

ACUÑA, H.G.; HARRELL, D.R. **Adapting Probabilistic Methods to Conform to Regulatory Guidelines**. SPE 63202, 2000.

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO – ANP. **Portaria Nº 009 de 21 de Janeiro de 2000. Aprova o Regulamento Técnico ANP nº 001/2000**, que define os termos relacionados com as reservas de petróleo e gás natural, estabelece critérios para a apropriação de reservas e traça diretrizes para a estimativa das mesmas, 2000.

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO – ANP. **Anuário estatístico Brasileiro do petróleo e gás natural 2002**, 2002.

ATTANASI, E.D.; MAST, R.F.; ROOT, D.H. **Oil, gas field growth projections: Wishful thinking or reality?** Oil and Gas Journal, Apr. 5, p. 79-82, 1999.

CRAWFORD, T.G.; BURGESS, G.L.; KINLER, C.J.; PRENDERGAST, M.T.; ROSS, K.M. **Outer Continental Shelf – Estimated oil and gas reserves, Gulf of Mexico, December 31, 1999**. U.S. Department of the Interior – Minerals Management Service – Gulf of Mexico OCS Regional Office, OCS Report, MMS 2002-007, New Orleans, 2002.

CRONQUIST, C. **Estimation and classification of Reserves of crude oil, natural gas and condensate**. SPE, 2001.

CROVELLI, R.A.; SCHMOKER, J.W. **Probabilistic method for estimating future growth of oil and gas reserves**. U.S. Geological Survey Bulletin 2172-C, 2001.

ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION. **The domestic oil and gas recoverable resource base - Supporting analysis for the national energy strategy**. Department of Energy SR/NES/90-05, 1990.

GRUBBS TEST FOR DETECTING OUTLIERS: Produced by Graphpad. Disponível em: <<http://www.graphpad.com/calculators/GrubbsHowTo.cfm>>. Acesso em 10 mar. 2003.

HINES, W.W., MONTGOMERY, D.C. **Probability and Statistics in Engineering and Management Science**. Wiley, 3rd Edition, 1990.

HUBBERT, M.K. **Degree of advancement of petroleum exploration in United States**. American Association of petroleum Geologists Bulletin, v.51, nº 11, p. 2207-2227, 1967.

LARSON, H.J. **Introduction to probability theory and statistical inference**. 3rd edition, Wiley, 1982.

MARSH, R.G. **How much oil are we really finding?** Oil and Gas Journal, v. 69, nº 14, p.100-104, 1971.

MCGILVRAY, W.G.; SHUCK, R. M. **Classification of reserves: Guidelines and uncertainty**. SPE 39821, 1998.

MOREHOUSE, D. F. **The intricate Puzzle of Oil and Gas “Reserves Growth”**. Energy Information Administration, Jul., 1997.

NATIONAL PETROLEUM COUNCIL. **The Potential for natural gas in the United States**. Washington, D.C., National Petroleum Council, v.1, 190p., 1992.

PELTO, C.R. **Forecasting ultimate oil Recovery**. Symposium on Petroleum Economics and evaluation. Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas Section, p. 45-52, 1973.

ROOT, D.H. **Estimation of inferred plus indicated reserves for the United States**. Dolton, G.L. and others, Estimates of undiscovered recoverable conventional resources of oil and gas in United States. U.S. Geological Survey Circular 860, p. 83-87, 1981.

ROOT, D. H., ATTANASI, E. D. **A Primer in Field-Growth Estimation**. The Future of Energy Gases. U.S. Geological Survey Professional Paper 1570, p.547-554, 1993.

ROOT, D. H., ATTANASI, E. D. **The Enigma of Oil and Gas Field Growth**. The Future of Energy Gases. AAPG BULLETIN. V.78. Nº. 3 (March, 1994) P. 321-332, 1994.

ROOT, D.H., ATTANASI, E.D., MAST, R.F., GAUTIER, D.L. **Estimates of Inferred Reserves For the 1995 USGS National Oil and Gas Resource Assessment**. USGS Openfile Report 95-75L, 1995.

SCHMOKER, J.W.; CROVELLI, R.A. **A simplified spreadsheets program for estimating future growth of oil and gas reserves**. Non-renewable resources, v. 7, nº 2, p. 149-155, 1998.

SCHMOKER, J.W.; KLETT, T.R. **Estimating potential reserves growth of known (discovered) fields: A component of the USGS world petroleum assessment 2000**. U.S. Geological Survey Digital Data Series 60 - Chapter RG. Disponível em: <<http://energy.cr.usgs.gov/WEcont/chaps/RG.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2002.

SCHMOKER, J. W., DYMAN, T. S., VERMA, M. **Introduction to Aspects to Reserves Growth**. USGS Bulletin 2172-A, Jun, 2001.

SECURITIES EXCHANGE COMMISSION. **SEC Definitions for Oil and Gas Reserves**. USA, 1996.

SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS & WORLD PETROLEUM CONGRESS. **Standards for Estimation and Auditing of Reserves**. USA, 1997.

THOMAS, J.E. (Org.) **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, Petrobrás, 2001.

USGS. **Reserves Growth effects on estimates of oil and natural gas resources**. USGS Fact Sheet Fs-119-00. Out, 2000a.

USGS **The significance of field growth and the role of enhanced oil recovery**. USGS Fact Sheet Fs-115-00. Out, 2000b.

WATKINS, G. C. **Characteristics of North Sea Oil Reserve Appreciation.** Dez., 2000.

ZAINUL, A.J.; NOR, R.M.; HONG, T.Y.; EGBOGAH, E.O.; MUSBAH, A.W.; HAMDAN, M. K.; YANG, F. W. **An Integrated Approach to petroleum resources definitions, classification and reporting.** SPE 38044, 1997.

ANEXOS

Tabela 1 - Distribuição t

TABLE IV Percentage Points of the t Distribution

$\nu \backslash \alpha$	.40	.25	.10	.05	.025	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32	318.31	636.62
2	.289	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	23.326	31.598
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.213	12.924
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	.267	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	.260	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	.258	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	.257	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	.256	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

Source: This table is adapted from *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. I, 3rd edition, 1966, by permission of the Biometrika Trustees.

Fonte: Hines & Montgomery (1990)

Ajuste logarítmico para o valor da apreciação média

Como a função de apreciação de reservas tende a uma função logarítmica do tipo $G_i = 1 + b \ln(1 + t)$, onde o intercepto a é 1, e t é o tempo após o início da produção ($t=0, 1, 2, \dots, n$), quando o t for 0 (zero), isso indica que se trata do ano de início da produção e portanto a apreciação é 1 (um), ou melhor, não há apreciação na reserva para esse ano. Fazendo a transformação, onde $T = \ln(1 + t)$, obtêm-se $G_i = 1 + bT$. Calculando a regressão, será obtido o valor de b tal que $a = 1$, ajustando desta forma a curva logarítmica.

Para a regressão ter $a = 1$, deve-se alterar algumas fórmulas.

$$G_i = a + bT_i + \varepsilon \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Como $\hat{a} = 1$, logo $\hat{G} = 1 + \hat{b}T$

$$\hat{a} = \bar{G} - \hat{b}\bar{T} \Rightarrow \hat{b} = \frac{\bar{G} - 1}{\bar{T}} \quad (2)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i T_i - \frac{\left(\sum_{i=0}^n G_i\right)\left(\sum_{i=0}^n T_i\right)}{n}}{\sum_{i=0}^n T_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=0}^n T_i\right)^2}{n}} \quad (3)$$

Temos o G e T médios representados por:

$$\bar{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n G_i \text{ e } \bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n T_i \quad (4)$$

$$S_{TT} = \sum_{i=0}^n (T_i - \bar{T})^2 \quad (5)$$

$$S_{TG} = \sum_{i=0}^n (G_i - \bar{G})(T_i - \bar{T}) \quad (6)$$

Denomina-se S_{TT} a soma dos quadrados corrigidos de T e S_{TG} a soma corrigida acerca do produto de T e G .

Utilizando as fórmulas (5) e (6), pode-se determinar b .

$$\hat{b} = \frac{S_{TG}}{S_{TT}} \Rightarrow S_{TG} = \hat{b}S_{TT} \quad (7)$$

A soma dos erros quadrados é dada por:

$$SS_E = \sum_{i=0}^n e_i^2 = \sum_{i=0}^n (G_i - \hat{G}_i)^2 \quad (8)$$

Se o valor esperado para a soma dos quadrados dos erros é dado por $E(SS_E) = (n-2)\sigma^2$, então tem-se,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n-2} \equiv MS_E \quad (9)$$

Para testar a hipótese que a regressão simples existe, definem-se as hipóteses,

$$H_0 : b = b_0$$

$$H_1 : b \neq b_0$$

onde tem-se que

$$t_0 = \frac{\hat{b} - b_0}{\sqrt{MS_E / S_{TT}}} \quad (10)$$

segue a distribuição t com $n-2$ graus de liberdade para $H : b = b_0$. Será rejeitada a hipótese de que $H : b = b_0$, se,

$$|t_0| > t_{\alpha/2, n-2} \quad (11)$$

As hipóteses $H_0 : b = 0$ e $H_1 : b \neq 0$, estão relacionadas com significância da regressão. Se é aceita a hipótese de que $H_0 : b = 0$, então não existe relacionamento linear entre T e G .

O procedimento do teste de significância pode ser desenvolvido com,

$$S_{GG} \equiv \sum_{i=0}^n (G_i - \bar{G})^2 = \sum_{i=0}^n (\hat{G}_i - \bar{G})^2 + \sum_{i=0}^n (G_i - \hat{G}_i)^2 \quad (12)$$

onde S_{GG} representa a variabilidade total de G_i , que em parte devida à regressão e em parte à variação residual não explicada pela regressão. Denomina-se de $SS_E = \sum_{i=0}^n (G_i - \hat{G}_i)^2$ com a soma dos quadrados dos erros e $SS_R = \sum_{i=0}^n (\hat{G}_i - \bar{G})^2$ a soma dos quadrados das regressões. Pode escrever S_{GG} em função de SS_E e SS_R , conforme a seguir.

$$S_{GG} = SS_R + SS_E \quad (13)$$

E SS_R por sua vez, pode ser escrita como,

$$SS_R = \hat{b} S_{TG} \quad (14)$$

Pode-se mostrar que $E(SS_E)/(n-2) = \sigma^2$ e, e que SS_E e SS_R são independentes. Portanto, se $H_o : b = b_0$ é verdade, a estatística

$$F_0 = \frac{SS_R/1}{SS_E/(n-2)} = \frac{MS_R}{MS_E} \quad (15)$$

Segue uma distribuição $F_{1,n-2}$, e rejeita-se H_o se $F_0 > F_{\alpha,1,n-2}$

O procedimento do teste é arrumado em uma tabela de variância mostrada no Quadro 1 a seguir, também conhecida por ANOVA.

Quadro 1 – Tabela de Variância (ANOVA)

Fonte de Variação	Soma dos quadrados	Graus de Liberdade	Média quadrada	F _o
Regressão	$SS_R = \hat{b}S_{TG}$	1	MS_R	MS_R/MS_E
Erro ou Residual	$SS_E = S_{GG} - \hat{b}S_{TG}$	n-2	MS_E	
Total	S_{GG}	n-1		

Para julgar a adequação do modelo de regressão, faz-se necessário calcular o coeficiente de determinação conhecido como R^2 .

$$R^2 = \frac{SS_R}{S_{GG}} = 1 - \frac{SS_E}{S_{GG}} \quad (16)$$

Onde R^2 é um valor que está entre zero e um. ($0 \leq R^2 \leq 1$), quanto mais próximo de 1, mais o modelo está ajustado aos dados.