

### 3 Teoria da Concatenação e Técnicas Estatísticas

A teoria apresentada neste capítulo resume-se na descrição da norma TIA/EIA TSB107 [1].

A necessidade de se prever os valores de PMD de um enlace leva a necessidade de se prover a informação do cálculo necessário para combinar as informações de especificação de PMD de cabos de fibra óptica com as especificações de outros componentes ópticos que podem estar presentes em alguns enlaces.

A IEC 61282-3 [2] apresenta alguma proposta para a especificação estatística de PMD e estas propostas serão discutidas neste capítulo, esclarecendo também o procedimento utilizado na TIA/EIA TSB107 [1] para as técnicas estatísticas possíveis para a previsão de valores de PMD.

Neste capítulo, serão discutidas ainda as seguintes questões:

- a natureza estatística da dispersão de modo de polarização;
- por quê é necessário usar a especificação estatística e métodos de caracterização;
- como calcular estes parâmetros;
- implicações para a funcionalidade dos sistemas.

Sempre que mencionarmos a PMD nos procedimentos de cálculos, estaremos nos referindo a PMD de 1ª ordem sob a perspectiva polarizada, em que os estados principais de polarização na saída são ortogonais e distintos. O atraso relativo de tempo entre dois modos de um determinado comprimento de onda é chamado de atraso diferencial de grupo (DGD), como já verificado no capítulo 1. A média do valor de DGD ao longo do comprimento de onda produz o valor de dispersão de modo de polarização (PMD).

Assumiremos que a fibra cabeada está em modo altamente acoplado. Como resultado, a distribuição dos valores de atraso diferencial de grupo para uma dada fibra cabeada é assumida ser aleatória ao longo do tempo e do comprimento de

onda. Os valores aleatórios de PMD seguem a distribuição de Maxwell, conforme apresentado no capítulo 1.

Os limites estatísticos são dados em termos de enlaces concatenados compostos de várias seções de cabos individuais selecionados aleatoriamente para caracterizar a funcionalidade de um sistema. Os requisitos, entretanto, são apenas aplicáveis às distribuições de coeficientes de PMD de seções de cabos individuais que são produzidos pelos fabricantes.

### **3.1. Base de Conhecimentos para Definição dos Métodos de Caracterização**

Como já mencionado no capítulo 2 a PMD é um atributo estocástico, com o limite teórico para a reprodutibilidade de medições estando na ordem de  $\pm 15\%$  (1 sigma). As aproximações nas especificações tradicionais, por este motivo, são citadas nestas bases exclusivamente. [3]

O mapeamento dos requisitos de componentes que fazem parte de um sistema, como a fibra óptica, é desejável para suportar a funcionalidade do sistema. Por esta razão, as aproximações estatísticas têm sido de fato os padrões utilizados na aproximação para perdas, onde a média que se obtém da concatenação de cabos e outros componentes, leva a um orçamento de perda, que é menor do que deveria ser imposto ao pior caso dos limites individuais das especificações. A experiência ao longo do tempo bem, como medições diretas em enlaces instalados têm suportado esta aproximação estatística de perdas.

Entretanto, com a avaliação apresentada aqui, poderemos observar que os limites impostos pelas atuais normas, devido à limitação de equipamentos e ao procedimento aplicado desde a fabricação das fibras, leva a uma super estimativa de perda, pois os valores reais obtidos na prática são tão baixos que na maioria dos casos acaba se encontrando abaixo do range dinâmico dos atuais equipamentos em uso comercial no mercado.

Sabe-se que a base de medidas individuais não é totalmente confiável, obrigando ao estabelecimento de alguns limites no processo total de distribuição. A mesma redução na distribuição estatística de valores de PMD em enlaces concatenados, se comparados com a distribuição de valores de PMD individual dos cabos, ocorre com PMD devido ao processo de média inerente ao cálculo da

concatenação. Estes limites são expressos em termos de desempenho do enlace concatenado calculado a fim de relacionar, mais claramente, com o desempenho funcional. Este é apenas um aspecto da estatística de PMD.

Outro aspecto da PMD é que o valor é uma média do valor de DGD ao longo do comprimento de onda. Isto pode ser tanto para enlaces quanto para seções individuais de cabos. Para altas taxas de transmissão em sistemas de longa distância, onde a PMD tem importância relevante, a deterioração induzida pela PMD no sistema será influenciada pelo período em que o DGD, a um determinado comprimento de onda, estiver acima de um valor limite, por exemplo, e não pela média dos DGDs. Este valor de DGD é aleatório. Os meios para se coletar este comportamento estatístico deve fazer parte de qualquer mapeamento de funcionalidade.

O aspecto de variação estocástica do tempo do DGD pode ser interpretado em termos de porcentagem do tempo em que ele excede um valor. Uma certa quantidade de DGD pode ser levada em consideração por um projetista de sistema pela alocação de penalidade de potência na sensibilidade do receptor.

Assume-se que a performance do sistema estará prejudicada enquanto o DGD a um dado comprimento de onda exceder o valor usado para calcular a alocação de penalidade. Para sistemas WDM (multiplexadores por divisão de comprimento de onda), os valores sugeridos, de acordo com a norma ITU-T G.691, para potenciais tempos de deterioração induzidos por PMD são menores que 0,04 min/ano/circuito. Isto corresponde a uma probabilidade de  $1,3 \times 10^{-7}$  que é o valor fim a fim (inclusive componentes não-cabo) para que este não exceda o valor projetado.

O dilema é que as medidas de PMD estão baseadas em valores de média de DGD. Ninguém poderia medir o DGD correspondente a uma probabilidade tão baixa quanto a que é demandada. Uma caracterização do processo de distribuição que poderia ser verificada teoricamente com esta medida deverá, entretanto ser feita em termos de valores da PMD que são medidos. Para ser útil em projetos de sistemas, devem ser disponibilizados alguns meios de prover a ligação entre a estatística da distribuição de PMD para precisar as avaliações das estatísticas de DGD.

Dois métodos são providos para especificar as características da distribuição de PMD:

- Método 1: relaciona a variação do coeficiente de PMD de enlaces concatenados, o qual não faz parte deste trabalho.
- Método 2: relaciona a variação nos valores de DGD de enlaces concatenados.

O Método 1 é usado no contexto mais comercial, para avaliação de fornecimento de cabos ópticos e componentes e o Método 2 é utilizado em projeto de sistemas.

Este trabalho está baseado no método 2 da norma TIA/EIA TSB107.

### 3.2. Concatenação pela Média Quadrática

O valor de PMD de um enlace é dado pela raiz quadrada do soma dos quadrados dos valores individuais das seções de cabos que compõem este enlace. Com isto podemos definir uma relação entre os coeficientes de PMD do enlace e das seções de cabos, levando-se em consideração alguns pressupostos que serão descritos adiante.

Para obtenção da formulação para obtenção do coeficiente de PMD do enlace, utilizamos a equação 20, referente à quadratura como segue:

$$d_{enlace} = \left( \sum_{i=1}^N d_i^2 \right)^{1/2} \quad (20)$$

Onde:

$d_{enlace}$  é o valor de PMD do enlace,  $d_i$  a PMD das seções de cabos e  $N$  o número de seções.

Se definirmos que  $L_{enlace}$  é o comprimento do enlace formado por  $L_i$  comprimentos de seções de cabos, a relação entre os coeficientes de PMD do enlace,  $d_{c-enlace}$ , com os coeficientes de PMD,  $d_{c-i}$ , utilizados para formar este enlace será tal que se assumirmos que todas as seções de cabos são menores que um valor comum,  $L_{cab}$ .

Simultaneamente, simplificamos o número de seções de cabo através de  $M=L_{enlace}/L_{cab}$ , encontramos:

$$d_{c-enlace} = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_{c-i}^2 \right)^{1/2} \quad (21)$$

A redução da variabilidade do coeficiente de PMD do enlace em relação aos coeficientes individuais das seções de cabos vem do processo de média. Uma condição conservativa porém necessária ao cálculo, caso não se disponha das informações precisas em relação a composição dos cabos em um enlace, é a de assumir que  $M \leq N$ .

### 3.3. Variação de Maxwell do DGD

Nos cabos ópticos a variação do DGD sobre um determinado comprimento de onda e tempo pode ser avaliada por uma distribuição Maxwelliana, a qual tem um parâmetro: a PMD. A figura 20 mostra a distribuição de DGDs em função do comprimento de onda, e a média, representada pela linha contínua, define a PMD.

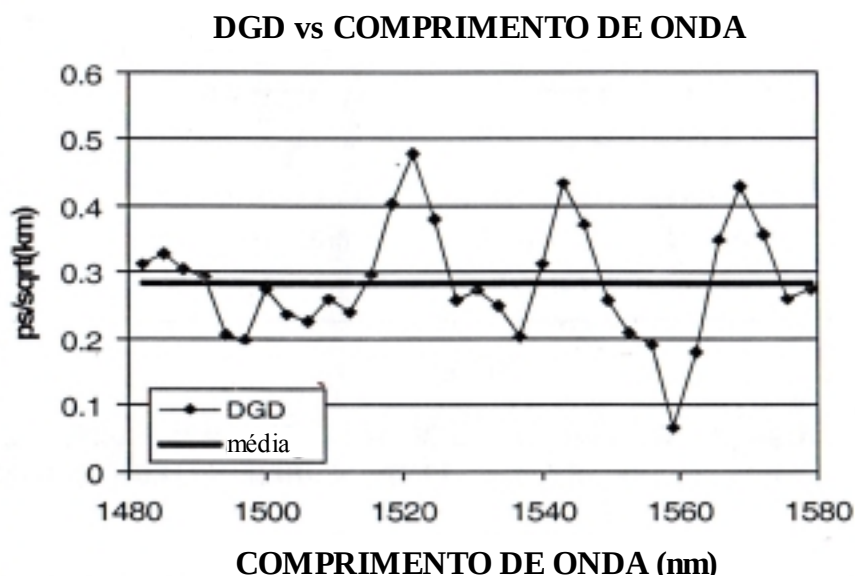


Figura 20 - DGD vs comprimento de onda.

A figura 21 mostra a função densidade de probabilidade de uma distribuição Maxwelliana do DGD para um valor de PMD de 1ps.

A f.d.p. do DGD pode ser descrita, através da equação 22, como:

$$f_{\max}(D; d) = 2 \left( \frac{4}{\pi d^2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{D^2}{\Gamma(3/2)} \exp \left[ - \frac{4}{\pi} \left( \frac{D}{d} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Onde:

$d$  é o valor de PMD e  $D$  é definido como a média aritmética dos valores de DGD.

Os eventos pouco prováveis são muito importantes, pois podem definir o tempo que o sistema estará fora de operação (outage).

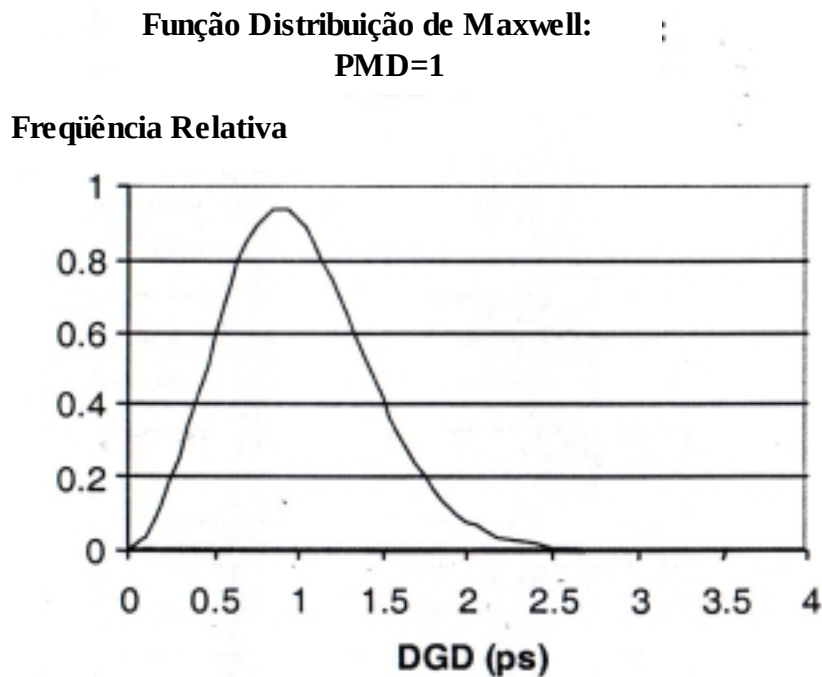


Figura 21 - Função de distribuição de Maxwell.

Estas probabilidades podem ser calculadas a partir de uma distribuição de Gama, como mostrada abaixo:

$$\Pr(\Delta \tau > D; d) = 1 - \int_0^{\frac{4}{\pi} \left( \frac{D}{d} \right)^2} \frac{x^{3/2-1}}{\Gamma(3/2)} \exp(-x) dx \quad (23)$$

Como definido na TIA/EIA TSB-107, o fator  $S$  de ajuste Maxwelliano é

comumente utilizado para conversão de valores máximos de PMD para valores máximos de DGD (aliada a uma determinada probabilidade), expressão que é derivada da equação acima. A seguinte condição deve ser assumida para definição da equação:  $d=1$  e substituição de S por D:

$$P_{\max}(S) = \Pr(\Delta\tau > S; d=1) \quad (24)$$

Nos cálculos efetuados para encontrar os máximos DGDs a um determinado nível de probabilidade dado o valor de PMD, d, deve-se computar o valor de S que satisfaça a equação descrita acima, para a probabilidade desejada e multiplicar este valor S vezes d para obter o valor de DGD máximo. O valor de S é definido na tabela 1 da página 8 da norma TIA/EIA TSB-107.

### 3.4. Metodologia de Cálculo para PMD de Enlace Óptico

Existem três técnicas que podem ser utilizadas para o cálculo da PMD de enlaces ópticos, de acordo com a TIA/EIA TSB-107: Monte Carlo, modelo Gama e Teorema do Limite Central Generalizado.

A teoria apresentada se refere apenas ao procedimento referenciado na norma como técnica de Monte Carlo.

#### 3.4.1. Procedimento de Monte Carlo

Tomando N valores de coeficientes de PMD representados por  $d_{c-i}$ , uma rotina de computador tomará aleatoriamente M valores de um universo de valores individuais medidos, e executará a média quadrática através da expressão 21, produzindo um coeficiente de PMD aleatório. Este processo será repetido K vezes pela rotina para produzir K valores de coeficientes de PMD aleatórios. O valor de K é determinado pela equação 25.

$$K \geq \frac{10}{Q} \quad (25)$$

Onde:

Q deve ser no mínimo 100 ppm.

Os valores de coeficientes de PMD aleatórios K formados a partir da concatenação deverão formar um histograma de alta resolução, com tamanho de classes da ordem de  $0,001 \text{ ps/km}^{1/2}$ .

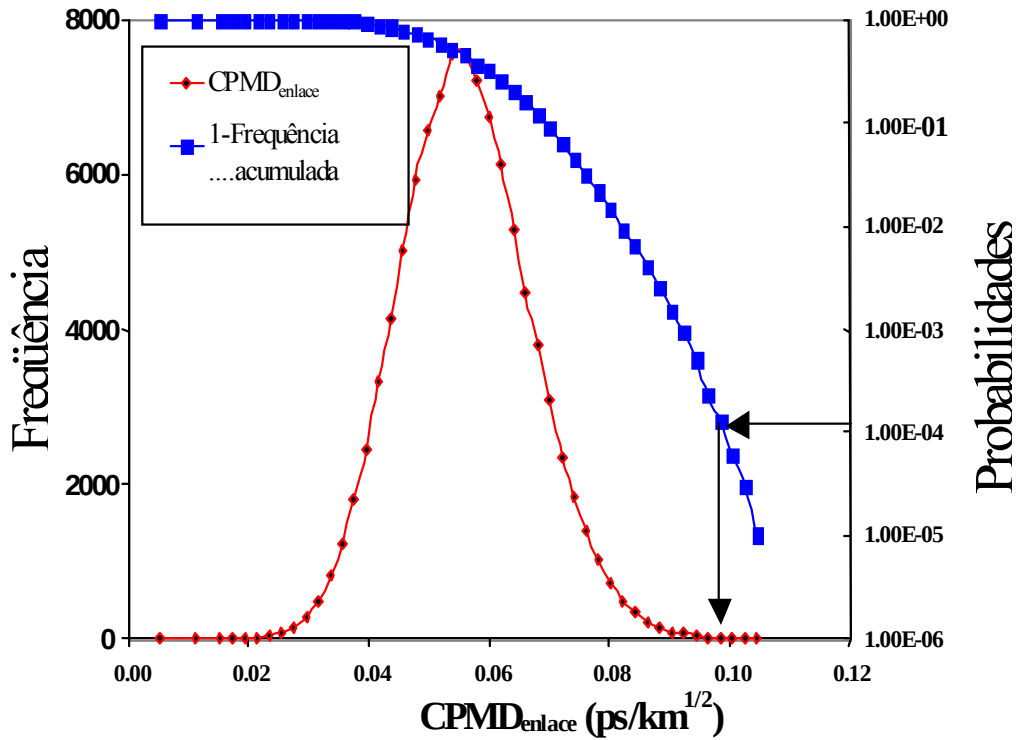


Figura 22 - Gráfico representativo para determinação de coeficiente de PMD do enlace pela técnica de Monte Carlo.

Deixando  $d_{c-k}$  representar o limite superior da  $K_{ésima}$  classe,  $n_k$  o número de repetições do valor nesta classe e  $p_k = n_k/k$  a frequência relativa naquela classe. Após o traçado do histograma estar completo podemos definir a função densidade cumulativa como:

$$C_m = \sum_{k=1}^m p_k \quad (26)$$



Para encontrarmos o valor de PMD do enlace basta direcionar ao primeiro valor  $d_{c-m}$  que satisfaça a condição  $c_m \geq 1-Q$ , demonstrado na figura 22.