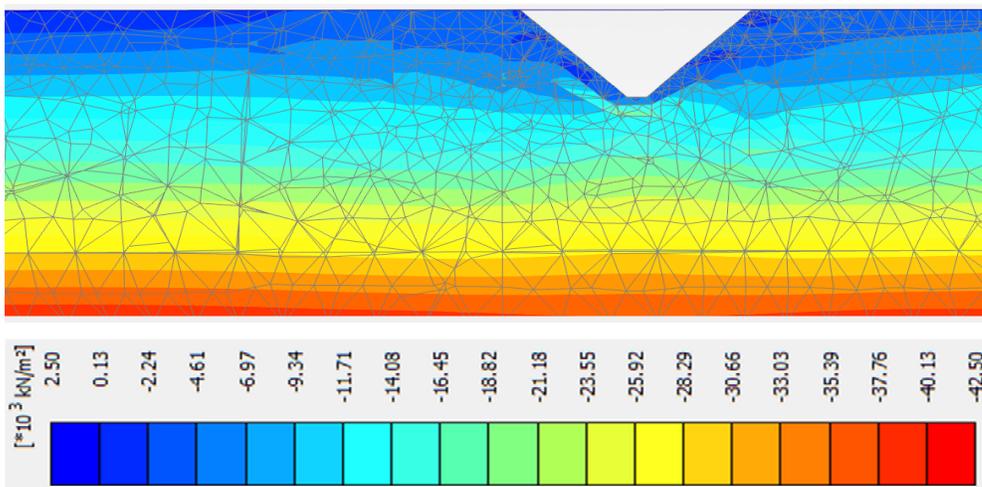


Figura 4.10 – Tensões σ_{xx} no caso pseudo-3D após a última etapa de escavação.

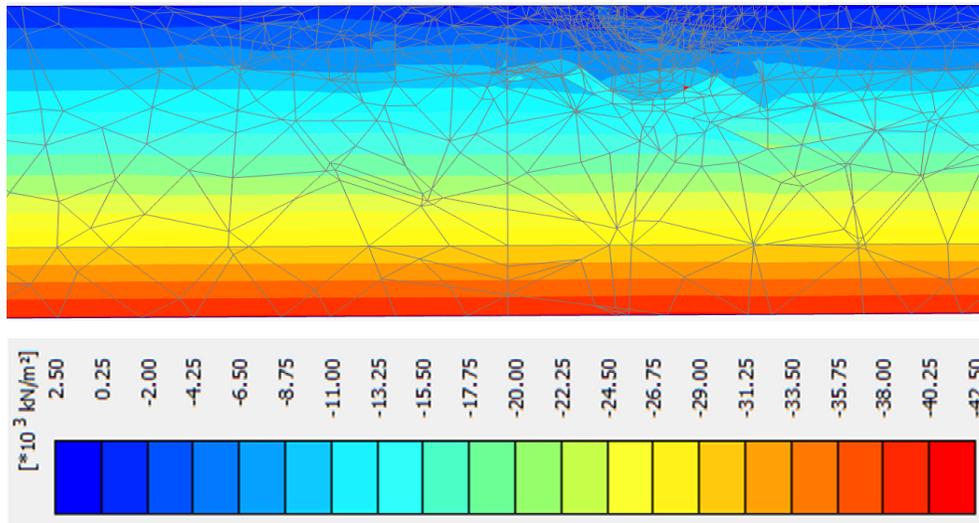


Figura 4.11 – Tensões σ_{xx} no caso 3D antes da escavação.

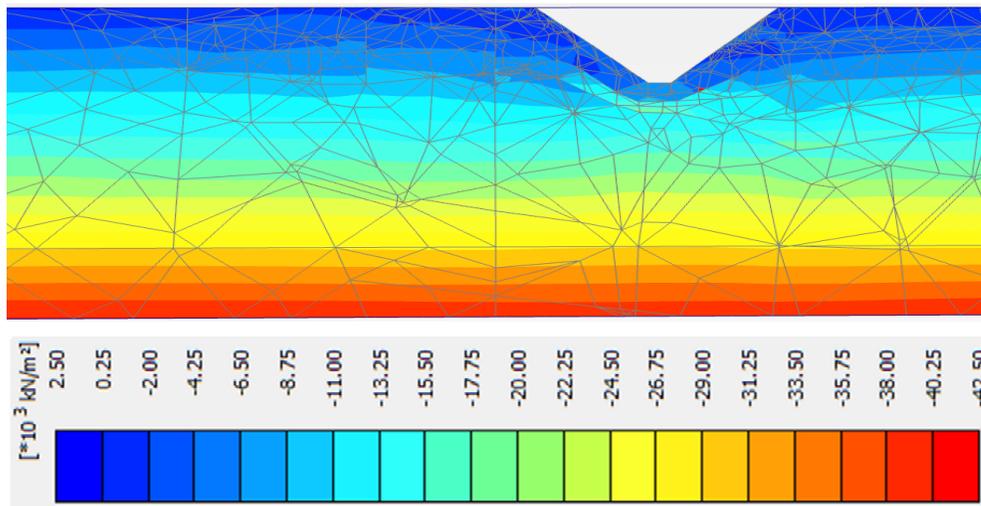


Figura 4.12 – Tensões σ_{xx} no caso 3D após a última etapa de escavação.

Para compreender o comportamento das tensões foram inseridos 3 pontos de controle o qual é mostrado na Figura 4.13.

As Figuras 4.14 a 4.19 apresentam a comparação da distribuição das tensões durante a fase inicial e a fase final da escavação, nos três modelos numéricos, foram inseridos três pontos de controle A, B e C (Figura 4.13).

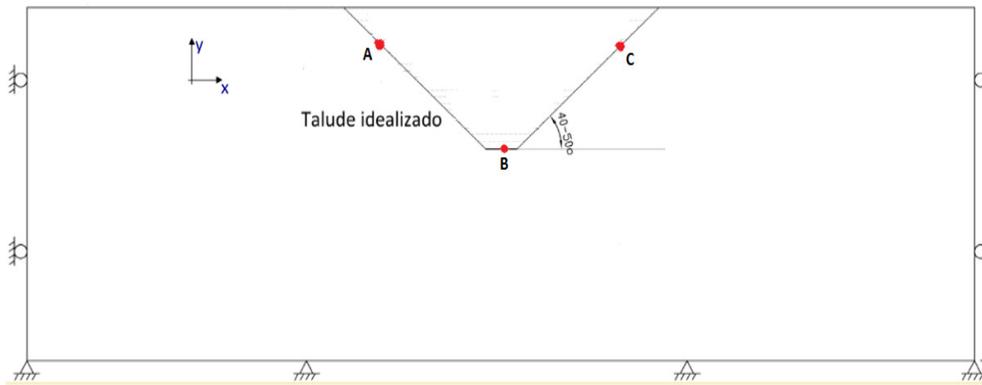


Figura 4. 13 – Localização dos pontos de controle das tensões verticais e horizontais

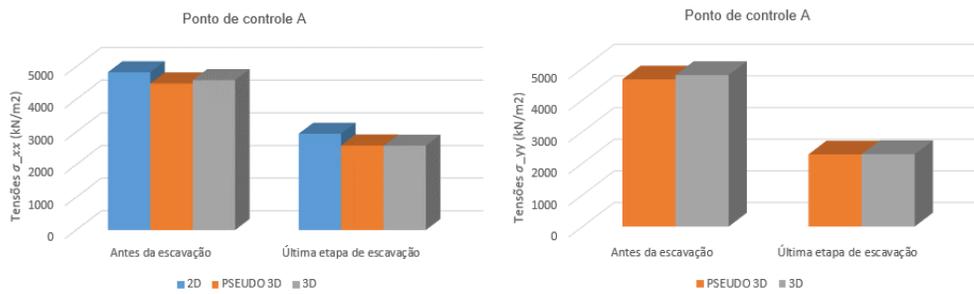


Figura 4.14 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle A

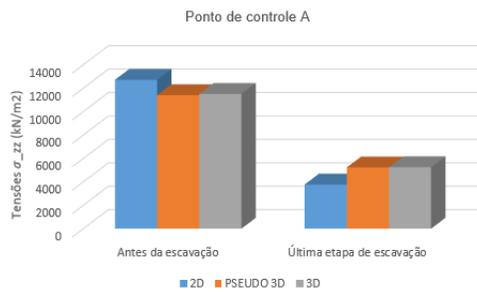


Figura 4. 15 – Tensão vertical no ponto de controle A

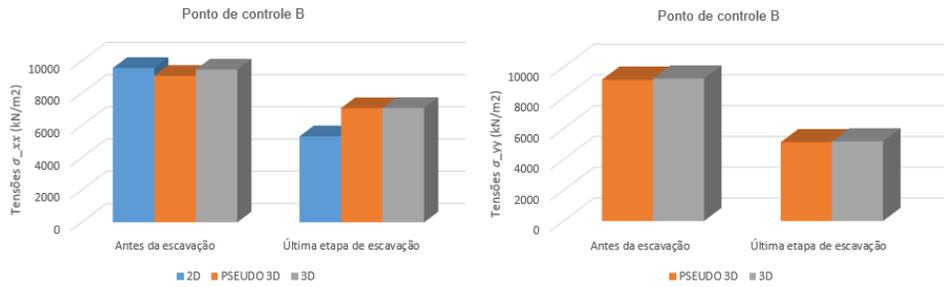


Figura 4.16 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle B

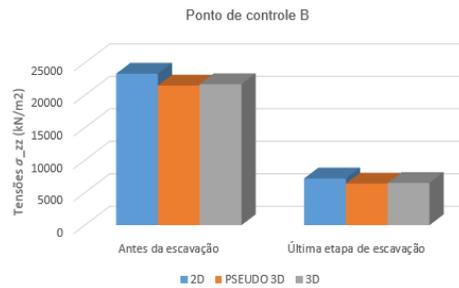


Figura 4.17 – Tensão vertical no ponto de controle B

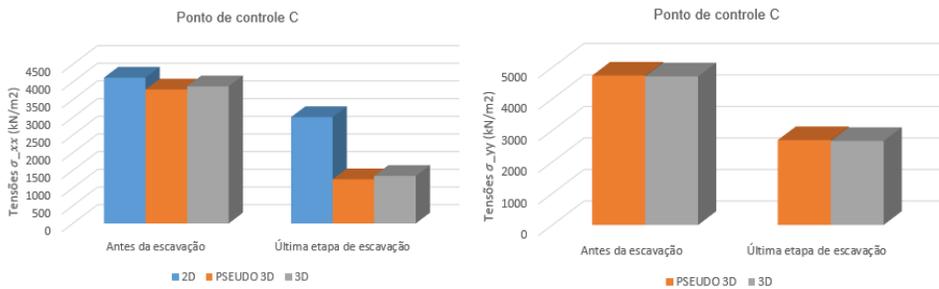


Figura 4.18 - Tensões horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle C

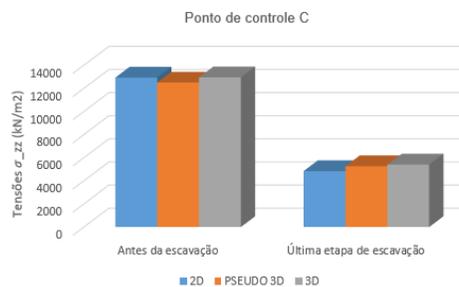


Figura 4.19 - Tensão vertical no ponto de controle C

Os seguintes comentários podem ser feitos em relação às tensões computadas: a) as tensões horizontais ao longo do eixo x resultaram geralmente maiores nas análises 2D; b) os pontos de controle A e C estão na mesma altura mas o valor da tensão vertical é ligeiramente maior no ponto A, a diferença seria pois acima de cada ponto tem camadas de rochas e espessura muda em cada ponto de controle.

4.2.3. Distribuição dos campos de deslocamentos

As Figuras 4.20 a 4.27 apresentam as distribuições de campos de deslocamentos horizontais e vertical após a última etapa de escavação nos modelos 2D, pseudo-3D e 3D na mesma seção transversal anteriormente examinada (Figura 4.1). Este tipo de ilustração, ainda que informe o comportamento geral na seção analisada, não permite uma análise quantitativa dos resultados, comparando variações de deslocamentos em alguns pontos de controle, o que será feito na próxima seção.

Nas figuras de deslocamento computadas mostram como é a variação dos deslocamentos nos três modelos, no modelo 2D só pode representar os deslocamentos horizontais no eixo X, o qual não representa o comportamento real de deslocamento de um talude. Nos modelos tridimensionais pode-se observar que o deslocamento do talude acontece preferencialmente no eixo X mas também acontece no eixo Y, o qual não é possível calcular nos modelos 2D.

Também se pode observar que os maiores deslocamentos verticais acontecem no fundo da escavação o qual seria a causa do alívio de tensões. Os maiores deslocamentos horizontais no eixo X acontecem no topo de escavação.

Comparando os deslocamentos no eixo Y nos modelos Pseudo 3D e 3D, pode-se observar que no modelo 3D são maiores, o qual seria devido a que o modelo Pseudo 3D está restringido o deslocamento pela espessura do modelo mesmo, o que não acontece no modelo 3D.

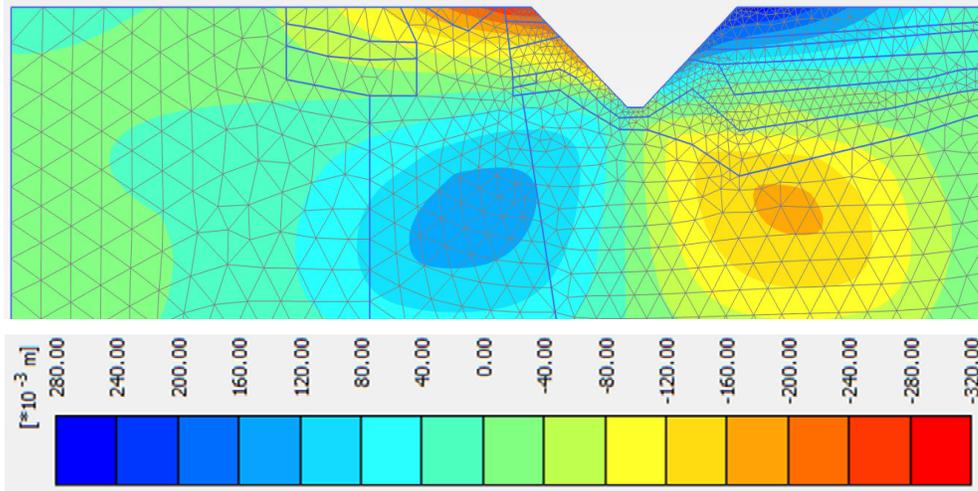


Figura 4.20 – Deslocamentos horizontais no modelo 2D após a última etapa de escavação

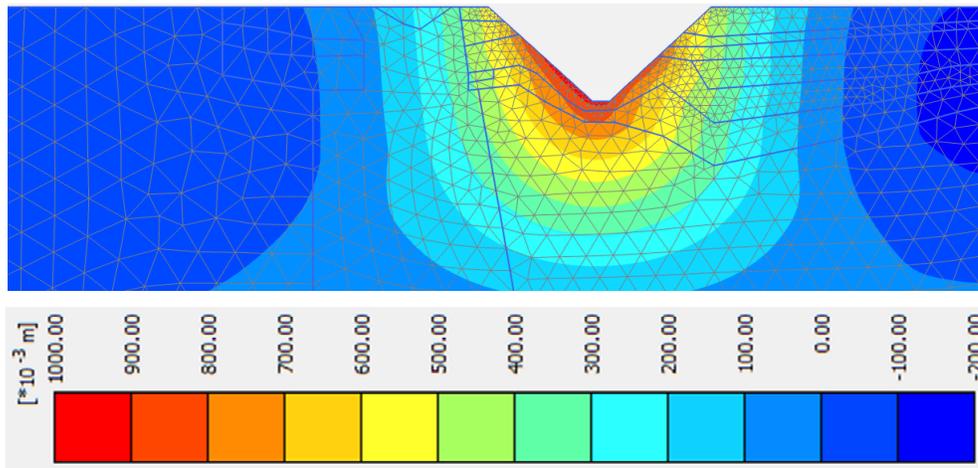


Figura 4.21 – Deslocamentos verticais no modelo 2D após a última etapa de escavação

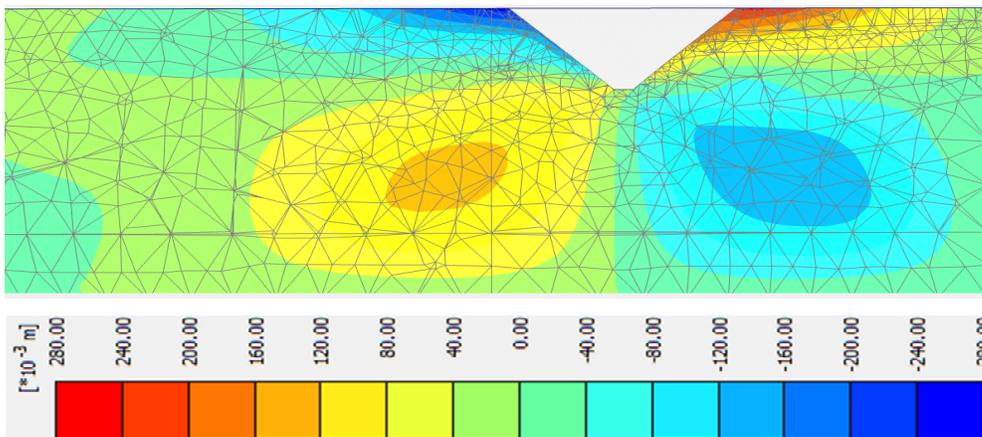


Figura 4.22 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo x no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação

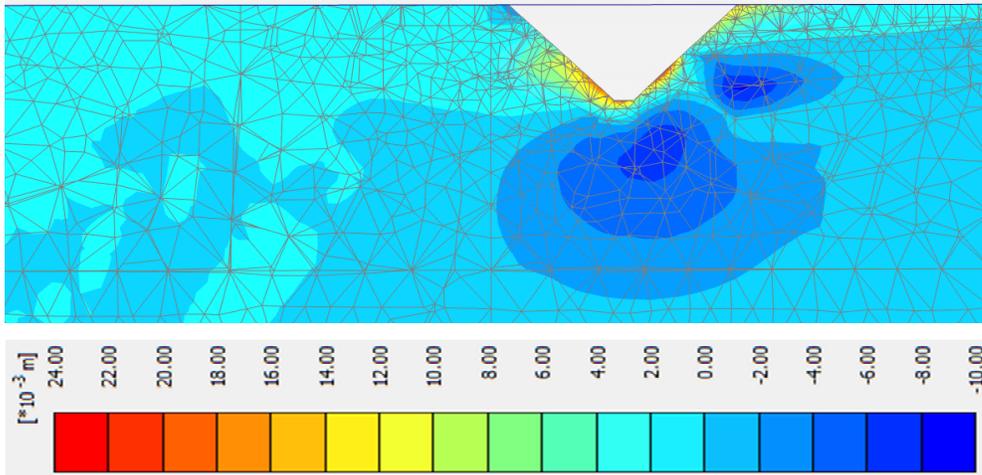


Figura 4.23 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo y no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação

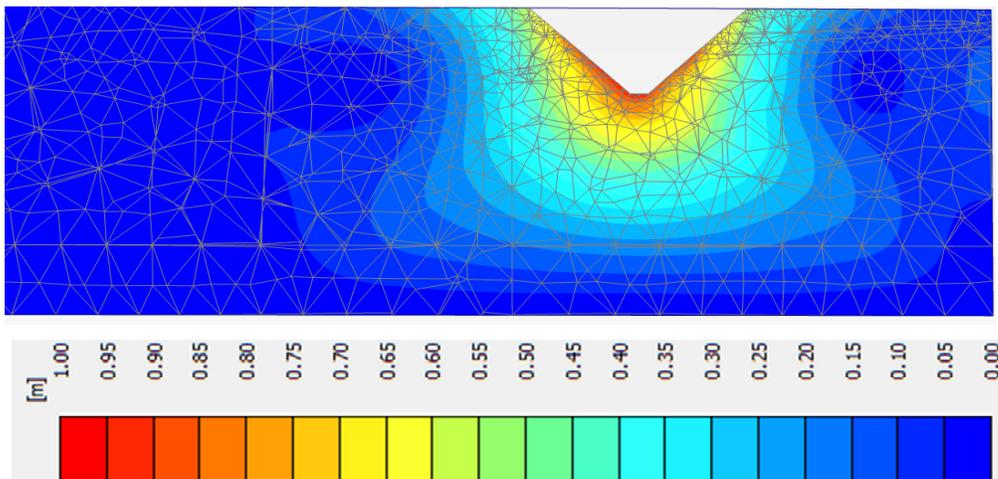


Figura 4.24 – Deslocamentos verticais ao longo do eixo z no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação

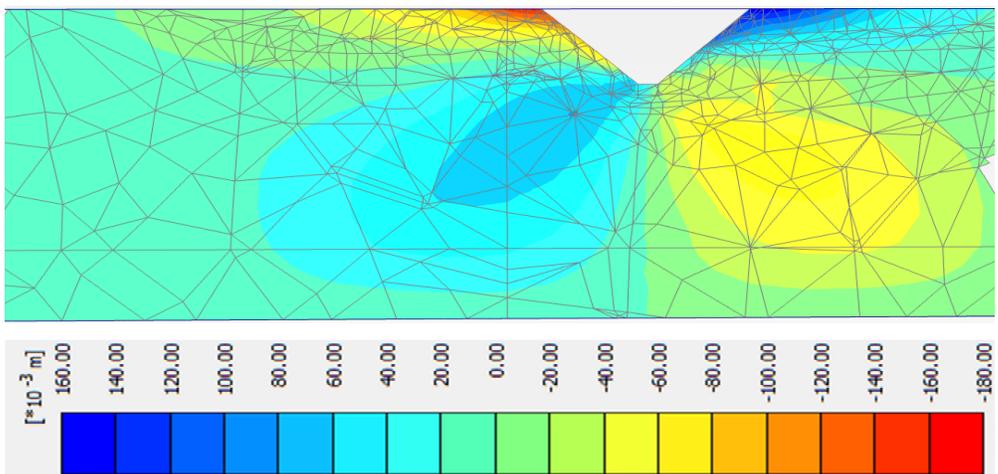


Figura 4.25 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo x no modelo 3D após a última etapa de escavação

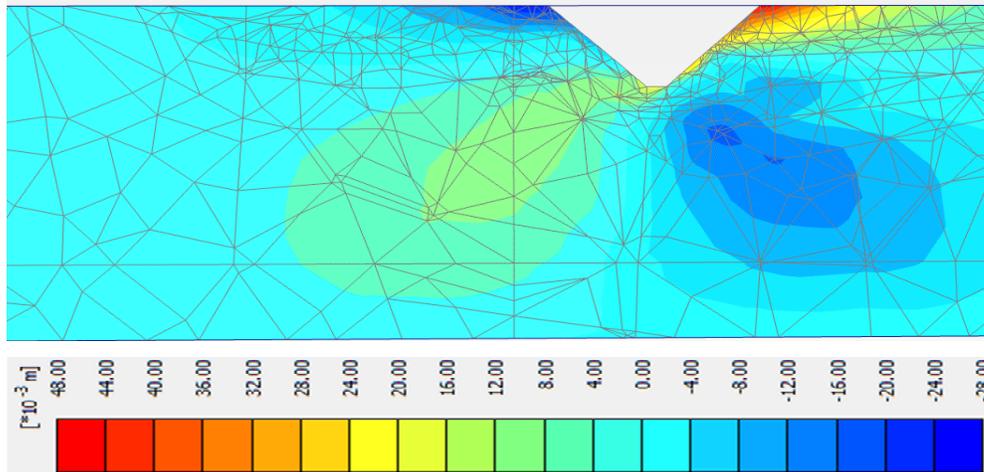


Figura 4.26 – Deslocamentos horizontais ao longo do eixo y no modelo 3D após a última etapa de escavação

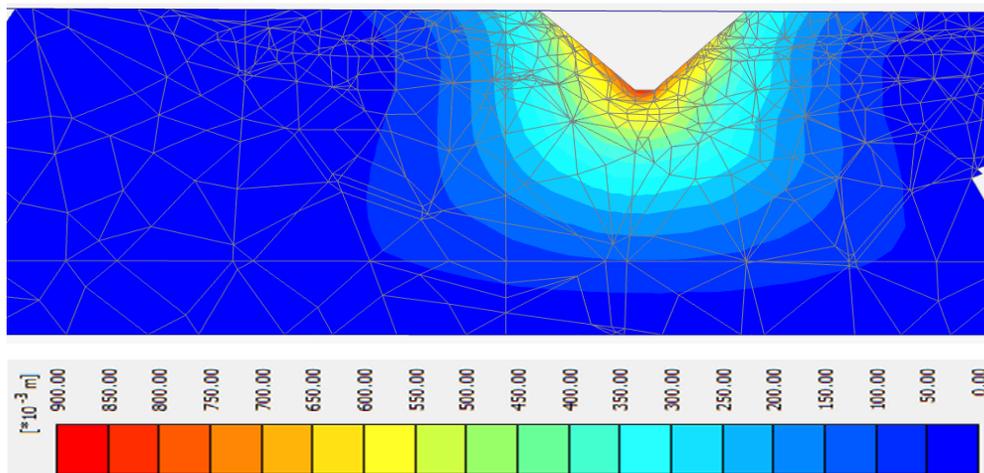


Figura 4.27 – Deslocamentos verticais ao longo do eixo z no modelo 3D após a última etapa de escavação

4.2.4. Distribuição dos perfis de deslocamentos

Para uma análise quantitativa da distribuição dos deslocamentos durante a escavação, nos três modelos numéricos, os três pontos de controle A, B e C são os mesmos usados para determinar a distribuição de tensões (Figura 4.13), com os resultados mostrados nas Figuras 4.28 a 4.33.

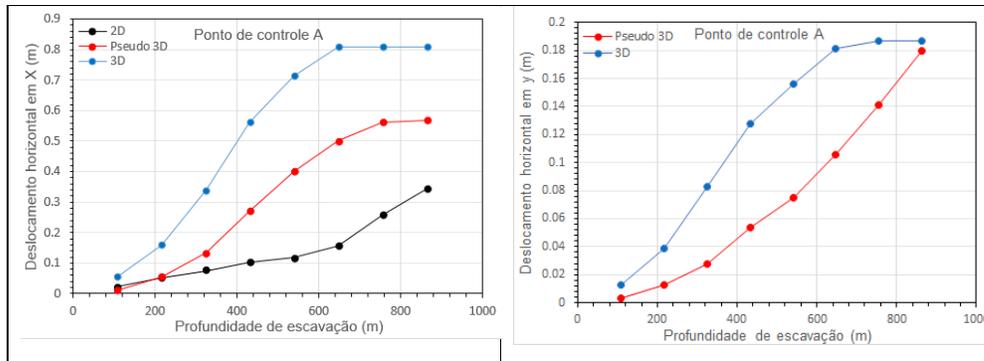


Figura 4.28 - Deslocamentos horizontais ao longo dos eixos x (esquerda) e y (direita) no ponto de controle A

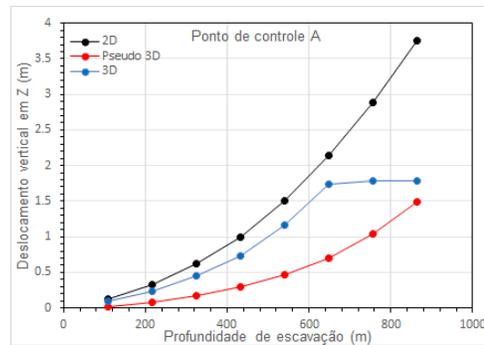


Figura 4.29 - Deslocamentos vertical no ponto de controle A

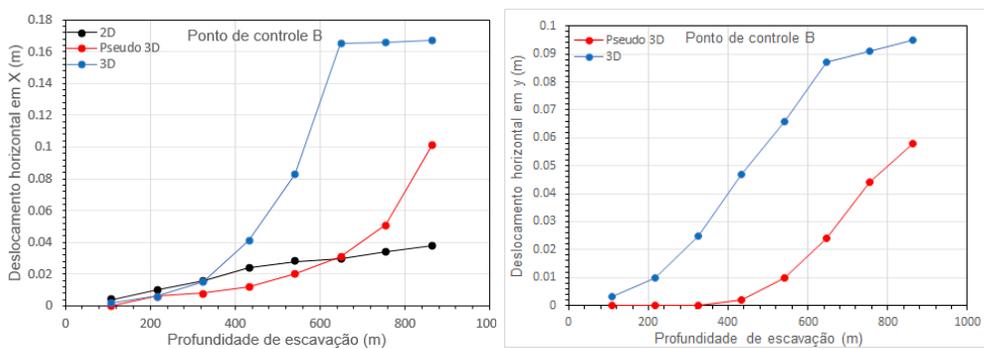


Figura 4.30 - Deslocamento horizontal ao longo do eixo x (esquerda) e eixo y (direita) no ponto de controle B

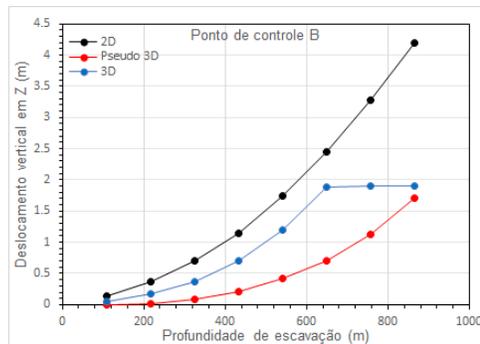


Figura 4.31 - Deslocamentos vertical no ponto de controle B

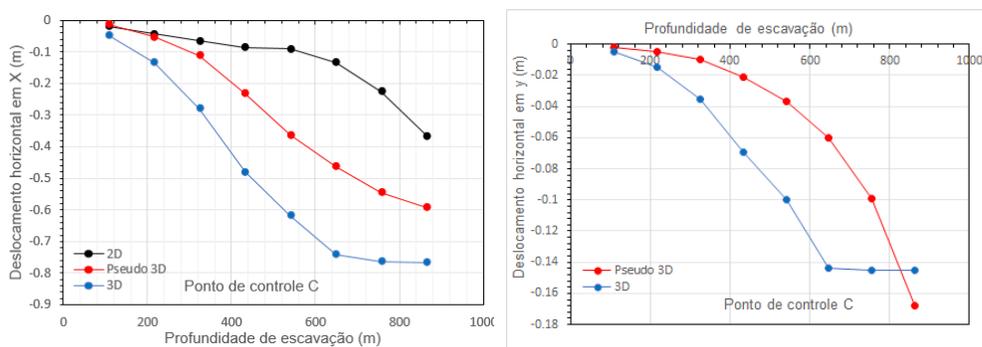


Figura 4.32 - Deslocamentos horizontal ao longo do eixo x (esquerda) e eixo y (direita) no ponto de controle C

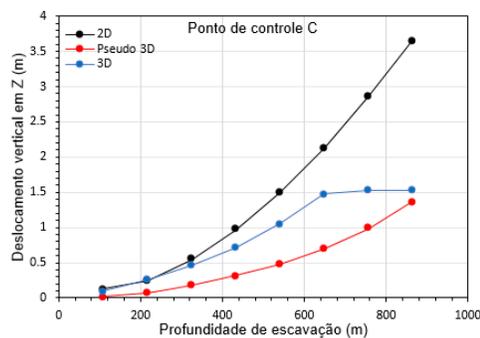


Figura 4.33 - Deslocamentos vertical no ponto de controle C

De modo geral os seguintes comentários podem ser feitos em relação à distribuições dos deslocamentos computadas: a) os deslocamentos horizontais ao longo do eixo x resultaram geralmente maiores nas análises 2D; b) os efeitos 3D podem ser percebidos na comparação entre os resultados obtidos com as análises 2D e 3D.

5 Análises de estabilidade

5.1. Introdução

Nos taludes de mineração a céu aberto é importante considerar não apenas a estabilidade em relação à vida útil da mina, mas também durante o processo de escavação, que deve ser garantida para evitar acidentes que comprometam a saúde dos trabalhadores, prejuízos ao meio ambiente e riscos financeiros à atividade econômica. No projeto de mineração de Pampa de Pongo a escavação é feita por meio de desmonte a fogo, mas nesta pesquisa as forças dinâmicas decorrentes das cargas explosivas não são consideradas pois o desmonte é feito sob condições rígidas de controle a fim de controlar a fragmentação da rocha.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas, pela norma NBR 11682/91 – Estabilidade de Taludes, apresenta os valores mínimos de fatores de segurança listados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Fatores de segurança mínimos para estabilidade de taludes (ABNT NBR 11682/91)

Nível de segurança contra danos materiais e ambientais \ Nível de segurança contra perda de vidas humanas	Alto	Médio	Baixo
	Alto	1,5	1,5
Médio	1,5	1,4	1,3
Baixo	1,4	1,3	1,2

Nota 1: No caso de grande variabilidade dos resultados de ensaios geotécnicos, os fatores de segurança da tabela acima devem ser majorados em 10%. Alternativamente, pode ser usado o enfoque semi-probabilístico indicado no Anexo D da referida norma.

Nota 2: No caso de estabilidade de lascas/blocos rochosos, podem ser utilizados fatores de segurança parciais, incidindo sobre os parâmetros γ , c e ϕ , em função das incertezas sobre estes parâmetros. O método de cálculo deve ainda considerar um fator de segurança mínimo de 1.1. Este caso deve ser justificado pelo engenheiro civil geotécnico.

Nota 3: Esta tabela não se aplica aos casos de rastejo, voçorocas, ravinas e queda ou rolamento de blocos.

5.2. Fatores de segurança

As Figuras 5.1 a 5.3 mostram a localização das potenciais superfícies de ruptura após a última etapa de escavação nos três modelos numéricos enquanto que a Tabela 5.2 e Figura 5.4 mostram os valores dos fatores de segurança nas oito etapas de escavação.

As potenciais superfícies de ruptura passam pelo pé do talude e a variação do fator de segurança mostra que de modo geral as análises 2D são conservadoras, não incorporando os efeitos 3D da curvatura dos taludes.

Comparado os fatores de segurança entre o modelo Pseudo 3D e 3D, os valores são aproximados, o qual indica a influência do comportamento do talude tridimensional comparado com o modelo 2D.

Os valores mostrados na Tabela 5.2, indicam que os fatores no modelo 3D são entre 14% a 40% superiores com respeito ao modelo 2D. Nas três primeiras fases de escavação os valores dos fatores de segurança são maiores pois a superfície de ruptura acontece no lado direito da escavação, para as seguintes fases a superfície de ruptura acontece no lado esquerdo da escavação.

A Figura 5.4 mostra que os valores de Fator de segurança nas análises Pseudo 3D e 3D são superiores e a tendência é a mesma em toda as fases de escavação.

De acordo com a NBR 11682/91 (Tabela 5.1) o fator de segurança para a análise 2D do último estágio de escavação é preocupante pelo fato de ser inferior ao valor mais baixo recomendado.

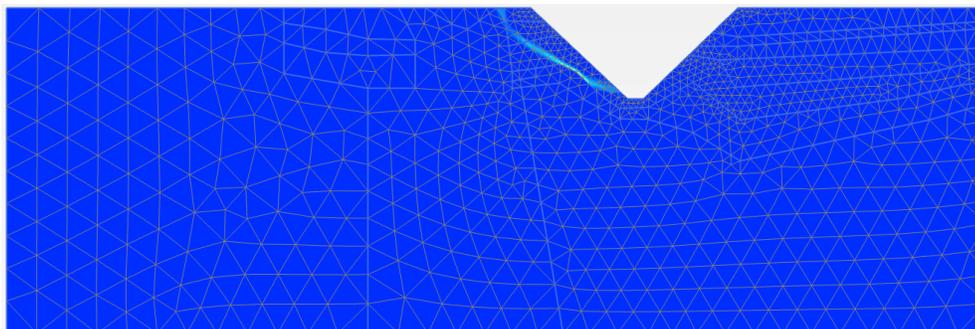


Figura 5.1 Superfície de ruptura no modelo 2D após a última etapa de escavação

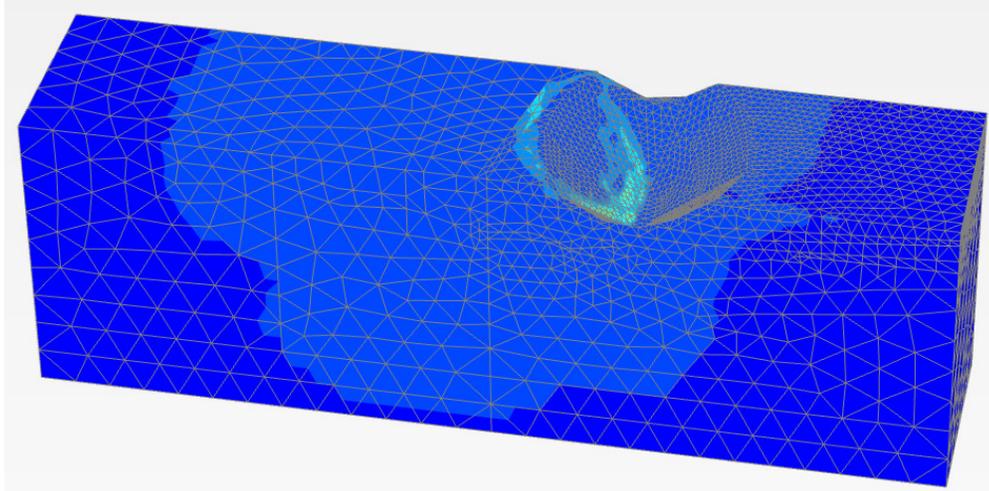


Figura 5.2 Superfície de ruptura no modelo pseudo-3D após a última etapa de escavação

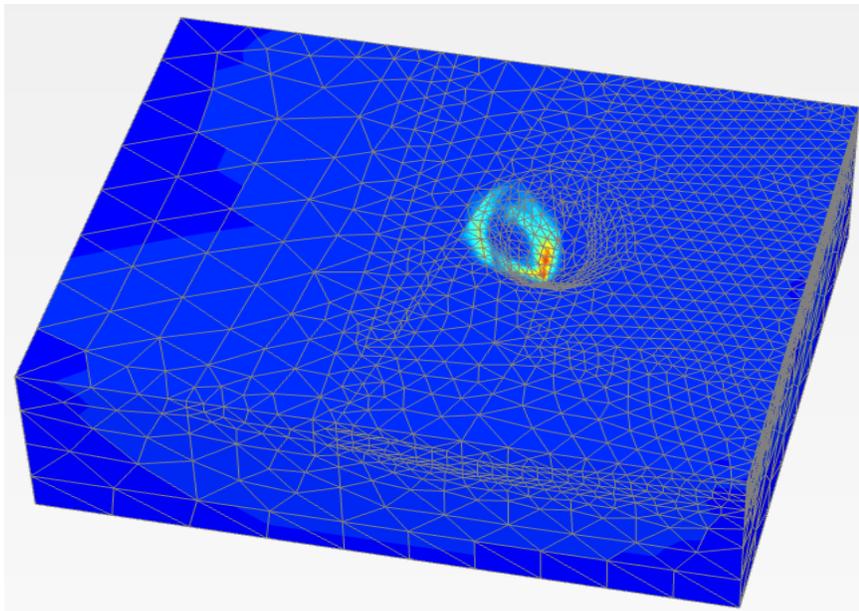


Figura 5.3 Superfície de ruptura no modelo 3D após a última etapa de escavação

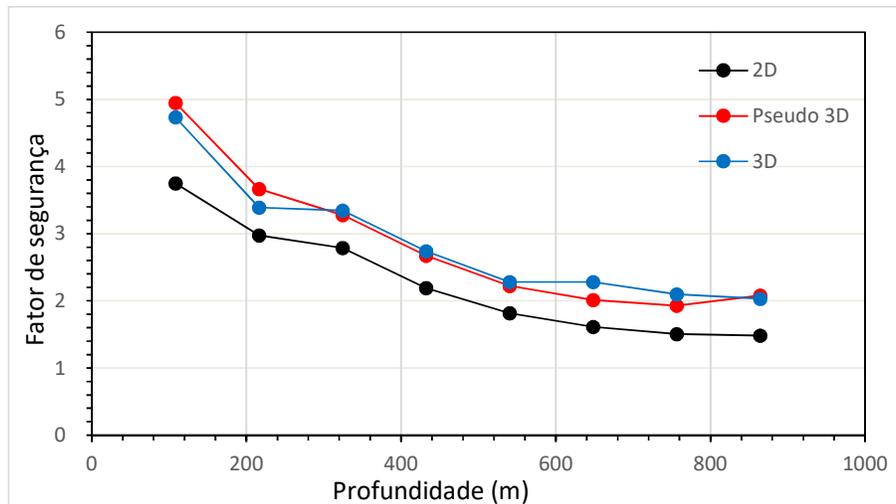


Figura 5.4- Fator de segurança nas análises 2D, pseudo-3D e 3D.

Tabela 5.2 Fatores de segurança ao longo da profundidade de escavação.

Descrição	Etapa	Profundidade (m)	2D	Pseudo-3D	3D
Análise estática	Fase 01	108	3.75	4.94	4.73
	Fase 02	216	2.97	3.66	3.39
	Fase 03	324	2.79	3.28	3.34
	Fase 04	432	2.19	2.67	2.74
	Fase 05	540	1.82	2.22	2.28
	Fase 06	648	1.61	2.01	2.28
	Fase 07	756	1.50	1.93	2.09
	Fase 08	864	1.48	2.02	2.03

5.3.

Influência da pilha de desmonte no fator de segurança

Uma pilha de estéril próxima da escavação (Figura 3.4) deve ter influência na estabilidade dos taludes e para avaliá-la foram comparados os fatores de segurança calculados no modelo 3D com e sem a presença da mesma. A pilha com 208 m de altura (peso específico 18.0 kN/m³) simulada em duas situações: a 325 m e 650 m da borda da escavação. Na Tabela 5.3 encontram-se listados os valores do fator de segurança determinados em ambos os casos enquanto que as Figuras 5.5 a 5.7 ilustram a posição da potencial superfície de ruptura.

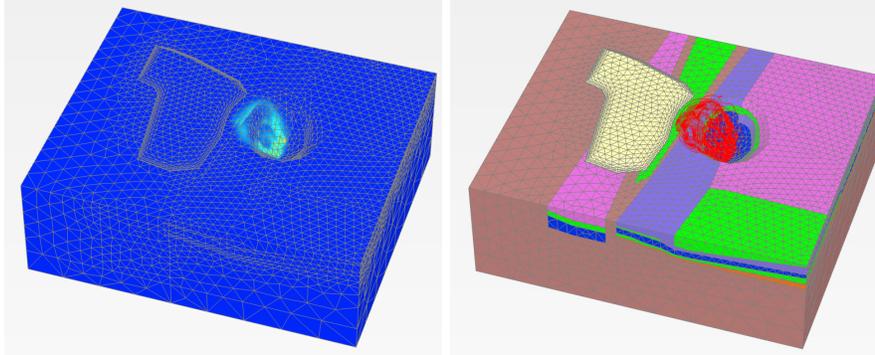


Figura 5.7 Potencial superfície de ruptura no modelo 3D, após a última etapa de escavação, com a presença da pilha de estéril a 650m da borda da escavação (com representação das litologias à direita).

De acordo aos valores da Tabela 5.3, a influência da pilha de estéril deixa de existir a partir da terceira etapa de escavação mas para uma melhor análise dos resultados as imagens das Figuras 5.5 a 5.7 foram redesenhadas (Figuras 5.8 e 5.9) para facilitar as comparações.

Na última etapa de escavação, embora os valores dos fatores de segurança nas análises 3D sejam iguais nos casos analisados, a potencial superfície de ruptura gerada pela pilha estéril a 325m da borda escavação é mais abrangente do que aquela determinada com a ausência da pilha (Figura 5.8). Por outro lado, com a pilha estéril afastada de 650m do limite da escavação, a potencial superfície de ruptura parece mostrar a tendência de novamente aproximar-se da superfície determinada sem a presença do material estéril na superfície.

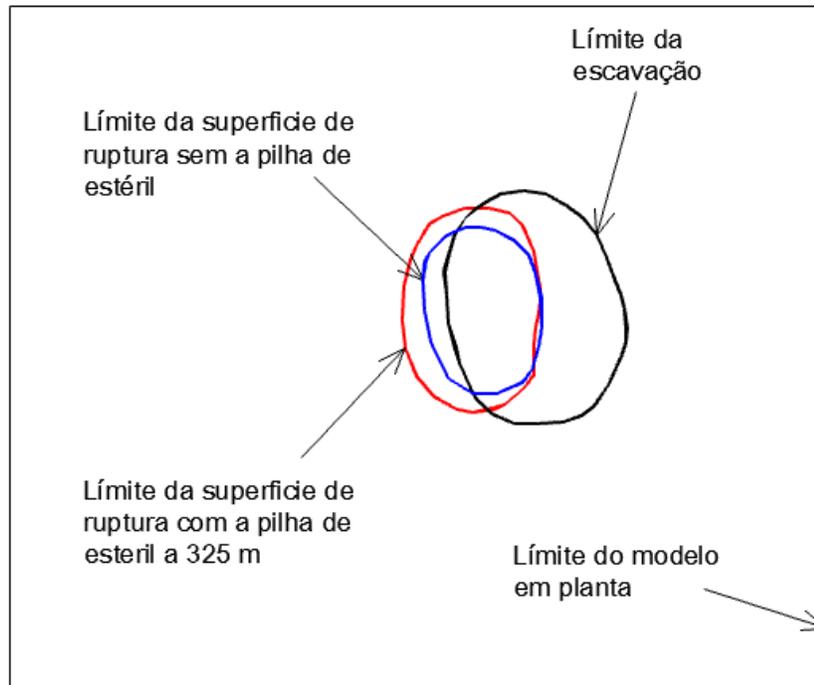


Figura 5.8 - Potenciais superfícies de ruptura sem e com a presença da pilha de estéril a 325m da borda da escavação.

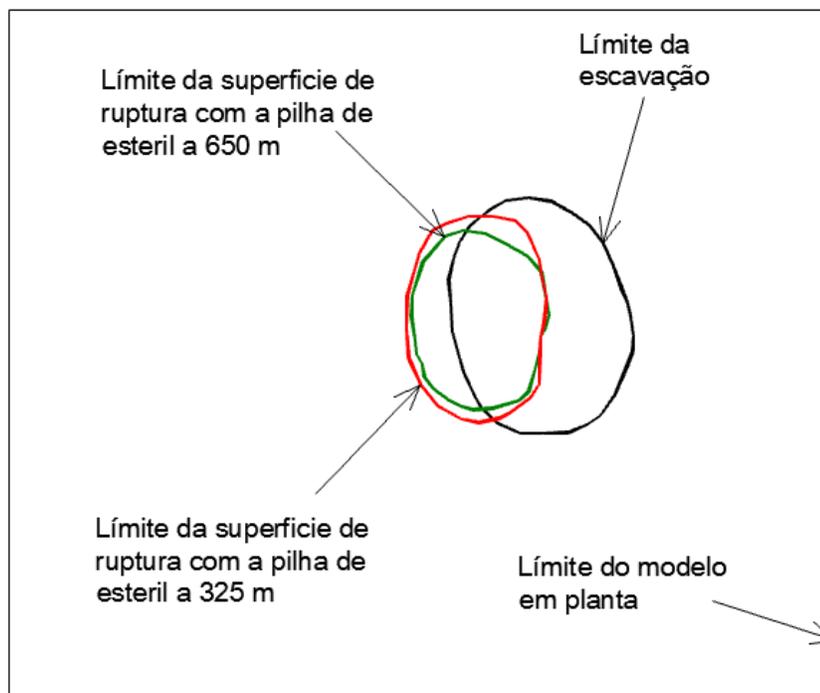


Figura 5.9 – Potenciais superfícies de ruptura com a presença da pilha de estéril afastadas a 325m e 650m da borda da escavação.

5.4. Fatores de segurança pseudo-estático

Como projeto se situa em região de atividade sísmica, também foram feitas análises pseudo-estáticas considerando um coeficiente sísmico horizontal $k_H=0.2$ equivalente a 50% da aceleração máxima do terremoto máximo provável na zona do projeto. Para as análises pseudo-3D e 3D a direção da força pseudo-estática também foi variada para verificar a influência da orientação no valor do fator de segurança.

A Figura 5.10 mostra a variação do fator de segurança com a direção da linha de ação da força pseudo-estática, onde o comprimento de cada seta representa o valor do fator de segurança naquela direção. Pode-se observar que os fatores de segurança mínimos acontecem numa determinada faixa de direções. Os valores que se encontram no lado do semi-eixo positivo X representam os valores do fator de segurança do talude que se encontra do lado direito da escavação e os valores no lado do semi-eixo negativo X representam os fatores de segurança para o talude oposto.

Na Figura 5.10 também se mostra os valores de fator de segurança para o caso de 2D, se pode observar que o fator de segurança no caso do modelo 3D é maior, devido a que a força pseudo-estática no caso 2D é aplicada integralmente numa direção.

Na Tabela 5.4 é mostrada a variação da localização da superfície de ruptura de acordo a direção da força pseudo-estática, a linha azul representa a borda da escavação e a linha vermelha representa a superfície de ruptura. A força pseudo-estática nas direções Y, XY, X e X-Y originam superfícies de ruptura no lado direito da escavação e a força na direção -Y, -X-Y, -X e -XY originam superfícies de ruptura no lado oposto. Além de isso, a localização de cada uma das superfícies é diferente para cada direção de força. Também se pode observar, no modelo 3D, que os eixos das superfícies de falha não coincidem com a direção da força.

Os valores dos fatores de segurança para a mesma seção transversal da análise 2D estão mostrados na Tabela 5.5 para as situações estática e pseudo-estática. Devido ao baixo valor do fator de segurança pseudo-estático computado na análise 2D após as três últimas etapas de escavação uma análise dinâmica

completa seria necessária para melhor investigar as condições de equilíbrio dos taludes.

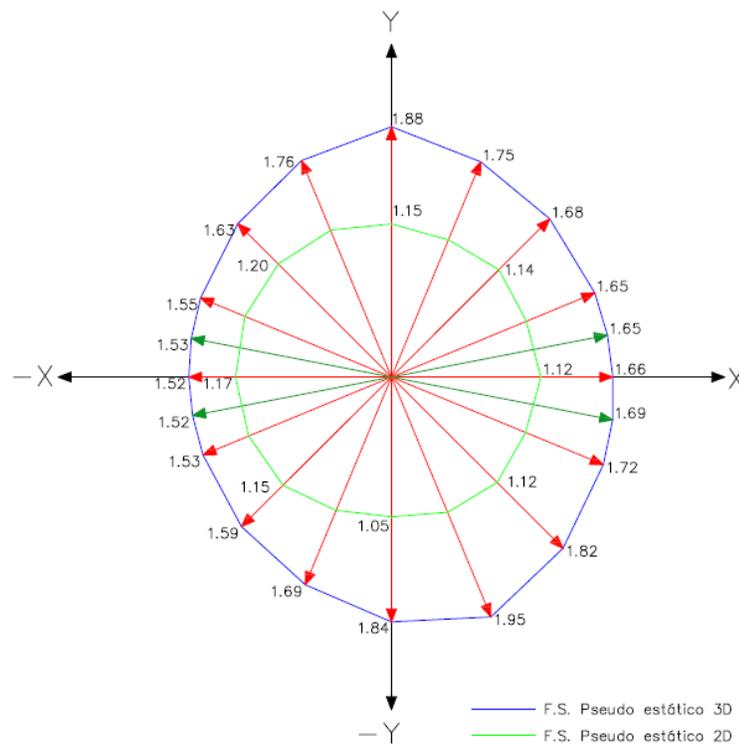


Figura 5.10 - Variação dos fatores de segurança pseudo-estático de acordo a direção da força pseudo-estática

Tabela 5.4 Localização e forma da superfície de ruptura de acordo a direção da força pseudo-estática.

Direção da força pseudo-estática	Fator de segurança	Localização da superfície de ruptura
Y	1.88	
X, Y	1.68	
X	1.66	

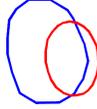
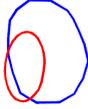
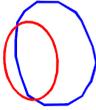
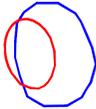
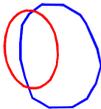
X,-Y	1.82	
-Y	1.84	
-X,-Y	1.59	
-X	1.52	
-X, Y	1.63	

Tabela 5.5 Fatores de segurança ao longo da profundidade de escavação.

Descrição	Fase	Profundidade (m)	2D	Pseudo 3D	3D
Análise estática	Fase 01	108	3.75	4.94	4.73
	Fase 02	216	2.97	3.66	3.39
	Fase 03	324	2.79	3.28	3.34
	Fase 04	432	2.19	2.67	2.74
	Fase 05	540	1.82	2.22	2.28
	Fase 06	648	1.61	2.01	2.28
	Fase 07	756	1.50	1.93	2.09
	Fase 08	864	1.48	2.02	2.03
Análise Pseudo Estática	Fase 01	108	2.89	3.83	2.59
	Fase 02	216	2.82	3.41	2.57
	Fase 03	324	2.32	2.66	2.55
	Fase 04	432	1.56	1.99	2.01
	Fase 05	540	1.29	1.67	1.71
	Fase 06	648	1.16	1.51	1.70
	Fase 07	756	1.08	1.45	1.57
	Fase 08	864	1.12	1.51	1.52

5.5. Influência da geometria 3D

A influência da geometria 3D do problema no valor do fator de segurança foi avaliada comparando diferentes graus de inclinação da escavação, entre 44° e 57°, nos modelos 3D e 2D (Figura 5.11), considerando rocha homogênea de peso específico 27,3 kN/m³, $c'=1,9\text{MPa}$ e $\phi'=44,7^\circ$. A Tabela 5.6 lista os fatores de segurança calculados, indicando que em análises 3D o fator de segurança calculado com a inclinação de 57° continua superior àquele determinado na análise 2D com inclinação de talude de 44°. O valor do fator de segurança no análises 2D tende a ser igual ao análise 3D só quando existe uma diferença de 13° entre eles.

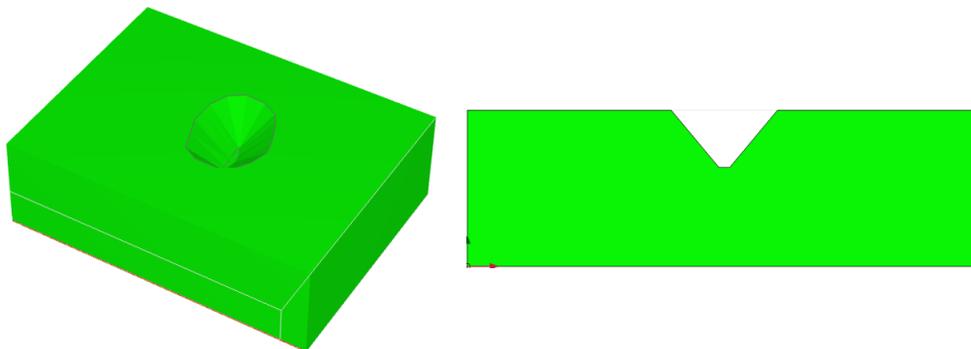


Figura 5.11 – Modelos 3D e 2D usados para avaliar o fator de segurança com a variação da inclinação do talude

Tabela 5.6 Fatores de segurança para diferentes graus de inclinação do talude em rocha homogênea.

Grau de inclinação (°)	2D	3D	H/R _{menor}
44	1.97	2.49	0.88
45	1.92	2.55	0.91
46	1.88	2.53	0.94
47	1.83	2.39	0.97
48	1.79	2.40	1.00
49	1.78	2.36	1.04
50	1.72	2.24	1.07
51	1.70	2.19	1.10
52	1.65	2.13	1.14
53	1.58	2.06	1.18
54	1.57	2.04	1.22
55	1.53	2.01	1.26
56	1.48	1.99	1.30
57	1.44	1.95	1.34

6 Conclusões e sugestões

Esta dissertação teve como objetivo principal a investigação do comportamento de taludes de grande altura de uma mina a céu aberto localizada no Peru, em termos de fatores de segurança e deslocamentos induzidos pela escavação que vai atingir 864 m de profundidade.

Para atingir este objetivo central foram empregados programas computacionais em elementos finitos para análises bi e tridimensionais, considerando o modelo constitutivo de Mohr-Coulomb e seis diferentes tipos de rochas existentes na área do projeto.

No decorrer das análises, outros objetivos secundários da pesquisa foram também contemplados como a investigação da influência da orientação da força pseudo-estática horizontal em análises de estabilidade envolvendo carregamentos sísmicos bem como os efeitos de pilhas de desmonte, localizadas nas proximidades das bordas da escavação, e a influência da geometria 3D nos valores dos fatores de segurança.

Em relação a estes aspectos algumas das conclusões apenas confirmam as informações já reportadas na literatura, como:

I) fatores de segurança calculados em modelos 3D em geral resultam superiores aos correspondentes valores determinados em modelos 2D, o que de certa forma explica a predominância de análises 2D na engenharia geotécnica.

II) para taludes de grande altura a execução de análises 3D é justificável e se recomenda, porque a adoção de resultados de modelos 2D podem se revelar muito conservadores, em consequência antieconômica pela quantidade de material estéril para manter a inclinação do talude. Por exemplo, o fator de segurança para a última etapa de escavação no modelo 2D resulta no valor $FS = 1.48$, indicando um grau médio de segurança contra perda de vidas humanas,

prejuízos financeiros e danos ao meio ambiente, enquanto que no modelo 3D o valor calculado $FS = 2.02$ representa um grau de segurança alta.

III) O valor do fator de segurança nas análises 2D tende a ser igual à análise 3D só quando existe uma diferença de 13° entre eles, o qual contradisse o indicado por Hoek e Bray (1981), o qual indica que a diferença só é 10° .

IV) A força pseudo-estática na direções Y, XY, X e X-Y originam superfícies de ruptura no lado direito da escavação e as força na direção -Y, -X-Y, -X e -XY originam superfícies de ruptura no lado oposto. Além de isso, a localização de cada uma das superfícies é diferente para cada direção de força. Também se pode observar, no modelo 3D, que os eixos das superfícies de falha não coincidem com a direção da força.

V) os valores do fator de segurança calculados no modelo 3D considerando ou não as presenças da pilha de estéril foram próximas entre si. No entanto, verificou-se que as potenciais superfícies de ruptura são diferentes, dependendo da distância da pilha em relação à borda da escavação.

VI) os valores dos fatores de segurança pseudo-estático são significativamente influenciados pela orientação das forças estáticas que, em análises 2D, são formalmente consideradas na direção horizontal contida no plano da seção analisada.

VII) a geometria 3D influencia no o valor do fator de segurança nas análises, explicando o mecanismo que gera fatores de segurança superiores aos determinados em análises 2D.

VIII) a melhor localização de área para receber a pilha de estéril parece estar fora daquela determinada inicialmente sem a presença da pilha.

IX) a geração de malhas de elementos finitos 3D não é tarefa simples, em casos de litologias variáveis, como nesta pesquisa, onde foi necessário importar blocos de elementos criados no programa computacional Autocad Civil 3D. Uma malha muito refinada também não é garantia da obtenção de resultados mais precisos. Além de produzir análises que exigem maior tempo de processamento, um alto grau de discretização teve a tendência de produzir pequenas rupturas superficiais.

X) durante a construção do modelo 3D, o cuidado deve ser tomado com a precisão dos lados do modelo e também na união dos elementos, o Plaxis pode considerar elementos fora do modelo se tiver uma precisão inferior a quatro decimais (1×10^{-4}).

XII) em tempos de processamento, o programa Plaxis 2D demorou cerca de 2 minutos para a execução de análises tensão x deformação e 5 minutos para determinação do fator de segurança em cada etapa de escavação. O programa Plaxis 3D, para as mesmas tarefas, demorou entre 4 a 5 horas na análise tensão x deformação e entre 8 a 12 horas no cálculo dos fatores de segurança em cada etapa de escavação. O tempo de processamento nas simulações 3D foi 15 vezes superior ao tempo das análises 2D com um microcomputador com RAM de 16 GB e processador de 2.8 GHz.

Finalmente como contribuição para futuras pesquisas neste tema, sugere-se considerar a hipótese da existência de fraturas. Para não complicar em excesso o problema, em análises 3D com diferentes litologias, a representação poderia ser feita com base no método estendido dos elementos finitos (XFEM) onde a existência de fraturas não é fisicamente modelada na discretização.

Referências bibliográficas

ACHIREKO, PETER KWAGYAN. "**Application of modified conditional simulation and artificial neural networks to open pit optimization**", 1998.

BARTON, N. **Estimating the shear strength of rock joints**. Proc. of 3rd Congr. Int. Soc. Rock Mech. Advances in rock mechanics, Denver, v. II A, p. 219-220, 1974.

BIENIAWSKI, Zdzisław Tadeusz. **Engineering rock mass classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering**. John Wiley & Sons, 1989.

BRADY, B. H. G and BROWN, E. T. **Rock Mechanics for underground mining**, 3ª. Ed, Springer Netherlands. 2006.

ELORRIETA, CARLOS. **Aplicação do método dos elementos discretos na modelagem do mecanismo de tombamento bloco-flexural em taludes rochosos**. Diss. PUC-Rio, 2014.

GARCIA, DEYSI. **Análise numérica da estabilidade de taludes de mineração a céu aberto em maciço de rocha fraturada**. Diss. PUC-Rio, 2015.

GAVILANES, HERNÁN. **Análise do campo de deslocamento para estabilidade de taludes de grande altura em mineração**. Diss. PUC-Rio, 1999.

GOODMAN, R. E. **Deformability of joints, determination of the in situ modulus of deformation of rock**. In Symposium in Denver, ASTM, Special Technical Publication 477, Colorado, p. 174 - 196, 1970.

GUIMARÃES, D. S. T., 2014, **Estabilidade de Taludes de Escavação em Mina de Grafita**. Tese do mestrado, Universidad Federal de Alfenas/Brasil.

HAMMAH, REGINALD. "**A comparison of finite element slope stability analysis with conventional limit-equilibrium investigation.**" Proceedings of the 58th Canadian Geotechnical and 6th Joint IAHC-CNC and CGS Groundwater Specialty Conferences—GeoSask 2005. 2005.

HERGET, G. **Stresses in rock.** Balkema: Rotterdam, A. A, 1988.

HOEK, E. **Influence of drilling and blasting on the stability of slopes in open pit mines and quarries.** En Proc. Atlas Copco Bench Drilling Days symp. 1975.

HOEK, E.; BRAY, J. **Rock Slope Engineering.** UK: E and FN Spon, 2-6 Boundary Row, London SE1 8HN, 1996.

Hoek, Evert, Carlos Carranza-Torres, and Brent Corkum. "**Hoek-Brown failure criterion-2002 edition.**" Proceedings of NARMS-Tac 1 (2002): 267-273.

HOEK, E.; & BROWN, E. T. **Empirical Strength Criterion for Rock Masses.** Journal of Geotechnical Engineering (ASCE) 106(GT9), 1980.

HOEK, E.; KAISER, P.; BANDEN, W. **Support of Underground Excavations in Hard Rock.** Directorate and Universities Research Incentive Fund, 1995.

HOEK, E.; READ, J.; Karzulovic, A.; and Chen, Z. Y. **Rock slopes in Civil and Mining Engineering.** International Conference on Geotechnical and Geological Engineering, GeoEng2000, 19-24 November, Melbourne. 2000.

HOEK, EVERT, AND JONATHAN D. BRAY. **Rock slope engineering.** CRC Press, 1981.

HOEK, Evert; DIEDERICHS, Mark S. **Empirical estimation of rock mass modulus.** International journal of rock mechanics and mining sciences, v. 43, n. 2, p. 203-215, 2006.

ISRM: **Suggested methods for geophysical logging of boreholes.** Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 18, p. 67 - 84, 1981.

JING, LANRU. "**A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering.**" International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 40.3 (2003): 283-353.

LORING, L.; VARONA, P. **Practical Slope-Stability Analysis Using Finite - Difference Codes.** Slope Stability in Surface Mining, p. 115 - 124, W. A. Hustrulid et al., Eds. Littleton, Colorado: SME,2009

LYNCH, R. A.; MALOVICHKO, D. A. **Seismology and slope stability in open pit mines.** In: Proceedings of The South African Institute of Mining and Metallurgy, International Symposium of Stability of Rock Slopes in Open pit Mining and Civil Engineering. 2006. p. 375-390.

MACAZANA E. RONALD. **Análise Numérica de Taludes de Grande Altura na Mineração a Céu Aberto.** Diss. PUC-Rio, 2016.

MEJIA, LUIS. **Modelagem do mecanismo de ruptura tipo step-path em taludes rochosos fraturados através de métodos de elementos discretos.** Diss. PUC-Rio, 2010.

MEDINA, EDUARDO. **Estabilidade de taludes de grande altura em minas a céu aberto.** Diss. PUC-Rio, 1995.

NARENDRANATHAN, S., et al. **The Effect of Slope Curvature in Rock Mass Shear Strength Derivations for Stability Modeling of Foliated Rock Masses.** En 47th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. American Rock Mechanics Association, 2013.

PLAXIS 2D. **User's Manual. Netherlands:** Delft University of Technology & PLAXIS, 2015a.

PLAXIS 3D. **User's Manual. Netherlands:** Delft University of Technology & PLAXIS, 2015b.

PRIEST, S. D. **Discontinuity Analysis for Rock Engineering.** Londres: Chapman & Hall, University of South Australia, 1993.

PRICE, D. G., et al. **A study of the tensile strength of isotropic rocks**. En 1st ISRM Congress. International Society for Rock Mechanics, 1966.

HOEK, Evert, et al. **Rock slopes in civil and mining engineering**. En ISRM International Symposium. International Society for Rock Mechanics, 2000.

ROCSCIENCE. RockLab, **Program for determining rock mass strength parameters, based on the latest version of the generalized Hoek-Brown failure criterion**, Rocscience Inc., Toronto, 2016.

SAIANG, David; GYWNN, Xander; MARSHALL, Neil. **Hoek-Brown vs. Mohr-Coulomb—Results from a Three-dimensional Open-Pit/Underground Interaction Model**. In: Bergmekanikdagen 2014. 2014.

SILVA, NELSON CAMURUGI SENHORINHO. **Metodologia de planejamento estratégico de lavra incorporando riscos e incertezas para a obtenção de resultados operacionais**. Diss. Universidade de São Paulo, 2008.

SJÖBERG, J. **Analysis of Large Scale Rock Slopes**. Doctoral Thesis, Division of Rock Mechanics. Luleå University of Technology, Sweden. 1999.

STACEY, T. R. **Stability of Rock Slopes in Open Pit Mines**. National Mechanical Engineering Research Institute. Council for Scientific and Industrial Research, CSIR Report MEG 737, Pretoria, South Africa. 1968.

STACEY, T. R. **The Stresses Surrounding Open-Pit Mine Slopes**. In Planning Open Pit Mines, Proc. Symposium on the Theoretical Background to the Planning of Open Pit Mines with Special Reference to Slope Stability (Johannesburg, August 29 - September 4, 1970), Cape Town: A. A. Balkema, 1970.

STACEY, T. R. **Three-Dimensional Finite Element Stress Analysis Applied to Two Problems in Rock Mechanics**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics, Gran Britain, 1972.

STACEY, T. R. **Stability of Rock Slopes in Mining and Civil Engineering Situations**. National Mechanical Engineering Research Institute. Council for

Scientific and Industrial Research, CSIR Report ME 1202, Pretoria, South Africa, 217 p. 1973.

STACEY, P. **Fundamentals of slope design**. In Guidelines for Open Pit Slope Design, J. Read and P. Stacey (eds), 1-14, 2009.

TERZAGHI, K. (1936) -**Presidential Address**. First International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Massachusetts, vol 1.

TERZAGHI, K. (1950) - **Application of Geology to Engineering Practice**: Berkeley Volume. Geological Soc. of America.

TRISTÁ A. CARLOS. **Aplicação de Métodos de Análise de Estabilidade de Taludes de Grande Altura em Mineração**. Diss. PUC-Rio, 2009.

WITTKE, W. **Rock Mechanics Based on an Anisotropic Jointed Rock Model (AJRM)**. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2014.

WYLLIE, D. C and MAH, C. **Rock Slope Engineering: Civil and mining**. 4^a. ed. New York: Spon Press, 2005.

ZIENKIEWICZ, Ogiard Cecil. **Methoden der finiten Elemente**. Muenchen: Hanser, 1975, 1975.