

## 5 Metodologia

Este capítulo será destinado ao método para determinar a apreciação de reservas de óleo e gás incluindo as incertezas das funções de apreciação, determinando um intervalo de confiança representado pelo limites inferior e superior em relação à média ajustando, se possível, a um modelo, determinado uma função de apreciação.

Será abordado o método utilizado para determinar o intervalo de confiança em relação ao valor médio da apreciação das reservas de campos para cada ano após o início da produção e ainda alguns conceitos estatísticos relacionados com intervalo de confiança.

### 5.1. Associação da Incerteza à Função de Crescimento

A partir da revisão bibliográfica sobre apreciação de reservas no Capítulo 4, verifica-se que existem diversos métodos utilizados para se determinar a apreciação. Entretanto, pouco se tem falado sobre incerteza associada a apreciação.

A proposta deste trabalho é, tendo como base a apreciação individual de diversos campos com as mesmas características (ex: início da produção, tipo de óleo, de campo, etc.) e supondo que para cada ano após o início da produção, a apreciação desses campos nesse ano possui uma distribuição conhecida, determinar a apreciação média e os limites de confiança inferior e superior para cada ano.

Além disso, para se estabelecer os limites de confiança é necessário formular uma hipótese sobre a distribuição das taxas de apreciação.

## 5.2. Conceitos Estatísticos

Neste item serão abordados alguns conceitos estatísticos, importantes para o estudo.

### 5.2.1. Teorema Central do Limite

Se uma variável aleatória  $Y$  é formada pela soma de variáveis aleatórias independentes, então para um tamanho de  $m$  suficientemente grande, tem-se  $Y$  normalmente distribuída conforme o teorema a seguir. (Hines & Montgomery, 1990)

#### Teorema 1

Se  $X_1, X_2, \dots, X_m$  é uma sequência de  $m$  variáveis aleatórias independentes com  $E(X_j) = \mu_j$  e  $V(X_j) = \sigma_j^2$  (ambos finitos) e  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_m$ , então:

$$Z_m = \frac{Y - \sum_{j=1}^m \mu_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \sigma_j^2}} \quad (14)$$

Tem uma distribuição aproximada  $N(0,1)$ , quando  $n$  tende para o infinito. Se  $F_m$  é a função distribuição de  $Z_m$ , então,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{F_m(Z)}{\phi(Z)} = 1 \quad (15)$$

As condições gerais citadas podem ser interpretadas como os termos  $X_j$  tomados individualmente, contribuem com um valor desprezível para a variância da soma, e não é provável que um termo possa fazer grandes contribuições na soma.

O uso da distribuição normal é em virtude de que  $Y$  tem uma distribuição aproximadamente normal quando a variável  $X_j$  pode ter qualquer distribuição.

Tem-se um caso especial da teorema do limite central quando cada componente  $X_j$  possui a mesma distribuição.

#### Teorema 2

Se  $X_1, X_2, \dots, X_m$  é uma seqüência de  $n$  variáveis aleatórias independentes identicamente distribuídos com  $E(X_j) = \mu$  e  $V(X_j) = \sigma^2$ , e  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_m$ , então:

$$Z_m = \frac{Y - m\mu}{\sigma\sqrt{m}} \quad (16)$$

Tem uma distribuição aproximada  $N(0,1)$  e se  $F_m$  é uma função distribuição de  $Z_m$ , então,

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{F_m(Z)}{\phi(Z)} = 1 \quad (17)$$

#### 5.2.2. Intervalo de Confiança

O objetivo é estabelecer um IC (intervalo de confiança) para o valor médio (esperado) do fator de apreciação para ano após o início da produção  $i$ , ou seja, o limite inferior  $L$  e um limite superior  $U$  tais que:

$$P\{L \leq \theta \leq U\} \geq 1 - \alpha \quad (18)$$

com intervalo resultante,

$$L \leq \theta \leq U \quad (19)$$

Os valores de  $L$  e  $U$  podem incluir  $-\infty$  e  $+\infty$ .  $1 - \alpha$  é denominado de coeficiente de confiança do intervalo  $L$  e  $U$ .

Com base em que  $Z = \left( \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{m}} \right)$  segue uma distribuição  $t$ , com  $m - 1$  graus de liberdade, e com

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_j \quad (20)$$

$$S^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(x_j - \bar{x})^2}{(m-1)} \quad (21)$$

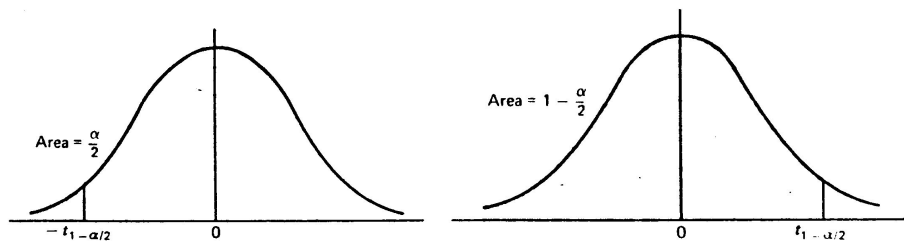


Figura 12 – Distribuição  $t$  (Larson, 1982)

Conforme a Figura 12, tem-se,

$$P(t_{-1-\alpha/2} \leq \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{m}} \leq t_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha \quad (22)$$

onde  $\frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{m}} \leq t_{1-\alpha/2}$ , desenvolvendo, tem-se,

$$\mu \leq \bar{X} + \frac{St_{1-\alpha/2}}{\sqrt{m}} \quad (23)$$

O mesmo desenvolvimento pode ser feito para a outra cauda da curva, obtendo,

$$\left\{ \bar{X} - \frac{St_{1-\alpha/2}}{\sqrt{m}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{St_{1-\alpha/2}}{\sqrt{m}} \right\} \quad (24)$$

Portanto definem-se os limites inferiores e superiores como:

$$L = \bar{X} - \frac{St_{1-\alpha/2}}{\sqrt{m}} \quad (25)$$

$$U = \bar{X} + \frac{St_{1-\alpha/2}}{\sqrt{m}} \quad (26)$$

onde  $t_{1-\alpha/2}$  é o fractil de  $1-\alpha/2$  da variável  $t$  de *student* com  $m-1$  graus de liberdade. O valor de  $t_{1-\alpha/2}$  pode ser obtido na tabela da distribuição  $t$  no Anexo (Tabela 1).

### 5.2.3. Determinação dos *Outliers*

Existem diversas formas para determinar *outliers*. Nesse trabalho será utilizado o teste de *Grubbs*, que se baseia nos resíduos padronizados. É um teste unilateral, no qual os dados são dispostos em ordem crescente, de modo visualizar a discrepância de alguns dados quando comparados com os demais. As estatísticas de testes são:

$$G_{\min} = \bar{G} - Grubbs \times S \quad (27)$$

$$G_{\max} = Grubbs \times S - \bar{G} \quad (28)$$

onde  $G_{\min}$  e  $G_{\max}$  são suspeitos de serem *outliers*

$\bar{G}$  é o valor médio das observações amostrais

$S$  é o desvio-padrão da amostra

As estatísticas *Grubbs* determinados como valores críticos tabelados segundo o nível de significância e o tamanho  $m$  da amostra. Os valores das estatísticas *Grubbs* são apresentados no quadro a seguir para um nível de significância de 95%.

Quadro 3 – Valor da estatística *Grubbs* para uma amostra de tamanho *m*

| <i>m</i> | <i>Grubbs</i> | <i>m</i> | <i>Grubbs</i> | <i>m</i> | <i>Grubbs</i> | <i>m</i> | <i>Grubbs</i> | <i>m</i> | <i>Grubbs</i> |
|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|
| 3        | 1.15          | 13       | 2.46          | 23       | 2.78          | 33       | 2.95          | 70       | 3.26          |
| 4        | 1.48          | 14       | 2.51          | 24       | 2.80          | 34       | 2.97          | 80       | 3.31          |
| 5        | 1.71          | 15       | 2.55          | 25       | 2.82          | 35       | 2.98          | 90       | 3.35          |
| 6        | 1.89          | 16       | 2.59          | 26       | 2.84          | 36       | 2.99          | 100      | 3.38          |
| 7        | 2.02          | 17       | 2.62          | 27       | 2.86          | 37       | 3.00          | 110      | 3.42          |
| 8        | 2.13          | 18       | 2.65          | 28       | 2.88          | 38       | 3.01          | 120      | 3.44          |
| 9        | 2.21          | 19       | 2.68          | 29       | 2.89          | 39       | 3.03          | 130      | 3.47          |
| 10       | 2.29          | 20       | 2.71          | 30       | 2.91          | 40       | 3.04          | 140      | 3.49          |
| 11       | 2.34          | 21       | 2.73          | 31       | 2.92          | 50       | 3.13          |          |               |
| 12       | 2.41          | 22       | 2.76          | 32       | 2.94          | 60       | 3.20          |          |               |

Fonte: Graphpad, 2003.

### 5.3.

#### Determinação do intervalo de Confiança da Avaliação de Reservas Média

Para se determinar a avaliação é necessário obter dados de crescimento de reservas provadas de uma amostra de *m* campos de características homogêneas desde início da produção até um dado período de tempo desde o início da produção dos campos.

Aconselha-se o agrupamento por características semelhantes conforme citado no Capítulo 4 e de tamanho por Watkins (2000). Supõe-se que a agregação de mesmas características faça com que os vários campos utilizados como base tenham comportamento e valores de avaliação muito próximos uns dos outros, podendo seu padrão comum de crescimento servir como base para inferência sobre o crescimento de novos campos similares.

Deve-se determinar os fatores de avaliação cumulativos para todos os campos para cada ano *i* utilizando a fórmula  $G_{ij} = \frac{\text{Reserva Provada}_{ij}}{\text{Reserva Provada}_{0j}}$ , onde  $G_{ij}$  é

o *i*-ésimo fator de avaliação para o *j*-ésimo campo,  $\text{Reserva Provada}_{ij}$  é a reserva provada de óleo ou gás para o *i*-ésimo ano após o início da produção do *j*-ésimo campo e  $\text{Reserva Provada}_{0j}$  é a reserva provada de óleo ou gás quando iniciou-se a produção do *j*-ésimo campo. ( $i=0, 1, 2, \dots, n$  e  $j=1, 2, \dots, m$ )

Quadro 4 – Tabela de Apreciação de Reservas dos  $m$  Campos

| Ano(i)   | Campo 1  | Campo 2  | ....     | Campo m  |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | $G_{01}$ | $G_{02}$ | ....     | $G_{0m}$ |
| 1        | $G_{11}$ | $G_{12}$ | ....     | $G_{1m}$ |
| 2        | $G_{21}$ | $G_{22}$ | ....     | $G_{2m}$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\ddots$ | $\vdots$ |
| n        | $G_{n1}$ | $G_{n2}$ | ....     | $G_{nm}$ |

O Quadro 4 mostra um exemplo de resumo da apreciação de reservas para  $n$  anos após o início da produção de  $m$  campos.

Após determinar os fatores de apreciação de reservas cumulativos para  $n$  anos dos  $m$  campos, determinam-se a média, a variância e o desvio-padrão das variáveis de apreciação de cada campo no  $i$ -ésimo ano. As estimativas da média e da variância podem ser obtidas pelas seguintes equações:

$$\overline{G}_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m G_{ij} \quad (29)$$

$$S_i^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(G_{ij} - \overline{G}_i)^2}{(m-1)} \quad (30)$$

e, conseqüentemente, a estimativa do desvio-padrão é dada por,

$$S_i = \sqrt{S_i^2} \quad (31)$$

onde  $\overline{G}_i$  é a apreciação média para o  $i$ -ésimo ano,  $S_i^2$  é a variância para o  $i$ -ésimo ano e  $S_i$  é o desvio padrão para  $i$ -ésimo ano. Todos os valores de média e variância para o  $i$ -ésimo ano são determinados utilizando as  $m$  variáveis de apreciação para o ano em questão.

Após determinar as estimativas dos parâmetros estatísticos, calcula-se os limites inferior e superior em relação à média para cada  $i$ -ésimo ano após o início da produção. Os limites inferiores e superiores são obtidos com base nos parâmetros determinados anteriormente (média e desvio-padrão), pelas seguintes equações.

$$LI_i = \bar{G}_i - \frac{S_i t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \quad (32)$$

$$LS_i = \bar{G}_i + \frac{S_i t_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \quad (33)$$

Onde  $LI_i$  é o limite inferior em relação à média para o  $i$ -ésimo ano e  $LS_i$  é o limite superior em relação à média para o  $i$ -ésimo ano.  $t_{1-\alpha/2}$  é o fractil de  $1-\alpha/2$  da variável  $t$  de *student* com  $m-1$  graus de liberdade (valor de  $t$  o qual  $P(T > t) = \alpha/2$ ). O valor de  $t_{1-\alpha/2}$  pode ser obtido na Tabela 1 da distribuição  $t$  no Anexo.

Os valores da média, limites inferiores e superiores da média para ano  $i$  após o início de produção, podem ser resumidos como na tabela exemplo do Quadro 5.

Quadro 5 – Tabela Resumo de média e limites inferiores e superiores de cada ano  $i$

| Ano ( $i$ ) | $LI_i$   | Média $_i$ | $LS_i$   |
|-------------|----------|------------|----------|
| 1           | $LI_1$   | Média $_1$ | $LS_1$   |
| 2           | $LI_2$   | Média $_2$ | $LS_2$   |
| 3           | $LI_3$   | Média $_3$ | $LS_3$   |
| $\vdots$    | $\vdots$ | $\vdots$   | $\vdots$ |
| $n$         | $LI_n$   | Média $_n$ | $LS_n$   |

Determinar os possíveis campos *outliers* da amostra por meio do teste de *Grubbs* representados pelas estatísticas:

$$G_{\min} = \bar{G} - Grubbs \times S \quad (34)$$

$$G_{\max} = Grubbs \times S - \bar{G} \quad (35)$$

Após determinar os valores máximos e mínimos da apreciação de reservas para cada ano após o início da produção, compará-los com os dados de apreciação de reservas dos campos analisados, determinando, dessa forma, os *outliers*.

#### 5.4.

#### Exemplo de Cálculo do Intervalo de Confiança da Avaliação Média de Reservas com 5 Campos de Óleo Onshore

Para exemplificar a metodologia de avaliação de reservas cujo crescimento é sujeito a uma tendência logarítmica e com intervalos de confiança para cada ano após o início da produção foi utilizado o conjunto de dados de cinco campos *onshore*. Apesar de a empresa fornecedora dos dados ter considerado a amostra homogênea, as informações sobre as características dos mesmos não foi fornecidas por questão de confidencialidade, de modo que a verificação de semelhança das características não pode ser melhor estudada. É importante salientar que o estudo deveria ter sido feito com um número maior de campos ( $m \geq 15$ ) para maior significância dos estimadores. Além disso, com esse maior número de campos a hipótese de distribuição normal dos fatores de avaliação teria apoio no teorema central do limite.

A Figura a seguir mostra a planilha eletrônica onde foram calculadas as avaliações.

|    | A                          | B               | C                  | D               | E        | F                       | G                  | H                       | I                | J                     |
|----|----------------------------|-----------------|--------------------|-----------------|----------|-------------------------|--------------------|-------------------------|------------------|-----------------------|
| 1  | Ano(i)                     | Campo1          | Campo2             | Campo3          | Campo4   | Campo5                  |                    | Media <sub>i</sub>      | Var <sub>i</sub> | Dev. Pad <sub>i</sub> |
| 2  | 0                          | 1               | 1                  | 1               | 1        | 1                       |                    | 1                       | 0                | 0                     |
| 3  | 1                          | 5,340797        | 2,125111           | 0,97886         | 1,096988 | 1,652059                |                    | 2,23876277              | 3,217689998      | 1,793792072           |
| 4  | 2                          | 5,44333         | 3,107133           | 1,013313        | 0,892586 | 3,560982                |                    | 2,803468902             | 3,622759703      | 1,903354855           |
| 5  | 3                          | 5,608919        | 3,777688           | 1,031158        | 2,563185 | 3,347293                |                    | 3,265648611             | 2,81154279       | 1,676765574           |
| 6  | 4                          | 5,158715        | 3,840074           | 1,568876        | 3,326352 | 3,905833                |                    | 3,559969883             | 1,69327477       | 1,301258917           |
| 7  | 5                          | 5,66108         | 4,5269             | 1,859293        | 2,691921 | 4,629946                |                    | 3,873828213             | 2,411935577      | 1,553040752           |
| 8  | 6                          | 6,281137        | 6,791264           | 1,837813        | 2,889683 | 4,860285                |                    | 4,532036297             | 4,556843211      | 2,134676372           |
| 9  | 7                          | 5,970489        | 6,990294           | 1,791142        | 2,882759 | 6,515047                |                    | 4,82994622              | 5,4583429        | 2,336309676           |
| 10 | 8                          | 5,921666        | 6,936723           | 1,764744        | 3,162276 | 5,876741                |                    | 4,73242994              | 4,713795163      | 2,171127625           |
| 11 | 9                          | 6,088754        | 6,728163           | 1,813392        | 3,415722 | 5,889324                |                    | 4,787070943             | 4,35013598       | 2,08569796            |
| 12 |                            |                 |                    |                 |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 13 | n = 10                     |                 |                    |                 |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 14 |                            |                 |                    |                 |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 15 | t <sub>1-α/2</sub> = 2,776 |                 |                    |                 |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 16 |                            |                 |                    |                 |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 17 | Ano(i)                     | LI <sub>i</sub> | Media <sub>i</sub> | LS <sub>i</sub> |          |                         |                    |                         |                  |                       |
| 18 | 0                          | 1               | 1                  | 1               | Ano(i)   | LI <sub>i</sub>         | Media <sub>i</sub> | LS <sub>i</sub>         |                  |                       |
| 19 | 1                          | 0,664085        | 2,238763           | 3,81344         | 0        | I18-(J2*B15)/RAIZ(B13)  | H2                 | I18+(J2*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 20 | 2                          | 1,132612        | 2,803469           | 4,474326        | 1        | I19-(J3*B15)/RAIZ(B13)  | H3                 | I19+(J3*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 21 | 3                          | 1,793703        | 3,265649           | 4,737594        | 2        | I20-(J4*B15)/RAIZ(B13)  | H4                 | I20+(J4*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 22 | 4                          | 2,417662        | 3,55997            | 4,702278        | 3        | I21-(J5*B15)/RAIZ(B13)  | H5                 | I21+(J5*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 23 | 5                          | 2,510494        | 3,873828           | 5,237162        | 4        | I22-(J6*B15)/RAIZ(B13)  | H6                 | I22+(J6*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 24 | 6                          | 2,658114        | 4,532036           | 6,405958        | 5        | I23-(J7*B15)/RAIZ(B13)  | H7                 | I23+(J7*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 25 | 7                          | 2,779021        | 4,829946           | 6,880872        | 6        | I24-(J8*B15)/RAIZ(B13)  | H8                 | I24+(J8*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 26 | 8                          | 2,826509        | 4,73243            | 6,638351        | 7        | I25-(J9*B15)/RAIZ(B13)  | H9                 | I25+(J9*B15)/RAIZ(B13)  |                  |                       |
| 27 | 9                          | 2,956145        | 4,787071           | 6,617997        | 8        | I26-(J10*B15)/RAIZ(B13) | H10                | I26+(J10*B15)/RAIZ(B13) |                  |                       |
|    |                            |                 |                    |                 | 9        | I27-(J11*B15)/RAIZ(B13) | H11                | I27+(J11*B15)/RAIZ(B13) |                  |                       |

Figura 13 – Determinação dos Limites inferiores e superiores e médias

Com base nas avaliações de reservas dos cinco campos, determinaram-se a média e o desvio-padrão para cada *i-ésimo* ano após o início da produção. Com base nesses parâmetros calculados, determinou-se o intervalo de confiança, representado pelo limite inferior e superior, para cada ano após início da produção. A seguir plotou-se o intervalo de confiança e o valor médio da

apreciação para cada ano após o início da produção juntamente com a apreciação dos cinco campos analisados.

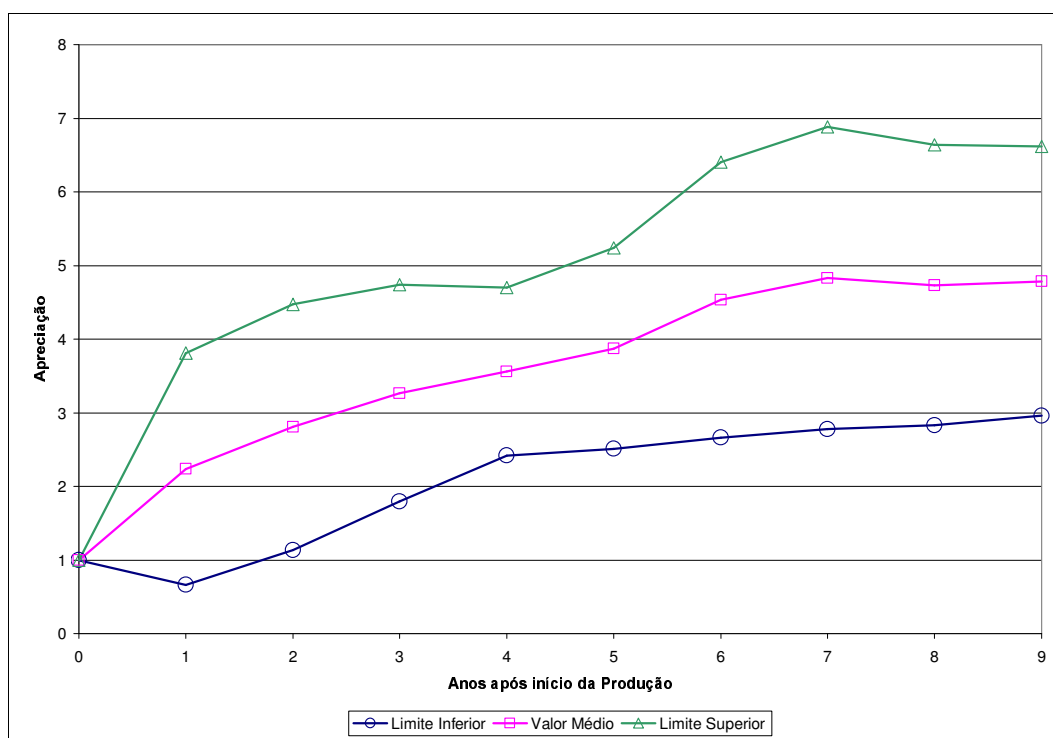


Figura 14 – Intervalo de confiança e valor médio

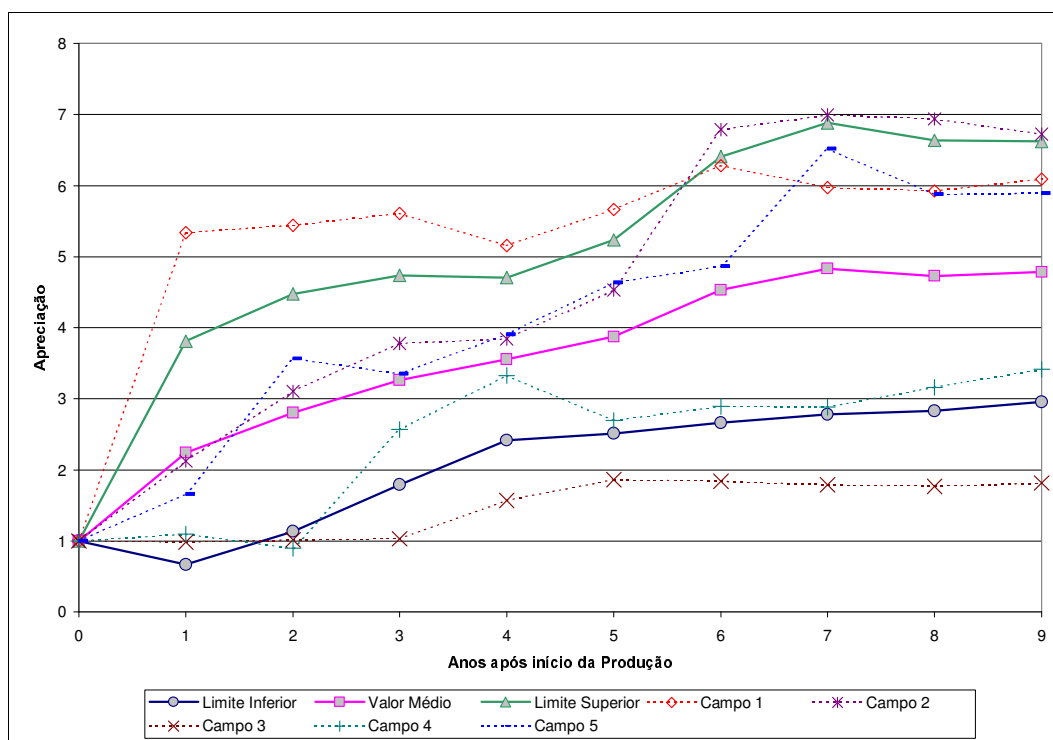


Figura 15 – Intervalo de confiança, valor médio e apreciação dos campos

Os possíveis *outliers* foram analisados por meio do teste de *Grubbs*, como pode ser observado na Figura 16 a seguir.

| Ano(i) | G <sub>i</sub> max | G <sub>i</sub> min |                         |          |          |
|--------|--------------------|--------------------|-------------------------|----------|----------|
| 0      | 1                  | 1                  | Grubbs para N=5<br>1.71 |          |          |
| 1      | 5.306147           | -0.828622          |                         |          |          |
| 2      | 6.058206           | -0.451268          |                         |          |          |
| 3      | 6.132918           | 0.398379           |                         |          |          |
| 4      | 5.785123           | 1.334817           |                         |          |          |
| 5      | 6.529528           | 1.218129           |                         |          |          |
| 6      | 8.182333           | 0.88174            |                         |          |          |
| 7      | 8.825036           | 0.834857           |                         |          |          |
| 8      | 8.445058           | 1.019802           |                         |          |          |
| 9      | 8.353614           | 1.220527           |                         |          |          |
| Ano(i) | Campo1             | Campo2             | Campo3                  | Campo4   | Campo5   |
| 0      | 1                  | 1                  | 1                       | 1        | 1        |
| 1      | 5.340797           | 2.125111           | 0.97886                 | 1.096988 | 1.652059 |
| 2      | 5.44333            | 3.107133           | 1.013313                | 0.892586 | 3.560982 |
| 3      | 5.608919           | 3.777688           | 1.031158                | 2.563185 | 3.347293 |
| 4      | 5.158715           | 3.840074           | 1.568876                | 3.326352 | 3.905833 |
| 5      | 5.66108            | 4.5269             | 1.859293                | 2.691921 | 4.629946 |
| 6      | 6.281137           | 6.791264           | 1.837813                | 2.889683 | 4.860285 |
| 7      | 5.970489           | 6.990294           | 1.791142                | 2.882759 | 6.515047 |
| 8      | 5.921666           | 6.936723           | 1.764744                | 3.162276 | 5.876741 |
| 9      | 6.088754           | 6.728163           | 1.813392                | 3.415722 | 5.889324 |

Figura 16 – Teste de *Grubbs*

Pela Figura observa-se que apenas o campo 1, representado pelo primeiro ano após o início da produção se trata de um *outlier*, e portanto esse, deveria ser retirado da amostra.

Poder-se-ia ajustar uma forma funcional para o valor médio, entretanto observa-se que as apreciações de reservas desses campos analisadas apresentam um caso clássico de heteroscedaticidade, como pode ser observado na Figura a seguir.

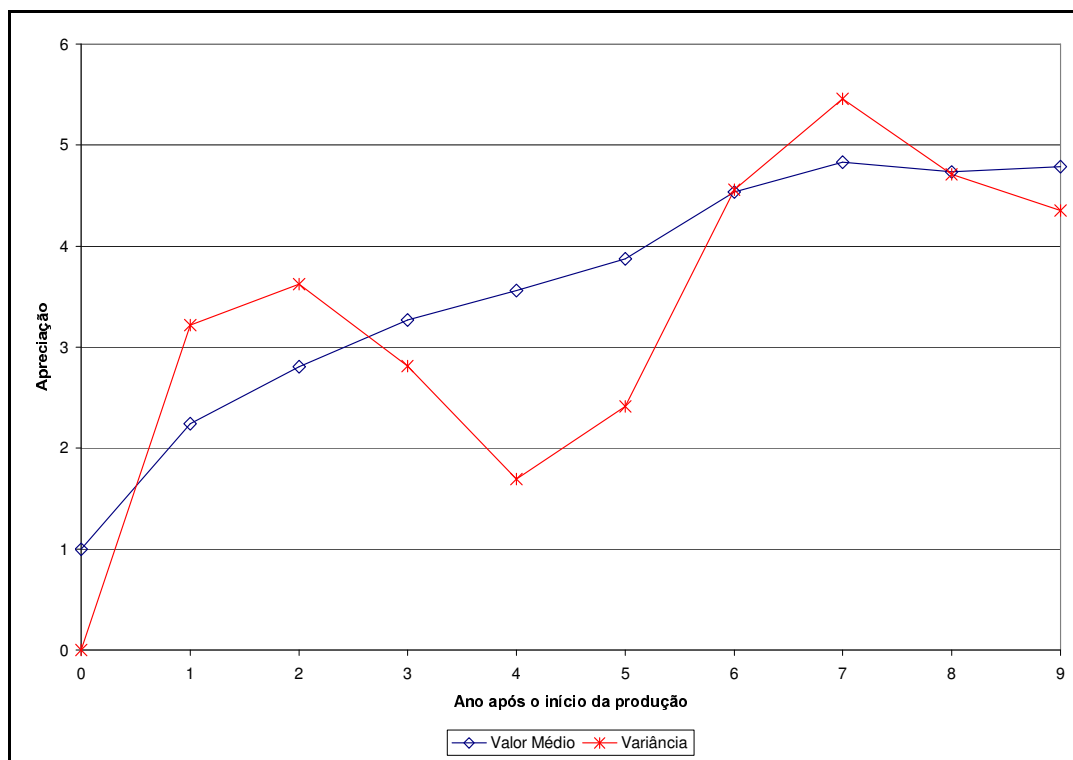


Figura 17 – Valor médio e Variância

Poderia-se fazer uma transformação para corrigir essa variância irregular, entretanto, nesse estudo não será possível essa transformação, pois a variância não segue uma tendência regular. No Anexo têm-se os procedimentos da regressão para ajustar uma função logarítmica, quando a variância da apreciação for uniforme.