

Oscar Alfredo Paz La Torre

**Curvas de gênero três em
característica dois**

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-graduação em
Matemática

Rio de Janeiro
Outubro de 2003



Oscar Alfredo Paz La Torre

**Curvas de gênero três em característica
dois**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio
como parte dos requisitos parciais para obtenção do título
de Doutor em Matemática

Orientador: Prof. Miriam del Milagro Abdón
Co-Orientador: Prof. Paulo Henrique Viana de Barros

Rio de Janeiro
Outubro de 2003



Oscar Alfredo Paz La Torre

Curvas de gênero três em característica dois

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Matemática Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Miriam del Milagro Abdón

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Paulo Henrique Viana de Barros

Co-Orientador

Departamento de Matemática - UFSC

Prof. Renata Martins da Rosa

Departamento de Matemática - PUC-RIO

Prof. Abramo Hefez

Instituto de Matemática - UFF

Prof. Fernando Eduardo Torres Orihuela

UNICAMP

Prof. José Gilvan de Oliveira

Departamento de Matemática - UFES

Prof. Derek Douglas Hacon

Departamento de Matemática - PUC-RIO

Prof. Ney Augusto Dumont

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 31 de Outubro de 2003

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Oscar Alfredo Paz La Torre

Bachiller em Matemática na Universidade Nacional Mayor de San Marcos no ano 1992. Mestre em Matemática na Universidade Federal Fluminense em 1995.

Ficha Catalográfica

Paz La Torre, Oscar Alfredo

Curvas de gênero três em característica dois/ Oscar Alfredo Paz La Torre; orientador: Miriam del Milagro Abdón; co-orientador: Paulo Henrique Viana de Barros . — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2003.

v., 82 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Características teta. 3. Matrizes e invariante de Hasse-Witt. 4. Pontos de Galois. 5. I. Abdón, Miriam del Milagro. II. Barros, Paulo Henrique Viana de . III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Ao Professor Paulo Henrique Viana de Barros pela orientação e amizade que foram indispensáveis para a realização deste trabalho.

À Professora Miriam Abdón pelo seu apoio e dedicação.

Ao professor Fernando Torres pelas valiosas conversas e sugestões.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

Aos funcionários do Departamento pela colaboração e amizade, em particular a Creuza.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos peruanos e brasileiros pela amizade e incentivo.

A Rita e Diego pela paciência, compreensão e apoio nos momentos mais difíceis deste doutorado.

Finalmente, agradeço aos meus pais e minha família por acreditarem em mim.

Resumo

Paz La Torre, Oscar Alfredo; Abdón, Miriam del Milagro; Barros, Paulo Henrique Viana de . **Curvas de gênero três em característica dois**. Rio de Janeiro, 2003. 82p. Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Estudamos a variedade M_3 de curvas de gênero três em característica dois. Para cada uma destas curvas calculamos seus possíveis números de pontos de Weierstrass, seus pesos, normalizações de muitos loci no espaço de moduli, entre outras coisas. Tratamos ainda do conceito de ponto de Galois.

Palavras-chave

Característica Teta, Matrizes e invariante de Hasse-Witt, Pontos de Galois.

Abstract

Paz La Torre, Oscar Alfredo; Abdón, Miriam del Milagro; Barros, Paulo Henrique Viana de . **Curves of Genus Three in Characteristic Two**. Rio de Janeiro, 2003. 82p. PhD. Thesis — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

We study the variety M_3 of curves of genus three in characteristic two. For each of the curves we compute the possible number of Weierstrass points, their weights, normalizations of many loci in the moduli space, and so on. We also deal with the concept of a Galois point.

Keywords

Theta Characteristics; Hasse-Witt matrix; Hasse-Witt invariant; Galois points.

Sumário

1	Introdução	8
2	Preliminares	10
2.1	Pontos de Weierstrass	10
2.2	Operador de Cartier	11
2.3	Matriz e Invariante de Hasse-Witt	12
2.4	Característica Teta em característica dois	13
2.5	Pontos Galoisianos	15
3	Curvas Algébricas de gênero três em característica dois com poucos pontos de Weierstrass	19
3.1	Normalização e Wronskiano da curva	19
3.2	Matriz e Invariante de Hasse-Witt	23
3.3	Pontos de Weierstrass para curvas com Invariante de Hasse-Witt $\sigma = 3$	26
3.4	Pontos de Weierstrass para curvas com invariante de Hasse-Witt $\sigma = 2$	33
3.5	Pontos de Weierstrass para curvas com Invariante de Hasse-Witt $\sigma = 1$	37
3.6	Pontos de Weierstrass para curvas com Invariante de Hasse-Witt $\sigma = 0$	39
4	Curvas Algébricas de gênero três em característica dois com muitos pontos de Weierstrass	41
4.1	Normalização da curva	41
4.2	Estudo da curva genérica	42
4.3	Caso Particular	50
5	Pontos Galoisianos em Curvas Algébricas de gênero três em característica dois	64
5.1	O ponto infinito como um ponto de Galois	64
5.2	Pontos genéricos como pontos Galoisianos	69
5.3	A curva C_a	71
	Referências Bibliográficas	80