

## 7

### **Experimento: Identificação dos parâmetros modais de um rotor**

#### 7.1

##### **Introdução**

Como exemplo de aplicação prática, um experimento foi realizado para identificar os parâmetros modais de um rotor flexível. O ERA/DC (Eigensystem Realization Algorithm/ Data Correlation) é empregado para identificar o amortecimento viscoso e frequências naturais de um rotor flexível a diferentes velocidades de rotação, usando dados experimentais. Testes experimentais foram realizados em uma bancada de provas a qual tem um rotor montado em um eixo flexível apoiado sob mancais rígidos (rolamentos). Forças de desbalanceamento e efeito giroscópico, devido a posição do rotor não ser simétrica com respeito dos mancais, excitam o movimento do sistema. Fixando a velocidade de rotação, o rotor é submetido a uma prova com o martelo de impacto. A força de impacto e as respostas são medidas para ser usadas como dados do algoritmo de identificação. A eficácia do método para reproduzir a dinâmica do rotor e identificar o amortecimento é validada com base na comparação da resposta em frequência reproduzida com os parâmetros identificados para cada experimento com o rotor estático, com o rotor em rotação na velocidade de 16 Hz e na velocidade de 32 Hz. Também é feita a comparação do diagrama de Campbell usando os resultados da identificação e os diagramas de Campbell obtidos experimental e analiticamente.



Figura 7.1: Vista geral da bancada de provas.

## 7.2

### Modelo suposto para o sistema estudado

Na modelagem do sistema estudado, considera-se um eixo elástico montado sobre mancais rígidos (Ver Figuras 7.2 e 7.3). O eixo porta um disco rígido numa posição não-simétrica com respeito dos mancais. Como na análise considera-se também que a massa do eixo é desprezível com respeito da massa do disco, as coordenadas de movimento do sistema serão escritas em termos das rotações e translações do disco no plano perpendicular ao eixo de rotação. No Anexo C apresenta-se as matrizes de massa e rigidez calculadas analiticamente e o modelo em espaço de estados.

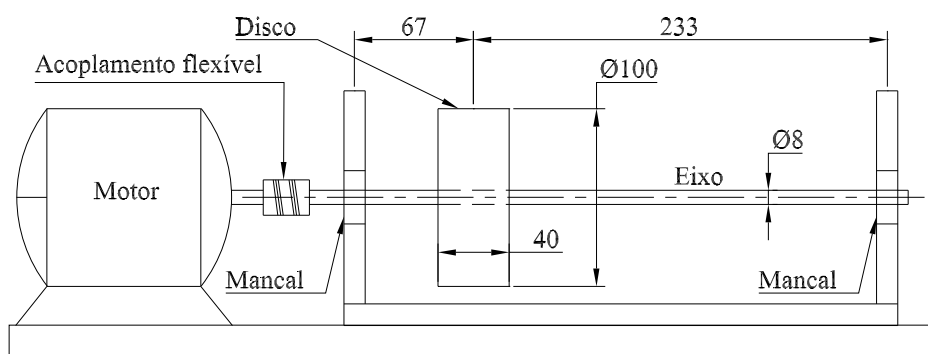


Figura 7.2: Esquema da bancada de provas (todas as dimensões em milímetros).

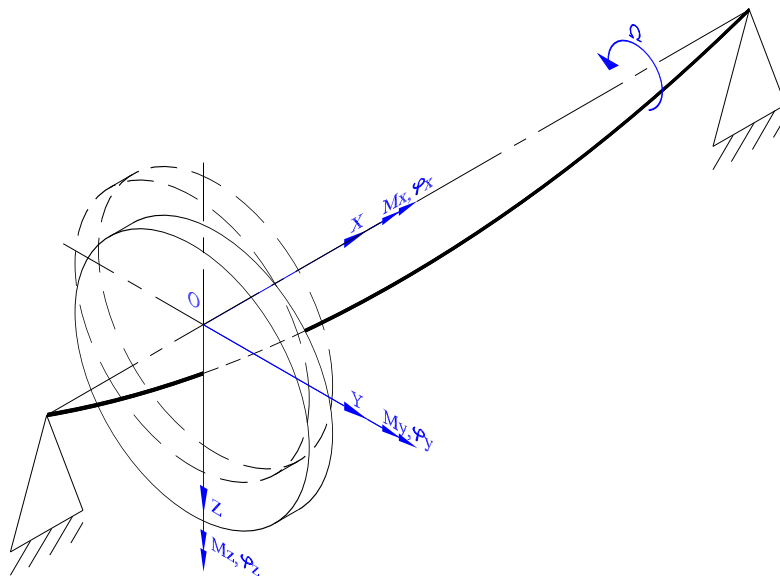


Figura 7.3: Modelo do rotor e sistema de coordenadas.

### 7.3 Experiências com o rotor estático

Realizaram-se vários testes na bancada com o rotor estático tentando excitar os modos de flexão e os modos relacionados com o efeito giroscópico; primeiro, posicionando um sensor e excitando com o martelo de impacto no plano vertical do rotor; segundo, posicionando um sensor e excitando com o martelo de impacto no plano horizontal do rotor; terceiro, usando dois sensores, nas direções vertical e horizontal, excitando com o martelo de impacto a  $45^\circ$ ; e quarto, posicionando um sensor na direção axial do rotor e excitando na mesma direção. Ver Figuras 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7.

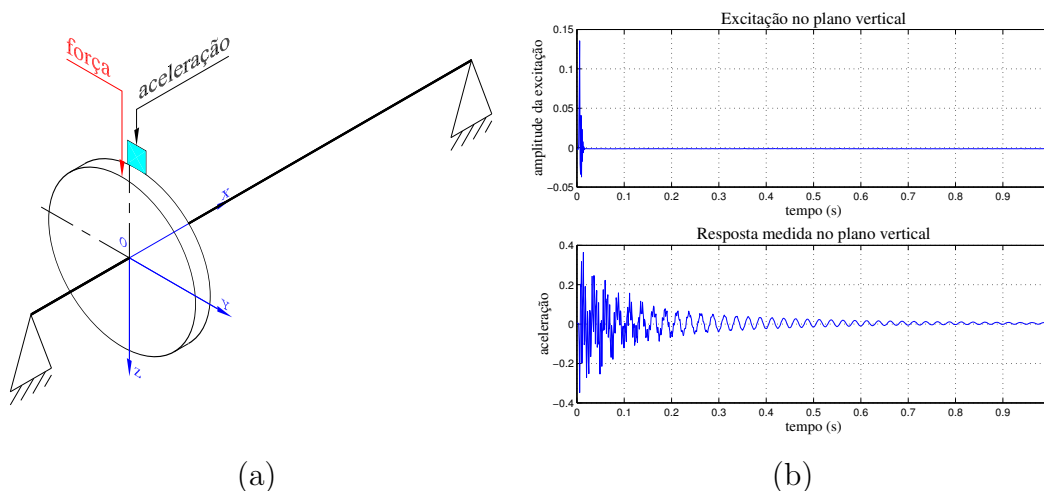


Figura 7.4: Teste com um sensor e excitação no plano vertical do rotor: (a) Configuração; (b) Dados medidos.

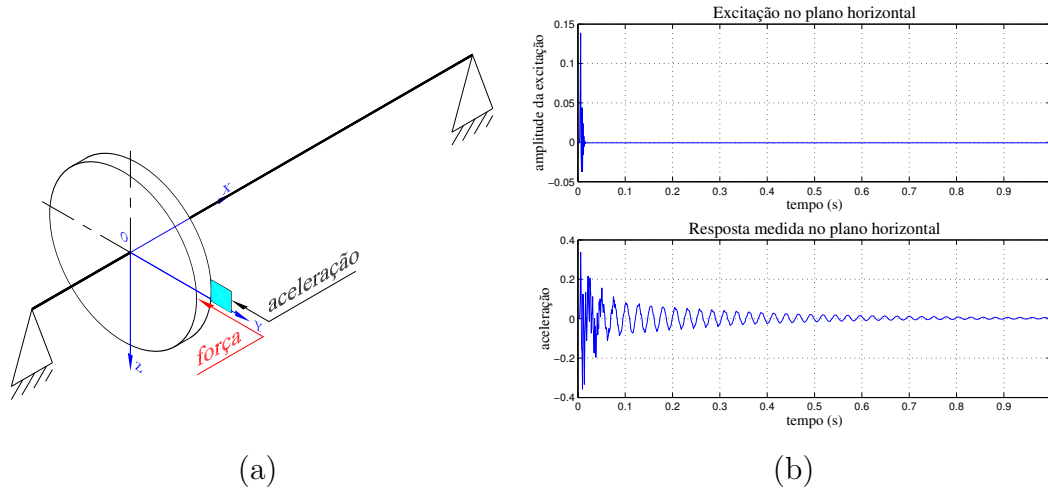


Figura 7.5: Teste com um sensor e excitação no plano horizontal do rotor: (a) Configuração; (b) Dados medidos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115595/CA

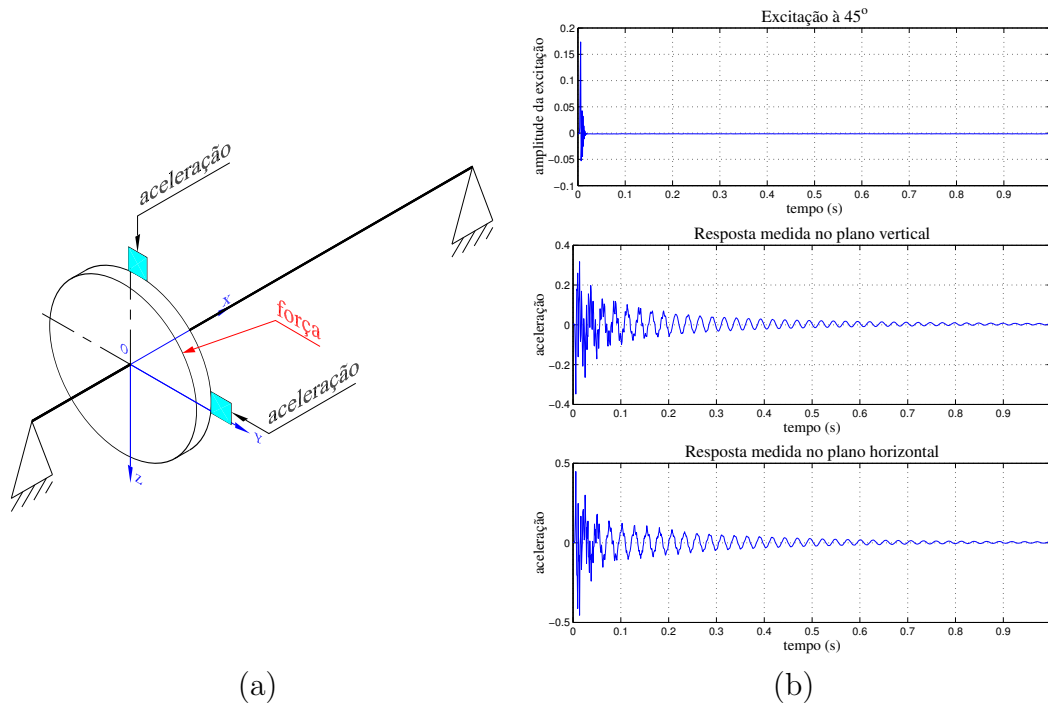


Figura 7.6: Teste com dois sensores e excitação a 45°: (a) Configuração; (b) Dados medidos.

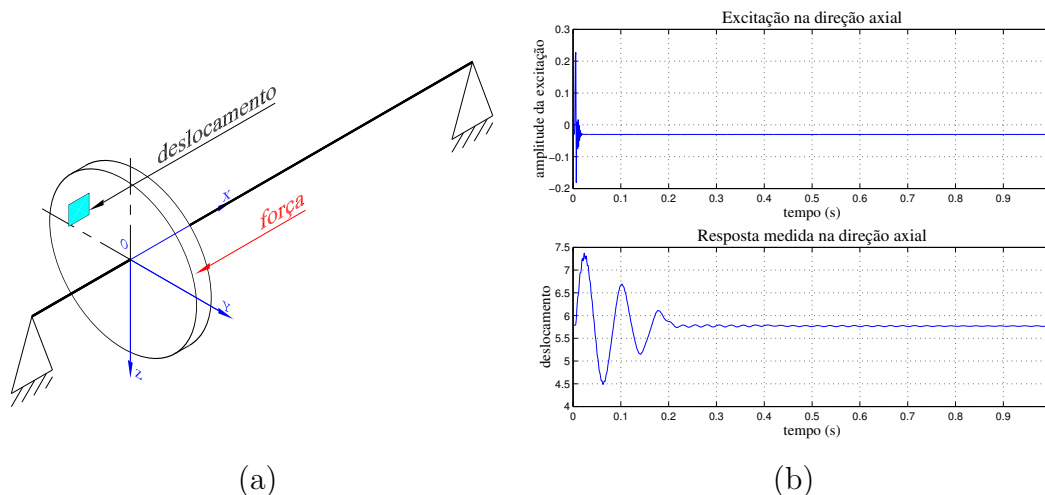


Figura 7.7: Teste com um sensor e excitação na direção axial do rotor: (a) Configuração; (b) Dados medidos.

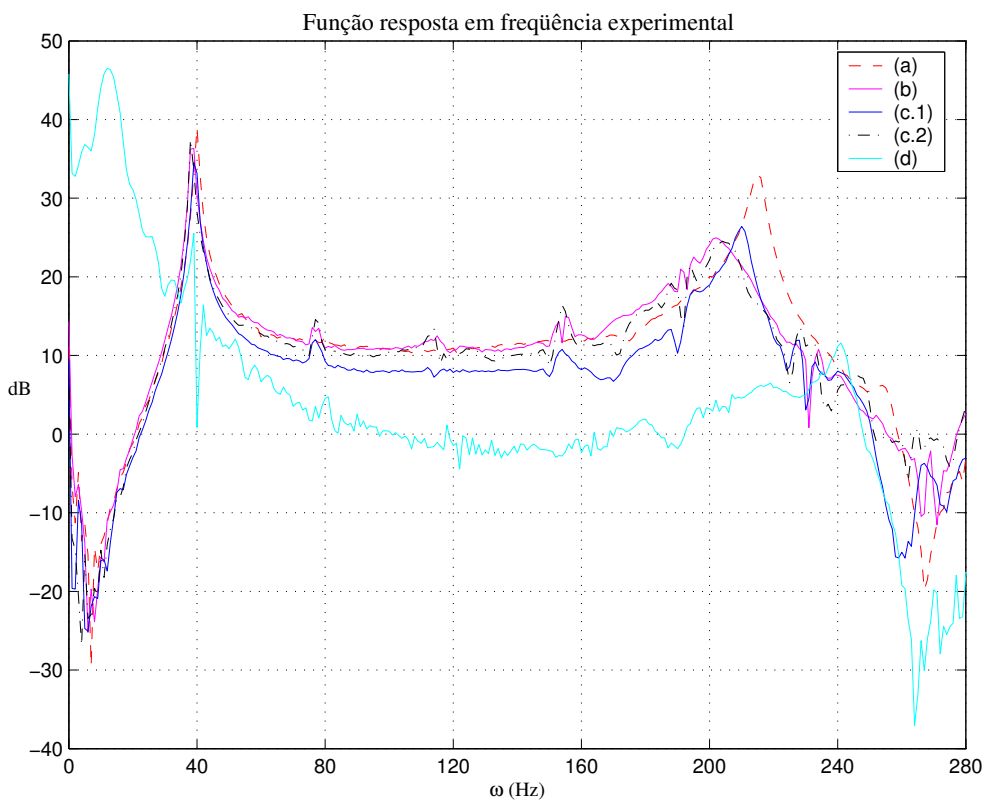


Figura 7.8: Função resposta em frequência para cada teste com o rotor estático: (a) Teste no plano vertical; (b) Teste no plano horizontal; (c.1) Medição no plano vertical (excitação a 45°); (c.2) Medição no plano horizontal (excitação a 45°); (d) Teste na direção axial.

Dos testes realizados e observando as FRF para cada caso, mostradas na Fig. 7.8, a primeira frequência natural para o rotor estático é claramente

a 40 Hz aproximadamente; uma segunda frequência foi achada entre 200 Hz e 220 Hz, mas pode ser da estrutura suporte; por outro lado a FRF dos dados medidos na direção axial (d), mostra a frequência de 13 Hz aproximadamente (que corresponde ao acoplamento flexível), a de 40 Hz consegue ser “observada” por o sensor axial e uma outra a 240 Hz aproximadamente a qual foi descartada como frequência associada ao modo 3 ou 4, dado que em testes posteriores realizados com o rotor em rotação, dita frequência não mudava, o que deveria acontecer se fosse uma frequência associada a um modo devido ao efeito giroscópico. Portanto, no processo de identificação se procurará identificar só as frequências naturais e fatores de amortecimento associados aos modos de flexão vertical e horizontal do rotor.

Para identificar a quádrupla ( $\hat{\mathbf{A}}$ ,  $\hat{\mathbf{B}}$ ,  $\hat{\mathbf{C}}$ ,  $\hat{\mathbf{D}}$ ) que represente a dinâmica do rotor (estático), usaram-se  $k = 350$  parâmetros de Markov no algoritmo ERA/DC, para todos os casos com o rotor estático. A frequência de amostragem foi de 1024 Hz e foram tomadas 1024 amostras. A seguir se detalha os resultados.

### 7.3.1

#### Resultados da identificação usando as medições do teste no plano vertical com rotor estático

Na Tabela 7.1 apresenta-se os primeiros 6 pares de autovalores complexos conjugados ( $z$ ) da matriz de estado identificada  $\hat{\mathbf{A}}$  no tempo discreto, ordenados segundo a MRM (Magnitude de Resposta Modal). Considerando a ordem do sistema em espaço de estados igual a 4, os autovalores com maiores valores de MRM que tenham valor de MAC mais perto de 1 serão considerados relevantes.

N°	$z$	MRM	MAC	considerado
1	$0.96673 \pm 0.24171i$	$4.72 \times 10^{-3}$	<b>0.99999</b>	<b>sim</b>
2	$0.24446 \pm 0.95635i$	$1.36 \times 10^{-3}$	<b>0.99993</b>	<b>sim</b>
3	$0.24707 \pm 0.84826i$	$1.06 \times 10^{-3}$	0.96178	não
4	$-0.98560 \pm 0.04478i$	$9.49 \times 10^{-4}$	0.99981	não
5	$-0.93880 \pm 0.27687i$	$7.24 \times 10^{-5}$	0.99346	não
6	$0.01072 \pm 0.97728i$	$5.76 \times 10^{-5}$	0.98351	não

Tabela 7.1: Seleção dos autovalores mais relevantes do sistema identificado (considerando a ordem do sistema igual a 4).

Na Tabela 7.2 apresenta-se as frequências naturais e fatores de amortecimento identificados calculados dos autovalores considerados relevantes.

N°	$z$	$\omega$ (Hz)	$\zeta$ (%)
1	$0.96673 \pm 0.24171i$	39.9	1.434
2	$0.24446 \pm 0.95635i$	215.2	0.983

Tabela 7.2: Teste no plano vertical com rotor estático - Frequências naturais e fatores de amortecimento identificados.

Usando uma redução em primeira ordem na base modal, a ordem do sistema, inicialmente sobre-dimensionado, é reduzido para 4, ou seja, contendo dois modos com frequências naturais de 39.9 Hz e 215.2 Hz. Na Fig. 7.9 a FRF do sistema identificado reduzido é comparada com a FRF experimental do rotor obtida no teste no plano vertical (estático).

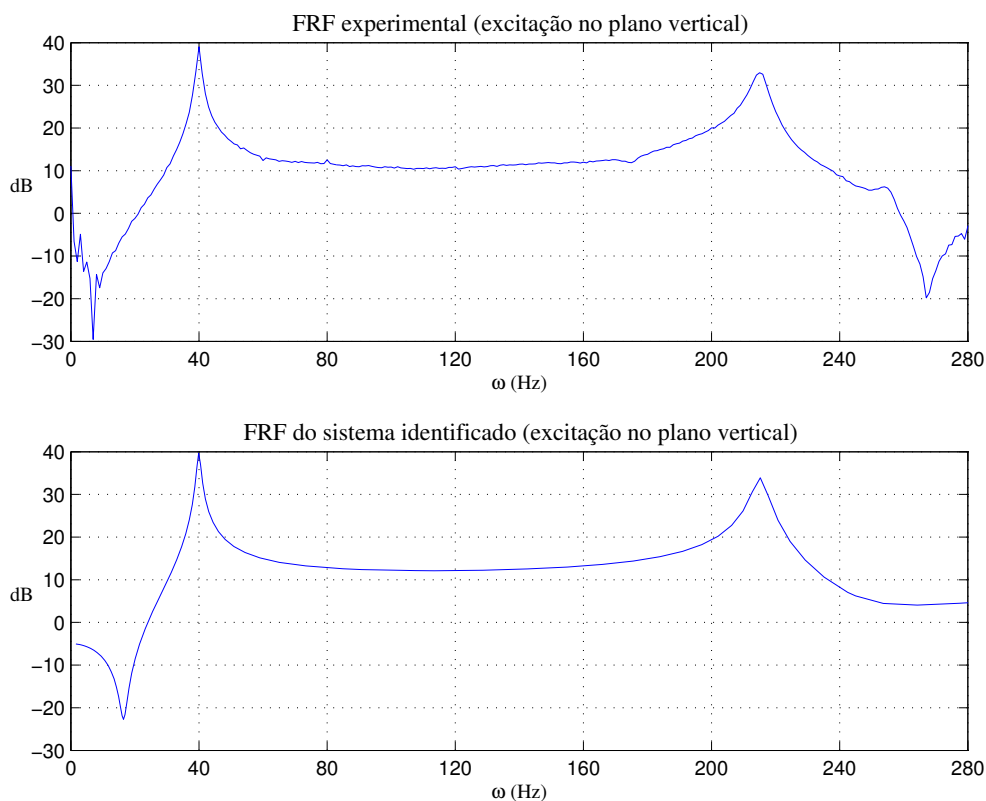


Figura 7.9: Teste no plano vertical com rotor estático - Comparação da FRF experimental e a FRF do sistema identificado.

### 7.3.2 Resultados da identificação usando as medições do teste no plano horizontal com rotor estático

Na Tabela 7.3 apresenta-se os primeiros 6 pares de autovalores complexos conjugados ( $z$ ) da matriz de estado identificada  $\hat{\mathbf{A}}$  no tempo discreto, ordenados segundo a MRM (Magnitude de Resposta Modal). Considerando a ordem do sistema em espaço de estados igual a 4, os autovalores com

maiores valores de MRM que tenham valor de MAC mais perto de 1 serão considerados relevantes.

N°	$z$	MRM	MAC	considerado
1	$0.96872 \pm 0.23340i$	$3.30 \times 10^{-3}$	<b>1.00000</b>	<b>sim</b>
2	$0.31450 \pm 0.90268i$	$2.05 \times 10^{-3}$	<b>0.98575</b>	<b>sim</b>
3	$-0.96820 \pm 0.05829i$	$5.90 \times 10^{-4}$	0.98887	não
4	$-0.97762 \pm 0.08576i$	$2.72 \times 10^{-4}$	0.99640	não
5	$-0.16520 \pm 0.95539i$	$8.69 \times 10^{-5}$	0.97864	não
6	$0.88647 \pm 0.45470i$	$4.28 \times 10^{-5}$	0.96917	não

Tabela 7.3: Seleção dos autovalores mais relevantes do sistema identificado (considerando a ordem do sistema igual a 4).

Na Tab. 7.4 apresenta-se as frequências naturais e fatores de amortecimento identificados calculados dos autovalores considerados relevantes.

N°	$z$	$\omega$ (Hz)	$\zeta$ (%)
1	$0.96872 \pm 0.23340i$	38.5	1.509
2	$0.31450 \pm 0.90268i$	201.5	3.648

Tabela 7.4: Teste no plano horizontal com rotor estático - Frequências naturais e fatores de amortecimento identificados.

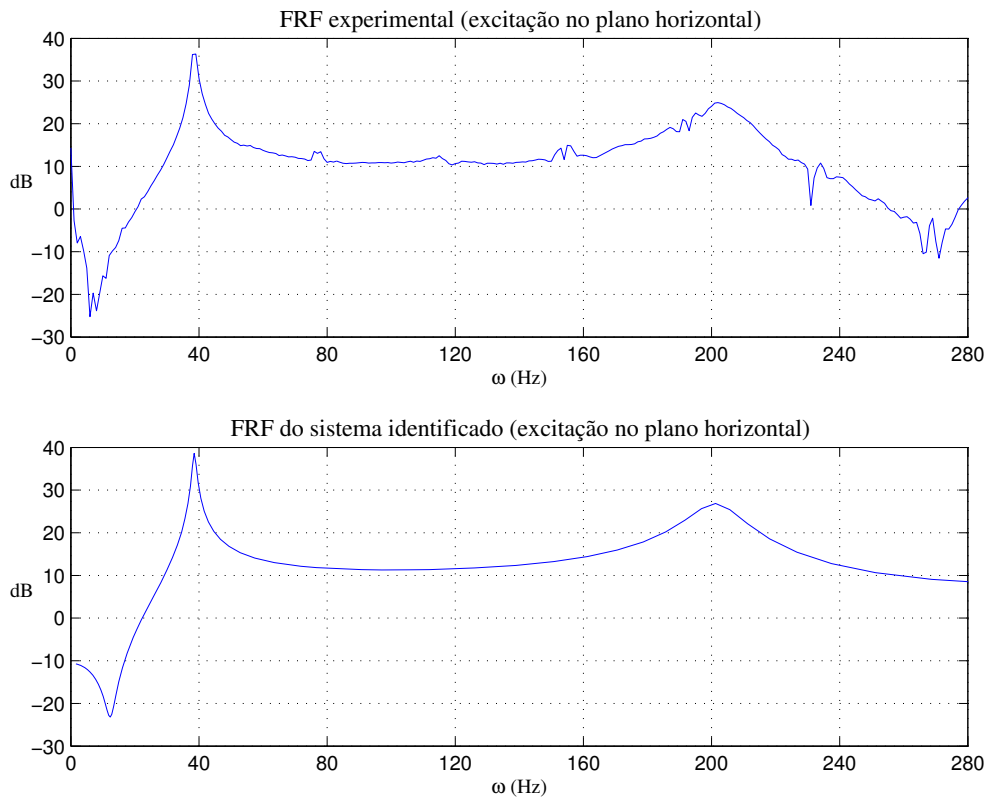


Figura 7.10: Teste no plano horizontal com rotor estático - Comparação da FRF experimental e a FRF do sistema identificado.



Usando uma redução em primeira ordem na base modal, a ordem do sistema, inicialmente sobre-dimensionado, é reduzido para 4, ou seja, contendo dois modos com frequências naturais de 38.5 Hz e 201.5 Hz. Na Fig. 7.10 a FRF do sistema identificado reduzido é comparada com a FRF experimental do rotor obtida no teste no plano horizontal (estático). Observa-se que a FRF do sistema identificado tem boa aproximação da FRF experimental, as amplitudes nas frequências relevantes são bem similares.

### 7.3.3

#### Resultados da identificação usando as medições nos planos vertical e horizontal do teste com excitação a 45° no rotor estático

Na Tabela 7.5 apresenta-se os primeiros 6 pares de autovalores complexos conjugados ( $z$ ) da matriz de estado identificada  $\hat{\mathbf{A}}$  no tempo discreto, ordenados segundo a MRM (Magnitude de Resposta Modal). Considerando a ordem do sistema em espaço de estados igual a 8 (2 modos em cada plano), os autovalores com maiores valores de MRM que tenham valor de MAC mais perto de 1 serão considerados relevantes.

N°	$z$	MRM	MAC	considerado
1	$0.96795 \pm 0.23806i$	$3.44 \times 10^{-3}$	<b>1.00000</b>	<b>sim</b>
2	$0.97010 \pm 0.23263i$	$2.24 \times 10^{-3}$	<b>0.99996</b>	<b>sim</b>
3	$0.29297 \pm 0.91702i$	$1.57 \times 10^{-3}$	<b>0.99790</b>	<b>sim</b>
4	$-0.97702 \pm 0.07071i$	$6.29 \times 10^{-4}$	0.99756	não
5	$0.27281 \pm 0.94666i$	$6.12 \times 10^{-4}$	<b>0.99986</b>	<b>sim</b>
6	$-0.98033 \pm 0.10165i$	$3.13 \times 10^{-4}$	0.99595	não

Tabela 7.5: Seleção dos autovalores mais relevantes do sistema identificado (considerando a ordem do sistema igual a 8).

Na Tabela 7.6 apresenta-se as frequências naturais e fatores de amortecimento identificados calculados dos autovalores considerados relevantes.

N°	$z$	$\omega$ (Hz)	$\zeta$ (%)
1	$0.96795 \pm 0.23806i$	39.3	1.331
2	$0.97010 \pm 0.23263i$	38.4	1.022
3	$0.29297 \pm 0.91702i$	205.7	3.013
4	$0.27281 \pm 0.94666i$	210.3	1.157

Tabela 7.6: Teste com excitação a 45° no rotor estático - Frequências naturais e fatores de amortecimento identificados.

Usando uma redução em primeira ordem na base modal, a ordem do sistema, inicialmente sobre dimensionado, é reduzido para 8, ou seja, contendo quatro modos com frequências naturais de 39.3 Hz, 38.4 Hz, 205.7

Hz e 210.3 Hz. Na Fig. 7.11 a FRF do sistema identificado reduzido é comparada com a FRF experimental do rotor obtida no teste com dois sensores e excitação a 45° (estático).

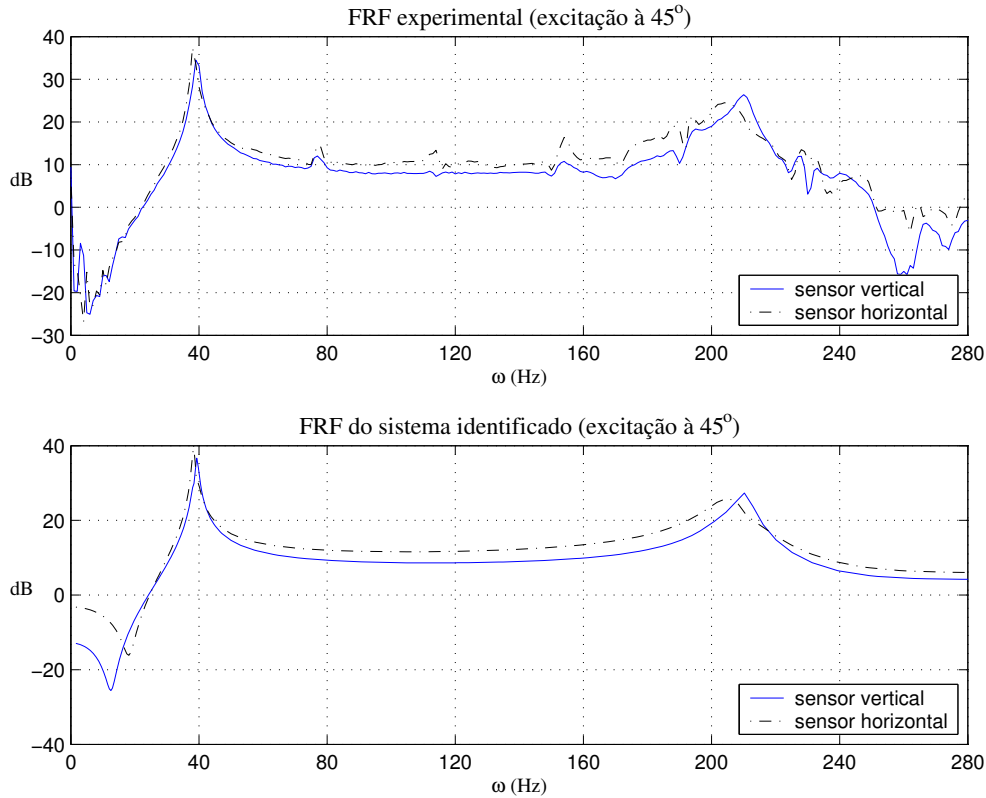


Figura 7.11: Teste com excitação a 45° no rotor estático - Comparação da FRF experimental e a FRF do sistema identificado.

Calculando a média dos fatores de amortecimento e das frequências naturais identificadas nos diferentes testes, considerando só os modos de flexão nas direções vertical e horizontal do rotor, obtém-se os valores mostrados na Tabela 7.7.

Modo N°	Descrição	$\omega$ (Hz)	$\zeta$ (%)
1	Flexão vertical	39.60	1.383
2	Flexão horizontal	38.45	1.177

Tabela 7.7: Valor médio das frequências naturais e fatores de amortecimento identificados nos modos de interesse (rotor estático).

Observasse uma diferença entre a frequência na direção vertical e a frequência na direção horizontal provavelmente devido à anisotropia dos mancais [11].

## 7.4

### Matriz de amortecimento identificada $\hat{\mathbf{E}}$

Para o cálculo da matriz de amortecimento viscoso, o amortecimento associado com o movimento de rotação  $\dot{\phi}_y(t)$  (ver anexo C) será considerado igual que o amortecimento associado com o movimento linear na direção  $z$ ,  $\dot{z}(t)$ , e viceversa para a outra direção. Usando os amortecimentos identificados para o rotor no caso estático (Tabela 7.7), a matriz de amortecimento modal é

$$\hat{\mathbf{E}}_{modal} = \begin{bmatrix} 1.383 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.383 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.177 \times 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.177 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

Usando a matriz de massa  $\mathbf{M}$ , a matriz de rigidez  $\mathbf{K}$ , obtidas analiticamente e que são apresentadas no Anexo C, a matriz de amortecimento calcula-se como

$$\hat{\mathbf{E}} = \Phi_r \hat{\mathbf{E}}_{modal} \Phi_r^T \quad (7-1)$$

sendo  $\Phi_r$  a matriz formada por os autovetores  $\phi_r$  do problema de autovalor  $(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \lambda_r[\mathbf{I}])\phi_r = \mathbf{0}$ . Então,

$$\hat{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} 0.011 \times 10^{-2} & 0.112 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0.112 \times 10^{-2} & 2.755 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.010 \times 10^{-2} & -0.095 \times 10^{-2} \\ 0 & 0 & -0.095 \times 10^{-2} & 2.345 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

## 7.5

### Experiência com o rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm)

Realizou-se um teste na bancada com o rotor na velocidade de rotação de 16Hz (960 rpm), usando dois sensores, nas direções vertical e horizontal, excitando com o martelo de impacto a 45°. A Figura 7.12 apresenta a configuração e dados medidos.

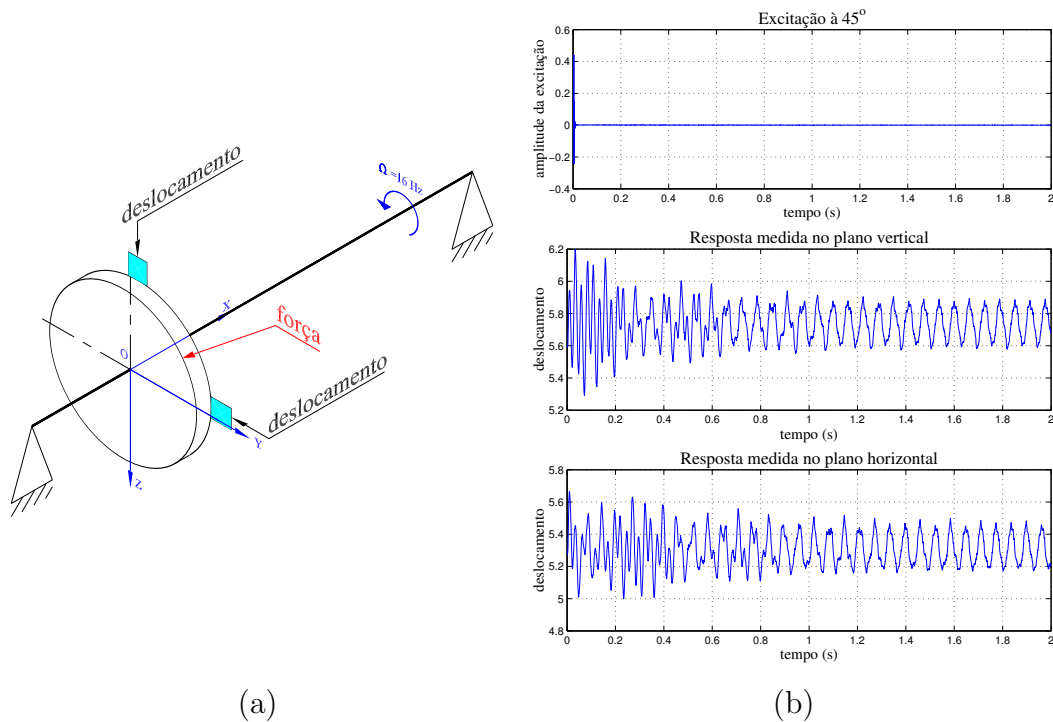


Figura 7.12: Teste com dois sensores e excitação a  $45^\circ$ , com o rotor na velocidade de rotação de 16Hz (960 rpm): (a) Configuração; (b) Dados medidos.

Obtendo a densidade espectral das sinais nas direções vertical e horizontal do rotor observa-se, na Fig. 7.13, que os modos nas frequências naturais são claramente “observadas” por os sensores; estas frequências naturais ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ) são obviamente as correspondentes aos modos de flexão dado a posição dos sensores e porque os valores são uma maior e a outra menor que a frequência natural no caso estático (40 Hz aprox. para flexão); cada sensor numa determinada direção consegue medir a amplitude da resposta na sua direção e em menor escala também consegue medir uma componente da resposta na outra direção, este fato permite diferenciar a frequência natural para cada modo (o de precessão direta e o de precessão retrógrada).

Os símbolos  $\Omega$ ,  $2\Omega$ , etc.; indicam as frequências harmônicas da frequência de rotação as quais serão descartadas, quando possível, dentro do algoritmo de identificação pois só aumentariam o número de modos necessários para representar, num modelo em espaço de estados, a resposta dinâmica do rotor numa determinada velocidade de rotação.

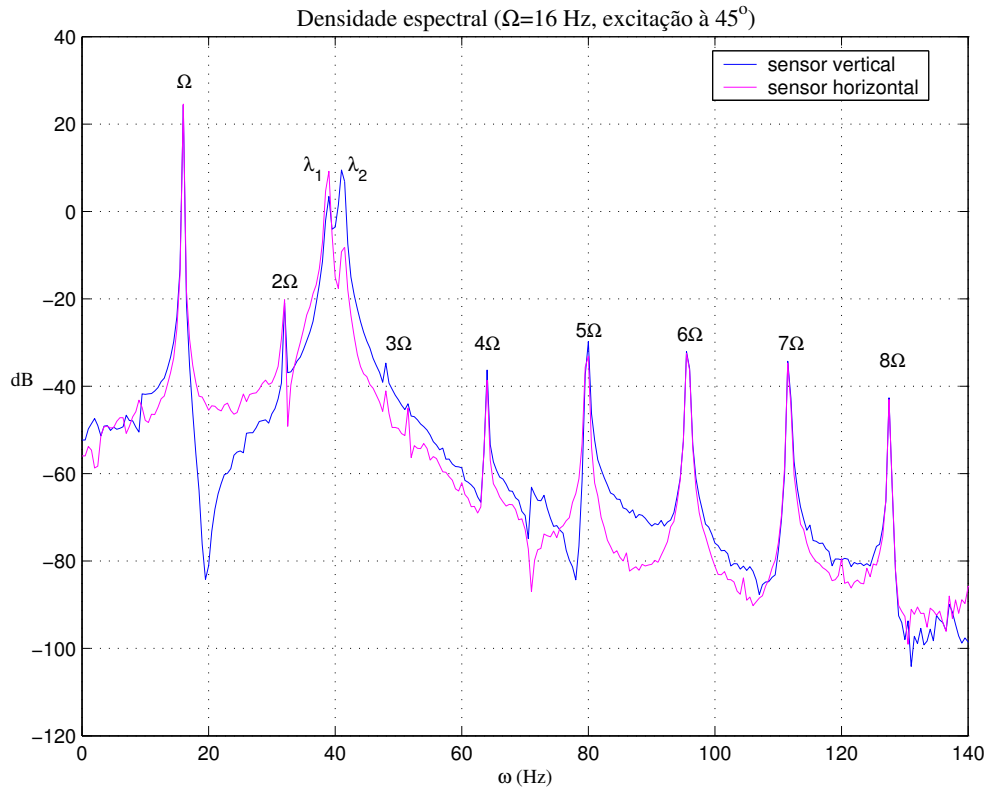


Figura 7.13: Densidade espectral das respostas medidas com o rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm).

Para identificar a quádrupla  $(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}})$  que represente a dinâmica do rotor na velocidade de 16 Hz (960 rpm), usaram-se  $k = 700$  parâmetros de Markov no algoritmo ERA/DC. A frequência de amostragem foi de 2048 Hz e foram tomadas 4096 amostras.

### 7.5.1

**Resultados da identificação usando as medições nos planos vertical e horizontal do teste com excitação a  $45^\circ$  com o rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm)**

N°	$z$	MRM	MAC	considerado
1	$0.99879 \pm 0.04888i$	$6.22 \times 10^{-3}$	<b>0.99995</b>	<b>sim</b>
2	$0.99178 \pm 0.11847i$	$2.57 \times 10^{-3}$	<b>0.99964</b>	<b>sim</b>
3	$0.99112 \pm 0.12527i$	$1.12 \times 10^{-3}$	<b>0.99996</b>	<b>sim</b>
4	$0.95682 \pm 0.28885i$	$4.95 \times 10^{-5}$	0.99475	não
5	$0.94245 \pm 0.33576i$	$1.74 \times 10^{-5}$	0.99167	não
6	$0.95943 \pm 0.27801i$	$1.02 \times 10^{-5}$	0.96194	não

Tabela 7.8: Seleção dos autovalores mais relevantes do sistema identificado com o rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm).

Na Tabela 7.8 apresenta-se os primeiros 6 pares de autovalores complexos conjugados ( $z$ ) da matriz de estado identificada  $\hat{A}$  no tempo discreto. Os autovalores com maiores valores de MRM que tenham valor de MAC mais perto de 1 serão considerados relevantes.

Considerando a ordem do sistema em espaço de estados igual a 6 (os mais relevantes), na Tabela 7.9 apresenta-se os autovalores identificados considerados relevantes com as respectivas freqüências identificadas. O autovalor  $z$  está no tempo discreto e  $\lambda$  no tempo contínuo. A parte real de  $\lambda$  está associado aos fatores de amortecimento do sistema.

N°	$z$	$\lambda$	$\omega$ (Hz)
1	$0.99879 \pm 0.04888i$	$-0.0254 \pm 100.14i$	15.94
2	$0.99178 \pm 0.11847i$	$-2.3958 \pm 243.49i$	38.75
3	$0.99112 \pm 0.12527i$	$-2.0373 \pm 257.49i$	40.98

Tabela 7.9: Teste com o rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm) - Autovalores identificados com as respectivas freqüências identificadas.

A ordem do sistema, inicialmente sobre-dimensionado, é reduzido para 6, ou seja, contendo os modos correspondentes as freqüências de 15.94 Hz (a qual é a freqüência de rotação do rotor), e, 38.75 Hz e 40.98 Hz, as quais são as freqüências naturais identificadas.

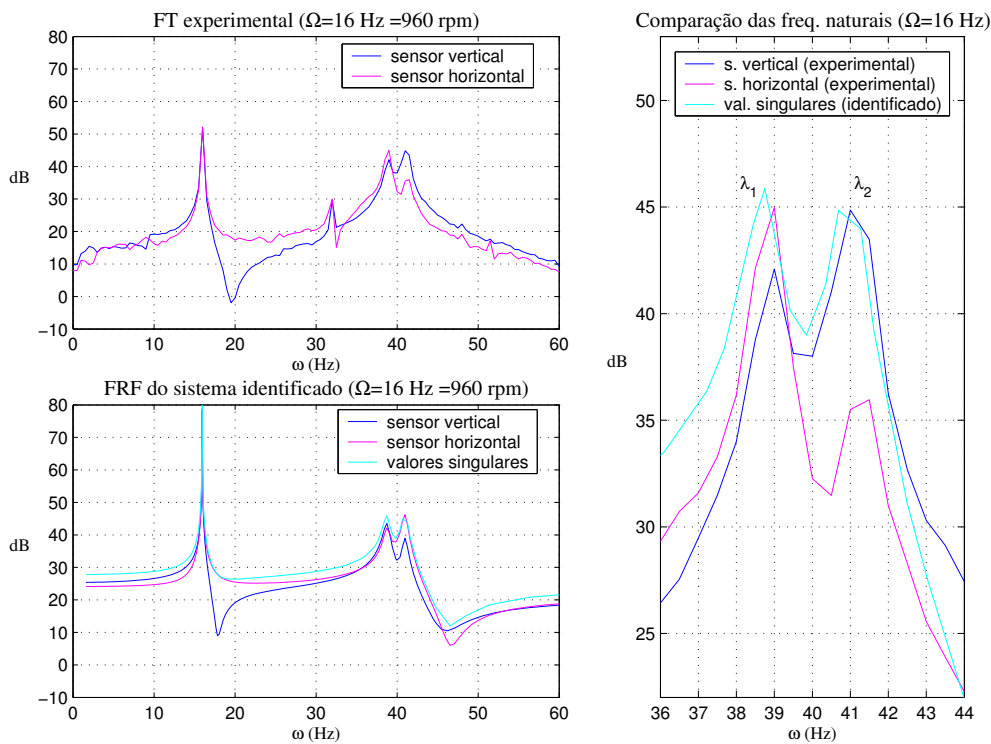


Figura 7.14: Comparação da FRF do sistema identificado e a FT experimental do rotor na velocidade de rotação de 16 Hz (960 rpm).

Na Fig. 7.14 a função resposta em frequência (FRF) do sistema identificado reduzido é comparada com a função de transferência (FT, entre a resposta medida e a força de excitação com o martelo de impacto) experimental do rotor obtida no teste com dois sensores e excitação a  $45^\circ$  com o rotor na velocidade de rotação de 16Hz (960 rpm).

Os resultados mostram que as frequências naturais identificadas correspondem as obtidas experimentalmente, também as amplitudes da FRF do sistema identificado são bem similares aos obtidas experimentalmente.

## 7.6

### Experiência com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm)

Realizou-se um teste na bancada com o rotor na velocidade de rotação de 32Hz (1920 rpm), usando dois sensores, nas direções axial e horizontal, excitando com o martelo de impacto na direção axial. A Figura 7.15 apresenta a configuração e dados medidos.

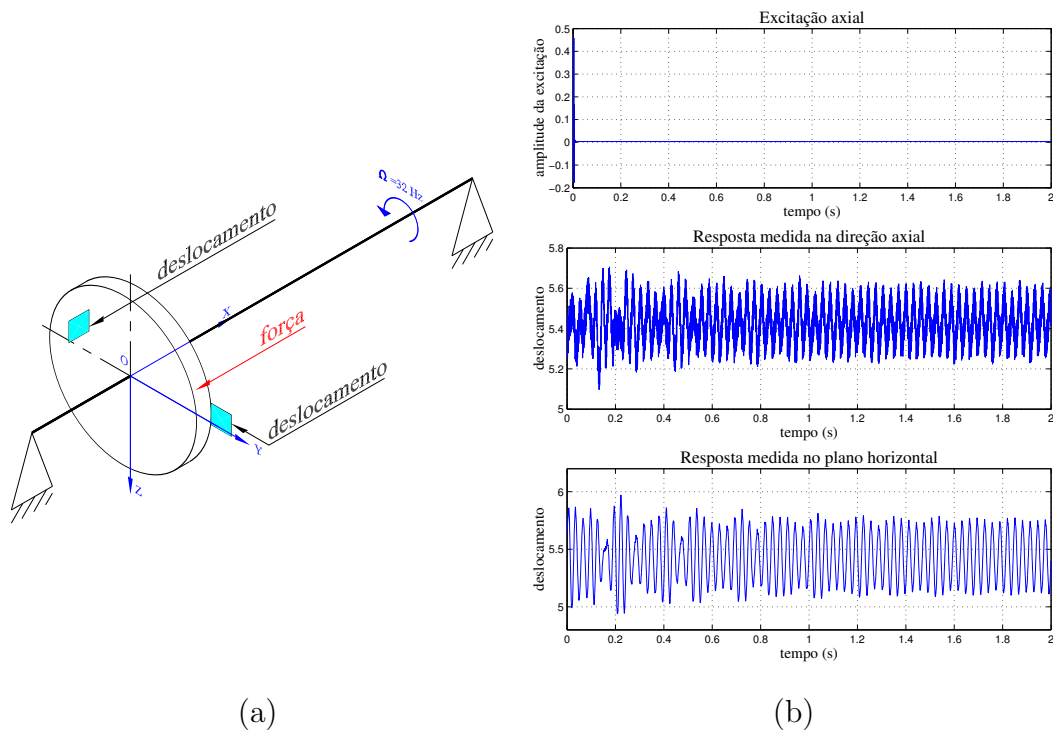


Figura 7.15: Teste com dois sensores, com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm): (a) Configuração; (b) Dados medidos.

Obtendo a densidade espectral das sinais nas direções axial e horizontal do rotor (Fig. 7.16), observou-se que o sensor na direção horizontal consegue medir as frequências naturais portanto não foi necessário fazer

outros testes excitando nessa direção. Já na direção axial não é possível observar as frequências naturais associadas aos modos 3 e 4. As frequências naturais ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ) que são observadas nos dois sensores são obviamente as correspondentes aos modos 1 e 2 de flexão porque os valores são uma maior e a outra menor que a frequência natural no caso estático (40 Hz aprox. para flexão), similar que no caso de  $\Omega = 16$  Hz.

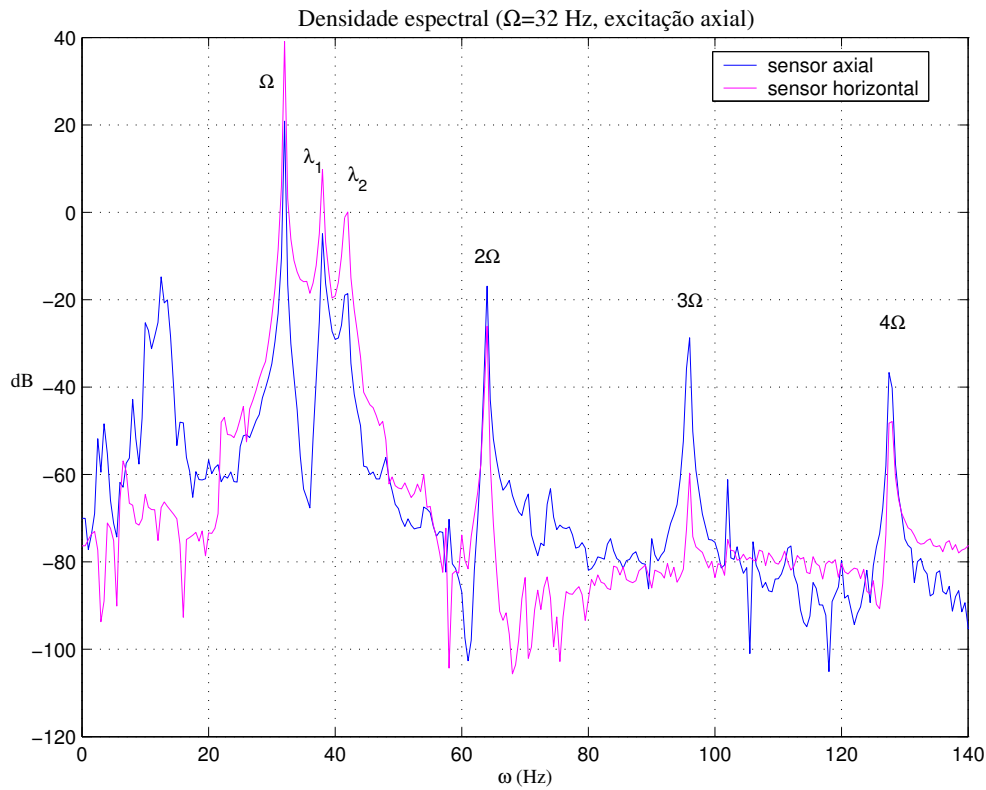


Figura 7.16: Densidade espectral das respostas medidas com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm).

Os símbolos  $\Omega$ ,  $2\Omega$ , etc.; indicam as frequências harmônicas da frequência de rotação as quais serão descartadas, quando possível, dentro do algoritmo de identificação pois só aumentariam o número de modos necessários para representar, num modelo em espaço de estados, a resposta dinâmica do rotor numa determinada velocidade de rotação.

Para identificar a quádrupla  $(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}})$  que represente a dinâmica do rotor na velocidade de 32 Hz (1920 rpm), usaram-se  $k = 700$  parâmetros de Markov no algoritmo ERA/DC. A frequência de amostragem foi de 2048 Hz e foram tomadas 4096 amostras.



### 7.6.1

#### Resultados da identificação usando as medições na direção axial e no plano horizontal do teste com excitação axial com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm)

Na Tabela 7.10 apresenta-se os primeiros 6 pares de autovalores complexos conjugados ( $z$ ) da matriz de estado identificada  $\hat{\mathbf{A}}$  no tempo discreto, ordenados segundo a MRM (Magnitude de Resposta Modal). Os autovalores com maiores valores de MRM que tenham valor de MAC mais perto de 1 serão considerados relevantes.

Nº	$z$	MRM	MAC	considerado
1	$1.00600 \pm 0.02874i$	$8.92 \times 10^{-3}$	0.90525	não
2	$0.99062 \pm 0.04880i$	$2.03 \times 10^{-3}$	0.90455	não
3	$0.99778 \pm 0.03675i$	$1.94 \times 10^{-3}$	<b>0.99161</b>	<b>sim</b>
4	$0.99518 \pm 0.09786i$	$1.73 \times 10^{-3}$	<b>0.99992</b>	<b>sim</b>
5	$0.99066 \pm 0.12648i$	$1.34 \times 10^{-3}$	<b>0.99108</b>	<b>sim</b>
6	$0.99231 \pm 0.11585i$	$1.01 \times 10^{-3}$	<b>0.99125</b>	<b>sim</b>

Tabela 7.10: Seleção dos autovalores mais relevantes do sistema identificado com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm) (considerando a ordem do sistema igual a 6).

Considerando a ordem do sistema em espaço de estados igual a 8 (os mais relevantes), na Tabela 7.11 apresenta-se os autovalores identificados considerados relevantes com as respectivas freqüências identificadas. O autovalor  $z$  está no tempo discreto e  $\lambda$  no tempo contínuo. A parte real de  $\lambda$  está associado aos fatores de amortecimento do sistema.

Nº	$z$	$\lambda$	$\omega$ (Hz)
1	$0.99778 \pm 0.03675i$	$-3.17351 \pm 75.39$	12.01
2	$0.99518 \pm 0.09786i$	$-0.03094 \pm 200.75$	31.95
3	$0.99231 \pm 0.11585i$	$-1.94166 \pm 238.03$	37.89
4	$0.99066 \pm 0.12648i$	$-2.65899 \pm 260.06$	41.39

Tabela 7.11: Teste com o rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm) - Autovalores identificados com as respectivas freqüências identificadas.

Usando uma redução em primeira ordem na base modal, a ordem do sistema, inicialmente sobre-dimensionado, é reduzido para 8, ou seja, contendo os modos correspondentes as freqüências de 12.01 Hz (a qual é a freqüência do acoplamento rotor-eixo), 31.95 Hz (a qual é a freqüência de rotação do rotor), e, 37.89 Hz e 41.39 Hz, as quais são as freqüências naturais identificadas, e a parte real dos  $\lambda$  associados a esses dois últimos (Nº 3 e 4 na Tabela 7.11) contêm a informação dos amortecimentos do sistema.

Na Figura 7.17 a função resposta em frequência (FRF) do sistema identificado reduzido é comparada com a função de transferência (FT, entre a resposta medida e a força de excitação com o martelo de impacto) experimental do rotor obtida no teste com o rotor na velocidade de rotação de 32Hz (1920 rpm).

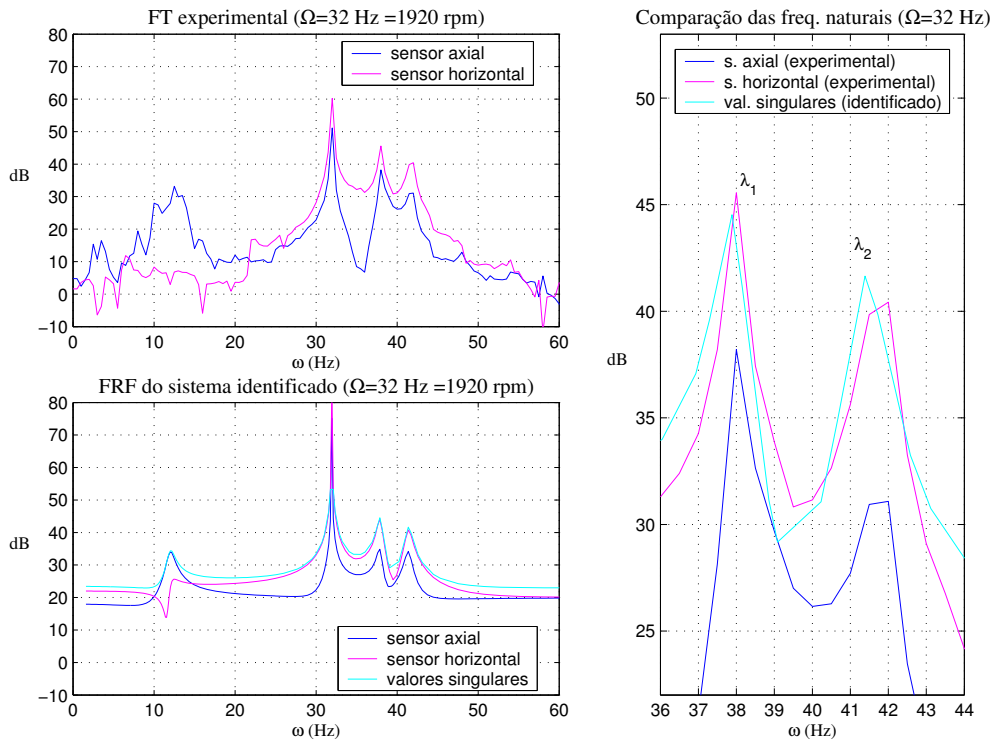


Figura 7.17: Comparação da FRF do sistema identificado e a FT experimental do rotor na velocidade de rotação de 32 Hz (1920 rpm).

Os resultados mostram que as frequências naturais identificadas correspondem as obtidas experimentalmente.

A dependência das frequências naturais em relação à velocidade de rotação  $\Omega$  é usualmente representada no diagrama de Campbell. A Fig. 7.18 apresenta a comparação do diagrama de Campbell usando os resultados da identificação e os diagramas de Campbell obtidos experimental e analiticamente só no caso dos modos de flexão.

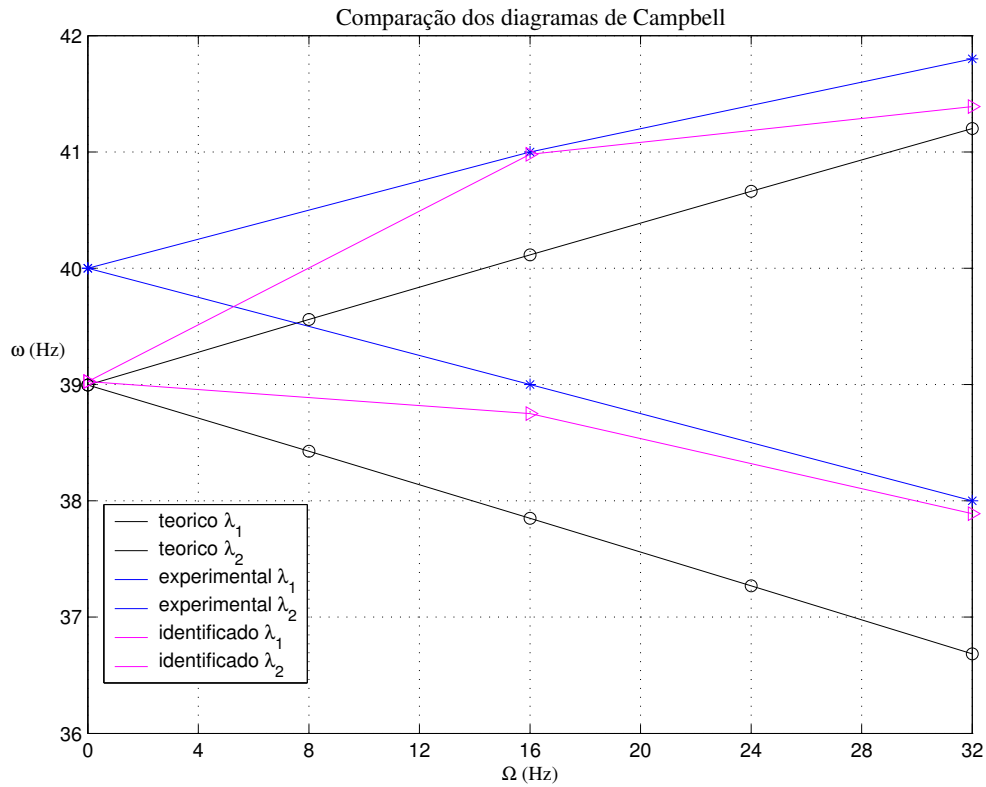


Figura 7.18: Comparação dos diagramas de Campbell para os modos de flexão do rotor flexível estudado.

Observa-se que os resultados da identificação das frequências naturais são relativamente bons comparados com os dados experimentais e analítico.

É importante mencionar que nas gráficas para o caso teórico foram usados os amortecimentos identificados no caso estático.