

6

Identificação de parâmetros estruturais

6.1

Introdução

Neste trabalho, chama-se de parâmetros estruturais as características físicas de um sistema mecânico, ou seja, a massa, amortecimento e rigidez; tais parâmetros estão contidos dentro da matriz de massa \mathbf{M} , matriz de amortecimento \mathbf{E} e matriz de rigidez \mathbf{K} , respectivamente, quando o sistema mecânico é representado pela seguinte equação matricial

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{E}\dot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{w}(t) = \mathbf{f}(t) = \mathbf{B}_o\mathbf{u}(t) \quad (6-1)$$

sendo, $\mathbf{w}(t) \in \mathbb{R}^{q \times 1}$ (q g.d.l), o vetor deslocamento; as outras matrizes como definidas na eq.(2-6).

Neste capítulo mostra-se um método de identificar tais parâmetros estruturais, o que equivale a identificar as matrizes estruturais (\mathbf{M} , \mathbf{E} , \mathbf{K}), de um sistema mecânico, usando os parâmetros de Markov no tempo contínuo.

6.2

Formulação do método

Dado que os parâmetros de Markov no tempo contínuo contêm a informação da dinâmica de um sistema mecânico, e sendo que eles são invariantes com a mudança do vetor de estado para um mesmo sistema mecânico linear invariante no tempo, podem ser usados para identificar os parâmetros estruturais do sistema mecânico.

No Capítulo 2, definiram-se os parâmetros de Markov no tempo contínuo, \mathbf{g}_k , como

$$\mathbf{g}_k = \begin{cases} \mathbf{D}, & k = 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}_c^{k-1}\mathbf{B}_c, & k \geq 1 \end{cases} \quad (6-2)$$

Os parâmetros de Markov no tempo contínuo podem ser reconstruídos usando a quádrupla identificada $(\hat{\mathbf{A}}_c, \hat{\mathbf{B}}_c, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}})$ do sistema em espaço de estados no tempo contínuo, sendo

$$\hat{\mathbf{g}}_k = \begin{cases} \hat{\mathbf{D}}, & k = 0 \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}_c^{k-1}\hat{\mathbf{B}}_c, & k \geq 1 \end{cases} \quad (6-3)$$

Se a identificação prévia do sistema em espaço de estados for bem sucedida e com pouco erro (que podem ser introduzidos por o ruído nas medições ou erros computacionais), pode ser assumido que $\mathbf{g}_k \approx \hat{\mathbf{g}}_k$.

Usando as equações (2-9) e (2-11) na eq.(6-2), a seqüência de parâmetros de Markov no tempo contínuo podem ser escritos em função das matrizes estruturais $(\mathbf{M}, \mathbf{E}, \mathbf{K})$, as matrizes de influência nas saídas $(\mathbf{C}_d, \mathbf{C}_v, \mathbf{C}_a)$ e a matriz de influência nas entradas \mathbf{B}_o como

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_0 &= \mathbf{D} \\ &= \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{aligned} \quad (6-4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{C}\mathbf{B}_c \\ &= \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o - \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{aligned} \quad (6-5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_2 &= \mathbf{C}\mathbf{A}_c\mathbf{B}_c \\ &= \mathbf{C}_d\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o - \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \\ &\quad + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{aligned} \quad (6-6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_3 &= \mathbf{C}\mathbf{A}_c^2\mathbf{B}_c \\ &= -\mathbf{C}_d\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o + \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \\ &\quad + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} + \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{aligned} \quad (6-7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_4 &= \mathbf{C}\mathbf{A}_c^3\mathbf{B}_c \\ &= \mathbf{C}_d\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \\ &\quad + \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \\ &\quad + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ &\quad - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} + \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_o \end{aligned} \quad (6-8)$$

⋮

As equações acima não são de fácil solução, para simplificar as equações, Ko e Hung [26], supõem o número de entradas igual ao número de saídas; ou seja, \mathbf{B}_o será uma matriz identidade. Agora, as equações podem

ser reescritas como

$$\mathbf{g}_0\mathbf{M} = \mathbf{C}_a \quad (6-9)$$

$$\mathbf{g}_1\mathbf{M} = \mathbf{C}_v - \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \quad (6-10)$$

$$\mathbf{g}_2\mathbf{M} = \mathbf{C}_d - \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K}) \quad (6-11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_3\mathbf{M} = & -\mathbf{C}_d\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} + \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K}) \\ & + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} + \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}) \end{aligned} \quad (6-12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_4\mathbf{M} = & \mathbf{C}_d\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{K}) \\ & + \mathbf{C}_v\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}) \\ & + \mathbf{C}_a\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \\ & - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \\ & + \mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{E}) \end{aligned} \quad (6-13)$$

⋮

Substituindo \mathbf{C}_a da eq.(6-9) na eq.(6-10) obtém-se

$$\mathbf{g}_1\mathbf{M} + \mathbf{g}_0\mathbf{E} = \mathbf{C}_v \quad (6-14)$$

Substituindo \mathbf{C}_a da eq.(6-9) e \mathbf{C}_v da eq.(6-14) na eq.(6-11) obtém-se

$$\mathbf{g}_2\mathbf{M} + \mathbf{g}_1\mathbf{E} + \mathbf{g}_0\mathbf{K} = \mathbf{C}_d \quad (6-15)$$

Substituindo \mathbf{C}_a , \mathbf{C}_v e \mathbf{C}_d pelas suas equivalências nas equações (6-12), (6-13) e assim sucessivamente, obtém-se

$$\mathbf{g}_k\mathbf{M} + \mathbf{g}_{k-1}\mathbf{E} + \mathbf{g}_{k-2}\mathbf{K} = \mathbf{0}, \quad k \geq 3 \quad (6-16)$$

O sistema de equações assim obtido pode ser escrito na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_3 & \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 \\ & \mathbf{g}_3 & \mathbf{g}_2 \\ & & \mathbf{g}_3 \\ & \vdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a \\ \mathbf{C}_v \\ \mathbf{C}_d \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (6-17)$$

A matriz da esquerda é a matriz Toeplitz em blocos, tendo como elementos matriciais os parâmetros de Markov no tempo contínuo. Para resol-

ver este sistema de equações lineares minimizando o tempo computacional, a matriz Toeplitz será truncada num número de filas bloco suficiente que garantisse a sobre determinação do sistema linear. Definindo, $\tilde{\mathbf{G}}_k$ a matriz Toeplitz truncada no bloco \mathbf{g}_k da primeira coluna, ou seja

$$\tilde{\mathbf{G}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_3 & \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{g}_k & \mathbf{g}_{k-1} & \mathbf{g}_{k-2} \end{bmatrix} \quad (6-18)$$

e também,

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = \left. \begin{bmatrix} \mathbf{C}_a \\ \mathbf{C}_v \\ \mathbf{C}_d \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\} k + 1 \text{ blocos} \quad (6-19)$$

as equações são reduzidas para a seguinte equação matricial

$$\tilde{\mathbf{G}}_k \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{C}}_k \quad (6-20)$$

logo, as matrizes estruturais podem ser calculadas como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{E} \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{G}}_k^\dagger \tilde{\mathbf{C}}_k \quad (6-21)$$

o símbolo \dagger indica pseudo inversa.

6.3

Exemplo: Suspensão de um vagão do trem

O sistema mecânico considerado é o modelo simplificado de um quarto da suspensão de um vagão do trem, como se mostra na Fig. 6.1. O vagão é modelado como corpo rígido de massa M_v com um grau de liberdade na direção vertical w_v , e está conectado a uma plataforma por uma suspensão

secundária. A plataforma da suspensão é modelada como um corpo rígido de massa M_p com o deslocamento vertical w_p como único g.d.l., e está conectada por uma suspensão primária com a roda do vagão, modelada como um corpo rígido de massa M_r com o deslocamento vertical w_r como único g.d.l. No modelo as suspensões são consideradas lineares e a interação (modelo de contato de Hertz [37]) da roda com a trilha do trem é modelada como uma mola linear de interação. A trilha é suposta fixa e rígida e a roda nunca perde contato com ela. Os dados numéricos dos parâmetros físicos apresentasse na Tabela 6.1.

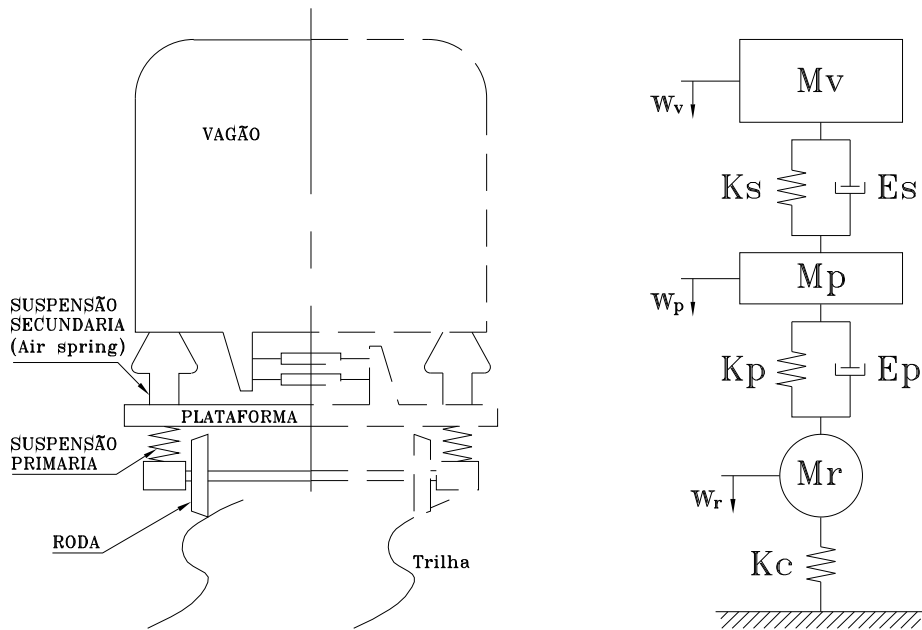


Figura 6.1: Modelo de um quarto da suspensão de um vagão do trem.

Descrição	Símbolo	Valor	Unid.
Massa do vagão	M_v	7300	kg
Massa da plataforma	M_p	1800	kg
Massa da roda	M_r	500	kg
Rigidez da suspensão secundária	K_s	2555×10^3	N/m
Amortecimento da suspensão secundária	E_s	30×10^3	Ns/m
Rigidez da suspensão primária	K_p	6500×10^3	N/m
Amortecimento da suspensão primária	E_p	10×10^3	Ns/m
Rigidez de interação roda-trilha	K_c	1×10^7	N/m

Tabela 6.1: Parâmetros físicos do modelo de um quarto da suspensão de um vagão do trem. (Dados obtidos de [37])

As equações de movimento são descritas no Anexo B, sendo que as matrizes de massa \mathbf{M} , amortecimento \mathbf{E} e rigidez \mathbf{K} são

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 7300 & 0 & 0 \\ 0 & 1800 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 30 \times 10^3 & -30 \times 10^3 & 0 \\ -30 \times 10^3 & 40 \times 10^3 & -10 \times 10^3 \\ 0 & -10 \times 10^3 & 10 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2555 \times 10^3 & -2555 \times 10^3 & 0 \\ -2555 \times 10^3 & 9055 \times 10^3 & -6500 \times 10^3 \\ 0 & -6500 \times 10^3 & 16500 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

O sistema descrito tem os parâmetros modais que se apresentam na Tabela 6.2.

Modo No	Frequência natural rad/s	% Fator de amortecimento
1	14.32	4.95
2	59.81	16.89
3	185.67	6.65

Tabela 6.2: Parâmetros modais do modelo da Figura 6.1.

As matrizes ($\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{C}}$, $\hat{\mathbf{D}}$) no tempo discreto foram identificadas usando OKID/ERA/DC. Nas simulações, as forças de excitação aplicadas nos três g.d.l. são sinais aleatórios: seqüências de ruído branco gaussiano com média zero e com desvio padrão 1. A ordem do sistema é conhecido. Foram usadas $l = 1500$ amostras com período de amostragem de 0.006 s.

Para determinar a exactitude da identificação, o erro relativo da matriz estrutural identificada é definido como:

$$\text{Erro relativo } (e_r) \text{ de } \hat{\mathbf{M}} = \frac{\|\mathbf{M} - \hat{\mathbf{M}}\|_2}{\|\mathbf{M}\|_2} \times 100\%. \quad (6-22)$$

6.3.1

Estudo da sensibilidade da identificação dos parâmetros estruturais em função do número de filas bloco (N_{fb}) na matriz de Toeplitz

Num primeiro análise foi estimado o erro relativo (e_r) das matrices identificadas, $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{E}}$ e $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes numero de filas bloco (N_{fb}) e

estudar a influência deste parâmetro nos resultados da identificação. Para este análise foram feitas simulações sem ruído usando $p = 50$ parâmetros de Markov do observador. A Tabela 6.3 e Fig. 6.2 mostram os resultados obtidos.

N_{fb}	3	4	6	8	10
κ	1.34×10^9	6.26×10^{10}	3.24×10^{15}	1.41×10^{20}	1.96×10^{24}
$\hat{\mathbf{M}}$	$\frac{\%e_r}{0}$	$\frac{\%e_r}{0}$	$\frac{\%e_r}{52}$	$\frac{\%e_r}{100}$	$\frac{\%e_r}{100}$
$\hat{\mathbf{E}}$	0	0	97	100	100
$\hat{\mathbf{K}}$	0	0	100	100	100

Tabela 6.3: % erro relativo (e_r) das matrizes $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes numero de filas bloco (N_{fb}) e numero de condição (κ) da matriz de Toeplitz. Eq.(6-18). ($p = 50$, 0% de ruído).

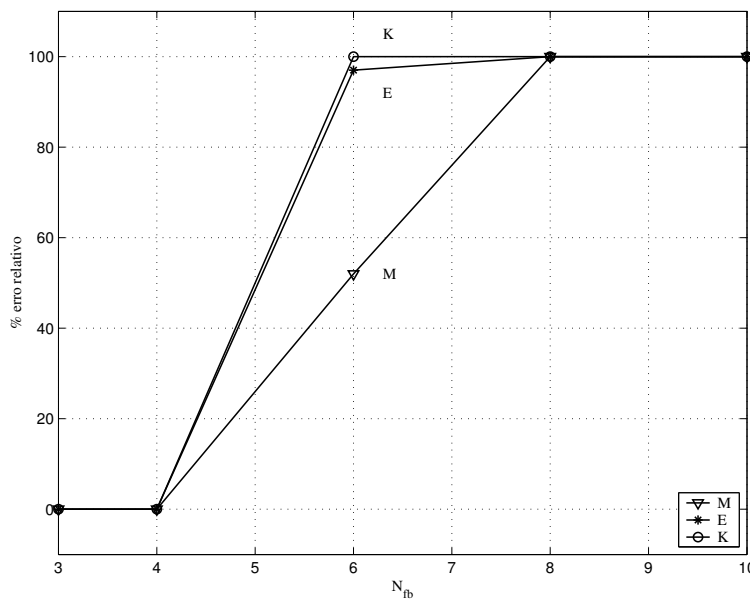


Figura 6.2: % erro relativo (e_r) das matrizes $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes numero de filas bloco (N_{fb}) da matriz de Toeplitz. ($p = 50$, 0% de ruído).

Observa-se que o incremento do número de filas bloco só incrementa o erro da identificação dos parâmetros estruturais por o fato que o número de condição (κ) da matriz de Toeplitz é maior quando maior é o número N_{fb} empregado, e portanto erros computacionais serão introduzidos quando a inversa da matriz de Toeplitz seja calculada no algoritmo.

Na presença de ruído, os erros serão ainda maiores, portanto, para os seguintes cálculos o número de filas bloco da matriz de Toeplitz será $N_{fb} = 3$.

6.3.2

Estudo da sensibilidade da identificação dos parâmetros estruturais em função do número de parâmetros de Markov do observador e do nível de ruído

Para determinar o número de parâmetros de Markov do observador (p) que serão necessários dentro do algoritmo de identificação, dependendo do nível de ruído que pode estar presente nos dados, realizaram-se várias simulações para cada um dos parâmetros estruturais do sistema de suspensão de vagão do trem estudado. Foram calculados o erro relativo médio de 20 simulações e desvio padrão para cada caso variando p e o nível de ruído nos dados.

A Tabela 6.4 e Fig. 6.3 mostram os resultados obtidos no caso da matriz de massa $\hat{\mathbf{M}}$.

p	ruído=0%	ruído=1%	ruído=5%	ruído=10%
	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$
30	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0
50	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0
70	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0
100	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0	0 ± 0

Tabela 6.4: % erro relativo médio (\bar{e}_r) e desvio padrão (std) da matriz de massa $\hat{\mathbf{M}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

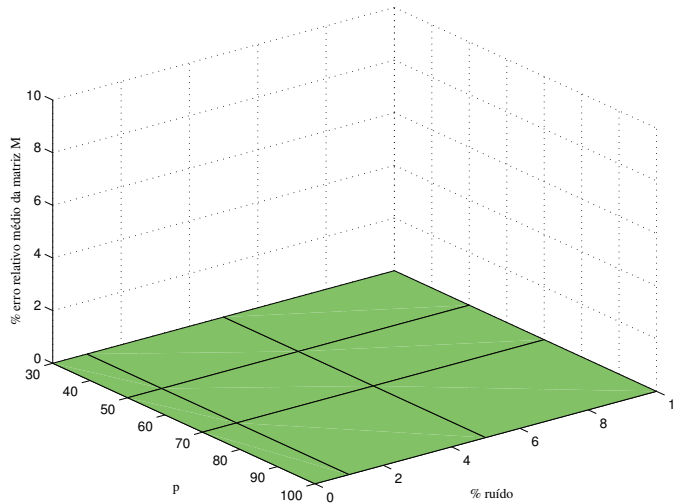


Figura 6.3: % erro relativo médio (\bar{e}_r) da matriz de massa $\hat{\mathbf{M}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

Observa-se que em todos os casos, com altos e baixos níveis de ruído, a matriz de massa é bem identificada.

A Tabela 6.5 e Fig. 6.4 mostram os resultados obtidos no caso da matriz de amortecimento $\hat{\mathbf{E}}$.

p	ruído=0%	ruído=1%	ruído=5%	ruído=10%
	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$
30	0 \pm 0	69 \pm 25	405 \pm 325	871 \pm 1116
50	0 \pm 0	32 \pm 20	250 \pm 258	654 \pm 462
70	0 \pm 0	24 \pm 9	206 \pm 133	451 \pm 198
100	0 \pm 0	24 \pm 13	165 \pm 80	434 \pm 760

Tabela 6.5: % erro relativo médio (\bar{e}_r) e desvio padrão (std) da matriz de amortecimento $\hat{\mathbf{E}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

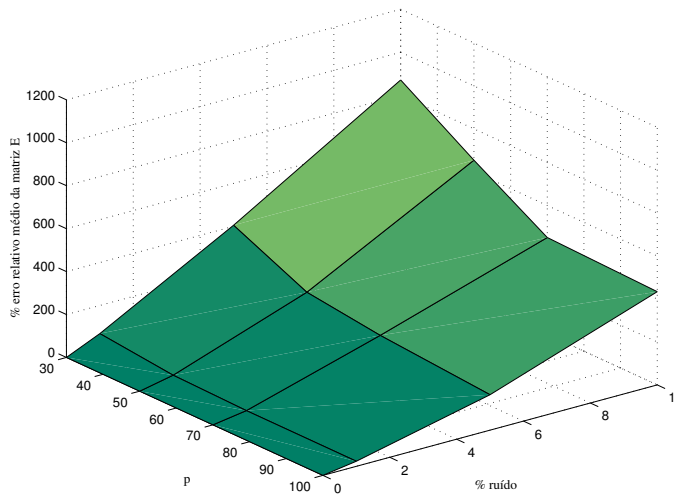


Figura 6.4: % erro relativo médio (\bar{e}_r) da matriz de amortecimento $\hat{\mathbf{E}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

Para o exemplo, observa-se que com 0% de ruído a matriz de amortecimento é bem identificada para todos os diferentes valores de p usados. Com 5% e 10% de ruído os erros são grandes e os menores erros encontra-se usando $p = 70$ o maior.

A Tabela 6.6 e Fig. 6.5 mostram os resultados obtidos no caso da matriz de rigidez $\hat{\mathbf{K}}$.

Similar que para a matriz $\hat{\mathbf{E}}$, para altos níveis de ruídos, os menores erros relativos da matriz de rigidez $\hat{\mathbf{K}}$ são achados quando o número de parâmetros de Markov do observador p é incrementado. Não obstante,

usando $p = 100$ o erro relativo não decresce significativamente com respeito de $p = 70$, ainda o tempo de cômputo é maior para maiores valores de p .

p	ruído=0%	ruído=1%	ruído=5%	ruído=10%
	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$	$\% \bar{e}_r \pm \% std$
30	0 \pm 0	8.8 \pm 3.2	240 \pm 230	1068 \pm 1817
50	0 \pm 0	1.0 \pm 4.3	106 \pm 121	516 \pm 487
70	0 \pm 0	7.6 \pm 4.4	53 \pm 35	257 \pm 185
100	0 \pm 0	4.1 \pm 1.8	43 \pm 23	365 \pm 728

Tabela 6.6: % erro relativo médio (\bar{e}_r) e desvio padrão (std) da matriz de rigidez $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

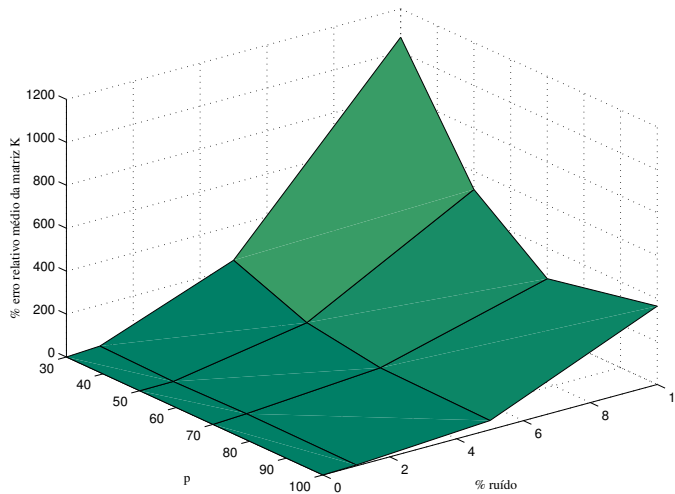


Figura 6.5: % erro relativo médio (\bar{e}_r) da matriz de rigidez $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes numero de parâmetros de Markov do observador (p) e diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%).

Os erros para a matriz de rigidez identificada $\hat{\mathbf{K}}$ são maiores que para a matriz de amortecimento identificada $\hat{\mathbf{E}}$, nas mesmas condições de ruído e usando o mesmo número de parâmetros de Markov do observador, isso acontece porque os elementos da matriz \mathbf{K} são mais de 100 vezes maiores que os elementos da matriz \mathbf{E} . Observou-se nas simulações que os elementos de maior magnitude nas matrizes, eram pior identificadas por o fato que ditas grandes magnitudes incrementavam o número de condição da matriz de Toeplitz.

Das tabelas e graficos anteriores se deduz que a melhor performance com o menor tempo computacional é para $p = 70$ parâmetros de Markov do observador, obtendo os erros médios que se apresentam na Fig. 6.6.

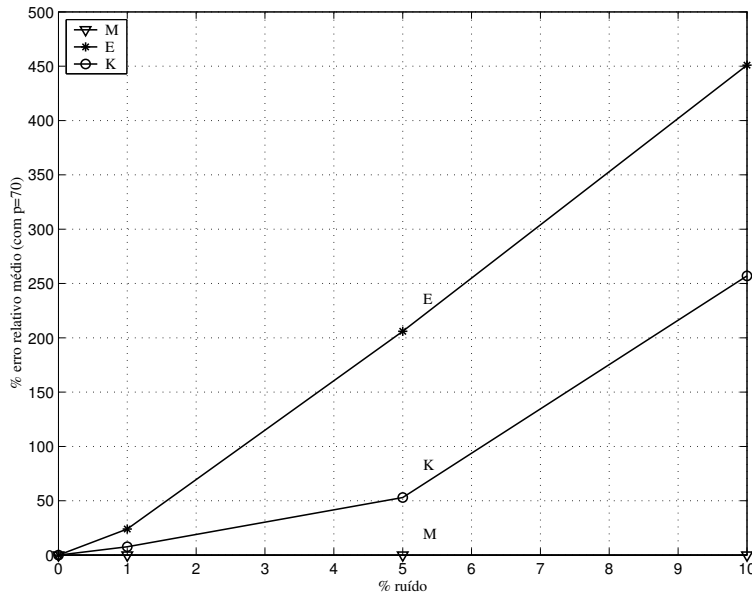


Figura 6.6: % erro relativo médio (\bar{e}_r) das matrizes $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{E}}$ e $\hat{\mathbf{K}}$, para diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%) com $p = 70$.

O valor médio e desvio padrão dos parâmetros modais identificados com $p = 70$ parâmetros de Markov do observador, para diferentes níveis de ruído são apresentados nas Tabelas 6.7 e 6.8.

modo	ruído=0%	ruído=1%	ruído=5%	ruído=10%
N°	$\bar{\omega}_{(\text{rad/s})} \pm std$	$\bar{\omega}_{(\text{rad/s})} \pm std$	$\bar{\omega}_{(\text{rad/s})} \pm std$	$\bar{\omega}_{(\text{rad/s})} \pm std$
1	14.32 ± 0	14.38 ± 0.21	15.80 ± 2.38	18.76 ± 1.37
2	59.81 ± 0	59.85 ± 0.22	59.98 ± 2.27	59.24 ± 1.70
3	185.67 ± 0	185.66 ± 0.14	185.49 ± 0.76	185.91 ± 0.64

Tabela 6.7: Valor médio ($\bar{\omega}$) e desvio padrão (std) das frequências naturais identificadas para diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%) com $p = 70$ parâmetros de Markov do observador.

modo	ruído=0%	ruído=1%	ruído=5%	ruído=10%
N°	$\bar{\zeta}_{(\%) } \pm std$	$\bar{\zeta}_{(\%) } \pm std$	$\bar{\zeta}_{(\%) } \pm std$	$\bar{\zeta}_{(\%) } \pm std$
1	4.95 ± 0	6.86 ± 1.63	19.26 ± 6.70	18.20 ± 6.53
2	16.89 ± 0	16.98 ± 0.33	18.01 ± 3.44	15.31 ± 1.47
3	6.65 ± 0	6.63 ± 0.08	6.63 ± 0.32	6.43 ± 0.69

Tabela 6.8: Valor médio ($\bar{\zeta}$) e desvio padrão (std) dos fatores de amortecimento identificados para diferentes níveis de ruído (0%, 1%, 5% e 10%) com $p = 70$ parâmetros de Markov do observador.

É importante mencionar que para 10% de ruído, o modo N°1 foi identificado só no 20% das simulações, o modo N°2 foi identificado só no 50% das simulações e o modo N°3 sempre foi identificado; para 5% de ruído, o modo N°1 foi identificado só no 50% das simulações e os modos N°2 e 3 foram identificados em todas simulações; para ruídos menores à 5% todos os modos foram identificados.

Os parâmetros modais identificados apresentam erros relativamente pequenos se comparamos com os porcentagens de error relativo das matrizes estruturais identificadas (com $p = 70$). Para as freqüências naturais identificadas associadas aos modos 2 e 3, os erros são menores à 1%, já para o modo 1 a freqüência natural identificada alcança 31% de erro quando o ruído é 10%. Também nos fatores de amortecimento associados ao modo 1 encontra-se os maiores erros: 289% (com 5% de ruído).

6.4

Conclusões do capítulo

1. Nas simulações foi comprovado que é possível identificar as matrizes estruturais (parâmetros estruturais) de um sistema mecânico discretizado com um número finito de graus de liberdade, usando os parâmetros de Markov no tempo contínuo previamente identificados usando um dos métodos de identificação estudados.
2. O número de filas bloco (N_{fb}) na matriz de Toeplitz têm que ser 3 para reduzir o número de condição e melhorar os resultados da identificação.
3. A influência do ruído na identificação dos parâmetros estruturais é obviamente importante, sendo que com dados contaminados com altos níveis de ruído são necessários maior número de parâmetros de Markov do observador (p) para reduzir o erro relativo.
4. A matriz de massa é melhor identificada que as outras. No caso de $p = 70$ parâmetros de Markov do observador, a matriz de amortecimento é a mais difícil de identificar.
5. No sistema de suspensão de um quarto do vagão do trem, observou-se que os elementos de maior magnitude nas matrizes eram pior identificadas, e que este fato está relacionado com o incremento do número de condição da matriz de Toeplitz. É assim que a matriz de massa \mathbf{M} sempre foi bem identificada, mas na matriz de rigidez \mathbf{K} ,

onde por exemplo a rigidez de interação roda-trilha (K_c) tem um valor relativamente grande, foram obtidos os maiores erros.

6. Os parâmetros estruturais são mais sensíveis ao ruído durante o processo de identificação que os parâmetros modais, como foi observado no caso de $p = 70$.
7. Uma importante limitação prática do método estudado para identificação de parâmetros estruturais é o fato de ser necessário excitar e fazer as medições em todos os graus de liberdade do sistema.