

Azucena Mireya Duarte Zelaya

**Codificação de Índice, Seleção de Antenas e
Detecção de Sinais em Sistemas MU-MIMO
com GPSM**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Raimundo Sampaio Neto
Co-orientador: Dr. João Alfredo Cal Braz

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2019

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Azucena Mireya Duarte Zelaya

Graduou-se em Engenharia Eletrônica na Universidad Nacional Autónoma de Honduras. Fez mestrado no Departamento de Engenharia Elétrica da UNESP.

Ficha Catalográfica

Duarte Zelaya, Azucena Mireya

Codificação de Índice, Seleção de Antenas e Detecção de Sinais em Sistemas MU-MIMO com GPSM / Azucena Mireya Duarte Zelaya; orientador: Raimundo Sampaio Neto ; co-orientador: João Alfredo Cal Braz . – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica , 2019.

v., 169 f: il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica .

Inclui bibliografia

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. MIMO, Multi-input Multi-output;. 3. GPSM, Generalized Precoding Spatial Modulation;. 4. Seleção de antenas;. 5. ZF, Zero Forcing;. 6. BD, Block Diagonalization. I. Sampaio Neto, Raimundo. II. Cal Braz, João A.. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica . IV. Título.

CDD: 621.3

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer especialmente a meu orientador Prof. Raimundo Sampaio Neto, um professor admirável. Agradeço sua compreensão, dedicação e paciência neste período de trabalho, que além de ter sido um guia na pesquisa, também compartilhou ensinamentos para a vida toda.

Também sou grata ao meu co-orientador, Dr. João Cal Braz, pelo companheirismo e sua inestimável ajuda na realização deste trabalho.

À minha família Duarte Zelaya, pelo apoio e confiança incondicional, especialmente a minha primeira e melhor professora, mi mamá Azucena Zelaya.

Não posso deixar de mencionar os meus colegas e amigos de todas partes do mundo com quem tive a oportunidade de compartilhar esta aventura de 4 anos.

Finalmente gostaria de agradecer também ao Governo Brasileiro, à Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro (PUC-Rio) e as instituições Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) por acreditar em meu trabalho e pelo o apoio financeiro concedido.

Resumo

Duarte Zelaya, Azucena Mireya; Sampaio Neto, Raimundo; Cal Braz, João A.. **Codificação de Índice, Seleção de Antenas e Detecção de Sinais em Sistemas MU-MIMO com GPSM.** Rio de Janeiro, 2019. 169p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Modulação Espacial com Pré-codificação Generalizada (*Generalized Precoding Aided Spatial Modulation*, GPSM) é uma estratégia de comunicação em sistemas MIMO em que o transmissor codifica a informação em duas entidades: a transmissão paralela de símbolos pertencentes à constelação de uma modulação digital, e os índices das posições do vetor de informação que transportam estes símbolos, denominada *information bearing positions* (IBP), enquanto as demais posições transportam zero. Além disto, o transmissor, previamente à transmissão dos dados pré-codifica o vetor de informação, possibilitando a redução da complexidade do nó receptor. Entre as vantagens desta estratégia destaca-se a concentração da energia transmitida apenas nas posições do vetor de informação que efetivamente contém símbolos, favorecendo o desempenho do sistema. Esta tese considera um sistema MIMO multiusuário (MU-MIMO) que emprega GPSM no enlace direto. O modelo de sinais desenvolvido para descrever este sistema evidencia a influência das matrizes que codificam as IBP no desempenho do sistema. Com base neste modelo, o sistema GPSM MU-MIMO é apresentado para três pré-codificadores lineares: Zero-Forcing, Block Diagonalization e Block Diagonalization de Duas Fases. Para cada um destes pré-codificadores são propostas estratégias de seleção das matrizes de codificação IBP, de acordo com a matriz que descreve o canal MU-MIMO corrente, a serem empregadas pelo transmissor visando melhorar o desempenho de detecção do sistema. As curvas de desempenho de detecção são comparadas a limitantes semi-analíticos desenvolvidos. Por fim, considera-se o cenário em que existem mais antenas disponíveis na estação rádio-base e/ou nos usuários do que o número de cadeias de radiofrequência que os equipam. Esta tese apresenta estratégias ótimas e de complexidade reduzida de se explorar o uso das antenas mais favoráveis à transmissão e/ou recepção, em adição à escolha das matrizes de codificação IBP, com o objetivo de prover melhorias ao desempenho do sistema.

Palavras-chave

MIMO, Multi-input Multi-output; GPSM, Generalized Precoding Spatial Modulation; Seleção de antenas; ZF, Zero Forcing; BD, Block Diagonalization

Abstract

Duarte Zelaya, Azucena Mireya; Sampaio Neto, Raimundo (Advisor); Cal Braz, João A. (Co-Advisor). **Index Encoding, Antenna Selection and Signal Detection on GPSM MU-MIMO Systems**. Rio de Janeiro, 2019. 169p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Generalized Pre-coding Aided Spatial Modulation (GPSM) is a MIMO system communication strategy in which the transmitter encodes the information in two entities: the parallel transmission of symbols belonging to a digital modulation constellation, and the choice of the indices of the information vector elements that carries the information symbols, denoted information bearing positions (IBP), while the remaining positions are set to zero. Besides, the transmitter precodes, prior to transmission, the information vector, which lets the receiver node benefit from complexity reduction. Among the advantages of this strategies, the concentration of the transmitted energy only on the information vector positions that transports modulated symbols, resulting in system performance improvement. This thesis considers a multiuser MIMO (MU-MIMO) that employs GPSM in the downlink transmission. The presented signal model to describe this system evidences the influence of the IBP coding matrices on the system performance. Based on this model, GPSM MU-MIMO system is presented considering three linear precoders: Zero-Forcing, Block Diagonalization and Double-Stage Block Diagonalization. For each precoder, strategies to select the IBP encoding matrix, according to the matrix that describes the current MU-MIMO channel, is proposed. These matrices are to be employed by the user, aiming at system detection performance improvement. Detection performance curves are compared to semianalytic lower bounds. Finally, a scenario in which there are a number of available antennas at the BS and/or at the users that exceed the number of radiofrequency chains. This thesis proposes optimal and reduced complexity strategies that exploit the use of the most favorable antennas for transmission and/or reception, in addition to the choice of the IBP encoding matrices, aiming at system performance improvement.

Keywords

MIMO, Multi-input Multi-output; GPSM, Generalized Precoding Spatial Modulation; Antenna Selection; ZF, Zero Forcing; BD, Block Diagonalization

Sumário

1	Introdução	20
2	Sistema MU-MIMO com GPSM	25
2.1	Visão geral	25
2.2	Modelo de sinais	27
2.3	Capacidade do canal e taxa alcançável no canal de enlace direto MU-MIMO	33
2.4	Limitante semi-analítico para a probabilidade de erro de detecção	34
3	Sistema GPSM com pré-codificador Zero Forcing	37
3.1	Modelagem do pré-codificador Zero Forcing	37
3.2	Resultados numéricos	39
3.3	Seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}	41
3.3.1	Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário	41
3.3.2	Máxima taxa alcançável pelos usuários	43
3.4	Notificação da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k	45
3.5	Análise da probabilidade de erro	48
4	Sistema GPSM com pré-codificador Block Diagonalization	50
4.1	Modelagem do pré-codificador Block Diagonalization	50
4.2	Resultados numéricos	53
4.3	Seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}	54
4.3.1	Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário	54
4.3.2	Máxima taxa alcançável pelos usuários	55
4.4	Estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD}	59
4.5	Análise da probabilidade de erro	62
5	Sistema GPSM com pré-codificador Block Diagonalization de duas fases	65
5.1	Modelagem do pré-codificador Block Diagonalization de duas fases	65
5.2	Resultados numéricos	67
5.3	Seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}	68
5.3.1	Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário	68
5.3.2	Máxima taxa alcançável pelos usuários	71
5.4	Estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD2}	73
5.5	Análise da probabilidade de erro	74
6	Seleção de antenas no sistema MU-MIMO com GPSM	77
6.1	Comunicação em subconjunto das antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM	77
6.2	Comunicação em subconjunto das antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM	80
6.3	Comunicação em subconjunto das antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM	84
6.4	Resumo de notações e dimensões	85

7	Seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador Zero Forcing	87
7.1	Modelagem da seleção de antenas transmissoras t com pré-codificador Zero Forcing	87
7.2	Seleção de antenas transmissoras t e matriz de codificação IBP Q	88
7.2.1	Seleção ótima conjunta de t e Q	88
7.2.2	Seleção de t e Q com relaxamento da otimização	89
7.3	Seleção de t e Q com redução do espaço de busca	93
8	Seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador Zero Forcing	102
8.1	Modelagem da seleção de antenas receptoras r com pré-codificador Zero Forcing	102
8.2	Seleção de antenas receptoras r e da matriz de codificação IBP Q	103
8.2.1	Seleção ótima conjunta de r e Q	103
8.2.2	Seleção de r e Q com relaxamento da otimização	104
9	Seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador Zero Forcing	109
9.1	Modelagem da seleção de antenas transmissoras t e receptoras r com pré-codificador Zero Forcing	109
9.2	Seleção de antenas transmissoras t , receptoras r e da matriz de codificação IBP Q	110
9.2.1	Seleção ótima conjunta de t , r e Q	110
9.2.2	Seleção de t , r e Q com relaxamento de otimização	111
9.3	Seleção de t , r e Q com redução do espaço de busca	116
10	Seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2	129
10.1	Modelagem da seleção de antenas transmissoras t com pré-codificador BD2	129
10.2	Seleção de antenas transmissoras t e matriz de codificação IBP Q	130
10.2.1	Seleção ótima conjunta de t e Q	131
10.2.2	Seleção de t e Q com relaxamento de otimização	132
10.3	Seleção de t e Q com redução do espaço de busca	134
11	Seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2	143
11.1	Modelagem da seleção de antenas receptoras r com pré-codificador BD2	143
11.2	Seleção de antenas receptoras r e matriz de codificação IBP Q	144
11.2.1	Seleção ótima conjunta de r e Q	145
12	Seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2	149
12.1	Modelagem da seleção de antenas transmissoras t e receptoras r com pré-codificador BD2	149
12.2	Seleção de antenas transmissoras t , receptoras r e da matriz de codificação IBP Q	150
12.2.1	Seleção ótima conjunta de t , r e Q	151

12.3 Seleção de t , r e Q com redução do espaço de busca	153
13 Conclusões	160
Referências bibliográficas	163
Apêndice A Matriz de codificação IBP base Q^b	166

Lista de figuras

Figura 2.1	Sistema MU-MIMO enlace direto.	25
Figura 2.2	Diagrama em blocos simplificado do sistema MU-MIMO com GPSM.	28
Figura 3.1	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF $\{8, (4, N_{ibp}), 1\}$.	40
Figura 3.2	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF $\{10, (5, N_{ibp}), 1\}$.	40
Figura 3.3	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	42
Figura 3.4	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	43
Figura 3.5	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	45
Figura 3.6	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	45
Figura 3.7	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	46
Figura 3.8	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	46
Figura 3.9	Diagrama em blocos detalhado do sistema MU-MIMO com GPSM.	47
Figura 3.10	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} notificada, \mathbf{Q} -Notf.	48
Figura 3.11	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	49
Figura 3.12	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	49

Figura 4.1	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$.	54
Figura 4.2	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$.	54
Figura 4.3	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	56
Figura 4.4	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	56
Figura 4.5	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE.	57
Figura 4.6	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	58
Figura 4.7	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	58
Figura 4.8	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	59
Figura 4.9	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	59
Figura 4.10	Diagrama em blocos da recepção do sistema MU-MIMO com GPSM.	62
Figura 4.11	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE, considerando-se estimação $F_{Est} = 40$ e notificação perfeita, \mathbf{Q} -Est, estimação $F_{Est} = 40$ e notificação $F_{Notf} = 20$, \mathbf{Q} -Est-Notf, uso da estimação para determinar \mathbf{J}^{BD} e \mathbf{Q} no receptor, \mathbf{Q} -Est-Det.	62
Figura 4.12	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	63
Figura 4.13	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	64
Figura 5.1	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$.	68

Figura 5.2	BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$.	68
Figura 5.3	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	69
Figura 5.4	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	70
Figura 5.5	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE.	70
Figura 5.6	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE. (Versão expandida).	71
Figura 5.7	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	72
Figura 5.8	Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	73
Figura 5.9	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	73
Figura 5.10	BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.	74
Figura 5.11	BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da SNR_{bit}^r , \mathbf{Q} -SE, considerando-se estimação com $F_{Est} = 40$ e notificação perfeita, \mathbf{Q} -Est.	75
Figura 5.12	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	75
Figura 5.13	BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.	76

- Figura 7.1 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ com seleção conjunta, **t-Q-O**, seleção relaxada, **t-Q-SbO**, vs do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 92
- Figura 7.2 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ com seleção conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-**t-Q-O**, ITES-**t-Q-SbO** e com seleção conjunta e relaxada considerando o espaço de busca completo, **t-Q-O**, **t-Q-SbO**. 97
- Figura 8.1 BER dos sistemas com seleção de antenas na recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, **r-Q-O**, seleção relaxada da otimização, **r-Q-SbO**, e do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 108
- Figura 9.1 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima, **t-r-Q-O**, seleção sub-ótima, **t-r-Q-SbO**, e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 116
- Figura 9.2 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-**t-r-Q-O**, ITES-**t-r-Q-SbO** e com seleção relaxada com espaço de busca completo, **t-r-Q-SbO** vs do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 127
- Figura 10.1 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, **t-Q-O**, seleção relaxada da otimização, **t-Q-SbO**, e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 135
- Figura 10.2 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão com GPSM e MU-MIMO usando pré-codificador BD2 para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-**t-Q-O**, ITES-**t-Q-SbO** e com seleção conjunta e relaxada com espaço de busca completo, **t-Q-O**, **t-Q-SbO**. 137

Figura 11.1 BER dos sistemas com seleção de antenas na recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, **r-Q-O** e dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 146

Figura 12.1 BER dos sistemas com seleção ótima conjunta de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima **t-r-Q-O** e dos sistemas MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 154

Figura 12.2 BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta pelo ITES, ITES-**t-r-Q-O** e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas com pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**. 155

Lista de tabelas

Tabela 3.1	Características do sistema $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\}$ com $K = 1$.	39
Tabela 4.1	Características do sistema $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\}$ com $K = 2$.	53
Tabela 6.1	Parâmetros, vetores e matrizes definidos no sistema GPSM MU-MIMO com e sem seleção de antenas.	86
Tabela 7.1	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	90
Tabela 7.2	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	92
Tabela 7.3	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	93
Tabela 7.4	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.	98
Tabela 7.5	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.	99
Tabela 7.6	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	100
Tabela 7.7	Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem)/ Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	101
Tabela 8.1	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	105
Tabela 8.2	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	107
Tabela 8.3	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	108
Tabela 9.1	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	113
Tabela 9.2	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	115
Tabela 9.3	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	117
Tabela 9.4	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF	120
Tabela 9.5	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.	121
Tabela 9.6	Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	124

Tabela 9.7 Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem) / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.	126
Tabela 10.1 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	133
Tabela 10.2 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	135
Tabela 10.3 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.	136
Tabela 10.4 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.	140
Tabela 10.5 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.	141
Tabela 10.6 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.	142
Tabela 10.7 Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem) / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.	142
Tabela 11.1 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	147
Tabela 11.2 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$, pré-codificador BD2.	148
Tabela 12.1 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	153
Tabela 12.2 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.	155
Tabela 12.3 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.	158
Tabela 12.4 Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.	159
Tabela A.1 Exemplo de tabela de mapeamento \mathbf{Q}^b .	166

Lista de símbolos

\cong	aproximação
x	escalar
\mathbf{x}	vetor
\mathbf{X}	matriz
$\text{Tr}\{\mathbf{X}\}$	traço de \mathbf{X}
$\det(\mathbf{X})$	determinante de \mathbf{X}
$\mathbf{d}(\mathbf{X})$	vetor coluna cujas componentes são os elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{X}
$\mathbf{D}(\mathbf{x})$	matriz diagonal que contém em sua diagonal o vetor \mathbf{x}
\mathbf{X}^T	transposição de \mathbf{X}
\mathbf{X}^H	transposto conjugado (ou Hermitiana) de \mathbf{X}
$\ \mathbf{x}\ $	norma Euclidiana de \mathbf{x}
$\ \mathbf{X}\ _F$	norma de Frobenius de \mathbf{X}
\mathbf{I}_m	matriz de identidade de dimensão $m \times m$
$\{x_i\}_{i=1}^N$	conjunto formado por elementos x_i , numerados de 1 a N
$P(\Theta)$	probabilidade do ocorrência do evento Θ
$\mathbb{E}[x]$	valor esperado de x
Q	complemento da função densidade cumulativa da distribuição normal padrão
$\binom{x}{y}$	coeficiente binomial; número de combinações sem reposição de y elementos dentre x opções
$\lfloor x \rfloor$	escalar inteiro imediatamente inferior ao escalar real x

Lista de abreviações

BD	pré-codificador <i>block diagonalization</i>
BD2	pré-codificador <i>block diagonalization</i> de duas fases
BER	taxa de erro de bit (<i>bit error rate</i>)
ERB	estação rádio base
IBP	posição que carrega informação (<i>information bearing position</i>)
IM	índice de modulação (<i>index modulation</i>)
ITES	busca iterativa (<i>iterative search</i>)
GPSM	pré-codificação e modulação espacial generalizada (<i>generalized pre-coding aided spatial modulation</i>)
GSM	modulação espacial generalizada (<i>generalized spatial modulation</i>)
FLOP	operação de ponto flutuante (<i>floating point operation</i>)
LS	mínimos quadrados (<i>Least squares</i>)
MIMO	múltipla entrada, múltipla saída (<i>multiple-input, multiple-output</i>)
ML	máxima verossimilhança (<i>maximum likelihood</i>)
PSM	pré-codificação e modulação espacial (<i>pré-coding aided spatial modulation</i>)
QPSK	chaveamento por comutação de fase em quadratura (<i>quadrature phase shift keying</i>)
RF	radiofrequência
SM	modulação espacial (<i>spatial modulation</i>)
SNR	razão sinal-ruído
ZF	pré-codificador <i>zero forcing</i>

Lista de Algoritmos

Algoritmo 1	Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	89
Algoritmo 2	Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	91
Algoritmo 3	Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.	95
Algoritmo 4	Seleção relaxada \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.	96
Algoritmo 5	Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	104
Algoritmo 6	Seleção relaxada de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	106
Algoritmo 7	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	112
Algoritmo 8	Seleção relaxada de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.	114
Algoritmo 9	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte A.	118
Algoritmo 9	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte B.	119
Algoritmo 10	Seleção relaxada de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte A.	124
Algoritmo 10	Seleção relaxada de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte B.	128
Algoritmo 11	Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	132
Algoritmo 12	Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	134
Algoritmo 13	Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.	138
Algoritmo 14	Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.	139
Algoritmo 15	Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	147
Algoritmo 16	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.	152
Algoritmo 17	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2 - Parte A.	156
Algoritmo 17	Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2 - Parte B.	157

Ella está en el horizonte —dice Fernando Birri—. Me acerco dos pasos, ella se aleja dos pasos. Camino diez pasos y el horizonte se corre diez pasos más allá. Por mucho que yo camine, nunca la alcanzaré. ¿Para qué sirve la utopía? Para eso sirve: para caminar

Eduardo Galeano, Ventana sobre la utopía.

1

Introdução

Há mais de uma década o desenvolvimento de sistemas de comunicação com múltiplas antenas, MIMO, representa soluções marcantes e eficientes nas redes de comunicações sem fio, apresentando-se como tecnologias de última geração. Entre as grandes vantagens apresentadas pelos sistemas MIMO tem-se o ganho em diversidade, maior confiabilidade de conexão, incremento na taxa de dados transmitidos e principalmente uma diminuição na taxa de erro.

Por outro lado, os sistemas MIMO apresentam desafios como a redução do consumo de energia do sistema, a eliminação da interferência entre-canal (*Inter-Channel Interference*, ICI) entre o transmissor e receptor, a necessidade de equipamento de hardware com altos recursos computacionais para o processamento dos sinais. Assim, muitos estudos têm o foco na pesquisa sobre como propor soluções eficientes que mantenham os benefícios do sistema MIMO.

Uma ampla introdução sobre o sistema MIMO Multiusuário (*Multiple-user MIMO*, MU-MIMO) é apresentada em [1]. O sistema MU-MIMO, sendo aplicável em redes LANs (*Local Area Networks*) e telefonia celular, onde uma estação rádio base (ERB) comunica-se com múltiplos usuários simultaneamente, apresenta características interessantes como a ampliação da capacidade do sistema multiusuário devida ao incremento de diversidade e principalmente na redução da interferência. Dentre as técnicas de detecção empregadas no sistema MU-MIMO estão o processamento linear dos sinais e técnicas não lineares, como *dirty paper coding* apresentada em [2].

Modulação Espacial (*Spatial Modulation*, SM) é uma estratégia que consiste na seleção de uma antena transmissora para o envio da informação, sendo esta informação formada por duas partes, uma contida no símbolo de informação modulado e a outra associada ao índice da antena transmissora selecionada [3,4]. Por ativar apenas uma das antenas a cada transmissão, SM é capaz de eliminar os problemas de ICI assim como os problemas de interferência e sincronização entre as antenas transmissoras (*Inter-Antena Interference*, IAI e *Inter-Antena Sincronization*, IAS). Além disto, o uso de apenas uma antena transmissora, apesar de uma redução na eficiência espectral do sistema, resulta na diminuição do número de cadeias de rádio frequência (*Radio Frequency*, RF) e da energia gasta no sistema quando comparado ao sistema MIMO

convencional.

Modulação Espacial Generalizada (*Generalized Spatial Modulation*, GSM) é a expansão de SM. Nela o número de antenas transmissoras é maior que um. Com esta estratégia é possível alcançar uma maior eficiência espectral, mantendo níveis baixos de interferências ICI e IAI [5–8]. Ressalte-se, entretanto, que SM não pode ser utilizada em sistemas MU-MIMO onde informações diferentes são transmitidas pela mesma ERB para os diversos usuários.

Ao se considerar um sistema em que o receptor conte com reduzidos recursos de processamento, sistemas pré-codificados podem reduzir o custo computacional da unidade receptora, ao custo do aumento do processamento no transmissor. Neste caso, ambas as estratégias, SM e GSM, são diretamente aplicáveis e dão origem aos esquemas Modulação Espacial com Pré-codificação (*Preprocessing aided Spatial Modulation*, PSM) e Modulação Espacial com Pré-codificação Generalizada (*Generalized Pre-coding aided Spatial Modulation*, GPSM).

Estratégias PSM e GPSM são apresentadas em [9–14]. Nelas, de forma semelhante aos esquemas SM e GSM, a cada transmissão, o vetor de informação a ser transmitido é separado em duas unidades uma que contém os símbolos digitalmente modulados a serem emitidos e a outra indicando os índices das posições do vetor de informação que contém estes símbolos, (*Information Bearing Positions*, IBP). A alocação dos símbolos de informação nas possíveis posições do vetor de informação depende também da informação a ser transmitida, e o mapeamento entre os bits que representam esta informação e os índices das posições correspondentes no vetor de informação (Codificação de Índice - *Index Encoding*) é definido por um conjunto de padrões representados por uma matriz, aqui referida como matriz de codificação IBP. No entanto, nos esquemas PSM e GPSM a matriz pré-codificadora aplicada ao vetor de informação resulta na transmissão através de todas as antenas transmissoras, logo, não há economia no número de cadeias de RF requeridas. Por outro lado, considerando um sistema PSM/GPSM que opere à mesma taxa que um sistema MIMO convencional, o transmissor PSM/GPSM tem a possibilidade de concentrar a energia transmitida em uma quantidade menor de símbolos digitalmente modulados.

A literatura existente [9, 10] e [12–14] propõe sistemas PSM e GPSM em sistemas MIMO monousuário, considerando os pré-codificadores Zero Forcing (ZF) e Minimum Mean Square Error (MMSE). Neles, são apresentados resultados numéricos de taxa de erro de detecção e análises teóricas do desempenho destes sistemas. Estes trabalhos consideram que a posição dos símbolos no vetor de informação é definida a partir de um conjunto fixo de padrões de

alocação conhecidos pelo transmissor e receptor.

Na presente tese propõe-se estender os desenvolvimentos existentes em PSM e GPSM e aplicá-los ao ambiente MIMO multiusuário, com foco na comunicação da estação radio-base (ERB) para os usuários, referida como enlace direto ou *downlink*. São propostas estratégias visando a melhoria do desempenho do sistema em termos da taxa de erro na detecção da informação transmitida.

O trabalho parte da modelagem dos sinais e sistemas GPSM para um pré-codificador genérico. Na abordagem desenvolvida, evidencia-se a vantagem que pode ser obtida pelo sistema devido à concentração da energia em um número menor de símbolos transmitidos, comparados aos sistemas MIMO convencionais. Além disto, estabelece-se que a razão sinal-ruído na detecção dos sinais dos usuários é função da matriz pré-codificadora e das matrizes IBP que codificam as posições do vetor de informação que contém símbolos modulados. Com isto, relaciona-se a maximização da razão sinal-ruído ao emprego da matriz de codificação IBP mais adequada para as condições correntes do canal que conecta a ERB aos usuários do sistema, supostamente conhecido pelo transmissor.

Além do pré-codificador linear conhecido como *Zero Forcing* (ZF), o estudo inclui também a implementação de outros pré-codificadores que facilitem a detecção dos sinais no cenário multiusuário. Um deles é o pré-codificador Block Diagonalization (BD), apresentado em [15, 16] que elimina a interferência entre usuários utilizando decomposição em valores singulares (*Single Vector Decomposition*, SVD), promovendo assim o desacoplamento dos usuários na recepção. O outro tipo de pré-codificador BD examinado é obtido por duas decomposições SVD [17, 18] uma responsável pelo desacoplamento dos sinais dos diferentes usuários e a outra pelo desacoplamento dos símbolos transmitidos a cada usuário, eliminando assim a interferência entre símbolos. Para cada um destes pré-codificadores tem-se como objetivo apresentar expressões pertinentes para a análise da distribuição de energia transmitida e a razão sinal-ruído na recepção e desta forma identificar a dependência destas quantidades com a escolha da matriz de codificação IBP.

Um segundo enfoque desta tese considera a combinação das estratégias GPSM e Seleção de Antenas (*Antenna Selection*, AS). Esta combinação visa o complemento de uma sobre a outra, onde a vantagem de AS compensa desvantagens do GPSM. A principal vantagem da AS é a redução da complexidade no hardware através do uso de número de cadeias de RF menor que o número de antenas disponíveis no sistema, ou seja usar um menor número de cadeias de RF e selecionar o melhor subconjunto de antenas para ser usado na

transmissão e/ou na recepção de acordo com as características do canal.

Algoritmos de seleção de antenas baseados na norma do canal na transmissão e recepção, são apresentados em [19]. Uma estratégia para seleção ótima de antenas transmissoras em sistemas MIMO monousuário com multiplexação espacial e receptores coerentes, é apresentada em [20, 21]. A estratégia de seleção de antenas para sistema MIMO *Large-but-Finite*, utilizando Algoritmos Genéticos é apresentada em [22], a qual pode ser implementada com diferentes modelos de dados de comunicações e funções objetivo. Seleção de antenas transmissoras e receptoras em sistema MIMO monousuário são também apresentados em [23, 24]. Em [23] o método que utiliza o algoritmo *Real-valued Genetic* para melhorar a capacidade do canal do sistema é apresentado. Em [24], uma fórmula para o desenvolvimento do algoritmo de seleção de antenas transmissoras e receptoras proposto em [23] utilizando divisões parciais da matriz do canal, voltado para a redução da complexidade do problema é apresentado.

Esta tese é organizada da seguinte forma. No Capítulo 2 são apresentados os conceitos do sistema MU-MIMO com GPSM, a modelagem dos sinais e como estes são representados pela sua matriz de codificação, estabelecendo as relações entre a energia total despendida pela ERB, E_T , e a energia dos símbolos destinados aos usuários, E_k . Na sequência é apresentado o detector de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood*, ML) para este sistema, o qual é utilizado nos capítulos seguintes. A capacidade e taxa alcançável no canal no enlace direto [25] para o sistema considerado são apresentadas e no final do capítulo, um limitante superior semi-analítico para a probabilidade de erro na detecção do sinal recebido é desenvolvido para aplicação no sistema GPSM MU-MIMO.

O Capítulo 3 apresenta um estudo do pré-codificador ZF no sistema GPSM, com detecção ótima ML dos sinais recebidos, que inclui resultados numéricos que evidenciam as vantagens em desempenho em termos de BER (*Bit Error Rate*) do sistema GPSM sobre MIMO convencional. Também são apresentados critérios para seleção da matriz de codificação e como esta escolha é informada ao receptor. Resultados numéricos de BER para diferentes cenários e critérios de seleção são obtidos por meio de simulações e através do limitante semi-analítico pertinente ao sistema considerado.

Os capítulos 4 e 5 abordam, respectivamente, os pré-codificadores Block Diagonalization (BD) e Block Diagonalization de Duas Fases (BD2). Detecção ótima ML é considerada em ambos os casos e critérios para a seleção da matriz de codificação são propostos para cada um dos sistemas considerados, visando a minimização da BER. Os sistemas abordados nos capítulos 4 e 5 requerem estimação de canal para implementação do detector ML. Métodos de estimação

de canal e resultados de desempenho considerando estimação perfeita e a presença dos estimadores são também apresentados nestes capítulos. Assim como no caso de pré-codificação ZF, resultados de desempenho BER obtidos via simulação e através do limitante superior pertinente são apresentados.

O segundo enfoque desta tese é considerado nos capítulos 6 a 12, onde é apresentada a combinação das estratégias GPSM e AS no sistema MU-MIMO. Os desenvolvimentos ao longo desses capítulos se concentram nos pré-codificadores ZF e BD2, que são os mais destacados na literatura. No Capítulo 6 são apresentados o conceito de seleção de antenas transmissoras e/ou receptoras e a modelagem dos sinais voltados para aplicação no sistema GPSM MU-MIMO considerado. O principal objetivo deste capítulo é esclarecer os conceitos e definições dos diferentes parâmetros, vetores e matrizes utilizados nos procedimentos de otimização.

Os capítulos 7 a 9, propõem procedimentos ótimos e sub-ótimos para seleção de antenas transmissoras e/ou receptoras em conjunto com a escolha da matriz de codificação IBP voltados para sistemas com pré-codificação ZF. O Capítulo 7 trata da seleção de antenas transmissoras. O Capítulo 8 aborda a seleção de antenas na recepção e o Capítulo 9 considera a seleção conjunta das antenas transmissoras e receptoras além da matriz de codificação IBP. Nestes capítulos são propostos diferentes esquemas de seleção de antenas e seus respectivos algoritmos de implementação. A complexidade computacional associada aos diferentes procedimentos ótimos e sub-ótimos propostos é ilustrada pelo número de operações de ponto flutuante requerido no processamento dos algoritmos pertinentes. Resultados numéricos do desempenho BER resultante dos procedimentos propostos assim como a complexidade computacional dos algoritmos são apresentados e comparados.

De modo similar aos procedimentos contidos nos capítulos 7 a 9, os capítulos 10 a 12, consideram sistemas GPSM MU-MIMO com pré-codificação BD2. Assim, os capítulos 10, 11 e 12 propõem procedimentos para a seleção de antenas transmissoras, receptoras e para seleção conjunta das antenas transmissoras e receptoras, respectivamente. Ressaltando-se que, em todos os casos, os procedimentos de otimização incluem a escolha da matriz de codificação IBP. Resultados numéricos de desempenho BER e referentes a complexidade computacional dos algoritmos são apresentados e comparados.

Finalizando, o Capítulo 13 apresenta as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2

Sistema MU-MIMO com GPSM

Este capítulo introduz os fundamentos do sistema de comunicação considerado. Apresenta-se o cenário de comunicação MIMO multiusuário (MU-MIMO) no sentido estação rádio base (ERB) - usuários (enlace direto) e também é introduzida a estratégia de alocação de elementos de informação nas posições do vetor de dados que caracteriza a transmissão GPSM. Em seguida, o modelo matemático que representa o sistema em questão é apresentado, incluído o modelo do sinal transmitido, a estratégia de detecção e a definição da relação sinal-ruído. Também são apresentadas expressões úteis no desenvolvimento dessa tese, como a capacidade do canal e o limitante superior da probabilidade de erro de detecção dos símbolos GPSM.

2.1

Visão geral

Considere um sistema de comunicação centralizado, em que a ERB, equipada com N_t antenas, realiza transmissões para K usuários, cada um com N_r antenas, onde $N_t \geq KN_r$, conforme ilustrado na Figura 2.1.

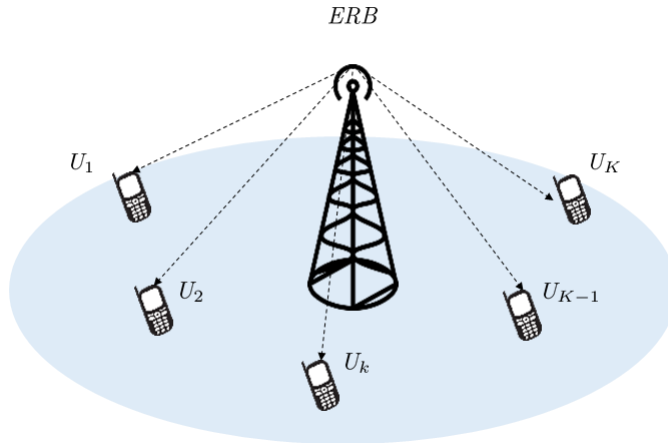


Figura 2.1: Sistema MU-MIMO enlace direto.

O conjunto de informações da ERB destinado ao k -ésimo usuário durante o período de uma transmissão é representado pelo *string* binário b^k , contendo R_k bits e mapeado pelo transmissor no vetor \mathbf{s}^k , de comprimento N_r . No sistema considerado, a cada transmissão a ERB aloca símbolos de informação

em N_{ibp} (*information bearing position*) das N_r posições de \mathbf{s}^k . Distinguem-se assim duas unidades transportadoras de informação no sistema GPSM: a informação associada aos N_{ibp} símbolos escolhidos para transmissão, oriundos da modulação digital empregada de ordem M_{mod} que transporta $k_{mod} = \log_2(M_{mod})$ bits, e a informação referente à posição dos símbolos em \mathbf{s}^k , preenchido com zeros nas demais entradas.

Sendo $N_{ibp} \leq N_r$, o número total de combinações contendo N_{ibp} posições dentre as N_r é dado por

$$C_t = \binom{N_r}{N_{ibp}}, \quad (2-1)$$

e o número de bits de informação que podem representar as diferentes seleções, ou padrões, de posicionamento é k_{pos} ,

$$k_{pos} = \lfloor \log_2(C_t) \rfloor, \quad (2-2)$$

onde $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor ou igual a x e $M_{pos} = 2^{k_{pos}}$ é o número de padrões válidos que podem ser utilizados pelo transmissor para alocar informação no vetor \mathbf{s}^k . Desta forma, o número de bits transmitidos pela ERB para o k -ésimo usuário é dado por:

$$R_k = (k_{pos} + N_{ibp}k_{mod}), \text{ bits/uso do canal} \quad (2-3)$$

e o número de bits transmitidos aos K usuários é $R = \sum_{k=1}^K R_k$. Para o caso de os usuários transmitirem à taxa $R_1 = R_2 = \dots = R_K = R_{user}$, então $R = KR_{user}$.

Como um exemplo, seja $N_r = 4$ e $N_{ibp} = 2$, resultando em $C_t = 6$, $k_{pos} = 2$ e $M_{pos} = 4$. Um possível conjunto de 4 padrões de posicionamento que pode ser usado pela ERB para codificar 2 bits de informação pode ser expresso pelo conjunto de N_{ibp} -uplas, \mathcal{Q}_{ind}^k de cardinalidade M_{pos} , cujos elementos representam os índices do vetor \mathbf{s}^k que transportam símbolos da modulação empregada durante uma transmissão, pode ser representado por

$$\mathcal{Q}_{ind}^k = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3)\}. \quad (2-4)$$

Uma representação alternativa para \mathcal{Q}_{ind}^k em (2-4), é a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k de dimensão $N_r \times M_{pos}$, composta pelas colunas \mathbf{q}_i^k , $i = 1, 2, \dots, M_{pos}$. Os elementos da i -ésima coluna, $q_i^k(n)$, $n = 1, 2, \dots, N_r$, compõem um vetor de funções indicadoras $\delta(q_i^k(n))$ associado ao i -ésimo padrão de posicionamento em \mathcal{Q}_{ind}^k . Assim, $\delta(q_i^k(n))$ é dado por:

$$\delta(q_i^k(n)) = \begin{cases} 1, & \text{se a } n\text{-ésima posição de } \mathbf{s}^k \text{ é transportadora de informação.} \\ 0, & \text{se a } n\text{-ésima posição de } \mathbf{s}^k \text{ não é transportadora de informação.} \end{cases}$$

Assim, para o conjunto de padrões de posicionamento exemplificado anterior, a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k correspondente é dada por

$$\mathbf{Q}^k = [\mathbf{q}_1^k \quad \mathbf{q}_2^k \quad \mathbf{q}_3^k \quad \mathbf{q}_4^k] = \begin{matrix} \begin{matrix} & \text{codificação binária} \\ & \mathbf{01} & \mathbf{00} & \mathbf{11} & \mathbf{10} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2-5)$$

A escolha de uma das colunas de \mathbf{Q}^k para transmissão será denotada genericamente por \mathbf{q}^k .

Note que como $M_{pos} \leq C_t$, tem-se L possíveis escolhas para a matriz \mathbf{Q}^k

$$L = \binom{C_t}{M_{pos}}, \quad (2-6)$$

organizadas no conjunto \mathcal{Q} dado por

$$\mathcal{Q} = \{\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_L\}. \quad (2-7)$$

Para o exemplo anteriormente considerado existem $L = 15$ escolhas. Para os sistemas equipados com os diferentes pré-codificadores, a serem apresentados nos próximos capítulos, será explorada a influência da escolha da \mathbf{Q}^k no desempenho do sistema.

O diagrama de blocos simplificado do sistema MU-MIMO com GPSM é exibido na Figura 2.2. Para que o usuário k receba o vetor constituído de símbolos de informação apenas em N_{ibp} posições, o transmissor aplica uma matriz de pré-codificação ao vetor de dados, que compense os efeitos do canal MIMO. Desta forma, o novo vetor de informação para este usuário, denotado por \mathbf{x}^k , não apresenta a mesma característica de esparsidade. Como resultado, enquanto o usuário recebe informação, a ERB, no caso geral, emite informação por todas as suas antenas. Por fim, a este vetor esparsa recebido pelo usuário serão aplicados métodos de recepção adequados que recuperem os símbolos recebidos e os índices das posições do vetor \mathbf{s}^k onde foram alocados os símbolos de informação.

2.2

Modelo de sinais

Estatísticas e resultados

- (a) Valor esperado: o valor esperado de \mathbf{q}^k , denotado por $\bar{\mathbf{q}}^k$, contém as frequências relativas de ocorrência de $\delta(q_i^k(n)) = 1$, $n = 1, 2, \dots, N_r$,

dentre as possibilidades do conjunto definido por \mathbf{Q}^k , e é calculado por:

$$\bar{\mathbf{q}}^k = \frac{1}{M_{pos}} \sum_{i=1}^{M_{pos}} \mathbf{q}_i^k, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (2-8)$$

Assim, para cada $\mathbf{Q}^k \in \mathcal{Q}$ corresponde um valor esperado de $\bar{\mathbf{q}}^k$, organizados no conjunto Ψ dado por

$$\Psi = \{\bar{\mathbf{q}}(1), \bar{\mathbf{q}}(2), \dots, \bar{\mathbf{q}}(L)\}. \quad (2-9)$$

(b)

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}^k) = \mathbf{D}(\mathbf{q}^k)^H = \mathbf{D}(\mathbf{q}^k)^2, \quad (2-10)$$

onde $\mathbf{D}(\mathbf{z})$ é a matriz diagonal que contém em sua diagonal o vetor \mathbf{z} .

(c)

$$\text{Tr} \{ \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \} = N_{ibp}, \quad (2-11)$$

onde $\text{Tr}\{\mathbf{Z}\}$ denota o traço da matriz \mathbf{Z} .

Transmissão

Considere \mathbf{s}^k , $k = 1, 2, \dots, K$, os vetores de informação destinados aos K usuários. As componentes de \mathbf{s}^k são todas zero, à exceção das posições definidas pelo vetor de codificação IBP selecionado \mathbf{q}^k pertencentes a \mathbf{Q}^k , exemplificado em (2-5), que são ocupadas por símbolos complexos, estatisticamente independentes, pertencentes à constelação de sinais \mathcal{C} da modulação utilizada no sistema. Adicionalmente, considere uma nova constelação de sinais que adiciona a \mathcal{C} o símbolo zero, isto é, $\mathcal{C}_o = \mathcal{C} \cup \{0\}$.

A concatenação destes K vetores produz o vetor $\mathbf{s} \in \mathcal{C}_o^{KN_r \times 1}$ ou seja:

$$\mathbf{s} = [\mathbf{s}^1^T \mathbf{s}^2^T \dots \mathbf{s}^K^T]^T. \quad (2-12)$$

Por conveniência de análise os vetores \mathbf{s}^k serão representados aqui por

$$\mathbf{s}^k = \sqrt{E_k} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k, \quad (2-13)$$

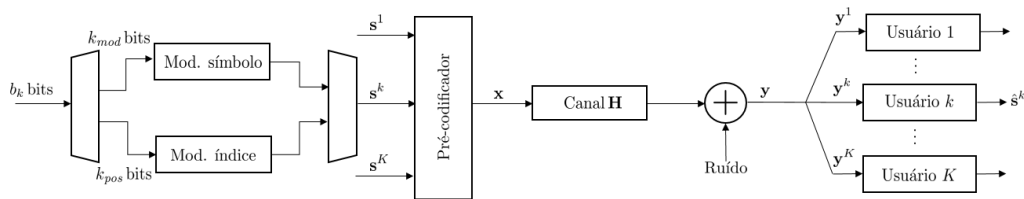


Figura 2.2: Diagrama em blocos simplificado do sistema MU-MIMO com GPSM.

onde E_k é a energia dos símbolos de informação destinados ao usuário k e \mathbf{q}^k é vetor aleatório estatisticamente independente de $\dot{\mathbf{s}}^k$ selecionado das colunas da matriz \mathbf{Q}^k em (2-5) com igual probabilidade. Na representação em (2-13) $\dot{\mathbf{s}}^k$ contém símbolos pertencentes a \mathcal{C} em todas as suas N_r posições, todos com média nula e variância 1. Tem-se, assim que $\mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^k] = \mathbf{0}$ e $\mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^k \dot{\mathbf{s}}^{kH}] = \mathbf{I}_{N_r}$. Ressalte-se que os $N_r - N_{ibp}$ símbolos associados a posições não transportadoras de informação no vetor $\dot{\mathbf{s}}^k$ não são efetivamente transmitidos, logo são resultados da escolha aleatória de símbolos do conjunto \mathcal{C} .

O vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ contendo os elementos transmitidos pelas antenas da ERB é dado por

$$\mathbf{x} = \sum_{m=1}^K \mathbf{P}^m \mathbf{s}^m = \sum_{m=1}^K \sqrt{E_m} \mathbf{P}^m \mathbf{D}(\mathbf{q}^m) \dot{\mathbf{s}}^m, \quad (2-14)$$

onde \mathbf{P}^m , $m = 1, 2, \dots, K$, denota a matriz $N_t \times N_r$ de pré-codificação dos dados destinados ao usuário m .

Relação de Energias

A energia despendida pela ERB para transmissão dos sinais é então

$$\begin{aligned} E_T &= \mathbb{E}[\|\mathbf{x}\|^2] = \text{Tr} \left\{ \mathbb{E}[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] \right\} \\ &= \text{Tr} \left\{ \sum_{m=1}^K \sum_{l=1}^K \mathbf{P}^m \mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^m \dot{\mathbf{s}}^{lH}] \mathbf{P}^{lH} \right\} \\ &= \text{Tr} \left\{ \sum_{m=1}^K \mathbf{P}^m \mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^m \dot{\mathbf{s}}^{mH}] \mathbf{P}^{mH} \right\}. \end{aligned} \quad (2-15)$$

De (2-13), tem-se

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^m \dot{\mathbf{s}}^{mH}] &= E_m \mathbb{E}[\mathbf{D}(\mathbf{q}^m) \dot{\mathbf{s}}^m \dot{\mathbf{s}}^{mH} \mathbf{D}^H(\mathbf{q}^m)] \\ &= E_m \mathbb{E}[\mathbf{D}(\mathbf{q}^m)] \\ &= E_m \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m), \end{aligned} \quad (2-16)$$

onde foram usados os resultados (2-8) e (2-10).

Combinando (2-15) e (2-16), obtém-se

$$\begin{aligned} E_T &= \sum_{m=1}^K E_m \text{Tr} \left\{ \mathbf{P}^m \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m) \mathbf{P}^{mH} \right\} \\ &= \sum_{m=1}^K E_m \text{Tr} \left\{ \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m) \mathbf{P}^{mH} \mathbf{P}^m \right\}. \end{aligned} \quad (2-17)$$

Como $\mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m)$ é uma matriz diagonal, resulta que

$$\text{Tr} \left\{ \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m) \mathbf{P}^{mH} \mathbf{P}^m \right\} = \bar{\mathbf{q}}^{mT} \mathbf{g}_m, \quad (2-18)$$

sendo $\mathbf{g}_m \in \mathbb{R}^{+N_r \times 1}$ dado por

$$\mathbf{g}_m = \mathbf{d}(\mathbf{P}^{mH} \mathbf{P}^m) = [\|\mathbf{p}_1^m\|^2 \quad \|\mathbf{p}_2^m\|^2 \quad \dots \quad \|\mathbf{p}_{N_r}^m\|^2]^T, \quad (2-19)$$

onde $\mathbf{d}(\mathbf{A})$ denota o vetor coluna cujas componentes são os elementos da diagonal principal da matriz \mathbf{A} e \mathbf{p}_i^m , $m = 1, 2, \dots, K$, representa a i -ésima coluna da matriz \mathbf{P}^m . Combinando (2-17) e (2-18) resulta que

$$\begin{aligned} E_T &= \sum_{m=1}^K E_m \mathbf{g}_m^T \bar{\mathbf{q}}^m \\ &= E_s \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_m^T \bar{\mathbf{q}}^m = E_s \gamma, \end{aligned} \quad (2-20)$$

onde $E_s = 1/K \sum_{m=1}^K E_m$ é a energia média dos símbolos destinados aos usuários e $\varepsilon_m = E_m/E_s$ e, portanto, $\sum_{m=1}^K \varepsilon_m = K$. A relação entre a energia E_T gasta na transmissão e a energia dos símbolos destinados ao usuário k pode então ser expressa por

$$E_k = E_s \varepsilon_k = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}, \quad (2-21)$$

com

$$\gamma = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_m^T \bar{\mathbf{q}}^m, \quad (2-22)$$

fica evidente de (2-21) e (2-22) que para uma dada energia E_T disponível para transmissão, a energia E_k disponível para o usuário k depende das matrizes de pré-codificação de todos os K usuários, via \mathbf{g}_m , $m = 1, 2, \dots, K$, dados por (2-19), e dos K vetores média de codificação IBP correspondente às matrizes de codificação \mathbf{Q}^k selecionados para as transmissões destinadas aos K usuários, via (2-8).

Recepção

O vetor \mathbf{x} em (2-14), que corresponde ao vetor de dados pré-codificado, pode ser reescrito como:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{s}, \quad (2-23)$$

onde $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{N_t \times KN_r}$ e \mathbf{s} é definido em (2-12).

Considere que \mathbf{P} pode ser estruturado em submatrizes \mathbf{P}^k , $k = 1, 2, \dots, K$:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{P}^1 \quad \mathbf{P}^2 \quad \dots \quad \mathbf{P}^K] \quad (2-24)$$

Com \mathbf{P} expresso por (2-24) resulta que $\mathbf{P}^H \mathbf{P}$ contém ao longo da sua diagonal principal, as K submatrizes $\mathbf{P}^{mH} \mathbf{P}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$. Assim, levando-se (2-19) em consideração, resulta que os vetores \mathbf{g}_m , que aparecem em (2-22) são dados por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_K \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}^H \mathbf{P} \right). \quad (2-25)$$

O vetor \mathbf{x} , efetivamente emitido pelo transmissor, atravessa o canal MU-MIMO e chega aos usuários. Os vetores que contêm os sinais recebidos por todos os usuários $\mathbf{y}^k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, $k = 1, 2, \dots, K$, são agrupados no vetor $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{KN_r \times 1}$ e tem a forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^1 \\ \mathbf{y}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}^K \end{bmatrix} &= \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}^1 & \mathbf{P}^2 & \dots & \mathbf{P}^K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^1 \\ \mathbf{s}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{s}^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2-26)$$

onde $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ representa o sub-canal referente ao usuário k e que conjuntamente com os demais usuários compõe $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{KN_r \times N_t}$, sendo

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T & \mathbf{H}_2^T & \dots & \mathbf{H}_K^T \end{bmatrix}^T, \quad (2-27)$$

e $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{KN_r \times 1}$ é composto por elementos $\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ que contêm o ruído adicionado na recepção, modelado por componentes pertencentes à distribuição Gaussiana complexa, circularmente simétrica, de média nula e matriz covariância $\mathbf{K}_{N_r} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r}$. Assim, o sinal que chega ao k -ésimo usuário é dado por

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}^k \mathbf{s}^k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{P}^l \mathbf{s}^l + \mathbf{n}_k. \quad (2-28)$$

Para os pré-codificadores implementados nos próximos capítulos, a matriz \mathbf{P} desacopla perfeitamente os sinais entre os usuários (i.e. $\mathbf{H}_k \mathbf{P}^l = \mathbf{0}$, $k \neq l$). Assim o sinal recebido pode ser expresso como

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{J}_k \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \quad (2-29)$$

onde $\mathbf{J}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}^k$ é a matriz efetiva do canal do k -ésimo usuário.

Métricas de razão sinal-ruído

A razão sinal-ruído do sistema referenciado à energia de transmissão da informação é dada por

$$SNR = \frac{E_T}{\sigma_n^2}. \quad (2-30)$$

Complementarmente, pode ser definida SNR_{bit} como

$$SNR_{bit} = \frac{SNR}{R}. \quad (2-31)$$

A razão entre a energia do sinal que chega ao grupo de antenas do k -ésimo usuário, E_k^r , e a densidade espectral do ruído em uma das antenas deste usuário, dividida pelo número de bits de informação transportados, é denotada como SNR na recepção por bit, $SNR_{r,bit}^k$.

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{1}{R_k} \frac{E_k^r}{\sigma_n^2}. \quad (2-32)$$

Para o cálculo $SNR_{r,bit}^k$, é preciso calcular a energia recebida por usuário, E_k^r , que é expressa por:

$$\begin{aligned} E_k^r &= \mathbb{E} \left[\text{Tr} \left\{ E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k \dot{\mathbf{s}}^{kH} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k)^H \mathbf{J}_k^H \right\} \right] \\ &= \mathbb{E} \left[E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbb{E} \left[\text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k \dot{\mathbf{s}}^{kH} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k)^H \mathbf{J}_k^H \right\} | \mathbf{q}^k \right] \right] \\ &= \mathbb{E} \left[E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \right\} \right] \\ &= E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\}, \end{aligned} \quad (2-33)$$

assim, a $SNR_{r,bit}^k$ em (2-32) pode ser desenvolvida como:

$$\begin{aligned} SNR_{r,bit}^k &= \frac{1}{R_k \sigma_n^2} \frac{E_T \varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\} \\ &= \frac{\varepsilon_k}{R_k \gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\} SNR. \end{aligned} \quad (2-34)$$

Substituindo $SNR = R SNR_{bit}$ e considerando $R_1 = R_2 = \dots = R_K = R_{user}$ então $R = K R_{user}$

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\} K SNR_{bit}. \quad (2-35)$$

Detecção

Considerou-se neste trabalho a detecção de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood*, ML), ótima no sentido da minimização da probabilidade de erro de detecção de \mathbf{s}^k em (2-29) quando os possíveis valores deste vetor são equiprováveis. Uma representação alternativa conveniente para este vetor é obtida de

$$\mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k = \mathbf{A}^k \mathbf{b}^k, \quad (2-36)$$

onde $\mathbf{b}^k \in \mathcal{C}^{N_{ip} \times 1}$ é composto por elementos com média nula e variância

unitária e a matriz $N_r \times N_{ibp}$ \mathbf{A}^k é uma sub-matriz da matriz identidade \mathbf{I}_{N_r} obtida de \mathbf{q}^k de acordo com: se a l -ésima componente de \mathbf{q}^k é zero então a l -ésima coluna de \mathbf{I}_{N_r} é suprimida ($l = 1, 2, \dots, N_r$). Assim, a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k corresponde o conjunto de matrizes de posição

$$\mathcal{A}_k = \{\mathbf{A}_1^k, \mathbf{A}_2^k, \dots, \mathbf{A}_{M_{pos}}^k\} \quad (2-37)$$

e o detetor ML que decide sobre os símbolos de informação e suas posições no vetor de sinal recebido em (2-29) pode ser expresso por

$$(\hat{\mathbf{A}}^k, \hat{\mathbf{b}}^k) = \arg \min_{\substack{\mathbf{A}^k \in \mathcal{A}_k \\ \mathbf{b} \in \mathcal{C}^{N_{ibp}}}} \left\| \mathbf{y}^k - \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k \mathbf{A}^k \mathbf{b} \right\|^2. \quad (2-38)$$

2.3

Capacidade do canal e taxa alcançável no canal de enlace direto MU-MIMO

A capacidade do canal de comunicação refere-se à mais elevada taxa de dados que pode ser entregue de forma confiável por um canal sem memória. Em outras palavras, ao se considerar uma configuração de sistema que resulte num canal de capacidade C bit/s, existe um esquema de codificação que gera dados à taxa $I \leq C$ com probabilidade de erro de detecção que tende a zero.

Quando múltiplos usuários compartilham o mesmo canal, a capacidade não pode ser caracterizada por um número. Já que existem incontáveis formas de se dividir o canal entre os diversos usuários, a capacidade do canal multiusuário é caracterizada por uma região de taxa, onde cada ponto desta região representa um vetor com as taxas alcançáveis que podem ser mantidas por todos os usuários simultaneamente com probabilidade de erro arbitrariamente pequena. A união dos vetores de taxas alcançáveis é chamada região de capacidade do sistema multiusuário.

Considerando um cenário de enlace direto MIMO multiusuário, com K receptores não cooperativos e com perfeito conhecimento do canal pela ERB, para um pré-codificador \mathbf{P}_k fixo, a taxa alcançável pelo k -ésimo usuário, I_k , é expressa por:

$$I_k = \log_2 \left[\det \left(\mathbf{K}_{\bar{k}}^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \mathbf{K}_{\mathbf{z}_k} \mathbf{P}_k^H \mathbf{H}_k^H + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right], \quad (2-39)$$

onde $\mathbf{K}_{\mathbf{z}_k} = \mathbb{E}[\mathbf{z}_k \mathbf{z}_k^H]$ é a matriz covariância do vetor de dados do usuário k na recepção e a matriz de covariância da interferência mais ruído, $\mathbf{K}_{\bar{k}}$ é dada por

$$\mathbf{K}_{\bar{k}} = \mathbf{K}_{\mathbf{n}_k} + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{P}^l \mathbf{K}_{\mathbf{z}_l} \mathbf{P}^{lH} \mathbf{H}_k. \quad (2-40)$$

Considerando o sistema GPSM MU-MIMO com $\mathbf{J}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k$ e pré-codificadores desacopladores, tem que $\mathbf{z}_k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k$, logo

$$\mathbf{K}_{\mathbf{z}_k} = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \mathbf{I}_{N_r} \quad (2-41)$$

e

$$\mathbf{K}_{\bar{k}}^{-1} = \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_{N_r}, \quad (2-42)$$

a expressão (2-39) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} I_k &= \log_2 \left[\det \left(\frac{1}{\sigma_n^2} E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \mathbf{J}_k^H + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right]; \\ &= \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{J}_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \mathbf{J}_k^H + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right] \end{aligned} \quad (2-43)$$

sendo SNR dada em (2-30).

2.4

Limitante semi-analítico para a probabilidade de erro de detecção

A probabilidade de erro de detecção do vetor de símbolos de um usuário em um sistema de comunicação multiusuário, denotado por $P_k(\text{erro})$, é resultado do valor esperado da probabilidade de erro condicionada a \mathbf{H} sobre a f.d.p. (função de densidade de probabilidade) conjunta das v.a.s. (variáveis aleatórias simétricas) elementos da matriz do canal, ou seja:

$$P_k(\text{erro}) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[P_k(\text{erro}|\mathbf{H})]. \quad (2-44)$$

Ao se considerar o detector ótimo de máxima verossimilhança, um bom limitante superior da probabilidade de erro é dado pelo limitante da união das probabilidades de erro par a par dos vetores de símbolos de informação do usuário. Empregando este limitante, a probabilidade de erro condicionada a \mathbf{H} do k -ésimo usuário é expressa por:

$$\begin{aligned} P_k(\text{erro}|\mathbf{H}) &= \sum_{\mathbf{s}_i^k} P(\mathbf{s}_i^k) P \left(\bigcup_{\mathbf{s}_j^k, \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k} \mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k \right) \\ &\leq \sum_{\mathbf{s}_i^k} P(\mathbf{s}_i^k) \sum_{\substack{\mathbf{s}_j^k, \\ \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k}} P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (2-45)$$

A desigualdade (2-45) resulta do limitante da união, e $P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H})$ corresponde à probabilidade de se decidir por \mathbf{s}_j^k quando \mathbf{s}_i^k foi transmitido dado \mathbf{H} , chamado também de probabilidade de erro par a par.

A probabilidade de erro par a par de uma detecção de mínima distância entre vetores de informação equiprováveis cujos elementos são pertencentes a um conjunto de símbolos complexos em ruído aditivo Gaussiano branco com

variância σ^2 é expressa por:

$$P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{d_{ij}^2}{2\sigma^2}}\right), \quad (2-46)$$

onde d_{ij} é a distância entre os vetores de informação recebidos, expressos em (2-29)

$$\begin{aligned} d_{ij} &= \left\| \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k (\mathbf{D}(\mathbf{q}_i^k) \dot{\mathbf{s}}_i^k - \mathbf{D}(\mathbf{q}_j^k) \dot{\mathbf{s}}_j^k) \right\| \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} d'_{ij}, \end{aligned} \quad (2-47)$$

onde d'_{ij} , que representa a distância efetiva entre as componentes de sinal dos dados recebidos, é dada por

$$d'_{ij} = \left\| \mathbf{J}_k (\mathbf{D}(\mathbf{q}_i^k) \dot{\mathbf{s}}_i^k - \mathbf{D}(\mathbf{q}_j^k) \dot{\mathbf{s}}_j^k) \right\| \quad (2-48)$$

e $Q(\cdot)$ representa o complemento da função distribuição cumulativa Gaussiana unitária definida como

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) d\beta. \quad (2-49)$$

Substituindo (2-47) em (2-46), e a SNR em (2-30), tem-se

$$P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_k}{2\gamma} d_{ij}^2 SNR}\right). \quad (2-50)$$

A probabilidade de erro de bit condicionada a \mathbf{H} do k -ésimo usuário, $P_k^{\text{bit}}(\text{erro} | \mathbf{H})$, resulta então limitada por

$$\begin{aligned} P_k^{\text{bit}}(\text{erro} | \mathbf{H}) &\leq \sum_{\mathbf{s}_i^k} P(\mathbf{s}_i^k) \sum_{\substack{\mathbf{s}_j^k, \\ \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k}} \frac{d(\mathbf{s}_i^k, \mathbf{s}_j^k)}{R_k} P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H}) \\ &\leq \frac{1}{NR_k} \sum_{\mathbf{s}_i^k} \sum_{\substack{\mathbf{s}_j^k, \\ \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k}} d(\mathbf{s}_i^k, \mathbf{s}_j^k) P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k | \mathbf{H}) \end{aligned} \quad (2-51)$$

onde $N = M_{\text{mod}}^{N_{ibp}} M_{\text{pos}}$ e $d(\mathbf{s}_i^k, \mathbf{s}_j^k)$ representa o número de bits diferentes ao comparar a codificação binária dos vetores \mathbf{s}_i^k e \mathbf{s}_j^k , ou equivalentemente, a distância de Hamming entre estes vetores.

Considerando que os resultados numéricos a serem apresentados são obtidos pela método de Monte Carlo com a realização de N_{CR} canais MIMO $N_r \times N_t$, cujos elementos estatisticamente independentes são sorteados seguindo uma distribuição Gaussiana complexa simétrica de média nula e variância unitária (a mesma modelagem empregada nos resultados numéricos das estratégias a serem propostas e detalhadas na Seção 3.2), assim uma aproximação para a probabilidade de erro de bit é calculada como

$$P_k^{\text{bit}}(\text{erro}) = \mathbb{E}_{\mathbf{H}}[P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H})] \cong \frac{1}{N_{CR}} \sum_{h=1}^{N_{CR}} P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H}^{(h)}), \quad (2-52)$$

sendo $\mathbf{H}^{(h)}$ a matriz do canal sorteada na h -ésima realização do experimento aleatório.

Nota-se que a dependência do canal \mathbf{H} da probabilidade erro par a par em (2-50) é via γ e d'_{ij} , onde γ em (2-22) é calculado através dos vetores \mathbf{g}_m , $m = 1, 2, \dots, K$ em (2-25) e d'_{ij} em (2-48) depende da matriz \mathbf{J}_k efetiva do canal.

O presente capítulo e os subsequentes apresentarão estratégias de matrizes pré-codificadoras para o sistema GPSM. A cada estratégia proposta são apresentados critérios para a seleção da matriz de codificação IBP que visam a melhora do desempenho do sistema. No lado da recepção, o detector ótimo é considerado. Também serão apresentados, em algumas das estratégias, métodos de estimação do canal para a escolha pelo transmissor (ou conhecimento pelo receptor) da matriz de codificação IBP e para a detecção do sinal. Em outras estratégias serão apresentados métodos de notificação ao receptor da matriz de codificação IBP selecionada. O desempenho dos sistemas propostos são então avaliados em termos da taxa média de erro de detecção e também comparados a limitantes semi-analíticos da probabilidade de erro.

Este capítulo apresenta o sistema com pré-codificador Zero-Forcing. São apresentados dois critérios para seleção pelo transmissor da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , baseados na maximização da relação sinal-ruído verificada no usuário e na maximização da taxa alcançável por usuário. Também é proposto um método de notificação aos receptores das matrizes \mathbf{Q}^k sendo utilizadas na transmissão. Por fim, um limitante semi-analítico da probabilidade de erro de detecção é comparado aos resultados de taxa média de erro de detecção pelos usuários.

3.1

Modelagem do pré-codificador Zero Forcing

Este pré-codificador, representado pela matriz $\mathbf{P}_{ZF} \in \mathbb{C}^{N_t \times K N_r}$, realiza a inversão do canal MU-MIMO, com o objetivo de anular totalmente o efeito do canal sobre o vetor de símbolos. Ele é implementado pela pseudo-inversa à direita da matriz do canal \mathbf{H}

$$\mathbf{P}_{ZF} = \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1}, \quad (3-1)$$

e a matriz que pré-codifica os dados do usuário k , $\mathbf{P}_{ZF}^k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, é expressa por

$$\mathbf{P}_{ZF}^k = \mathbf{P}_{ZF}[(k-1)N_r + 1 : kN_r], \quad (3-2)$$

onde a notação $\mathbf{A}[a : b]$ representa a submatriz de \mathbf{A} que contém apenas o intervalo de colunas de a até b .

O pré-codificador \mathbf{P}_{ZF}^k remove perfeitamente a interferência entre usuários, pois $\mathbf{H}_k \mathbf{P}^l = 0$, $l \neq k$. Além disto, a submatriz efetiva do canal do usuário k para este pré-codificador é

$$\mathbf{J}_k^{ZF} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{ZF}^k = \mathbf{I}_{N_r}, \quad (3-3)$$

o que resulta no vetor de dados do usuário k da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^k &= \mathbf{J}_k^{ZF} \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k \\ &= \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \end{aligned} \quad (3-4)$$

onde γ é dado por (2-22) e os vetores \mathbf{g}_m são obtidos de

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_K \end{bmatrix} = \mathbf{d}(\mathbf{P}_{ZF}^H \mathbf{P}_{ZF}) = \mathbf{d}((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}). \quad (3-5)$$

Detecção

Considerando a representação alternativa de \mathbf{s}^k em (2-36) e o conjunto de matrizes que representam os padrões de posição em (2-37), o detector ML para o sinal recebido em (3-4) pode ser expresso por

$$(\hat{\mathbf{A}}^k, \hat{\mathbf{b}}^k) = \arg \min_{\substack{\mathbf{A}^k \in \mathcal{A}_k \\ \mathbf{b} \in \mathcal{C}^{N_{ibp}}}} \left\| \mathbf{y}^k - \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{A}^k \mathbf{b} \right\|^2. \quad (3-6)$$

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

A energia recebida pelo usuário k , apresentada em (2-33), pode ser particularizada para o sistema com pré-codificação ZF ao se considerar (3-3), além de (2-11), resultando na expressão:

$$E_k^r = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \{ \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \} = N_{ibp} E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}, \quad (3-7)$$

e a $SNR_{r,bit}^k$ em (2-35) pode ser desenvolvida como:

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{\gamma} N_{ibp} K SNR_{bit}. \quad (3-8)$$

Tabela 3.1: Características do sistema $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\}$ com $K = 1$.

$\{8, (4, N_{ibp}), 1\}$					$\{10, (5, N_{ibp}), 1\}$				
N_{ibp}	C_t	M_{pos}	R	L	N_{ibp}	C_t	M_{pos}	R	L
1	4	4	4	1	1	5	4	4	5
2	6	4	6	15	2	10	8	7	45
3	4	4	8	1	3	10	8	9	45
4	1	1	8	1	4	5	4	10	5
					5	1	1	10	1

3.2

Resultados numéricos

Nesta seção o sistema que considera o transmissor com pré-codificador ZF e o usuário que emprega a detecção ótima tem seu desempenho de detecção avaliados. A avaliação é feita em termos da taxa de erro de bit (BER - *bit error rate*) média dos usuários, em função da SNR_{bit} do sistema.

O cenário de simulação é especificado como a seguir:

- Transmissão de blocos de 19.200 bits, com a matriz do canal \mathbf{H} mantida fixa.
- Ao fim de um bloco, um novo canal é sorteado. São consideradas 1.000 realizações de \mathbf{H} ($N_{CR} = 1.000$).
- Os elementos das K matrizes de canal, \mathbf{H}_k , $k = 1, 2, \dots, K$, são modelados por variáveis aleatórias estatisticamente independentes, Gaussianas complexas, circularmente simétricas, todas com média nula e variância unitária.

Configurações do sistema:

- A configuração do sistema é definida pelo conjunto $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\}$.
- São avaliadas duas configurações de sistema, as duas com $\varepsilon_k = 1$ e modulação empregada QPSK, apresentadas abaixo e detalhadas na Tabela 3.1:
 - $\{8, (4, N_{ibp}), 1\}$.
 - $\{10, (5, N_{ibp}), 1\}$.
- Para os casos em que existe mais de uma opção de escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , ou seja, $L > 1$, \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente dentre as possíveis L escolhas para cada realização de canal.

As figuras 3.1 e 3.2 ilustram o desempenho resultante da variação do número de posições alocadas com informação no vetor \mathbf{s}^k , representado pelo parâmetro N_{ibp} . O MIMO convencional acontece quando $N_{ibp} = N_r$. Note-se que para $N_{ibp} < N_r$ o desempenho melhora com a redução de N_{ibp} , ilustrando vantagem em termos de BER de se reduzir o número de posições de informação em \mathbf{s}^k ao custo de redução da eficiência espectral. Comparando o sistema GPSM com o MIMO convencional (identificadas nas configurações da Tabela 3.1) que operam à mesma taxa de transmissão, as curvas apresentam um cruzamento, com vantagem para o GPSM para valores maiores da SNR_{bit} .

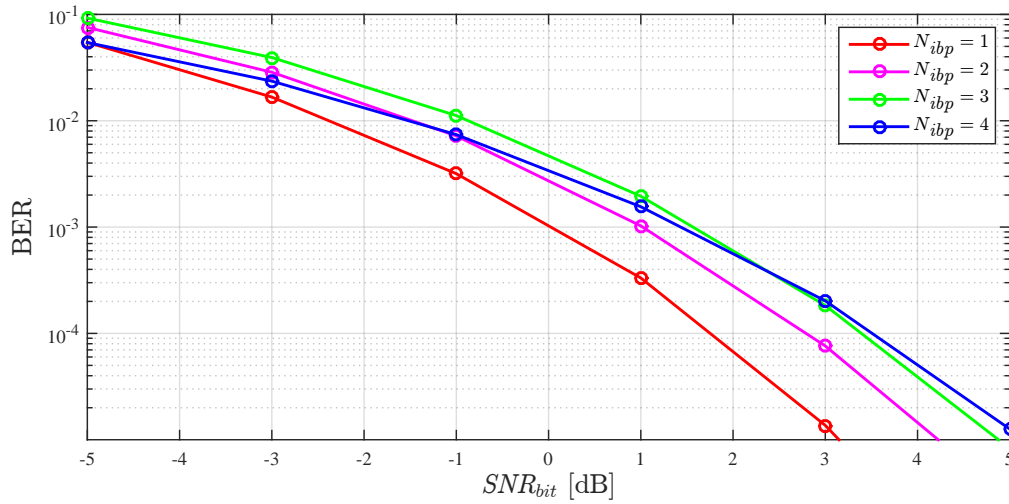


Figura 3.1: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF $\{8, (4, N_{ibp}), 1\}$.

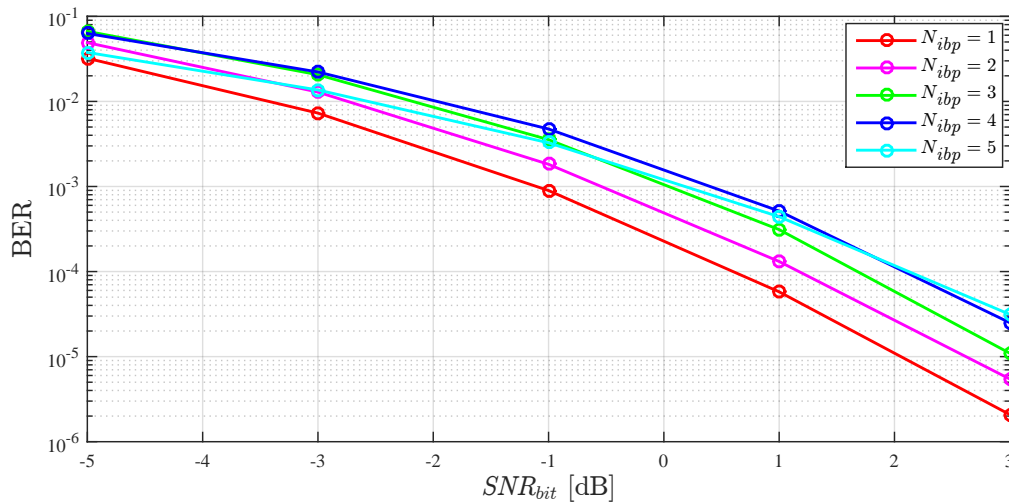


Figura 3.2: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF $\{10, (5, N_{ibp}), 1\}$.

3.3

Seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

A existência de L possibilidades de escolha da matriz de codificação IBP para cada usuário pode ser explorada para melhorar o desempenho do sistema. Nesta tese serão apresentados dois critérios para a seleção de \mathbf{Q}^k , com os objetivos de:

- Maximizar a razão sinal-ruído na recepção por bit de cada usuário.
- Maximizar a taxa alcançável de cada usuário.

3.3.1

Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário

A maximização da $SNR_{r,bit}^k$ em (3-8), considerando uma distribuição de energia fixa entre os usuários, corresponde à minimização de γ . Avaliando γ em (2-22), como as parcelas do somatório são positivas e cada uma é função das características associadas a apenas um usuário, a minimização de γ pode ser feita minimizando-se as parcelas de forma independente. Assim, para pré-codificadores \mathbf{P}^k fixos, especificados em (3-1), a minimização de γ é conduzida pela escolha de \mathbf{Q}^k que minimiza o k -ésimo termo do somatório em (2-22).

Note-se que para cada matriz de codificação IBP $\mathbf{Q}_l \in \mathcal{Q}$ corresponde um vetor de posições média $\bar{\mathbf{q}}(l)$, dado em (2-9). Assim, a seleção ótima para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{opt}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{opt}^k = \mathbf{Q}_{l_*^{ZF}(k)}, \quad (3-9)$$

onde

$$l_*^{ZF}(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_k^T \bar{\mathbf{q}}(l). \quad (3-10)$$

com \mathbf{g}_k dado em (3-5).

Para o caso de duas matrizes \mathbf{Q}_a e \mathbf{Q}_b onde $a, b \in \{1, 2, \dots, L\}$, $a \neq b$, que resultem em um mesmo vetor $\bar{\mathbf{q}}$, ambas matrizes de codificação IBP apresentarão o mesmo desempenho para uma mesma realização do canal \mathbf{H} . Como resultado, o número mínimo de hipóteses requeridas em (3-10) será $L' \leq L$, sendo L' o número de matrizes \mathbf{Q}^k que resultem em vetores $\bar{\mathbf{q}}^k$ distintos.

Nas figuras 3.3 e 3.4 são apresentados resultados de BER quando \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente e \mathbf{Q}^k é selecionada com a implementação do critério de maximização da $SNR_{r,bit}^k$ (3-10), com linha contínua e pontilhada respectivamente. Na Figura 3.3 são apresentados resultados considerando distribuição de energia uniforme ($\varepsilon_k = 1$, $k = 1, 2, \dots, K$) para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{40, (4, 2), 10\}$, uma vez que apenas este valor de N_{ibp} permite

mais de uma escolha para o conjunto \mathbf{Q} . Para estas configurações os $C_t = 6$ padrões possíveis são dados pelo conjunto

$$\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\},$$

as $L = 15$ possíveis escolhas para a matriz de codificação IBP para cada usuário do conjunto \mathcal{Q} são

$$\mathbf{Q}_1^k = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_2^k = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{Q}_{15}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

com os vetores média $\bar{\mathbf{q}}$ correspondentes

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{q}}(1) &= 1/4 \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T, \\ \bar{\mathbf{q}}(2) &= 1/4 \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T, \\ &\vdots \\ \bar{\mathbf{q}}(15) &= 1/4 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (3-12)$$

para cada realização de canal será selecionada uma matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k para cada usuário. Nota-se que em ambas configurações, para uma mesma taxa de erro, a seleção otimizada requer 1 dB a menos de SNR_{bit} que a seleção aleatória.

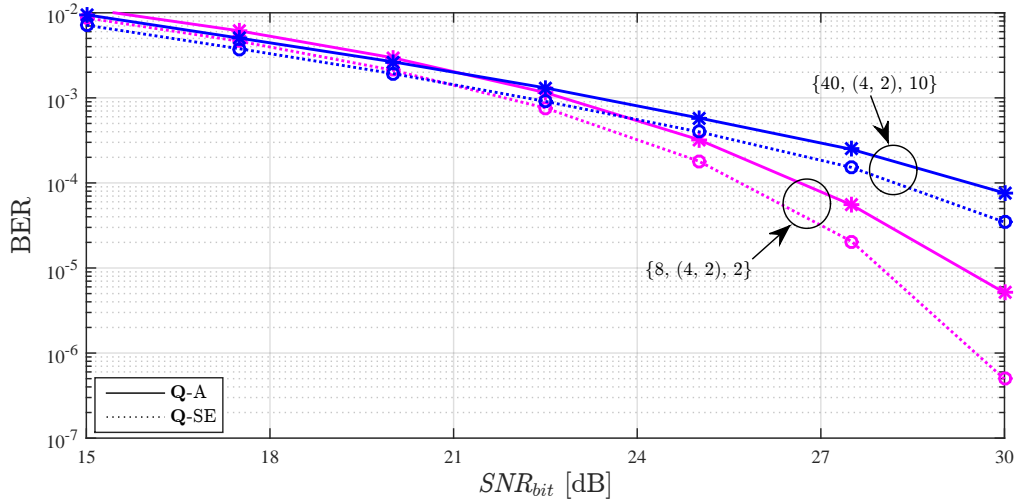


Figura 3.3: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r, \text{bit}}^k$, \mathbf{Q} -SE.

Na Figura 3.4 são apresentados resultados numéricos para a configuração

$\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com N_{ibp} assumindo valores de 1 até 4. Atribuindo estes valores de N_{ibp} há mais de uma possível escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , como se detalha na Tabela 3.1 ($L > 1$). Para cada valor de N_{ibp} são apresentadas as curvas de desempenhos BER quando \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente e pelo critério em (3-10). O ganho entre os dois tipos de seleção de \mathbf{Q}^k é mais perceptível para $N_{ibp} = 1$ com $L = 5$ e $N_{ibp} = 2$ com $L = 45$, com aproximadamente 1,5 dB e 1 dB de ganho respectivamente. Isto resulta do fato que, conforme N_{ibp} se aproxima a N_r , existe uma menor variabilidade no número de posições no vetor de informação \mathbf{s}^k para se atribuir menores pesos no vetor $\bar{\mathbf{q}}$, eliminando componentes menos favoráveis da matriz de canal. Para este motivo, a estratégia de otimização de IBP é menos efetiva para N_{ibp} maiores.

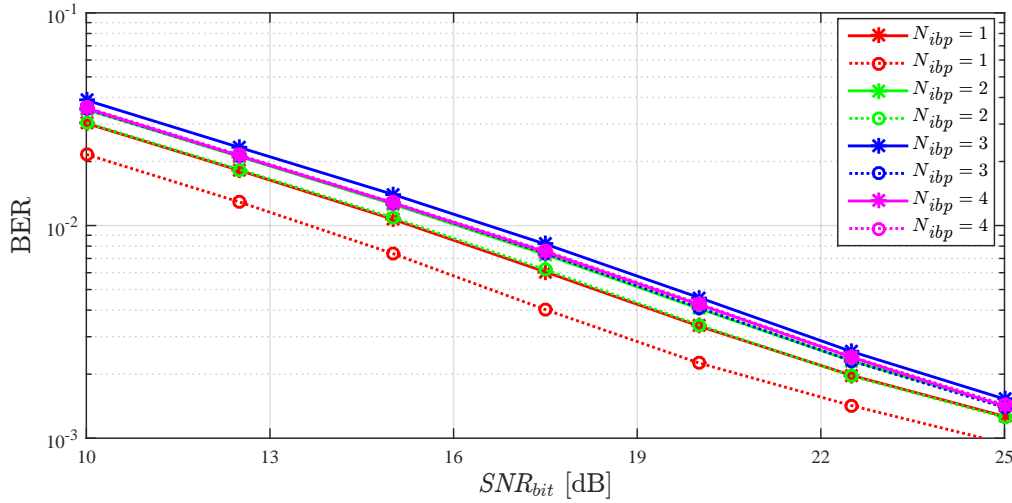


Figura 3.4: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

3.3.2

Máxima taxa alcançável pelos usuários

A máxima taxa alcançável para o usuário k é dependente da escolha das matrizes de codificação IBP de todos os usuários. Considerando (2-43) e (3-4), $I_k(\bar{\mathbf{q}}^1, \bar{\mathbf{q}}^2, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K)$ é dado por:

$$I_k(\bar{\mathbf{q}}^1, \bar{\mathbf{q}}^2, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K) = \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma(\bar{\mathbf{q}}^1, \bar{\mathbf{q}}^2, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K)} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right] \quad (3-13)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_r} \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma(\bar{\mathbf{q}}^1, \bar{\mathbf{q}}^2, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K)} \bar{q}_i^k + 1 \right],$$

onde $\gamma(\bar{\mathbf{q}}^1, \bar{\mathbf{q}}^2, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K)$ explicita a dependência de γ pela escolha dos vetores de codificação média dos usuários e \bar{q}_i^k é o i -ésimo elemento do vetor $\bar{\mathbf{q}}^k$ dado

por (2-8).

Considerando-se que o usuário k utiliza a matriz de codificação IBP indexada por l^k e os demais usuários utilizam matrizes representadas pelo conjunto ordenado $l^{m \setminus k} = \{l^1, \dots, l^{k-1}, l^{k+1}, \dots, l^K\}$, e que a taxa do usuário k em (3-13) pode ser expressa alternativamente como função dos índices l^k e $l^{m \setminus k}$, ou seja, $I_k(l^k, l^{m \setminus k})$, a maximização da taxa alcançável pelo usuário k é obtida pela escolha das matrizes de codificação IBP, $\bar{\mathbf{q}}^1(l^1), \bar{\mathbf{q}}^2(l^2) \dots, \bar{\mathbf{q}}^K(l^K)$ que maximizem I_k , ou seja:

$$\mathbf{Q}_{\text{cap}}^k = \mathbf{Q}_{l_c^{ZF}(k)}, \quad (3-14)$$

onde

$$(l_c^{ZF}(k), l_c^{ZF}(m \setminus k)) = \arg \max_{l^k, l^{m \setminus k}} I_k(l^k, l^{m \setminus k}). \quad (3-15)$$

Empregando esta abordagem, a escolha da matriz de codificação IBP de um usuário k , $\mathbf{Q}_{\text{cap}}^k$, supõe que as matrizes IBP dos demais usuários empregam vetores IBP médio $\bar{\mathbf{q}}^1, \dots, \bar{\mathbf{q}}^m, \dots, \bar{\mathbf{q}}^K$, $m \neq k$, que foram definidos de acordo com o conjunto ordenado $l_c^{ZF}(m \setminus k)$, através de uma busca exaustiva por todas as combinações possíveis.

Os resultados da taxa alcançável por usuário apresentados nas figuras 3.5 e 3.6 são obtidos da implementação da matriz de codificação IBP selecionada por três formas diferentes: aleatoriamente, pelo critério de maximização da $SNR_{r, \text{bit}}^k$ em (3-10) e pelo critério de máxima taxa alcançável (3-15). Estes resultados são obtidos para as configurações $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$ com $\varepsilon_k = 1, \forall k$. Note-se o aumento da taxa alcançável por usuário ao implementar a matriz de codificação IBP selecionada pelos métodos apresentados nesta seção quando comparado com a implementação \mathbf{Q}^k selecionada aleatoriamente.

Como verificado nas figuras 3.5 a 3.8 as estratégias de escolha da matriz IBP pelos critérios de maximização da $SNR_{r, \text{bit}}^k$ ou da taxa alcançável por usuário resultam na mesma taxa alcançável e desempenho de detecção para o pré-codificador ZF. Isto acontece porque as duas estratégias são equivalentes para este pré-codificador para as configurações apresentadas. Analisando o critério da maximização da taxa em (3-15), para as configurações apresentadas, o conjunto de L vetores $\bar{\mathbf{q}}$ que constituem as hipóteses a testar para maximização da taxa alcançável partem de um único vetor base, mas com componentes permutadas (como apresentado no Apêndice A). Assim, a avaliação da função objetivo I_k neste problema de maximização para qualquer $k = 1, 2, \dots, K$ ou seja sem distinção por usuário, resultará no mesmo somatório, com termos permutados, $I_1 = I_2 = \dots = I_K$. Como consequência, o problema de maximização da taxa alcançável resume-se à minimização de γ , que equivale à maximização da $SNR_{r, \text{bit}}^k$ para pré-codificação ZF.

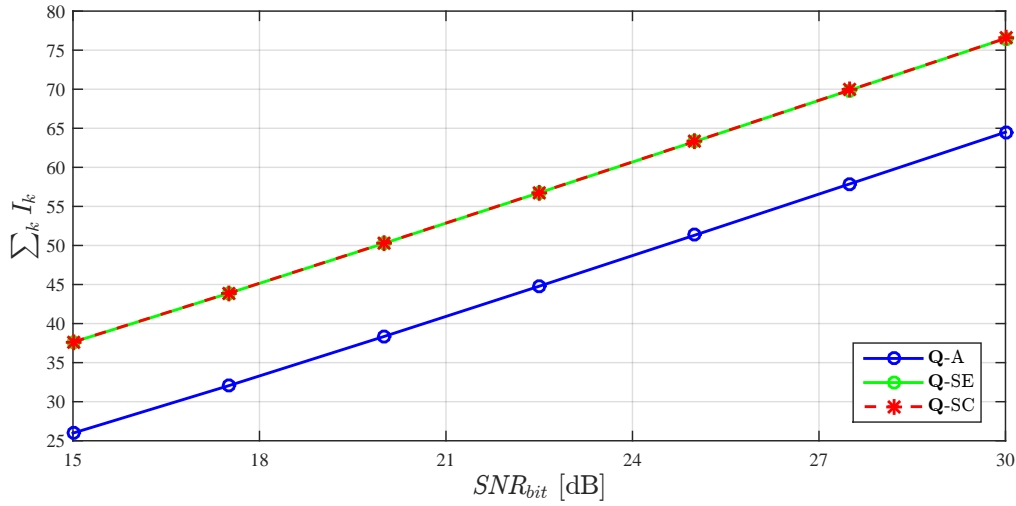


Figura 3.5: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

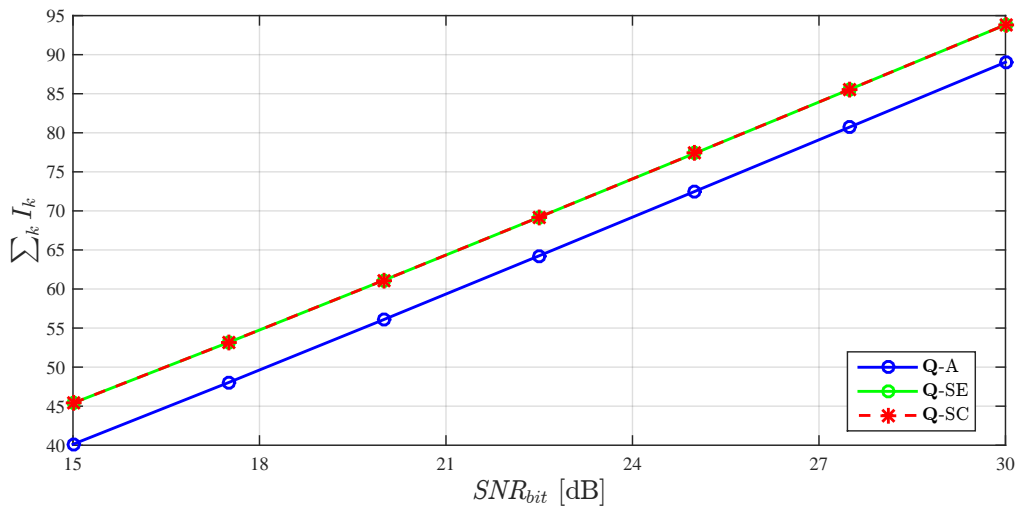


Figura 3.6: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

3.4

Notificação da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k

Um aspecto a se destacar é que como a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k é feita pelo transmissor e pode variar de acordo com a matriz de canal \mathbf{H} , o transmissor tem que periodicamente informar ao receptor dos usuários qual das L possíveis matrizes está em uso para viabilizar a detecção correta dos sinais (ver Figura 3.9). Os resultados das figuras 3.3 e 3.4 consideram que esta notificação é recebida sem erros.

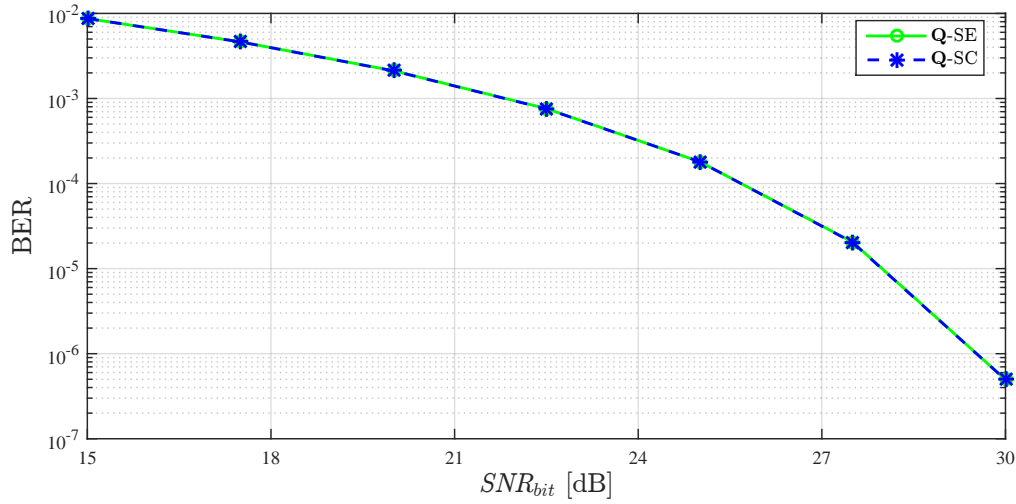


Figura 3.7: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , Q-SC.

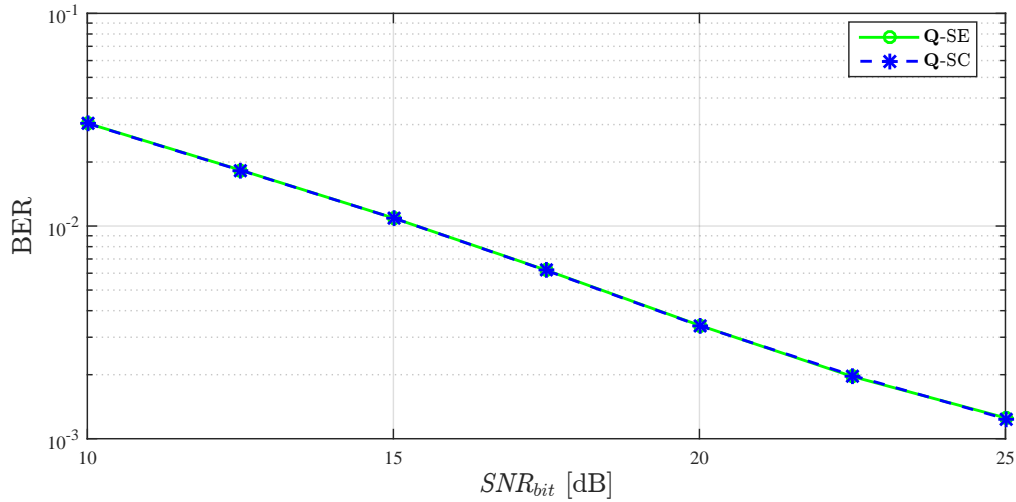
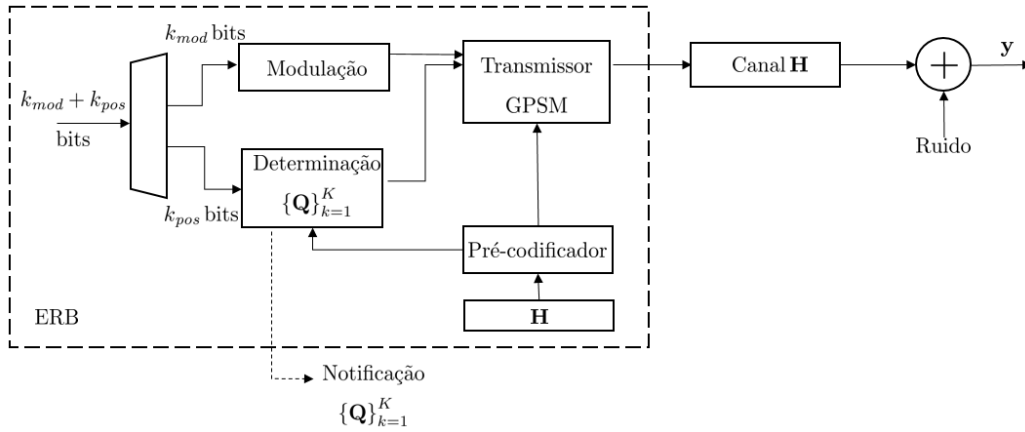


Figura 3.8: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , Q-SC.

Uma possível maneira de se efetivar a notificação da matriz de codificação IBP em uso é por meio de um sistema de transmissão em quadros dos vetores de sinais, onde ao final de cada quadro o procedimento de seleção das matrizes de codificação IBP \mathbf{Q}^k , $k = 1, 2, \dots, K$, é refeito pelo transmissor e sinais informando a escolha feita são enviados para cada usuário no período de notificação do quadro seguinte. No caso $N_r = 4$, $N_{ibp} = 2$ e modulação QPSK, por exemplo, a informação dos índices das $L = 15$ matrizes possíveis pode ser transmitida utilizando 2 das antenas (4 bits) do receptor. Para reduzir a incerteza e a possibilidade de erro na detecção da notificação o subconjunto de antenas utilizado durante os períodos de notificação é fixo pré-determinado



3.9(a): Transmissor (conhecimento perfeito do canal)

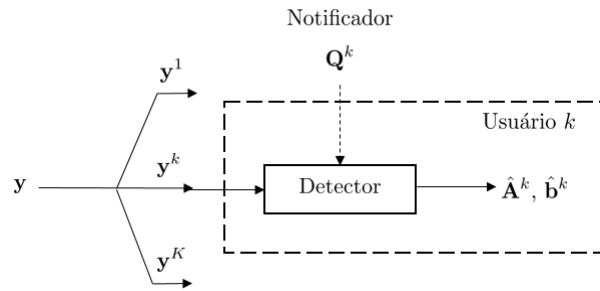
3.9(b): Receptor do usuário k com notificação da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k

Figura 3.9: Diagrama em blocos detalhado do sistema MU-MIMO com GPSM.

e de conhecimento dos receptores. Uma estratégia para reduzir ainda mais a probabilidade de erro é a de se enviar a mesma informação repetidas vezes. O receptor acumula os vetores recebidos no período de notificação e realiza a detecção utilizando o vetor resultante desta soma. Com este procedimento, se F_{notf} é o número de repetições adotado, um ganho de $10 \log_{10}(F_{notf})$ dB é obtido para a razão sinal-ruído de detecção.

A Figura 3.10 ilustra resultados obtidos com a estratégia de notificação descrita acima para o mesmo cenário da Figura 3.3. Considerou-se quadros com 3.200 vetores de sinais (19.200 bits) transmitidos para cada usuário com notificação envolvendo $F_{notf} = 10$ repetições (40 bits) no início de cada quadro. Na simulação uma nova amostra da matriz de canal foi gerada ao final de cada quadro com um total de 1.000 amostras de canal geradas. A coincidência dos resultados de desempenho apresentados na Figura 3.10 com aqueles obtidos com notificação sem erros evidencia a eficácia do método de notificação proposto.

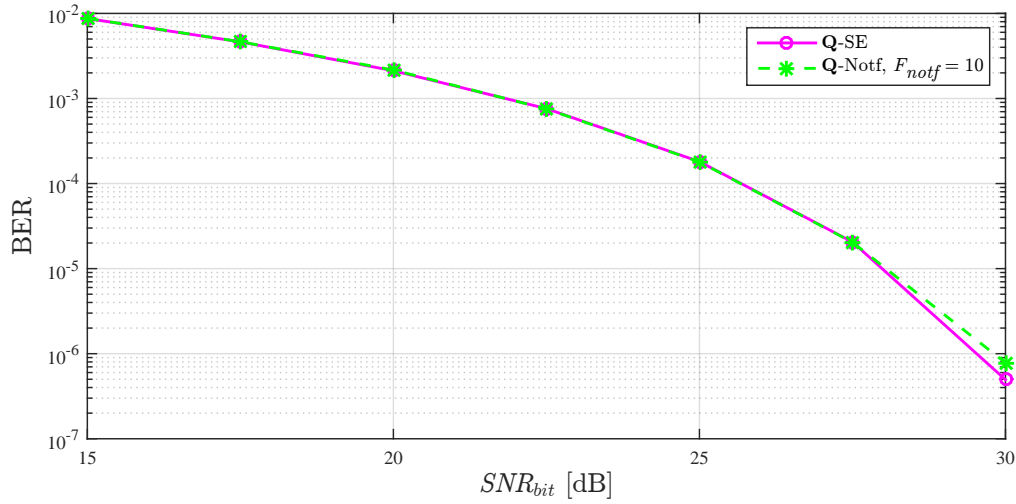


Figura 3.10: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} notificada, \mathbf{Q} -Notf.

3.5

Análise da probabilidade de erro

As expressões (2-48) a (2-51) são empregadas para a obtenção do limitante superior da probabilidade de erro de detecção particularizado para a pré-codificação ZF. Para este pré-codificador, tem-se que $\mathbf{J}_k^{ZF} = \mathbf{I}_{N_r}$, logo a dependência da matriz do canal é implícita em γ . Logo a probabilidade de erro de bit é calculado como

$$P_k^{\text{bit}}(\text{erro})_{ZF} \cong \frac{1}{N_{CR}} \sum_{h=1}^{N_{CR}} P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H}^{(h)})_{ZF} \quad (3-16)$$

com

$$P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H})_{ZF} \leq \frac{1}{NR_k} \sum_{\mathbf{s}_i^k} \sum_{\substack{\mathbf{s}_j^k, \\ \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k}} d(\mathbf{s}_i^k, \mathbf{s}_j^k) P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k|\mathbf{H})_{ZF} \quad (3-17)$$

e

$$P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k|\mathbf{H})_{ZF} = Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_k}{2\gamma} d'_{ij}{}^2 SNR}\right), \quad (3-18)$$

onde $d'_{ij} = \|\mathbf{D}(\mathbf{q}_i^k) \dot{\mathbf{s}}_i^k - \mathbf{D}(\mathbf{q}_j^k) \dot{\mathbf{s}}_j^k\|$.

Nas figuras 3.11 e 3.12 é apresentado o desempenho BER quando é implementada a matriz de codificação IBP selecionada pelo critério em (3-10) para as configurações $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$, respectivamente, obtido por simulação computacional e pela aproximação para o limitante superior desta probabilidade de erro, calculado em (3-16).

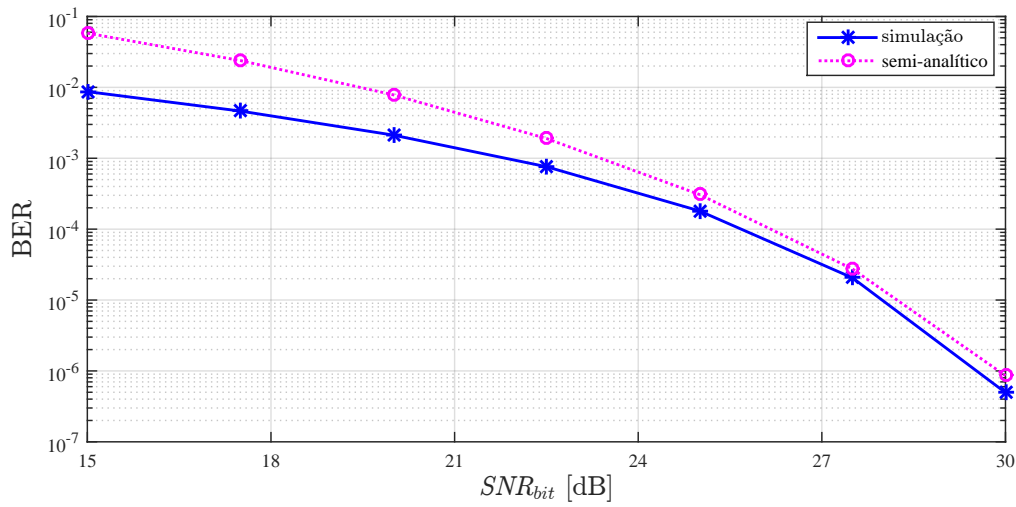


Figura 3.11: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM pré-codificador ZF para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

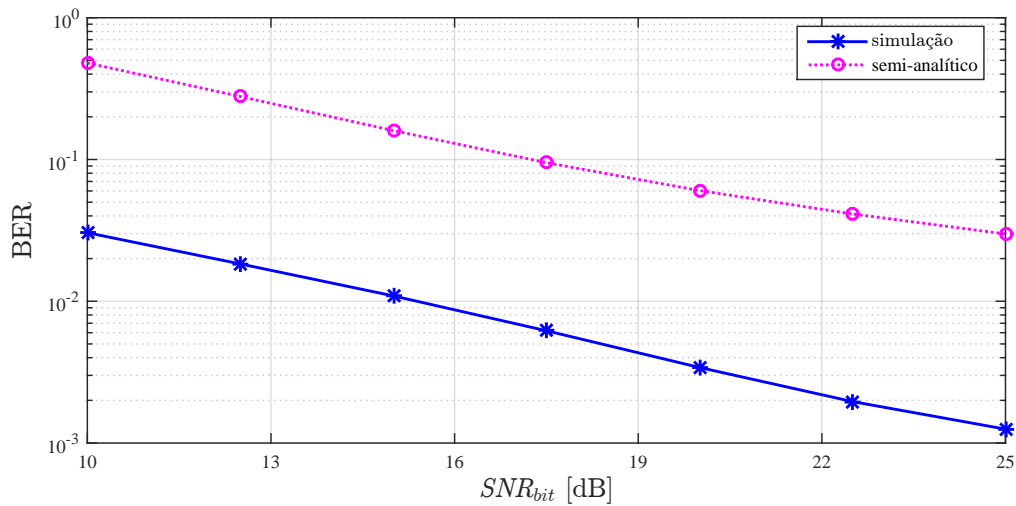


Figura 3.12: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM pré-codificador ZF para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

Este capítulo apresenta o sistema com pré-codificador Block Diagonalization, BD. São apresentados dois critérios para a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , baseados na maximização da relação sinal-ruído verificada no usuário e na maximização da taxa alcançável por usuário. Também é apresentado um esquema de estimação da matriz efetiva de canal pelo receptor. Os resultados numéricos apresentados incluem curvas de máxima taxa alcançável por usuário e de desempenho de detecção do sinal, estas últimas comparadas ao limitante semi-empírico da probabilidade de erro de detecção.

4.1

Modelagem do pré-codificador Block Diagonalization

O pré-codificador BD tem como objetivo anular a interferência dos demais usuários sobre a informação destinada ao usuário k . Considere o vetor de dados recebidos no usuário k , como apresentado em (2-28), dado por

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD}^k \mathbf{s}^k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD}^l \mathbf{s}^l + \mathbf{n}_k. \quad (4-1)$$

Para a remoção desta interferência interusuário, a matriz pré-codificadora do usuário l interferente, $\mathbf{P}_{BD}^l \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$, deve estar no espaço nulo de \mathbf{H}_k , ou seja:

$$\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD}^l = \mathbf{0}_{N_r \times N_r}, \forall k \neq l. \quad (4-2)$$

Assim, para a determinação do pré-codificador para o usuário k , responsável pela transmissão dos dados deste usuário no espaço nulo dos demais usuários, considere a matriz $\tilde{\mathbf{H}}_k$, que representa a ligação da ERB a todos os usuários, exceto o k -ésimo:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{H}_1^H \quad \mathbf{H}_2^H \quad \dots \quad \mathbf{H}_{k-1}^H \quad \mathbf{H}_{k+1}^H \quad \dots \quad \mathbf{H}_K^H]^H. \quad (4-3)$$

Assim, \mathbf{P}_{BD}^k deve estar no espaço nulo de $\tilde{\mathbf{H}}_k$, ou seja:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{P}_{BD}^k = \mathbf{0}_{(K-1)N_r \times N_r}. \quad (4-4)$$

Uma possibilidade para produzir uma matriz que obedeça à (4-4) é através da decomposição em valores singulares (*singular value decomposition* SVD) de $\tilde{\mathbf{H}}_k$. Sendo $\tilde{\mathbf{H}}_k$ com posto igual a $r = \min((K-1)N_r, N_t)$, sua SVD

é dada por:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Sigma}_k \left[\mathbf{V}_k^{(1)} \mathbf{V}_k^{(0)} \right]^H. \quad (4-5)$$

Identificam-se as matrizes $\mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^{(K-1)N_r \times (K-1)N_r}$ e $\mathbf{\Sigma}_k \in \mathbb{C}^{(K-1)N_r \times N_t}$ como as matrizes de vetores singulares e a matriz que contém ao longo de sua diagonal principal os valores singulares de $\tilde{\mathbf{H}}_k$ posicionados em ordem decrescente. As matrizes $\mathbf{V}_k^{(1)} \in \mathbb{C}^{N_t \times r}$ e $\mathbf{V}_k^{(0)} \in \mathbb{C}^{N_t \times (N_t-r)}$ são as matrizes de vetores singulares à direita, contidas no espaço vetorial de $\tilde{\mathbf{H}}_k$ e no espaço nulo de $\tilde{\mathbf{H}}_k$, respectivamente. Assim, tem-se que :

$$\tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{V}_k^{(0)} = \mathbf{0}, \quad (4-6)$$

Para a existência de $\mathbf{V}_k^{(0)}$, deve-se ter $r < N_t$, o que determina $r = (K-1)N_r$ e, logo, $\tilde{\mathbf{H}}_k$ deve ser uma matriz com mais colunas do que linhas. Esta restrição do posto de $\tilde{\mathbf{H}}_k$ estabelece $N_t > (K-1)N_r$. O pré-codificador \mathbf{P}_{BD}^k , com dimensão $N_t \times N_r$, deve então ser formado a partir de $\mathbf{V}_k^{(0)}$. A dimensão de \mathbf{P}_{BD}^k impõe restrição sobre o número de colunas de $\mathbf{V}_k^{(0)}$ como $N_t - (K-1)N_r \geq N_r$. Isto resulta em $N_t \geq KN_r$ como a restrição de dimensionalidade do sistema para esta estratégia. Então, \mathbf{P}_{BD}^k deve ser formado pela seleção de quaisquer N_r colunas das $N_t - (K-1)N_r$ existentes em $\mathbf{V}_k^{(0)}$. Escolhendo, por exemplo, as N_r primeiras colunas, temos que:

$$\mathbf{P}_{BD}^k = \mathbf{V}_k^{(0)} [1 : N_r]. \quad (4-7)$$

O sinal recebido no usuário k em (4-1), se torna então

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^k &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD}^k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k^{BD} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \end{aligned} \quad (4-8)$$

onde $\mathbf{J}_k^{BD} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD}^k$, $\mathbf{J}_k^{BD} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$.

Detecção

Considerando a representação alternativa de \mathbf{s}^k como em (2-36) e o conjunto de padrões das matrizes de posição como em (2-37), o detector ML para o pré-codificador BD pode ser expresso

$$\left(\hat{\mathbf{A}}^k, \hat{\mathbf{b}}^k \right) = \arg \min_{\substack{\mathbf{A}^k \in \mathcal{A}_k \\ \mathbf{b} \in \mathcal{C}^{N_{ibp}}}} \left\| \mathbf{y}^k - \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k^{BD} \mathbf{A}^k \mathbf{b} \right\|^2, \quad (4-9)$$

onde γ , dado por (2-22), tem sua forma simplificada para o pré-codificador BD, como será apresentado na Seção 4.3.

A matriz \mathbf{J}_k^{BD} em (4-8) é resultado do produto da matriz de canal \mathbf{H}_k pela matriz \mathbf{P}_{BD}^k . Sendo as componentes de \mathbf{H}_k modeladas como variáveis aleatórias complexas Gaussianas estatisticamente independentes, todas de média nula e variância unitária, e como \mathbf{P}_{BD}^k possui colunas ortonormais e é estatisticamente independente de \mathbf{H}_k , é possível verificar que as componentes da matriz $N_r \times N_r$, \mathbf{J}_k^{BD} , têm a mesma caracterização estatística das componentes de \mathbf{H}_k . Desta forma, a expressão (4-9) indica que o problema de detecção pelo usuário no sistema com pré-codificação BD é equivalente à detecção de um sistema MIMO sem pré-codificação com modulação espacial na transmissão e matriz de canal \mathbf{J}_k^{BD} . Além disto, nota-se que a complexidade de detecção nesta estratégia independe do número de usuários no sistema.

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

A energia recebida pelo usuário k , em (2-34), particularizada para o sistema com pré-codificação BD é calculada como:

$$E_k^r = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\}. \quad (4-10)$$

No cálculo de γ para a obtenção da energia transmitida ao usuário k , em (2-21) e (2-22), os vetores \mathbf{g}_m independem da matriz do pré-codificador, sendo expressos por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1^T & \mathbf{g}_2^T & \dots & \mathbf{g}_K^T \end{bmatrix}^T = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{BD}^H \mathbf{P}_{BD} \right) = \mathbf{1}_{KN_r}, \quad (4-11)$$

resultando assim γ em um valor contante

$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{1}_{N_r}^T \bar{\mathbf{q}}^m \\ &= \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \text{Tr} \{ \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^m) \} = KN_{ibp}, \end{aligned} \quad (4-12)$$

onde foi utilizado (2-11) e o resultado $\sum_{m=1}^K \varepsilon_m = K$.

Resulta então que a energia distribuída aos usuários, calculada em (2-21), é independente da matriz de pré-codificação e é expressa por:

$$E_k = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} = E_T \frac{\varepsilon_k}{KN_{ibp}}. \quad (4-13)$$

Expressando \mathbf{J}_k^{BD} em termos de seus vetores coluna $\mathbf{j}_k^n \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$

$$\mathbf{J}_k^{BD} = \begin{bmatrix} \mathbf{j}_k^{1BD} & \mathbf{j}_k^{2BD} & \dots & \mathbf{j}_k^{N_r BD} \end{bmatrix}, \quad (4-14)$$

e com \mathbf{f}_k representando o vetor composto pelos elementos da diagonal principal de $\mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD}$

Tabela 4.1: Características do sistema $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\}$ com $K = 2$.

$\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$					$\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$				
N_{ibp}	C_t	M_{pos}	R	L	N_{ibp}	C_t	M_{pos}	R	L
1	4	4	8	1	1	5	4	8	5
2	6	4	12	15	2	10	8	14	45
3	4	4	16	1	3	10	8	18	45
4	1	1	16	1	4	5	4	20	5
					5	1	1	20	1

$$\mathbf{f}_k = \mathbf{d} \left(\mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD} \right) = \left[\|\mathbf{j}_k^{1BD}\|^2 \quad \|\mathbf{j}_k^{2BD}\|^2 \quad \dots \quad \|\mathbf{j}_k^{N_r BD}\|^2 \right]^T, \quad (4-15)$$

resulta que $SNR_{r,bit}^k$ em (2-35) pode ser expressa na forma

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{N_{ibp}} \mathbf{f}_k^T \mathbf{q}^k SNR_{bit}. \quad (4-16)$$

4.2

Resultados numéricos

Nesta seção são apresentados resultados numéricos da taxa de erro de bit em função da SNR_{bit} para o sistema que considera o transmissor com pré-codificador BD e os usuários empregam detectores ótimos. São avaliadas duas configurações de sistema, as duas com $\varepsilon_k = 1$ e modulação empregada QPSK, apresentadas abaixo e detalhadas na Tabela 4.1:

- $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$.
- $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$.

Para os casos em que existe mais de uma opção de escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , ou seja, $L > 1$, \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente dentre as possíveis L escolhas para cada realização de canal.

Os cenários de simulação são os mesmos especificados na Seção 3.2.

As figuras 4.1 e 4.2 ilustram o desempenho resultante da variação do número de posições alocadas com informação no vetor \mathbf{s}^k , representado pelo parâmetro N_{ibp} . O MIMO convencional acontece quando $N_{ibp} = N_r$. Note-se que para $N_{ibp} < N_r$ o desempenho melhora com a redução de N_{ibp} , ilustrando vantagem em termos de BER de se reduzir o número de posições que carregam informação em \mathbf{s}^k . Ao se comparar o MIMO convencional e o GPSM operantes à mesma taxa de transmissão, o GPSM com pré-codificação BD é superior para valores maiores da SNR_{bit} .

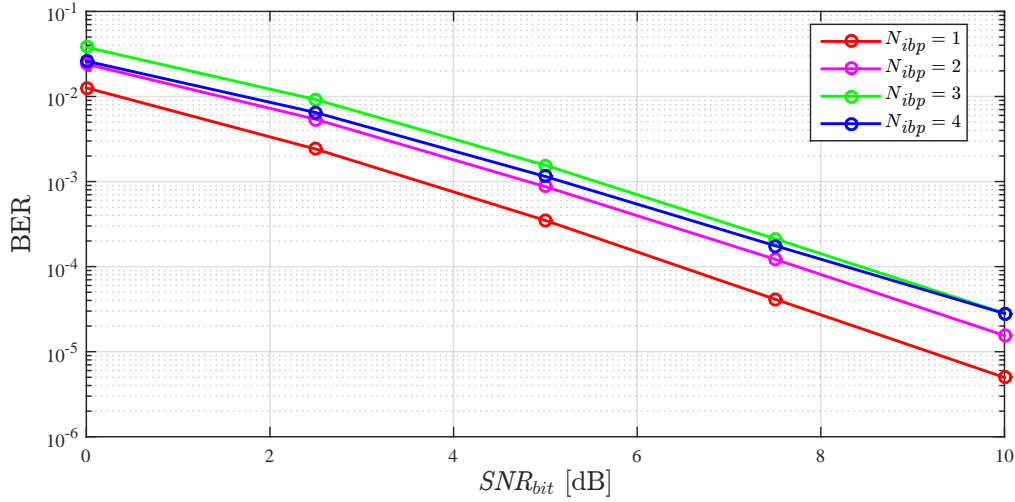


Figura 4.1: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$.

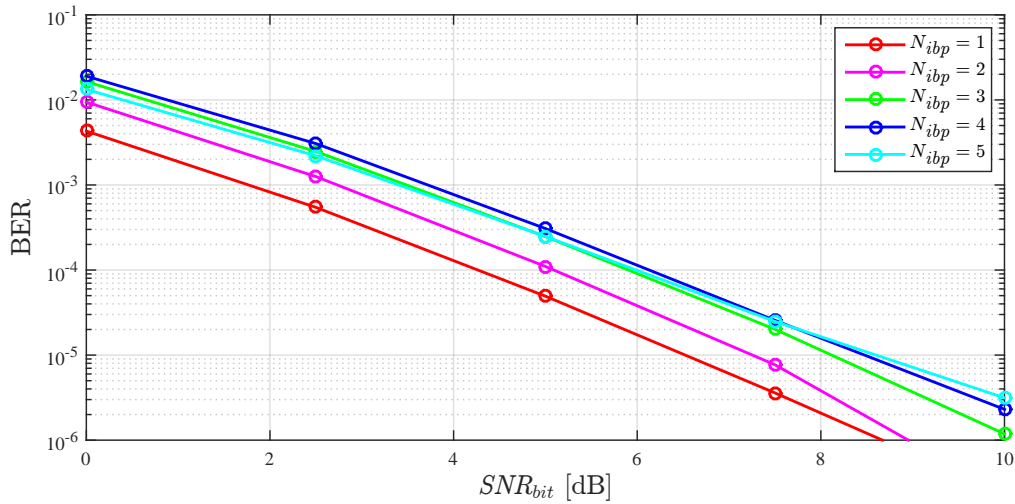


Figura 4.2: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$.

4.3

Seleção da matriz de codificação IBP Q

Analogamente à Seção 3.3 para o pré-codificador ZF, serão apresentadas as estratégias de seleção da matriz de codificação IBP pelos critérios de maximização da razão sinal-ruído na recepção por bit e da taxa alcançável por usuário para o sistema GPSM que emprega pré-codificador BD.

4.3.1

Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário

A maximização da $SNR_{r,bit}^k$ em (4-16) pode ser particularizada para o sistema com pré-codificador BD.

Ao se considerar que os pré-codificadores \mathbf{P}^k são fixos e especificados em

(4-7), a escolha de $\bar{\mathbf{q}}$, e consequentemente a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , que maximiza (4-16) é dada por:

$$\mathbf{Q}_{sel, BD}^k = \mathbf{Q}_{l_*^{BD}(k)}, \quad (4-17)$$

onde

$$l_*^{BD}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{f}_k^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (4-18)$$

sendo $\bar{\mathbf{q}}(l)$ dado em (2-9).

Nas figuras 4.3, 4.4 e 4.5 são apresentados resultados de BER quando \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente e \mathbf{Q}^k é selecionada com a implementação do critério de maximização da $SNR_{r, bit}^k$ em (4-17). Nas figuras 4.3 e 4.4 são apresentados resultados para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{40, (4, 2), 10\}$, respectivamente, dado que $N_{ibp} = 2$ é o único valor que permite mais de uma escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k . Observe-se que para $\{8, (4, 2), 2\}$ o ganho de desempenho BER é perceptível e para $\{40, (4, 2), 10\}$ não se obtém ganho, note-se que a diferença das características destes cenários é o crescimento no número de usuários mantendo-se, entretanto, mesmas possíveis L matrizes de codificação IBP \mathbf{Q}^k .

A Figura 4.5 apresenta resultados de BER quando \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente e \mathbf{Q}^k é selecionada com a implementação do critério de maximização da $SNR_{r, bit}^k$ (4-18), com linha contínua e pontilhada, respectivamente; para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ variando N_{ibp} de 1 até 4, valores que permitem a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k (ver L em Tabela 4.1), para cada valor de N_{ibp} . Para o esquema de pré-codificação BD, são notados ganhos marginais de performance (ou ganho nulo) com o uso do esquema de seleção de matriz de codificação IBP apresentado neste seção. Isto decorre do fato de o vetor \mathbf{f}_k ser composto por elementos que são modelados pela mesma distribuição estatística chi-quadrado com $2N_r$ graus de liberdade, o que torna menos eficiente a otimização da $SNR_{r, bit}^k$. O caso de maior ganho ocorre para $N_{ibp} = 1$. Neste cenário, o vetor $\bar{\mathbf{q}}$ sempre possuirá um elemento nulo, ao qual é possível associar a zero o elemento de \mathbf{f}_k no produto interno em (4-18) que menos contribui para a otimização da $SNR_{r, bit}^k$.

4.3.2

Máxima taxa alcançável pelos usuários

A taxa alcançável por usuário do sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador BD é implementado é obtido ao substituir (4-12) em (2-43)

$$I_k = \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{KN_{ibp}} \mathbf{J}_k^{BD} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \mathbf{J}_k^{BDH} + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right]. \quad (4-19)$$

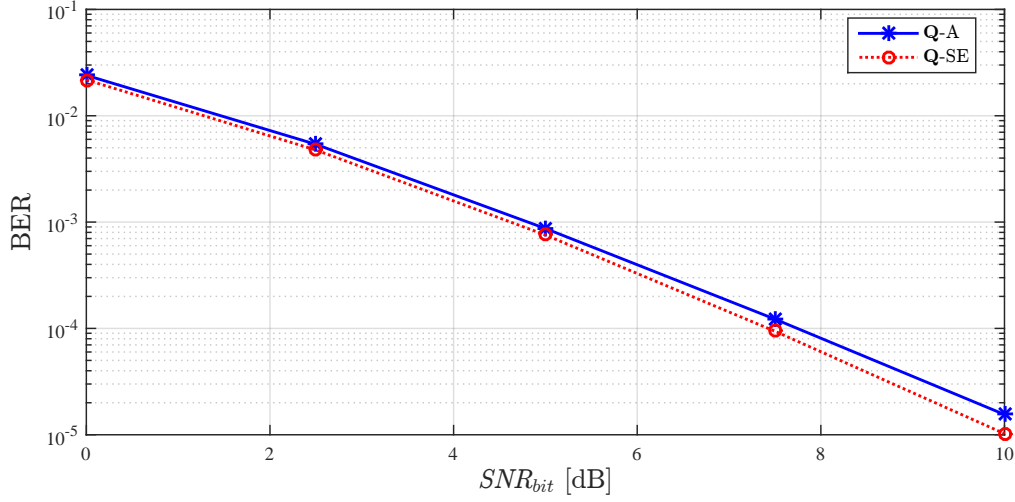


Figura 4.3: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

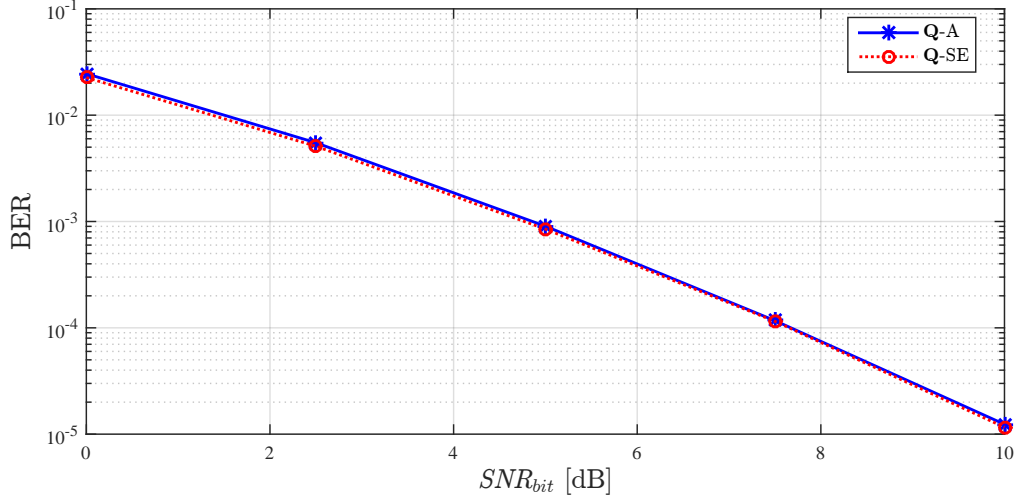


Figura 4.4: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

Assim, pode ser selecionada a matriz de codificação IBP para cada usuário que maximiza a taxa alcançável por usuário como

$$\mathbf{Q}_{\text{cap}, BD}^k = \mathbf{Q}_{l_c^{BD}(k)}, \quad (4-20)$$

onde

$$l_c^{BD}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} I_k(l^k). \quad (4-21)$$

A determinação da matriz de codificação de IBP que maximiza a taxa alcançável pode ser adicionalmente simplificada ao se considerar aproximações assintóticas da SNR . Neste caso, I_k é dado por:

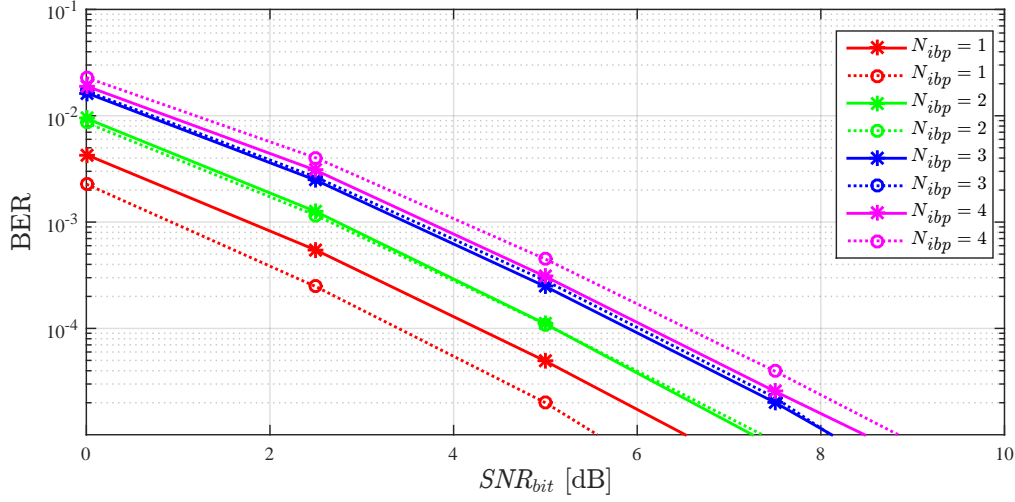


Figura 4.5: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE.

$$\begin{aligned}
 I_k^{assin} &\approx \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \det(\mathbf{J}_k^{BD} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \mathbf{J}_k^{BDH}) \right] \\
 &= \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \det(\mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD}) \right] + \log_2 [\det(\mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k))] \quad (4-22) \\
 &= \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \det(\mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD}) \right] + \log_2 \left[\prod_{i=1}^{N_r} \bar{q}_i^k \right].
 \end{aligned}$$

Verifica-se que a influência da matriz de codificação de IBP é restrita ao último termo do somatório em (4-22). Neste caso, $l_c^{BD}(k)$ é simplificado para

$$l_c^{BD}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \prod_{i=1}^{N_r} \bar{q}_i(l), \quad (4-23)$$

sendo $\bar{q}_i(l)$ o i -ésimo elemento do vetor $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$ dado em (2-9).

Os resultados da taxa alcançável por usuário são apresentados nas figuras 4.6 e 4.7, para os três diferentes critérios de escolha da matriz de codificação IBP: aleatoriamente, pelo critério de maximização da $SNR_{r,bit}^k$ em (4-18) e pelo critério de maximização da taxa alcançável em (4-21). Os resultados apresentados são obtidos dos cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$. A proximidade entre as curvas evidencia que a taxa alcançável por usuário mostra ser pouco sensível aos critérios de seleção de matriz de codificação IBP propostos.

Nas figuras 4.8 e 4.9 são apresentados os resultados do desempenho em termos de BER para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$, respectivamente, considerando-se ambos critérios de seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k apresentados nesta seção. Analisando ambas as estratégias, conclui-se

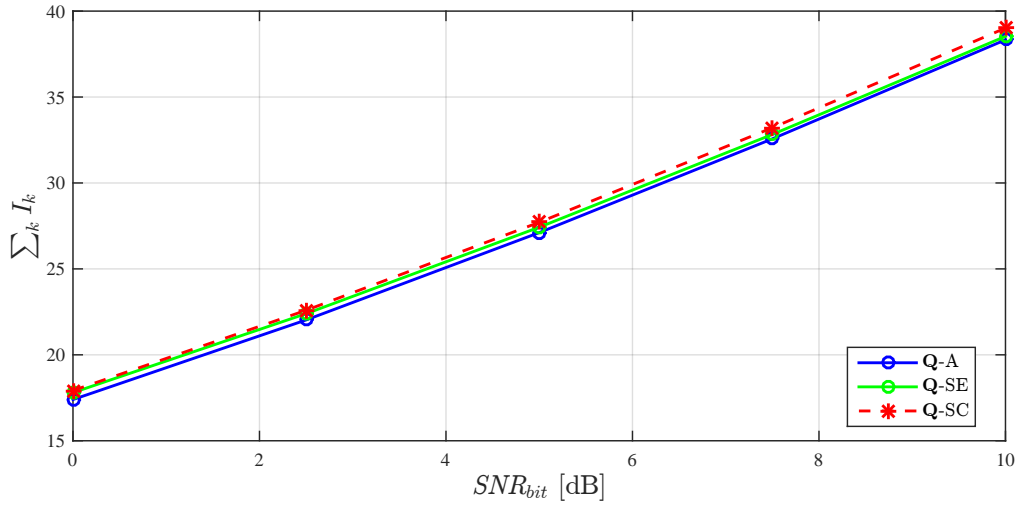


Figura 4.6: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

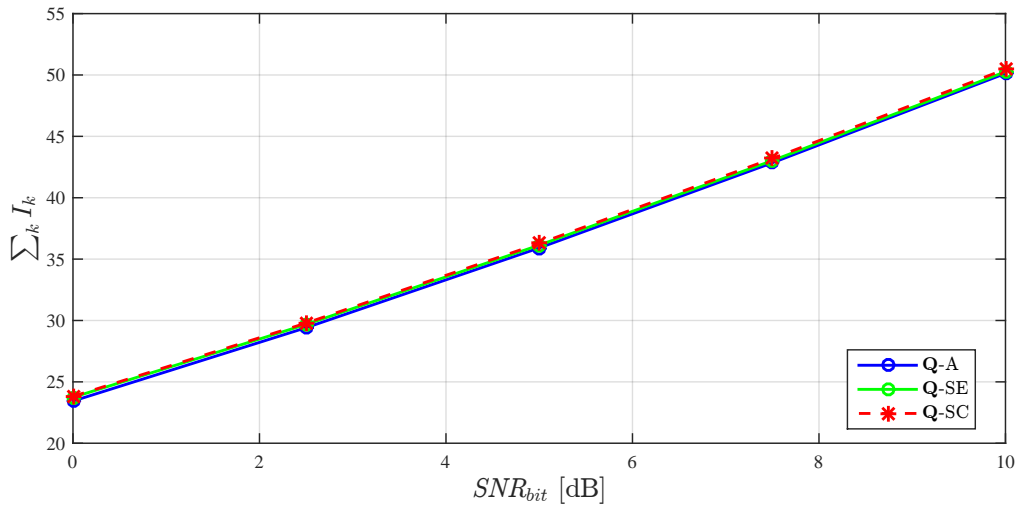


Figura 4.7: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

que aquela baseada na maximização da taxa alcançável por usuário considera todos os termos do produto $\mathbf{J}_k^{BDH} \mathbf{J}_k^{BD}$, enquanto a maximização da $SNR_{r,bit}^k$ leva em conta apenas as normas quadráticas das colunas. Ainda assim, não se observa diferença significativa de desempenho para região da SNR_{bit} analisada. Note-se que (4-23) independe de \mathbf{J}_k^{BD} .

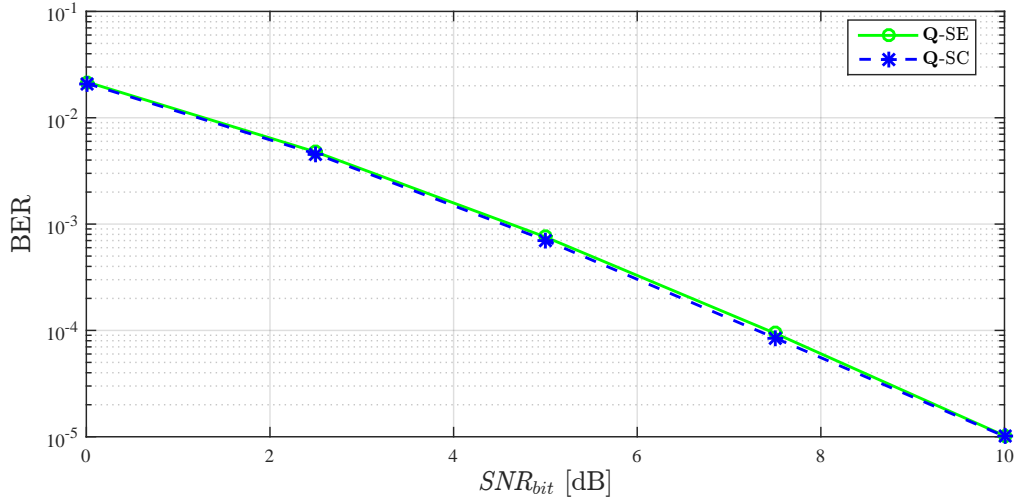


Figura 4.8: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , Q-SC.

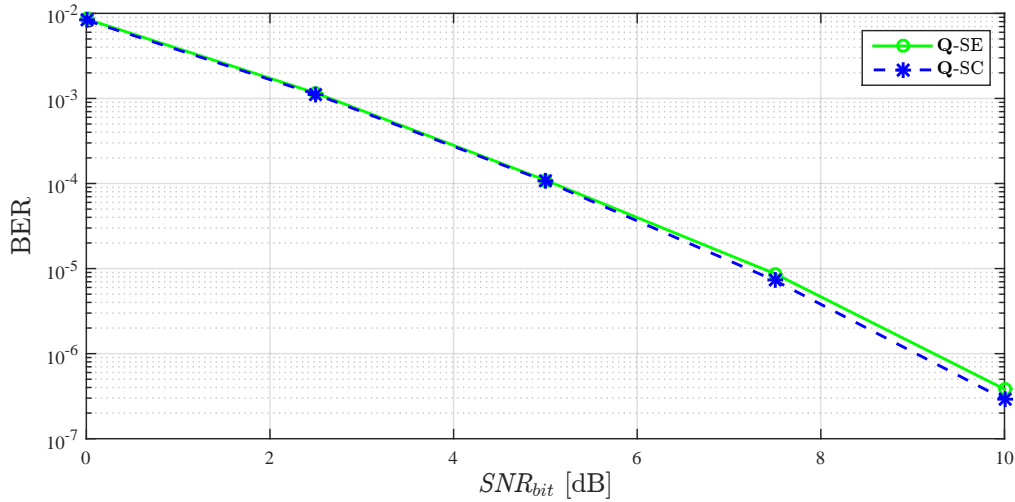


Figura 4.9: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , Q-SC.

4.4

Estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD}

A matriz \mathbf{J}_k^{BD} em (4-8), suposta como conhecida no receptor nos resultados na seções 4.2 e 4.3, na verdade precisa ser estimada pelo usuário para que a detecção em (4-9) possa ser realizada. É adotado o estimador LS (Least square) para a obtenção da estimativa de \mathbf{J}_k^{BD} . Considerando o esquema de transmissão de quadros, F_{est} seqüências de treinamento $\underline{\mathbf{s}}_i^k$, $i = 1, 2, \dots, F_{est}$, ($F_{est} \geq N_r$), conhecidas pelo receptor são transmitidas pela ERB no início da transmissão de um bloco de informação. Assim, ao final do período de estimação, a ERB transmitiu a matriz $\underline{\mathbf{S}}^k$ de dimensão $N_r \times F_{est}$, cujas colunas são compostas

pelas sequências de treinamento. O conjunto de sinais recebidos pelo usuário k ao fim do período de estimação é dado por

$$\mathbf{Y}^k = \mathbf{J}_k^{BD} \underline{\mathbf{S}}^k + \mathbf{N}_k, \quad (4-24)$$

onde $\mathbf{Y}^k = [\mathbf{y}_1^k \ \mathbf{y}_2^k \ \dots \ \mathbf{y}_{F_{est}}^k]$ e $\mathbf{N}_k = [\mathbf{n}_k^1 \ \mathbf{n}_k^2 \ \dots \ \mathbf{n}_k^{F_{est}}]$ são as matrizes de dados e de ruído que organizam em colunas as F_{est} transmissões feitas durante a fase de treinamento.

A estimativa LS de \mathbf{J}_k^{BD} , $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD}$, é dada por:

$$\hat{\mathbf{J}}_k^{BD} = \mathbf{Y}^k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H \left(\underline{\mathbf{S}}^k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H \right)^{-1}. \quad (4-25)$$

Considere que as componentes das sequencias de treinamento têm todas o mesmo módulo e energia E_k^p e que estas sequências sejam escolhidas de forma que as linhas de $\underline{\mathbf{S}}^k$ sejam ortogonais entre si, resultando que $\underline{\mathbf{S}}^k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H = F_{est} E_k^p \mathbf{I}_{N_r}$. Desta maneira, o estimador LS é simplificado para

$$\hat{\mathbf{J}}_k^{BD} = \frac{1}{F_{est} E_k^p} \mathbf{Y}^k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H. \quad (4-26)$$

Combinando (4-24) e (4-26), $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD}$ resulta em:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}_k^{BD} &= \mathbf{J}_k^{BD} + \frac{1}{F_{est} E_k^p} \mathbf{N}_k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H \\ &= \mathbf{J}_k^{BD} + \mathbf{N}'_k, \end{aligned} \quad (4-27)$$

sendo $\mathbf{N}'_k = \frac{1}{F_{est} E_k^p} \mathbf{N}_k \underline{\mathbf{S}}^k{}^H$, com dimensões $N_r \times N_r$.

O valor médio quadrático da matriz erro deste estimador, $\boldsymbol{\xi}_k = \hat{\mathbf{J}}_k^{BD} - \mathbf{J}_k^{BD}$, calculada como:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} [\|\boldsymbol{\xi}_k\|_F^2] &= \text{Tr} \left\{ \mathbb{E} [\mathbf{N}'_k{}^H \mathbf{N}'_k] \right\} \\ &= \frac{N_r^2}{F_{est}} \frac{\sigma_n^2}{E_k^p}. \end{aligned} \quad (4-28)$$

onde $\|\mathbf{A}\|_F^2$ é a norma de Frobenius quadrática da matriz \mathbf{A} , somatória das normas quadráticas das colunas de \mathbf{A} .

Utilizando (4-28) e $E_k^p = \frac{E_T}{KN_r} \varepsilon_k$, o erro médio quadrático normalizado pelas N_r^2 , componentes de $\boldsymbol{\xi}_k$ é dado por:

$$\chi_k = \frac{1}{N_r^2} \mathbb{E} [\|\boldsymbol{\xi}_k\|_F^2] = \frac{KN_r}{F_{est}} \frac{1}{\varepsilon_k SNR}. \quad (4-29)$$

A detecção GPSM usando a estimativa (4-27) é realizada através de:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{A}}^k, \hat{\mathbf{b}}^k) &= \arg \min_{\substack{\mathbf{A}^k \in \mathcal{A}_k \\ \mathbf{b} \in \mathcal{C}^{N_{ibp}}}} \left\| \mathbf{y}^k - \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \hat{\mathbf{J}}_k^{BD} \mathbf{A}^k \mathbf{b} \right\|^2. \end{aligned} \quad (4-30)$$

Distinguem-se duas alternativas quanto ao uso da estimativa $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD}$ de \mathbf{J}_k^{BD} :

1. As estimativas $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD}$, $k = 1, 2, \dots, K$, obtidas são empregadas pelo receptor para se aplicar em (4-9). A matriz de codificação IBP $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ é notificada ao receptor através do esquema de notificação apresentado na Seção 3.4. O diagrama do sistema é representado na Figura 4.10(a).
2. As estimativas $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD}$, $k = 1, 2, \dots, K$, obtidas são empregadas pelo receptor para:
 - a) Determinar a matriz de codificação IBP $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ uma vez definido pelo transmissor o critério de seleção utilizado (ver Seção 4.3). Neste caso, a matriz de codificação IBP determinada localmente no receptor, é determinado por:

- Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário

$$l_*^{BD}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \hat{\mathbf{f}}_k^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (4-31)$$

com

$$\hat{\mathbf{f}}_k = \mathbf{d} \left(\left(\hat{\mathbf{J}}_k^{BD} \right)^H \hat{\mathbf{J}}_k^{BD} \right). \quad (4-32)$$

- Maximização da taxa alcançável por usuário

$$\hat{I}_k = \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \hat{\mathbf{J}}_k^{BD} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \left(\hat{\mathbf{J}}_k^{BD} \right)^H + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right]. \quad (4-33)$$

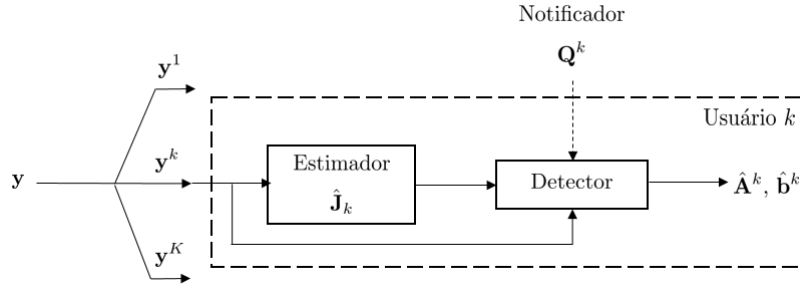
e

$$l_c^{BD}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \hat{I}_k(l^k). \quad (4-34)$$

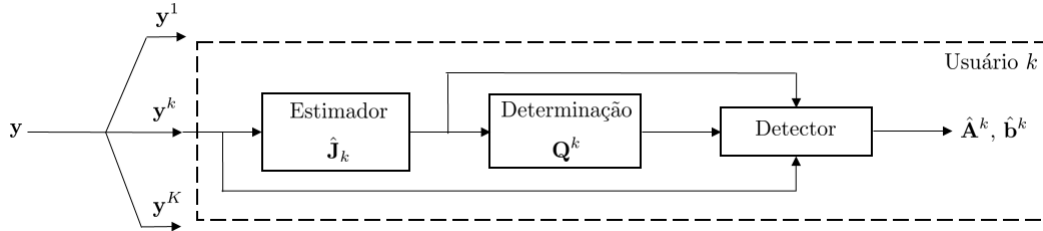
- b) Aplicar, juntamente com a matriz de codificação IBP determinada no item a), em (4-9).

O diagrama do sistema é representado na Figura 4.10(b).

A Figura 4.11 apresenta os resultado do desempenho em termos de BER com seleção pela maximização da $SNR_{r, bit}^k$ considerando que o receptor conhece a matriz efetiva do canal \mathbf{J}^{BD} e a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k selecionada pelo transmissor (Q-SE) comparando com as alternativas do uso da estimação do canal $\hat{\mathbf{J}}^{BD}$ e a notificação de \mathbf{Q}^k . O sistema apresenta uma perda de 0,25 dB aproximadamente ao se implementar a estimação do canal \mathbf{J}^{BD} na detecção do sinal recebido (curva Q-Est) considerando que o receptor conhece a matriz \mathbf{Q}^k ; esta perda se mantém ao se realizar a notificação pelo transmissor da matriz \mathbf{Q}^k para o receptor (Q-Est-Notf). A perda maior acontece quando a estimativa é usada para determinar a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k o que acrescenta complexidade ao sistema sem benefício no desempenho o que torna inviável o uso da estimativa $\hat{\mathbf{J}}^{BD}$ para determinar a matriz \mathbf{Q}^k .



4.10(a): Receptor do usuário k com estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD} e notificação de \mathbf{Q}^k



4.10(b): Receptor do usuário k com estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD} e determinação de \mathbf{Q}^k

Figura 4.10: Diagrama em blocos da recepção do sistema MU-MIMO com GPSM.

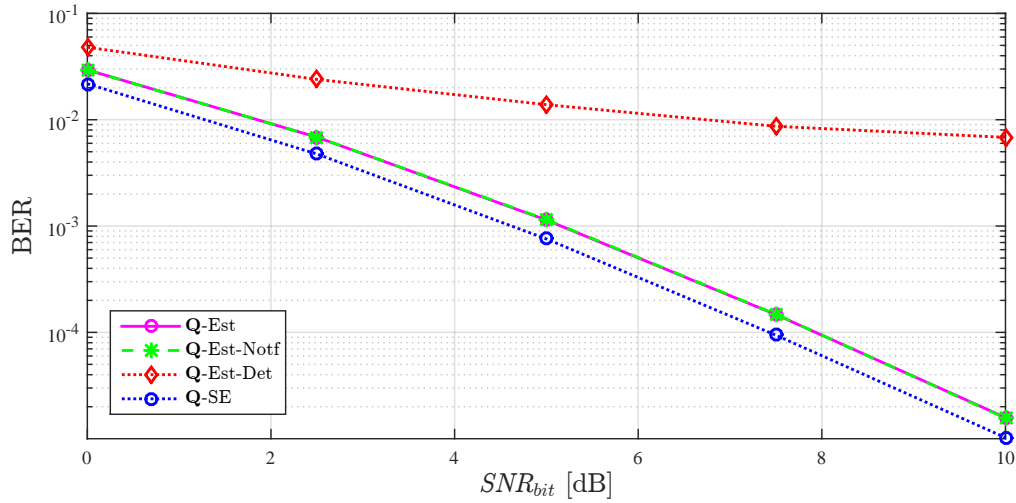


Figura 4.11: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ \mathbf{Q} -SE, considerando-se estimação $F_{Est} = 40$ e notificação perfeita, \mathbf{Q} -Est, estimação $F_{Est} = 40$ e notificação $F_{Notf} = 20$, \mathbf{Q} -Est-Notf, uso da estimação para determinar \mathbf{J}^{BD} e \mathbf{Q} no receptor, \mathbf{Q} -Est-Det.

4.5

Análise da probabilidade de erro

Dada a probabilidade de erro par a par dado em (2-51), a probabilidade de erro de bit é calculado como

$$P_k^{\text{bit}}(\text{erro})_{BD} \cong \frac{1}{N_{CR}} \sum_{h=1}^{N_{CR}} P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H}^{(h)})_{BD} \quad (4-35)$$

com

$$P_k^{\text{bit}}(\text{erro}|\mathbf{H})_{BD} \leq \frac{1}{NR_k} \sum_{\mathbf{s}_i^k} \sum_{\substack{\mathbf{s}_j^k, \\ \mathbf{s}_j^k \neq \mathbf{s}_i^k}} d(\mathbf{s}_i^k, \mathbf{s}_j^k) P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k|\mathbf{H})_{BD} \quad (4-36)$$

e

$$P(\mathbf{s}_i^k \rightarrow \mathbf{s}_j^k|\mathbf{H})_{BD} = Q\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_k}{2KN_{ibp}} d'_{ij}{}^2 SNR}\right), \quad (4-37)$$

onde

$$d'_{ij} = \|\mathbf{J}_k^{BD} (\mathbf{D}(\mathbf{q}_i^k) \dot{\mathbf{s}}_i^k - \mathbf{D}(\mathbf{q}_j^k) \dot{\mathbf{s}}_j^k)\|. \quad (4-38)$$

Nas figuras 4.12 e 4.13 é apresentado o desempenho em termos de BER quando é implementada a matriz de codificação IBP selecionada pelo critério em (4-18) para as configurações $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$, respectivamente, obtido por simulação computacional e a aproximação para o limitante superior desta probabilidade de erro, obtido de (4-35).

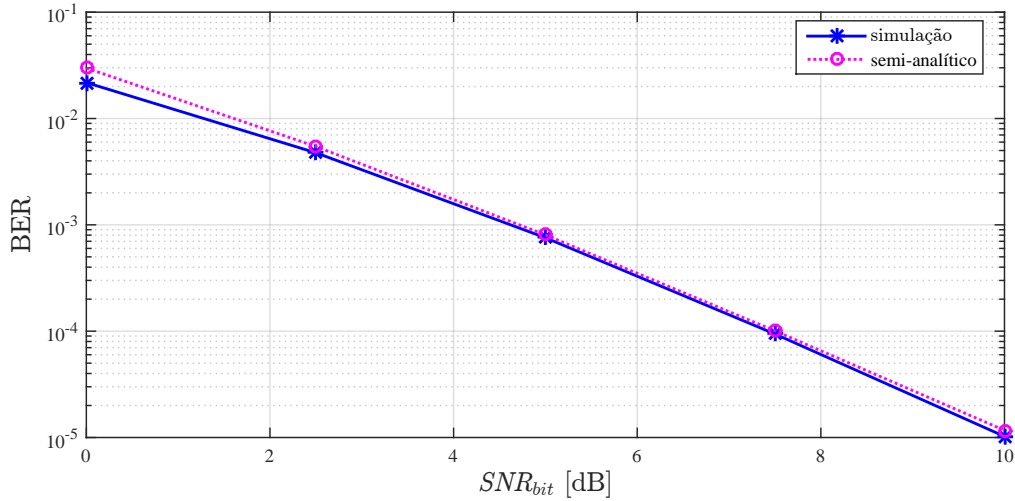


Figura 4.12: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

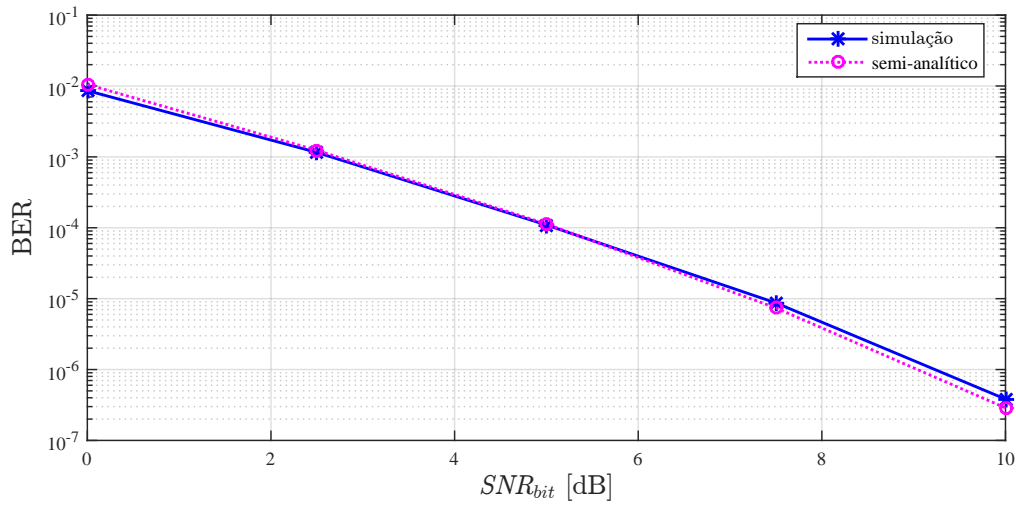


Figura 4.13: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE.

5

Sistema GPSS com pré-codificador Block Diagonalization de duas fases

Este capítulo apresenta o sistema com pré-codificador Block Diagonalization de duas fases chamado neste trabalho como pré-codificador BD2. São apresentados dois critérios para a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , baseados na maximização da relação sinal-ruído verificada no usuário e na maximização da taxa alcançável por usuário. Também é apresentado um esquema de estimação da matriz efetiva de canal pelo receptor. Os resultados numéricos apresentados incluem curvas de máxima taxa alcançável por usuário e de desempenho de detecção do sinal, estas últimas comparadas ao limitante semi-empírico da probabilidade de erro de detecção.

5.1

Modelagem do pré-codificador Block Diagonalization de duas fases

O pré-codificador BD2 difere-se do BD de fase única por ser formado por dois filtros justapostos \mathbf{P}_a^k e \mathbf{P}_b^k , ou seja:

$$\mathbf{P}_{BD2}^k = \mathbf{P}_a^k \mathbf{P}_b^k. \quad (5-1)$$

O primeiro filtro, \mathbf{P}_a^k , assim como no pré-codificador BD, tem a função de anular a interferência vinda dos demais usuários sobre a informação destinada ao usuário k na chegada do vetor de dados às antenas receptoras que o equipam. O segundo filtro, \mathbf{P}_b^k , é projetado para auxiliar no desacoplamento das componentes do vetor de informação \mathbf{s}^k deste usuário, podendo ser empregado na simplificação da estratégia de detecção.

De forma semelhante ao pré-codificador BD, \mathbf{P}_a^k é baseada na matriz que projeta o vetor de dados do usuário k no espaço nulo do subespaço gerado pela submatriz de canal dos usuários interferentes, sendo construída a partir da mesma decomposição SVD em (4-5). Entretanto, obedecida a restrição de dimensionalidade $N_t > (K - 1)N_r$, $\mathbf{P}_a^k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t - (K-1)N_r}$, é formada a partir de $\mathbf{V}_k^{(0)}$ em sua integridade, ou seja:

$$\mathbf{P}_a^k = \mathbf{V}_k^{(0)}. \quad (5-2)$$

O desacoplamento do vetor de informação do usuário k dos demais

interferentes resulta na matriz $\mathbf{H}'_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t - (K-1)N_r}$ dada por

$$\mathbf{H}'_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_a^k. \quad (5-3)$$

A segunda fase, \mathbf{P}_b^k , é construída a partir da matriz de vetores singulares à direita da matriz \mathbf{H}'_k , que tem decomposição SVD dada por

$$\mathbf{H}'_k = \mathbf{U}'_k \mathbf{\Sigma}'_k \mathbf{V}'_k{}^H. \quad (5-4)$$

Desta maneira \mathbf{P}_b^k , é composto pelas N_r colunas de $\mathbf{V}'_k \in \mathbb{C}^{N_t - (K-1)N_r \times N_t - (K-1)N_r}$ associadas aos valores singulares não nulos de \mathbf{H}'_k , organizados na diagonal de $\mathbf{\Sigma}'_k$. Assim, supondo que os elementos de \mathbf{H}'_k são ordenados de maneira decrescente, $\mathbf{P}_b^k \in \mathbb{C}^{N_t - (K-1)N_r \times N_r}$ é dado por

$$\mathbf{P}_b^k = \mathbf{V}'_k[1 : N_r]. \quad (5-5)$$

O sinal recebido no usuário k é expresso como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^k &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{BD2}^k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k^{BD2} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \end{aligned} \quad (5-6)$$

onde a matriz $\mathbf{J}_k^{BD2} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ é dada por

$$\mathbf{J}_k^{BD2} = \mathbf{U}'_k \mathbf{\Sigma}'_k, \quad (5-7)$$

sendo $\mathbf{U}'_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ unitária.

Detecção

Considerando a representação alternativa de \mathbf{s}^k como em (2-36), o conjunto de padrões das matrizes de posição como em (2-37) e \mathbf{J}_k^{BD2} dado em (5-7), o detector ML para o pré-codificador BD2 pode ser expresso por

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{A}}^k, \hat{\mathbf{b}}^k) &= \arg \min_{\substack{\mathbf{A}^k \in \mathcal{A}_k \\ \mathbf{b} \in \mathcal{C}^{N_{ibp}}}} \left\| \mathbf{y}^k - \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_k^{BD2} \mathbf{A}^k \mathbf{b} \right\|^2, \end{aligned} \quad (5-8)$$

sendo que γ , definida em (2-22), possui a mesma simplificação do pré-codificador BD em (4-12), lembrada abaixo

$$\gamma = KN_{ibp}. \quad (5-9)$$

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

Partindo de (2-33), a energia recebida por usuário para sistemas com pré-codificador BD2 é dado por

$$E_k^r = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \text{Tr} \left\{ \mathbf{J}_k^{BD2H} \mathbf{J}_k^{BD2} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \right\}, \quad (5-10)$$

sendo

$$\mathbf{J}_k^{BD2H} \mathbf{J}_k^{BD2} = \boldsymbol{\Sigma}_k'^H \mathbf{U}_k'^H \mathbf{U}_k' \boldsymbol{\Sigma}_k' = \boldsymbol{\Sigma}_k'^2. \quad (5-11)$$

Note-se que $\boldsymbol{\Sigma}_k'^2$, composta pelo quadrado dos valores singulares de \mathbf{H}_k' , equivale à matriz de autovalores de $\mathbf{H}_k'^H \mathbf{H}_k'$. Logo, denotando por \mathbf{v}_k o vetor que contém os autovalores $\lambda_1^k, \lambda_2^k, \dots, \lambda_{N_r}^k$ de $\mathbf{H}_k'^H \mathbf{H}_k'$:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{d} \left(\boldsymbol{\Sigma}_k'^2 \right) = \begin{bmatrix} \lambda_1^k & \lambda_2^k & \dots & \lambda_{N_r}^k \end{bmatrix}^T, \quad (5-12)$$

tem-se como resultado que

$$E_k^r = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{v}_k^T \bar{\mathbf{q}}^k. \quad (5-13)$$

Assim, a $SNR_{r,bit}^k$ em (2-35), para o pré-codificador \mathbf{P}_{BD2} é dada como

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{N_{ibp}} \mathbf{v}_k^T \bar{\mathbf{q}}^k SNR_{bit}. \quad (5-14)$$

5.2 Resultados numéricos

Nesta seção são apresentados resultados numéricos da taxa de erro de bit em função da SNR_{bit} para o sistema que considera o transmissor com pré-codificador BD2 e os usuários empregam detectores ótimos. De modo similar que nos capítulos apresentados anteriormente são avaliadas duas configurações de sistema, $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$ e $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ as duas com $\varepsilon_k = 1$ e modulação empregada QPSK, detalhadas na Tabela 4.1 na Seção 4.2. Para os casos em que existe mais de uma opção de escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k , ou seja, $L > 1$, \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente dentre as possíveis L escolhas para cada realização de canal.

Os cenários de simulação são os mesmos especificados na Seção 3.2.

As figuras 5.1 e 5.2 ilustram o desempenho em termos de BER resultante da variação do número de posições alocadas com informação no vetor \mathbf{s}^k , representado pelo parâmetro N_{ibp} . O MIMO convencional acontece quando $N_{ibp} = N_r$. Note-se que para $N_{ibp} < N_r$ o desempenho melhora com a redução de N_{ibp} , ilustrando vantagem em termos de BER de se reduzir o número de posições que carregam informação em \mathbf{s}^k . Ao se comparar o MIMO convencional e o GPSM operantes à mesma taxa de transmissão, o GPSM com pré-codificação BD2 é superior para todo o intervalo da SNR_{bit} avaliado.

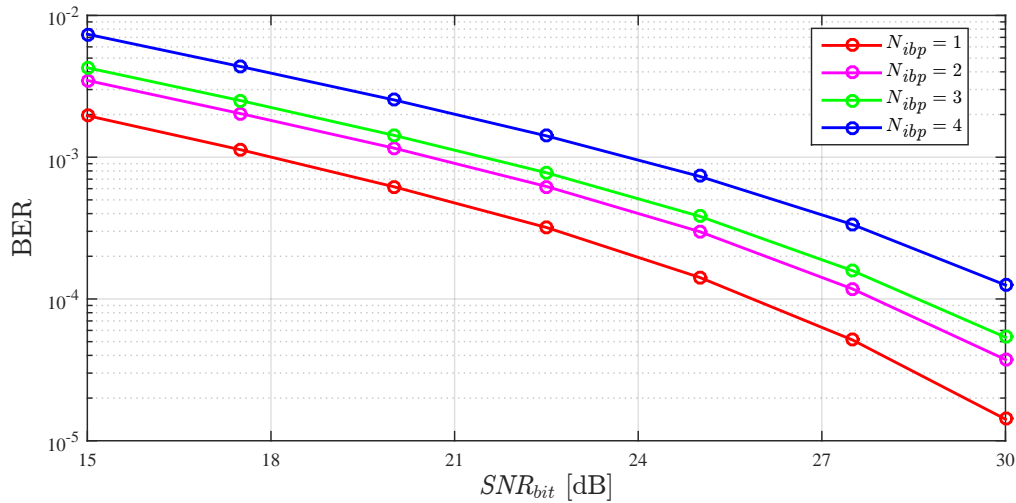


Figura 5.1: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 $\{8, (4, N_{ibp}), 2\}$.

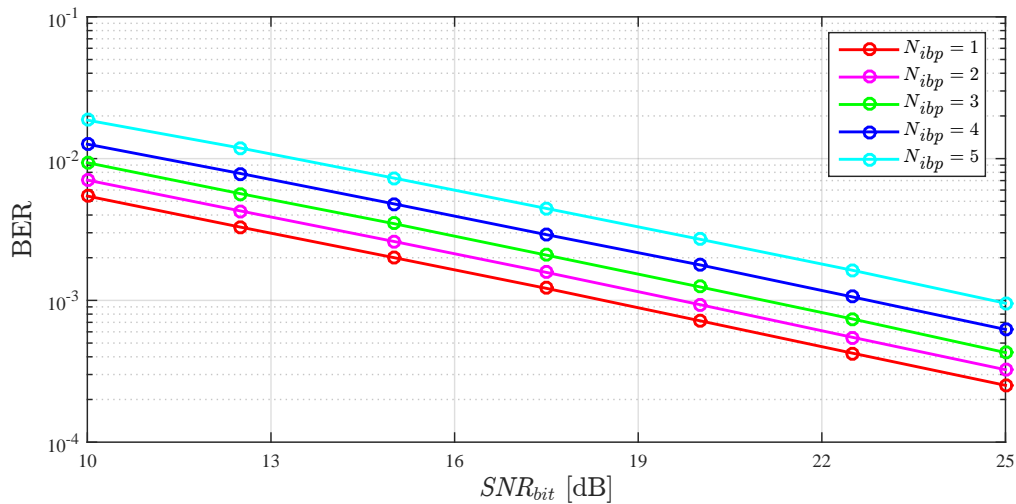


Figura 5.2: BER dos sistemas MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$.

5.3

Seleção da matriz de codificação IBP Q

Seguindo com os objetivos deste trabalho, nesta seção serão apresentadas as estratégias de seleção da matriz de codificação IBP pelos critérios de maximização da razão sinal-ruído na recepção por bit e da taxa alcançável por usuário do sistema GPSM MU-MIMO para sistemas com pré-codificador BD2.

5.3.1

Maximização da razão sinal-ruído na recepção por usuário

Considerando-se as matrizes pré-codificadoras fixas, definidas em (5-1) a (5-4), a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k que maximiza a $SNR_{r,bit}^k$ é dada por:

$$\mathbf{Q}_{sel, BD2}^k = \mathbf{Q}_{l_*^{BD2}(k)}, \quad (5-15)$$

onde

$$l_*^{BD2}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_k^T \bar{\mathbf{q}}(l). \quad (5-16)$$

Nas figuras 5.3 até 5.6 são apresentados resultados de BER quando \mathbf{Q}^k é selecionada aleatoriamente e \mathbf{Q}^k selecionada com a implementação do critério de maximização da $SNR_{r, bit}^k$ em (5-16). Nas figuras 5.3 e 5.4 são apresentados resultados para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{40, (4, 2), 10\}$, respectivamente, dado que $N_{ibp} = 2$ é o único valor que permite mais de uma escolha para a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k . Note-se que o ganho de desempenho BER para ambos cenários é de aproximadamente de 2,5 dB, dado que ambos cenários tem as mesmas matrizes de codificação IBP possíveis. Enquanto na otimização das matrizes IBP para pré-codificação BD, os elementos que compunham o produto interno a ser maximizado em (4-18) eram todos identicamente distribuídos como uma f.d.p. chi-quadrada, no BD2, o vetor \mathbf{v}_k que compõe o produto interno tem como elementos os autovalores de $\mathbf{H}_k'^H \mathbf{H}_k'$. O espectro de autovalores do caso BD2, estudado em [26] para \mathbf{H}_k' Gaussiano, sugere que a variabilidade da magnitude dos autovalores resulta em maior eficiência da otimização resultante de (5-16).

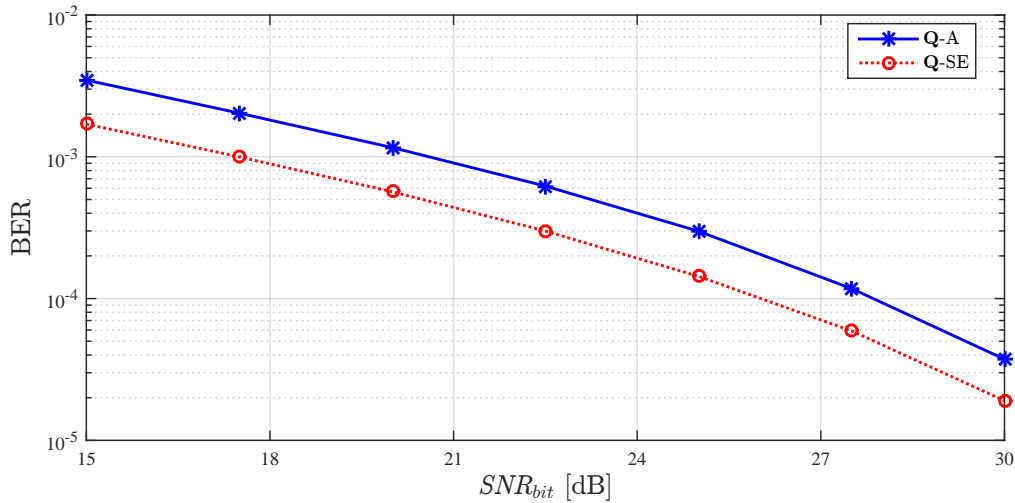


Figura 5.3: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r, bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

A Figura 5.5 apresenta resultados de BER para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ variando N_{ibp} de 1 até 4, valores que permitem a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k (ver L em Tabela 4.1). Destaca-se no gráfico o ganho de desempenho de detecção que se obtém com o critério de seleção da matriz de codificação IBP para $N_{ibp} = 1$. Neste caso, todas hipóteses de matriz IBP média $\bar{\mathbf{q}}^k(l) \forall l$, apresentam uma componente nula. Com isto, é possível associar esta compo-

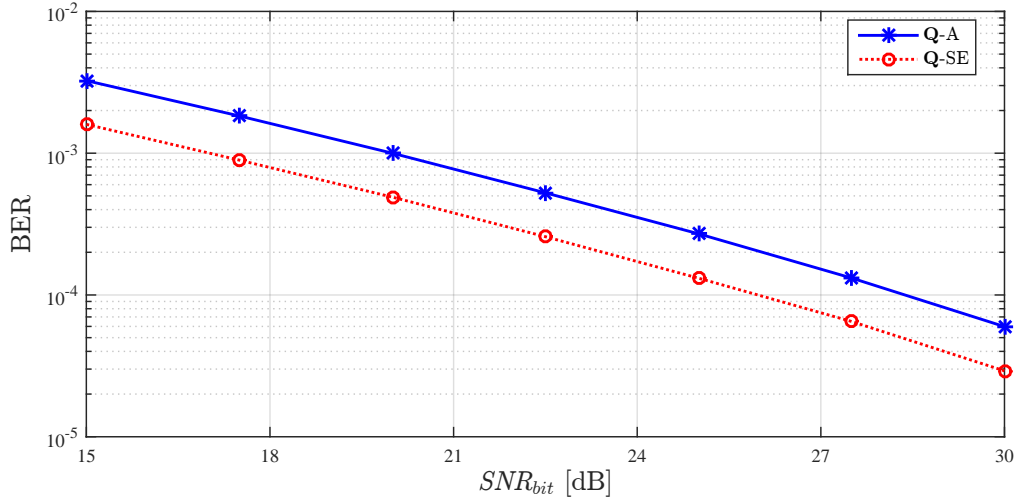


Figura 5.4: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{40, (4, 2), 10\}$, com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

nente o elemento de \mathbf{v}_k que corresponde ao menor autovalor de $\mathbf{H}_k'^H \mathbf{H}_k'$ e, consequentemente, eliminar o elemento que menos contribui para $SNR_{r,bit}^k$ em (5-14). Além disto, observa-se na Figura 5.6, que contém uma versão expandida da Figura 5.5, a diminuição do ganho de desempenho de detecção com o aumento do N_{ibp} , desde de 2,5 dB para $N_{ibp} = 2$ até ganho imperceptível para $N_{ibp} = 4$.

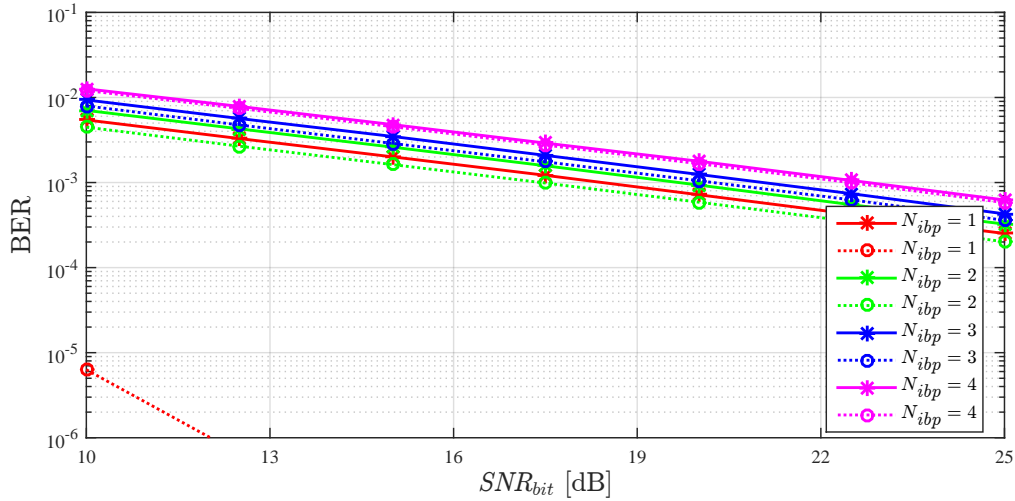


Figura 5.5: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE.

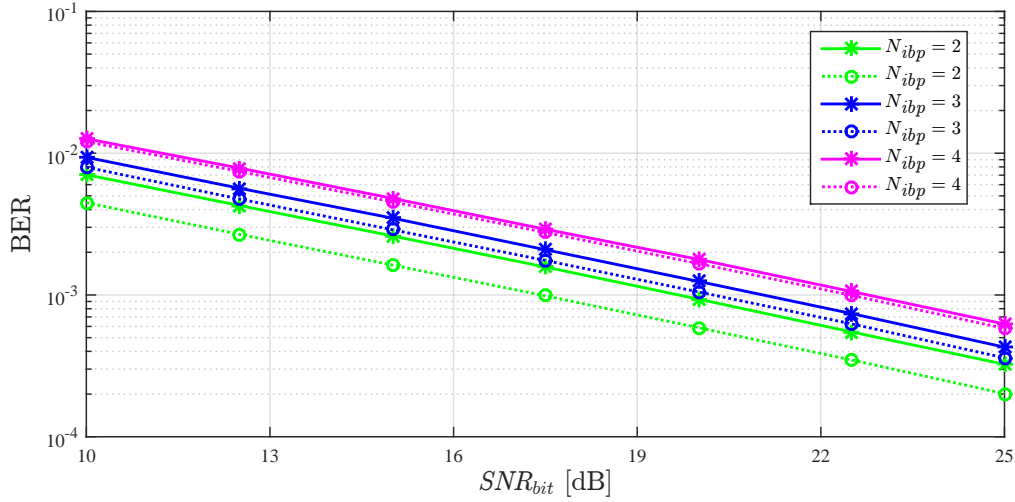


Figura 5.6: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, N_{ibp}), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória identificada com linha contínua,, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ identificada com linha pontilhada, \mathbf{Q} -SE. (Versão expandida).

5.3.2

Máxima taxa alcançável pelos usuários

A taxa alcançável para o usuário k no sistema implementando o pré-codificador BD2 é calculado com a substituição da matriz efetiva \mathbf{J}_k^{BD2} dada em (5-7), em (2-43), deste modo a taxa alcançável é dada por

$$\begin{aligned} I_k &= \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{U}'_k \boldsymbol{\Sigma}'_k \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \boldsymbol{\Sigma}_k'^H \mathbf{U}_k'^H + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right] \\ &= \log_2 \left[\det \left(SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \mathbf{D}(\bar{\mathbf{q}}^k) \boldsymbol{\Sigma}_k'^2 + \mathbf{I}_{N_r} \right) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{N_r} \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{\gamma} \bar{q}_i^k \lambda_i^k + 1 \right], \end{aligned} \quad (5-17)$$

e considerando o resultado de γ (4-12) equivalente na implementação do pré-codificador BD2 tem-se que

$$I_k = \sum_{i=1}^{N_r} \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{KN_{ibp}} \bar{q}_i^k \lambda_i^k + 1 \right]. \quad (5-18)$$

Fica evidente que a matriz de codificação IBP que maximiza a taxa alcançável para cada usuário pode ser selecionada como

$$\mathbf{Q}_{cap, BD2}^k = \mathbf{Q}_{l_c^{BD2}(k)}, \quad (5-19)$$

onde

$$l_c^{BD2}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} I_k(l^k). \quad (5-20)$$

Do mesmo modo, a seleção da matriz de codificação de IBP que maximiza a taxa alcançável por usuário pode ser adicionalmente simplificada ao se

considerar valores assintóticos da SNR . Neste caso, I_k é dado por:

$$\begin{aligned} I_k^{assin} &\approx \sum_{i=1}^{N_r} \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \bar{q}_i^k \lambda_i^k \right] \\ &= N_r \log_2 \left[SNR \frac{\varepsilon_k}{K N_{ibp}} \right] + \log_2 \left[\prod_{i=1}^{N_r} \lambda_i^k \right] + \log_2 \left[\prod_{i=1}^{N_r} \bar{q}_i^k \right], \end{aligned} \quad (5-21)$$

com a seleção da matriz de codificação dada pela maximização do ultimo termo da soma

$$l_c^{BD2}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \prod_{i=1}^{N_r} \bar{q}_i(l), \quad (5-22)$$

sendo $\bar{q}_n(l)$ o n -ésimo elemento do vetor $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$ dado em (2-9).

Resultados da taxa alcançável por usuário quando o pré-codificador BD2 é implementado são apresentados nas figuras 5.7 e 5.8 para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$ respectivamente. Em cada figura são apresentadas curvas obtidos da implementação da matriz de codificação IBP selecionada aleatoriamente, pelo critério de maximização da $SNR_{r,bit}^k$ em (5-16) e pelo critério de maximização da taxa alcançável por usuário em (5-20). Observe-se que a taxa alcançável resulta praticamente independente aos critérios de seleção, a diferença dos resultados de taxa alcançável obtidos com ou sem critério de seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k é essencialmente nula.

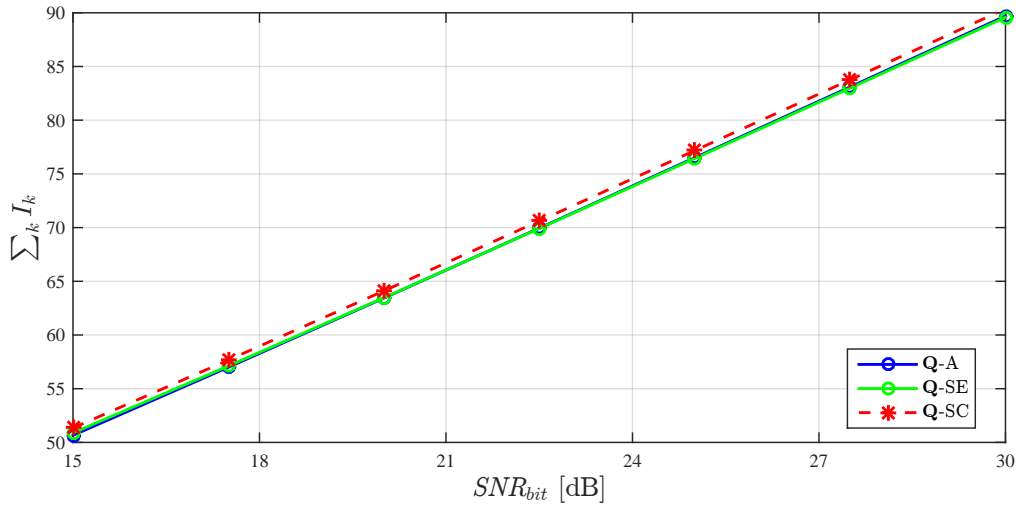


Figura 5.7: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

Nas figuras 5.9 e 5.10 são apresentados os resultados do desempenho BER para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$, respectivamente, considerando-se ambos critérios de seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k apresentados nesta seção.

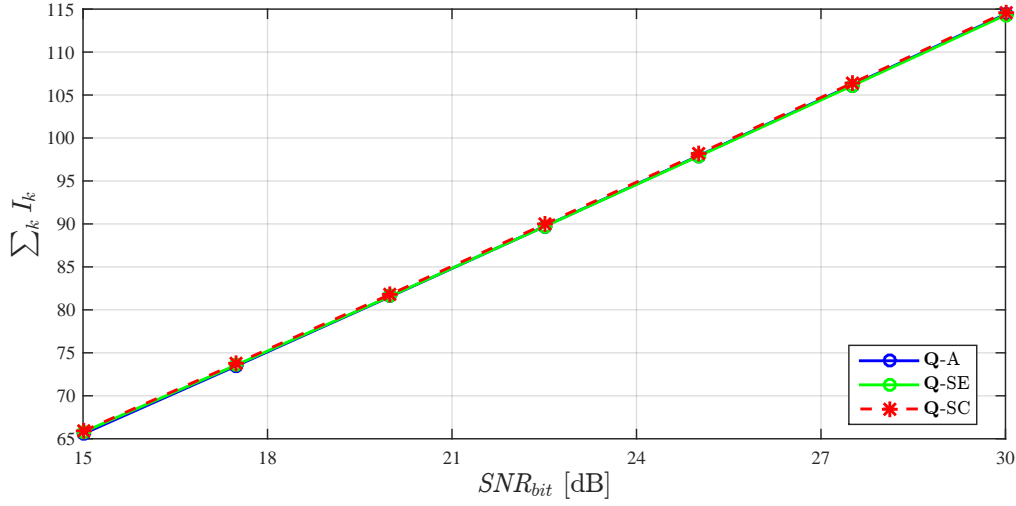


Figura 5.8: Taxa alcançável dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada aleatoriamente, \mathbf{Q} -A, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

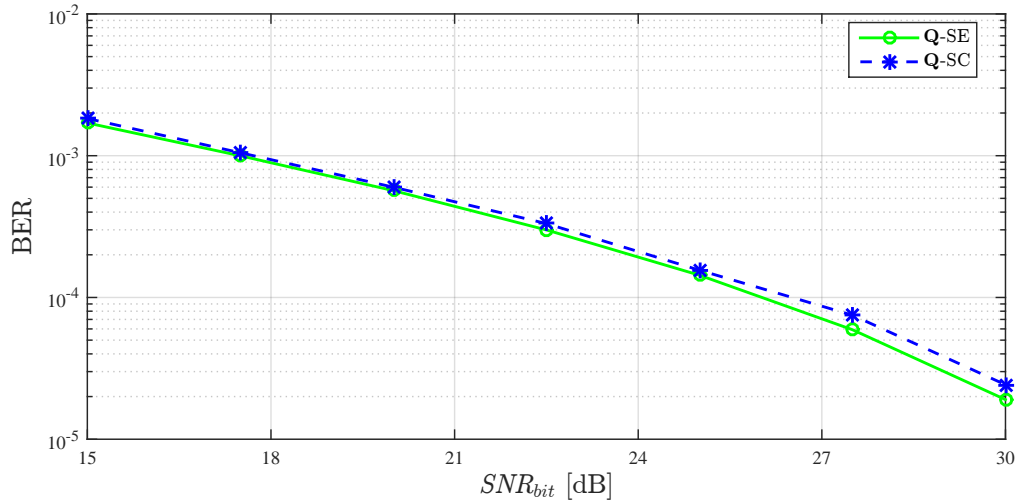


Figura 5.9: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , \mathbf{Q} -SC.

5.4

Estimação de canal \mathbf{J}_k^{BD2}

Como foi explicado na Seção 4.4 a matriz \mathbf{J}_k^{BD2} em (5-7) precisa ser estimada pelo receptor para a detecção dos sinais recebidos seja realizada. O método adotado neste trabalho é a estimação LS. Para o pré-codificador BD a implementação da estimação LS foi apresentada na Seção 4.4, consta-se que todas suas expressões matemáticas são validas para a estimação de \mathbf{J}_k^{BD2} resultante do pré-codificador BD2.

Apesar da estimativa $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD2}$ poder ser usada pelo receptor para determinar

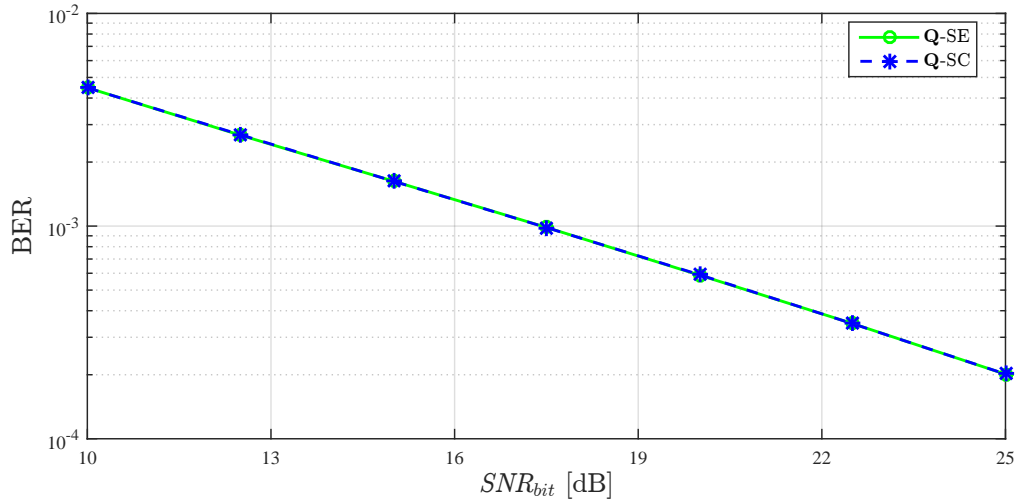


Figura 5.10: BER dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de I_k , Q-SC.

a matriz de codificação usada pelo transmissor (ver Seção 4.4) quando o pré-codificador BD2 é implementado, nesta seção a estimativa é usada unicamente para a detecção em (5-8) (ver Figura (4.10(a))). Na realização da segunda SVD, a matriz Σ'_k possui na sua diagonal principal valores com ordenamento descendente fazendo com que as possibilidades do vetor $\bar{\mathbf{q}}$ que satisfaçam (5-16) e (5-22) sejam reduzidas àqueles vetores compostos por elementos que obedeçam o mesmo ordenamento. Pelas características dos exemplos considerados, apenas um vetor cumpre esta condição, assim que notificar a matriz de codificação IBP selecionada \mathbf{Q}^k como determinar ela a partir da estimativa não brinda informação útil para o estudo do sistema.

A Figura 5.11 apresenta resultados do desempenho em termos de BER com seleção pela maximização de SNR_{bit}^r considerando que o receptor conhece a matriz efetiva do canal \mathbf{J}_k^{BD2} (Q-SE) comparados com o desempenho obtido quando a estimação $\hat{\mathbf{J}}_k^{BD2}$ é realizada (Q-Est). Para ambas curvas a matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k é selecionada pelo transmissor e considerada conhecida pelo receptor. O sistema apresenta uma perda menor que 0.25 dB aproximadamente ao se implementar a estimação do canal \mathbf{J}^{BD2} na detecção do sinal recebido.

5.5

Análise da probabilidade de erro

Definida a probabilidade de erro par a par dado em (2-51), tem se que na implementação do pré-codificador BD2 esta probabilidade é análoga à apresentada na Seção 4.5. A probabilidade de erro par a par é unicamente dependente da distancia efetiva dada em (2-48) com $\mathbf{J}_k^{BD2} = \mathbf{U}'_k \Sigma'_k$. Assim,

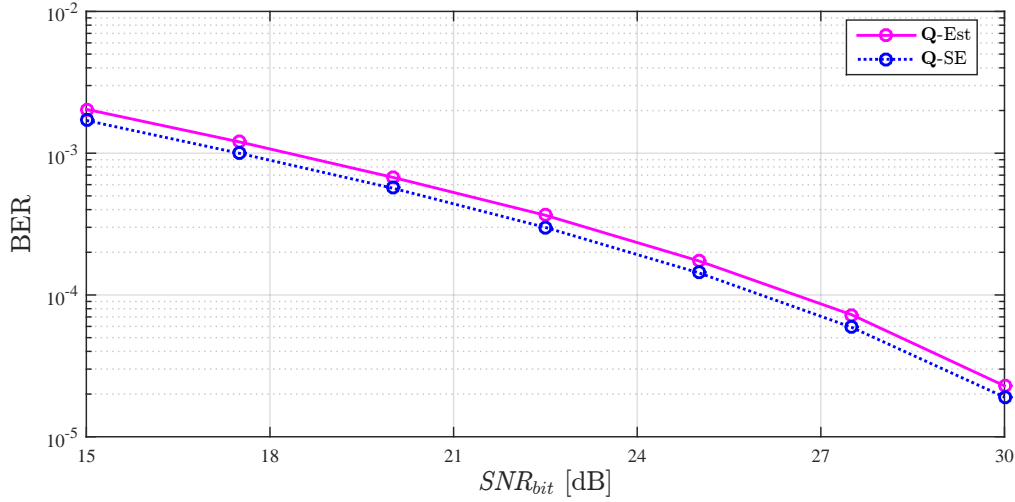


Figura 5.11: BER do sistema MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da SNR_{bit}^r Q-SE, considerando-se estimação com $F_{Est} = 40$ e notificação perfeita, Q-Est.

as expressões matemáticas (4-35) até (4-38) são válidas para o pré-codificador BD2 com a mudança da matriz \mathbf{J}_k^{BD2} dada em (5-7).

Nas figuras 5.12 e 5.13 é apresentado o desempenho em termos de BER quando a matriz de codificação IBP é selecionada pelo critério em (5-16) para os cenários $\{8, (4, 2), 2\}$ e $\{10, (5, 2), 2\}$, respectivamente, obtido por simulação computacional e o limitante superior desta probabilidade de erro, aproximado por (4-35).

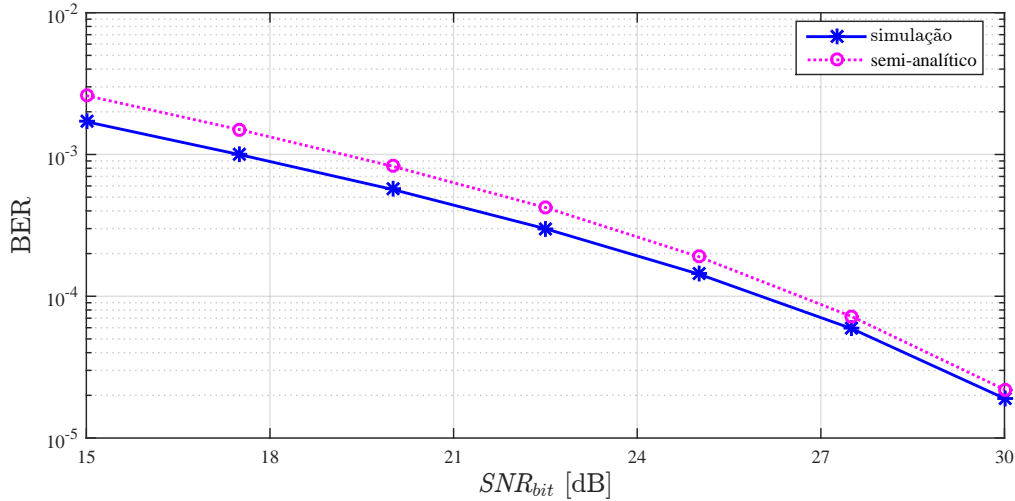


Figura 5.12: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{8, (4, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$ Q-SE.

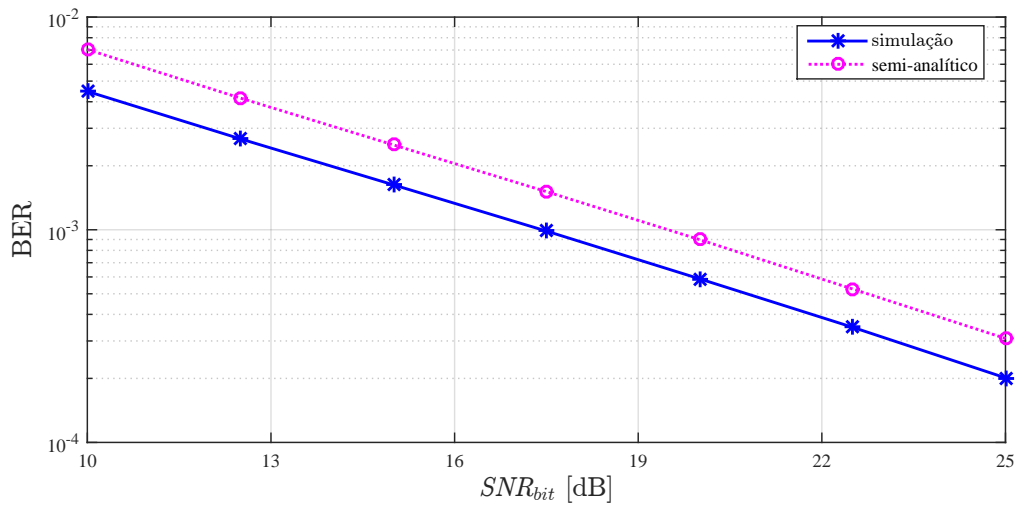


Figura 5.13: BER obtido em simulação e seu limitante superior semi-analítico dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{10, (5, 2), 2\}$, \mathbf{Q} selecionada pela maximização da $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE.

A possibilidade de selecionar as matrizes de codificação IBP mais adequadas para a observação corrente do canal foi explorada com o objetivo de aprimorar o desempenho da comunicação do sistema GPSM MU-MIMO. A partir do presente capítulo, a ideia de selecionar as posições do vetor de informação que transportam informação é estendida. Considera-se o caso em que o número de cadeias de radiofrequência (RF) na ERB e/ou nos usuários é inferior ao número de antenas transmissoras e/ou receptoras às quais as cadeias de RF podem se acoplar. Este cenário dá origem à possibilidade de seleção das antenas efetivamente empregadas na comunicação. Motivando assim desenvolve-se a proposta de realizar a seleção das antenas mais favoráveis para a comunicação, em adição à escolha das matrizes IBP. A estratégia pode ser usada exclusivamente na transmissão, emitindo o vetor pré-codificado apenas pelas antenas associadas aos subcanais que otimizem algum critério ligado ao desempenho da comunicação. Também pode ser feito exclusivamente pelas antenas dos usuários que, de forma individual ou coordenada, processam o sinal coletado em apenas um subconjunto das antenas que receberam o sinal emitido pela ERB; ou ainda, realizando de forma conjunta a seleção de antenas da ERB e dos usuários. A abordagem é desenvolvida diretamente a partir do Modelo de Sinais, apresentado no Capítulo 2, sendo aqui empregada na seleção dos elementos das antenas.

6.1

Comunicação em subconjunto das antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM

Na seleção de antenas transmissoras, a ERB é equipada com N_{ta} cadeias de RF, sendo que N_t permanece sendo o número total de antenas disponíveis para transmissão, onde $N_{ta} < N_t$. Desta forma, o comprimento do vetor de dados pré-codificados \mathbf{x} é reduzido ao número de cadeias de RF, mas adicionada à possibilidade de escolha das antenas transmissoras. Para esta configuração, o número de possíveis escolhas de alocação do vetor de dados pré-codificados GPSM nas antenas transmissoras, S_{Tx} , é dado por:

$$S_{Tx} = \begin{pmatrix} N_t \\ N_{ta} \end{pmatrix}. \quad (6-1)$$

A cada possível escolha corresponde o uso de um subconjunto das antenas transmissoras, que é representado pelo vetor $\mathbf{t} \in \{0, 1\}^{N_t \times 1}$, em que o elemento 1 na n -ésima posição representa que a n -ésima antena está ativa, enquanto o elemento 0 representa que esta antena está desativada. A coleção dos possíveis \mathbf{t} é agrupada no conjunto \mathcal{T} , ou seja

$$\mathcal{T} = \{\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_{S_{Tx}}\}. \quad (6-2)$$

Como um exemplo, seja $N_t = 5$ e $N_{ta} = 3$, resultando em $S_{Tx} = 10$ possíveis combinações de antenas transmissoras a ativar, representado por

$$\mathcal{T} = \{\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_{10}\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad (6-3)$$

com $\mathbf{t}_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ indicando que as antenas transmissoras 1, 2 e 3 são ativadas e as 4 e 5 são desativadas.

Transmissão

A matriz de subcanal de $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K N_r \times N_t}$, obtida pela seleção das colunas indicadas por \mathbf{t} , é representada por $\mathbf{H}_{(\mathbf{t})} \in \mathbb{C}^{K N_r \times N_{ta}}$ é dada por:

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{t})} = \mathbf{H} \mathbf{G}_{(\mathbf{t})}, \quad (6-4)$$

onde $\mathbf{G}_{(\mathbf{t})}$, de dimensão $N_t \times N_{ta}$, é uma sub-matriz da matriz identidade \mathbf{I}_{N_t} em que a i -ésima coluna é suprimida se a i -ésima componente do vetor \mathbf{t} for nula.

Similarmente a (2-27), a matriz do canal MU-MIMO com seleção de antenas transmissoras, $\mathbf{H}_{(\mathbf{t})}$, é formada por

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{t})} = [\mathbf{H}_{1(\mathbf{t})}^T \ \mathbf{H}_{2(\mathbf{t})}^T \ \dots \ \mathbf{H}_{K(\mathbf{t})}^T]^T, \quad (6-5)$$

onde $\mathbf{H}_{k(\mathbf{t})}$, $k = 1, 2, \dots, K$, de dimensão $N_r \times N_{ta}$ é dada por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{t})} = \mathbf{H}_k \mathbf{G}_{(\mathbf{t})}, \quad (6-6)$$

sendo $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ apresentada na Seção 2.2.

Note-se que a matriz $\mathbf{G}_{(\mathbf{t})}$ apresenta as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_{(\mathbf{t})}^T \mathbf{G}_{(\mathbf{t})} &= \mathbf{I}_{N_{ta}}, \\ \mathbf{G}_{(\mathbf{t})} \mathbf{G}_{(\mathbf{t})}^T &= \mathbf{D}(\mathbf{t}).\end{aligned}\tag{6-7}$$

O vetor $\mathbf{x}_{(\mathbf{t})} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times 1}$ contendo os elementos transmitidos pelas antenas ativas da ERB é dado por

$$\mathbf{x}_{(\mathbf{t})} = \mathbf{P}_{(\mathbf{t})} \mathbf{s},\tag{6-8}$$

onde \mathbf{s} é dado em (2-12) e $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times KN_r}$ é a matriz de pré-codificação definida como em (2-23) e (2-24), agora função da escolha das antenas transmissoras, definida em \mathbf{t} . Assim, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}$ pode ser estruturada pelas submatrizes de usuário $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_r}$, $k = 1, 2, \dots, K$, como

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{t})} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^1 & \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^2 & \dots & \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^K \end{bmatrix}.\tag{6-9}$$

Relação de Energias

De forma análoga, a relação da energia apresentada na Seção 2.2 é calculada quando são ativas N_{ta} antenas na ERB. Tem-se que a relação entre a energia E_T gasta na transmissão e a energia dos símbolos destinados ao usuário k , dada em (2-21), é expressa por

$$E_k = E_s \varepsilon_k = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{t})}},\tag{6-10}$$

com

$$\gamma_{(\mathbf{t})} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t})}^T \bar{\mathbf{q}}^m,\tag{6-11}$$

onde

$$\mathbf{g}_{m(\mathbf{t})} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^m{}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^m \right).\tag{6-12}$$

Com $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}$ expresso por (6-9) resulta que $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}$ contém ao longo da sua diagonal principal, as K submatrizes $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^m{}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$. Assim, levando-se (6-12) em consideração, resulta que os vetores $\mathbf{g}_{m(\mathbf{t})}$ são dados por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t})} \\ \mathbf{g}_{2(\mathbf{t})} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(\mathbf{t})} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t})} \right).\tag{6-13}$$

Recepção

Os vetores que contêm os sinais recebidos por todos os usuários $\mathbf{y}_{(\mathbf{t})}^k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, $k = 1, 2, \dots, K$, são agrupados no vetor $\mathbf{y}_{(\mathbf{t})} \in \mathbb{C}^{KN_r \times 1}$ e tem a forma:

$$\mathbf{y}_{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{(t)}^1 \\ \mathbf{y}_{(t)}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{(t)}^K \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{(t)} \mathbf{x}_{(t)} + \mathbf{n} = \mathbf{H}_{(t)} \mathbf{P}_{(t)} \mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (6-14)$$

onde $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{KN_r \times 1}$ é apresentado na Seção 2.2.

O vetor de dados que chega ao k -ésimo usuário é dado por

$$\mathbf{y}_{(t)}^k = \mathbf{H}_{k(t)} \mathbf{P}_{(t)}^k \mathbf{s}^k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{k(t)} \mathbf{P}_{(t)}^l \mathbf{s}^l + \mathbf{n}_k. \quad (6-15)$$

Para os pré-codificadores implementados nos próximos capítulos, a matriz $\mathbf{P}_{(t)}$ desacopla perfeitamente os sinais entre os usuários (i.e. $\mathbf{H}_{k(t)} \mathbf{P}_{(t)}^l = \mathbf{0}$, $k \neq l$). Assim o sinal recebido pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(t)}^k = \mathbf{J}_{k(t)} \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(t)}}} \mathbf{J}_{k(t)} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \quad (6-16)$$

onde $\mathbf{J}_{k(t)} = \mathbf{H}_{k(t)} \mathbf{P}_{(t)}^k$ é a matriz efetiva do canal com antenas transmissoras selecionadas.

6.2

Comunicação em subconjunto das antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM

Na seleção de antenas receptoras, cada usuário é equipado com N_{ra} cadeias de RF, sendo que N_r permanece sendo o número total de antenas disponíveis para recepção, onde $N_{ra} < N_r$. Para esta configuração, o número de possíveis escolhas das antenas de um usuário para a recepção do vetor de dados pré-codificados GPSM nas antenas receptoras, S_{Rx} , é dado por:

$$S_{Rx} = \binom{N_r}{N_{ra}}. \quad (6-17)$$

A cada possível escolha corresponde a recepção num subconjunto das antenas receptoras por usuário, que é representado pelo vetor $\mathbf{r}^k \in \{0, 1\}^{N_r \times 1}$, em que o elemento 1 na n -ésima posição representa que a n -ésima antena está ativa, enquanto o elemento 0 representa que esta antena está desativada. A coleção dos possíveis \mathbf{r}^k é agrupada no conjunto \mathcal{R} , ou seja

$$\mathcal{R} = \{\mathbf{r}_1^k, \mathbf{r}_2^k, \dots, \mathbf{r}_{S_{Rx}}^k\}. \quad (6-18)$$

O vetor que concatena os K vetores que representam as antenas receptoras ativas por usuário é dado por

$$\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1^{1T} \quad \mathbf{r}_2^{1T} \quad \dots \quad \mathbf{r}_K^{1T}]^T, \quad (6-19)$$

e o conjunto ordenado que agrupa todos os possíveis \mathbf{r} é expresso como

$$\mathcal{R}_{all} = \{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{M_{all}}\}. \quad (6-20)$$

Considerando-se que, em adição à suposição do Capítulo 2 de que os K usuários estão equipados com N_r antenas, supõe-se também que todos os usuários processam a informação disponível em N_{ra} antenas, resultando em S_{Rx} possíveis combinações por usuário, $M_{all} = (S_{Rx})^K$ corresponde ao número de possíveis combinações do vetor concatenado \mathbf{r} .

Com a implementação da seleção de antenas receptoras no sistema GPSM, as expressões matemáticas apresentadas na Seção 2.1 são válidas com a mudança de N_r para N_{ra} . Assim, o vetor de informação que a ERB destina ao k -ésimo usuário, $\mathbf{s}_{(\mathbf{r})}^k$, possui comprimento N_{ra} . A cada transmissão a ERB aloca informação em N_{ibp} posições de $\mathbf{s}_{(\mathbf{r})}^k$, $N_{ibp} < N_{ra}$. O número de combinações contendo N_{ibp} posições dentro das N_{ra} , apresentado em (2-1), é dado por

$$C_t = \binom{N_{ra}}{N_{ibp}} \quad (6-21)$$

e a representação das combinações permitidas é dada pela matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k com comprimento $N_{ra} \times M_{pos}$.

Considere-se o exemplo apresentado na Seção 2.1 com seleção de antenas receptoras, seja $N_r = 6$, $N_{ra} = 4$ e $N_{ibp} = 2$, resultando em $S_{Rx} = 15$ possíveis combinações de antenas receptoras a ativar representadas por \mathcal{R} como

$$\mathcal{R} = \{\mathbf{r}_1^k, \mathbf{r}_2^k, \dots, \mathbf{r}_{15}^k\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad (6-22)$$

e em $C_t = 6$ possíveis combinações de alocação da informação no vetor $\mathbf{s}_{(\mathbf{r})}^k$ representados por $k_{pos} = 2$ bits permitindo utilizar $M_{pos} = 4$ combinações; uma possível matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k é apresentada em (2-5) composta pelas colunas \mathbf{q}_i^k , $i = 1, 2, \dots, M_{pos}$, com comprimento N_{ra} .

Transmissão

Para cada usuário, corresponde a matriz do canal $\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_t}$ a qual representa a matriz de sub-canal de \mathbf{H}_k obtida da seleção das linhas indicadas por \mathbf{r}^k , calculada como

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})} = \mathbf{G}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{H}_k, \quad (6-23)$$

sendo $\mathbf{G}_{k(\mathbf{r}^k)}$ de dimensão $N_{ra} \times N_r$ a sub-matriz da matriz identidade \mathbf{I}_{N_r} obtida de \mathbf{r}^k de acordo com: se o i -ésimo elemento de \mathbf{r}^k é zero, a i -ésima linha

de \mathbf{I}_{N_r} é suprimida.

Assim, tem-se que a matriz de canal resultante da seleção de antenas ativas na recepção $\mathbf{H}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{KN_{ra} \times N_t}$ é dada por

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{r})} = \mathbf{G}_{(\mathbf{r})}\mathbf{H}, \quad (6-24)$$

onde

$$\mathbf{G}_{(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1(\mathbf{r}^1)} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{G}_{2(\mathbf{r}^2)} & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & & \dots & \mathbf{G}_{K(\mathbf{r}^K)} \end{bmatrix}. \quad (6-25)$$

Resultando na matriz $\mathbf{H}_{(\mathbf{r})}$ estruturada por

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1(\mathbf{r}^1)}^T & \mathbf{H}_{2(\mathbf{r}^2)}^T & \dots & \mathbf{H}_{K(\mathbf{r}^K)}^T \end{bmatrix}^T. \quad (6-26)$$

O vetor $\mathbf{x}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ contendo os elementos transmitidos pelas antenas da ERB é dado por

$$\mathbf{x}_{(\mathbf{r})} = \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}\mathbf{s}_{(\mathbf{r})}. \quad (6-27)$$

O vetor $\mathbf{s}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}_o^{KN_{ra} \times 1}$ é o vetor que concatena os K vetores de informação $\mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k$ dados por

$$\mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k = \sqrt{E_k} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k, \quad (6-28)$$

sendo $\dot{\mathbf{s}}^k$ o vetor que contém símbolos pertencentes a \mathcal{C} em todas as suas N_{ra} posições, todos com média nula e variância 1. Tem-se, assim que $\mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^k] = \mathbf{0}$ e $\mathbb{E}[\dot{\mathbf{s}}^k (\dot{\mathbf{s}}^k)^H] = \mathbf{I}_{N_{ra}}$.

A matriz $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_t \times KN_{ra}}$ é a matriz de pré-codificação definida como em (2-23) e (2-24), agora função da escolha das antenas receptoras, definidas em \mathbf{r} . Assim, $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}$ pode ser estruturada pelas submatrizes de usuário $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{ra}}$, $k = 1, 2, \dots, K$, como

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^1 & \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^2 & \dots & \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^K \end{bmatrix}. \quad (6-29)$$

Relação de Energias

De forma análoga, a relação da energia apresentada na Seção 2.2 pode ser calculada quando são ativas N_{ra} antenas em cada usuário. Tem-se que a relação entre a energia E_T gasta na transmissão e a energia dos símbolos destinados ao usuário k , dada em (2-21), depende da escolha das antenas receptoras dos demais usuários, e é expressa por

$$E_k = E_s \varepsilon_k = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{r})}}, \quad (6-30)$$

com

$$\gamma_{(\mathbf{r})} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^m, \quad (6-31)$$

onde

$$\mathbf{g}_{m(\mathbf{r})} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^m H \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^m \right). \quad (6-32)$$

Com $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}$ expresso por (6-9) resulta que $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}$ contém ao longo da sua diagonal principal, as K submatrizes $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^m H \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$. Assim, levando-se (6-32) em consideração, resulta que os vetores $\mathbf{g}_{m(\mathbf{r})}$ são dados por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{r})} \\ \mathbf{g}_{2(\mathbf{r})} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(\mathbf{r})} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{r})} \right). \quad (6-33)$$

Recepção

Os vetores que contêm os sinais recebidos por todos os usuários $\mathbf{y}_{(\mathbf{r}^k)}^k \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times 1}$, $k = 1, 2, \dots, K$, são agrupados no vetor $\mathbf{y}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{KN_{ra} \times 1}$, que tem a forma:

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{(\mathbf{r}^1)}^1 \\ \mathbf{y}_{(\mathbf{r}^2)}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{(\mathbf{r}^K)}^K \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{(\mathbf{r})} \mathbf{x}_{(\mathbf{r})} + \mathbf{n}_{(\mathbf{r})} = \mathbf{H}_{(\mathbf{r})} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})} \mathbf{s}_{(\mathbf{r})} + \mathbf{n}_{(\mathbf{r})}, \quad (6-34)$$

onde $\mathbf{n}_{(\mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{KN_{ra} \times 1}$ é dado por

$$\mathbf{n}_{(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{1(\mathbf{r}^1)}^T & \mathbf{n}_{2(\mathbf{r}^2)}^T & \dots & \mathbf{n}_{K(\mathbf{r}^K)}^T \end{bmatrix}^T, \quad (6-35)$$

e $\mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}$ é vetor de ruído Gaussiano com componentes complexas circularmente simétricas de média nula e matriz covariância $\mathbf{K}_{N_{ra}} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_{ra}}$.

O vetor de dados que chega ao k -ésimo usuário é dado por

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{r}^k)}^k = \mathbf{H}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^k \mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^l \mathbf{s}_{(\mathbf{r}^l)}^l + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}. \quad (6-36)$$

Para os pré-codificadores implementados nos próximos capítulos, a matriz $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}$ desacopla perfeitamente os sinais entre os usuários (i.e. $\mathbf{H}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^l = \mathbf{0}$, $k \neq l$). Assim o sinal recebido pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{r}^k)}^k = \mathbf{J}_{k(\mathbf{r})} \mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r})} = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{r})}}} \mathbf{J}_{k(\mathbf{r})} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}, \quad (6-37)$$

onde $\mathbf{J}_{k(\mathbf{r})} = \mathbf{H}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^k$ é a matriz efetiva do canal com antenas receptoras selecionadas.

6.3

Comunicação em subconjunto das antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM

Na seleção de antenas transmissoras e receptoras o número de cadeias de RF é limitado na ERB assim como em cada um dos usuário, logo, seu modelo de sistema corresponde à união das seções 6.1 e 6.2. A matriz de canal que representa este sistema é dada por

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{G}_{(\mathbf{r})} \mathbf{H} \mathbf{G}_{(\mathbf{t})}, \quad (6-38)$$

onde $\mathbf{G}_{(\mathbf{r})}$ e $\mathbf{G}_{(\mathbf{t})}$ são apresentados em (6-25) e (6-4).

A matriz $\mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ é estruturada por

$$\mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1(\mathbf{t}, \mathbf{r}^1)}^T & \mathbf{H}_{2(\mathbf{t}, \mathbf{r}^2)}^T & \cdots & \mathbf{H}_{K(\mathbf{t}, \mathbf{r}^K)}^T \end{bmatrix}^T, \quad (6-39)$$

onde $\mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}$, $k = 1, 2, \dots, K$, de dimensão $N_{ra} \times N_{ta}$ é dada por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} = \mathbf{G}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{H}_k \mathbf{G}_{(\mathbf{t})}. \quad (6-40)$$

O vetor $\mathbf{x}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times 1}$ contendo os elementos transmitidos pelas antenas ativas da ERB é dado por

$$\mathbf{x}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{s}_{(\mathbf{r})}, \quad (6-41)$$

onde $\mathbf{s}_{(\mathbf{r})}$ é apresentado na Seção 6.2 e a matriz $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times K N_{ra}}$ é a matriz de pré-codificação definida como em (2-23) e (2-24), agora função da escolha das antenas transmissoras e receptoras, definidas pela dupla (\mathbf{t}, \mathbf{r}) . Assim, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ pode ser estruturado pelas submatrizes de usuário $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_{ra}}$, $k = 1, 2, \dots, K$, como

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^1 & \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^2 & \cdots & \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^K \end{bmatrix}. \quad (6-42)$$

Relação de Energias

De forma análoga, a relação da energia apresentada na Seção 2.2 é calculada quando são ativas N_{ra} em cada usuário. Tem-se que a relação entre a energia E_T gasta na transmissão e a energia dos símbolos destinados ao usuário k , dada em (2-21), é expressa por

$$E_k = E_s \varepsilon_k = E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}}, \quad (6-43)$$

com

$$\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^m, \quad (6-44)$$

onde

$$\mathbf{g}_{m(\mathbf{t}, \mathbf{r}^m)} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^m H \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^m \right). \quad (6-45)$$

Com $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ expresso por (6-42) resulta que $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ contém ao longo da sua diagonal principal, as K submatrizes $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^m H \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$. Assim, levando-se (6-32) em consideração, resulta que os vetores $\mathbf{g}_{m(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ são dados por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \\ \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \right). \quad (6-46)$$

Recepção

Os vetores que contêm os sinais recebidos em cada um dos usuários $\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}^k \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times 1}$, $k = 1, 2, \dots, K$, são agrupados no vetor $\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{KN_{ra} \times 1}$ que tem a forma:

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^1)}^1 \\ \mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^2)}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^K)}^K \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{x}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} + \mathbf{n}_{(\mathbf{r})} = \mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{s}_{(\mathbf{r})} + \mathbf{n}_{(\mathbf{r})}, \quad (6-47)$$

onde $\mathbf{n}_{(\mathbf{r})}$ é dado em (6-35).

O vetor de dados que chegam ao k -ésimo usuário é dado por

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}^k = \mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^k \mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^l \mathbf{s}_{(\mathbf{r}^l)}^l + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}. \quad (6-48)$$

Para os pré-codificadores implementados nos próximos capítulos, a matriz $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ desacopla perfeitamente os sinais entre os usuários (i.e. $\mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^l = \mathbf{0}$, $k \neq l$). Assim o sinal recebido pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}^k = \mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{s}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}}} \mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}, \quad (6-49)$$

onde $\mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^k$ é a matriz efetiva do canal com antenas transmissoras e receptoras selecionadas.

6.4

Resumo de notações e dimensões

Os vetores e matrizes das grandezas definidas neste capítulo, análogos àqueles apresentados no Capítulo 2, têm a dimensão modificada de acordo com o modelo que emprega seleção de antenas. Na Tabela 6.1 estão compilados

estes parâmetros, vetores e matrizes, comparando os sistemas sem seleção de antenas e com seleção de antenas na transmissão e/ou recepção.

Tabela 6.1: Parâmetros, vetores e matrizes definidos no sistema GPSM MU-MIMO com e sem seleção de antenas.

GPSM MU-MIMO	GPSM MU-MIMO com seleção de antenas		
	Transmissão	Recepção	Transmissão e Recepção
$C_t = \begin{pmatrix} N_r \\ N_{ibp} \end{pmatrix}$	$S_{Tx} = \begin{pmatrix} N_t \\ N_{ta} \end{pmatrix}$ $C_t = \begin{pmatrix} N_r \\ N_{ibp} \end{pmatrix}$	$S_{Rx} = \begin{pmatrix} N_r \\ N_{ra} \end{pmatrix}$ $C_t = \begin{pmatrix} N_{ra} \\ N_{ibp} \end{pmatrix}$	$S_{Tx} = \begin{pmatrix} N_t \\ N_{ta} \end{pmatrix}$ $S_{Rx} = \begin{pmatrix} N_r \\ N_{ra} \end{pmatrix}$ $C_t = \begin{pmatrix} N_{ra} \\ N_{ibp} \end{pmatrix}$
$\mathbf{Q}_{[N_r \times M_{pos}]}^k$	$\mathbf{Q}_{[N_r \times M_{pos}]}^k$	$\mathbf{Q}_{[N_{ra} \times M_{pos}]}^k$	$\mathbf{Q}_{[N_{ra} \times M_{pos}]}^k$
$\bar{\mathbf{q}}_{[N_r \times 1]}$	$\bar{\mathbf{q}}_{[N_r \times 1]}$	$\bar{\mathbf{q}}_{[N_{ra} \times 1]}$	$\bar{\mathbf{q}}_{[N_{ra} \times 1]}$
$\mathbf{s}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{s}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{s}_{[KN_{ra} \times 1]}$	$\mathbf{s}_{[KN_{ra} \times 1]}$
$\mathbf{s}_{[N_r \times 1]}^k$	$\mathbf{s}_{[N_r \times 1]}^k$	$\mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k_{[N_{ra} \times 1]}$	$\mathbf{s}_{(\mathbf{r}^k)}^k_{[N_{ra} \times 1]}$
$\dot{\mathbf{s}}_{[N_r \times 1]}^k$	$\dot{\mathbf{s}}_{[N_r \times 1]}^k$	$\dot{\mathbf{s}}_{[N_{ra} \times 1]}^k$	$\dot{\mathbf{s}}_{[N_{ra} \times 1]}^k$
$\mathbf{H}_{[KN_r \times N_t]}$	$\mathbf{H}_{(\mathbf{t})}[KN_r \times N_{ta}]$	$\mathbf{H}_{(\mathbf{r})}[KN_{ra} \times N_t]$	$\mathbf{H}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}[KN_{ra} \times N_{ta}]$
$\mathbf{H}_k[N_r \times N_t]$	$\mathbf{H}_k(\mathbf{t})[N_r \times N_{ta}]$	$\mathbf{H}_k(\mathbf{r}^k)[N_{ra} \times N_t]$	$\mathbf{H}_k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)[N_{ra} \times N_{ta}]$
$\mathbf{x}_{[N_t \times 1]}$	$\mathbf{x}_{(\mathbf{t})}[N_{ta} \times 1]$	$\mathbf{x}_{(\mathbf{r})}[N_t \times 1]$	$\mathbf{x}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}[N_{ta} \times 1]$
$\mathbf{P}_{[N_t \times KN_r]}$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}[N_{ta} \times KN_r]$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}[N_t \times KN_{ra}]$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}[N_{ta} \times KN_{ra}]$
$\mathbf{P}_{[N_t \times N_r]}^k$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{t})}^k[N_{ta} \times N_r]$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{r})}^k[N_t \times N_{ra}]$	$\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^k[N_{ta} \times N_{ra}]$
$\mathbf{g}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}[KN_r \times 1]$	$\mathbf{g}_{(\mathbf{r})}[KN_{ra} \times 1]$	$\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}[KN_{ra} \times 1]$
$\mathbf{g}_k[N_r \times 1]$	$\mathbf{g}_k(\mathbf{t})[N_r \times 1]$	$\mathbf{g}_k(\mathbf{r})[N_{ra} \times 1]$	$\mathbf{g}_k(\mathbf{t}, \mathbf{r})[N_{ra} \times 1]$
$\mathbf{y}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{t})}[KN_r \times 1]$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{r})}[N_{ra} \times 1]$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}[KN_{ra} \times 1]$
$\mathbf{y}_{[N_r \times 1]}^k$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{t})}^k[N_r \times 1]$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{r}^k)}^k[N_{ra} \times 1]$	$\mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)}^k[N_{ra} \times 1]$
$\mathbf{n}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{n}_{[KN_r \times 1]}$	$\mathbf{n}_{(\mathbf{r})}[KN_{ra} \times 1]$	$\mathbf{n}_{(\mathbf{r})}[KN_{ra} \times 1]$
$\mathbf{n}_k[N_r \times 1]$	$\mathbf{n}_k[N_r \times 1]$	$\mathbf{n}_k(\mathbf{r}^k)[N_{ra} \times 1]$	$\mathbf{n}_k(\mathbf{r}^k)[N_{ra} \times 1]$
$\mathbf{J}_k[N_r \times N_t]$	$\mathbf{J}_k(\mathbf{t})[N_r \times N_{ta}]$	$\mathbf{J}_k(\mathbf{r})[N_{ra} \times N_t]$	$\mathbf{J}_k(\mathbf{t}, \mathbf{r})[N_{ra} \times N_{ta}]$

Seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador Zero Forcing

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador Zero Forcing é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas transmissoras é proposta. Em seguida, estratégias sub-ótimas, capazes de reduzir a complexidade computacional são apresentadas, baseadas na otimização não conjunta e na redução do espaço de busca. Os resultados numéricos apresentados incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelos algoritmos que implementam estas estratégias, com o objetivo de avaliar o compromisso desempenho-complexidade das propostas [27].

7.1

Modelagem da seleção de antenas transmissoras t com pré-codificador Zero Forcing

O pré-codificador ZF com seleção de antenas transmissoras, $\mathbf{P}_{(t)ZF} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times KN_r}$, é implementado pela pseudo-inversa à direita da matriz do canal

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(t)ZF} &= \mathbf{H}_{(t)}^H \left(\mathbf{H}_{(t)} \mathbf{H}_{(t)}^H \right)^{-1} \\ &= \left(\mathbf{H} \mathbf{G}_{(t)} \right)^H \left(\mathbf{H} \mathbf{D}(t) \mathbf{H}^H \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (7-1)$$

com $\mathbf{G}_{(t)}$ dado em (6-4) e utilizando (6-7).

O vetor de sinal recebido pelo usuário dado em (6-15) pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(t)}^k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(t)}}} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_k, \quad (7-2)$$

onde $\gamma_{(t)}$ é dado por (6-11) com

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(t)} \\ \mathbf{g}_{2(t)} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(t)} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(t)ZF}^H \mathbf{P}_{(t)ZF} \right) = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H} \mathbf{D}(t) \mathbf{H}^H \right)^{-1} \right). \quad (7-3)$$

7.2

Seleção de antenas transmissoras \mathbf{t} e matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 3.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas transmissoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que minimizam $\gamma_{(\mathbf{t})}$ em (6-11).

Enquanto em um sistema sem seleção de antenas, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar a seleção de antenas transmissoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e do vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$, na expressão de $\gamma_{(\mathbf{t})}$ em (6-11), exige a otimização conjunta de \mathbf{t} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

7.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{T} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-3), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ e \mathbf{t} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{t}_{sel} = \arg \min_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{t} \in \mathcal{T}}} \gamma_{(\mathbf{t})}. \quad (7-4)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (6-11) para cada seleção de antenas transmissoras ativas $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$. Para a suposta seleção \mathbf{t}_i , o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_i(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (7-5)$$

com $\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}$ dado em (7-3) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$. Os K índices $l_i(k)$ das matrizes de codificação IBP em (7-5) são considerados no cálculo de $\gamma_{(\mathbf{t})}$ para a suposta \mathbf{t}_i , $\gamma_{i(\mathbf{t}_i)}$:

$$\gamma_{i(\mathbf{t}_i)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m)). \quad (7-6)$$

A minimização conjunta de (7-4) é efetuada, resultando na seleção de antenas transmissoras otimizadas, \mathbf{t}_{sel} , dada por

$$\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}, \quad (7-7)$$

onde o índice i_* é obtido pela escolha do mínimo $\gamma_{(\mathbf{t})}$ entre os S_{Tx} calculados em (7-6) como

$$i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \gamma_{i(\mathbf{t}_i)}. \quad (7-8)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(k)} \quad (7-9)$$

onde o índice $l_{i_*}(k)$ foi previamente calculado em (7-5).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 1. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo deste algoritmo é apresentado na Tabela 7.1.

Algoritmo 1 Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados $K, L, S_{Tx}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$

Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $S_{Tx}$  do
2:   Calcular o vetor  $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i)$  dado  $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$ 
3:    $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i) = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_i)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_i)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_i)}^T \right]^T$ 
4:   for  $n = 1$  to  $K$  do
5:     Pre-seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dado  $\mathbf{t}_i$ 
6:      $l_i(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
7:     Armazenar  $l_i(n)$ 
8:   end for
9:   Calcular  $\gamma(\mathbf{t}_i)$  dado  $\mathbf{t}_i$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_i(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
10:   $\gamma_{i(\mathbf{t}_i)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m))$ 
11: end for
12: Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in \mathcal{T}$ 
13:  $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \gamma_{i(\mathbf{t}_i)}$ 
14:  $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$ 
15: for  $n = 1$  to  $K$  do
16:    $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$ 
17: end for

```

7.2.2

Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} com relaxamento da otimização

A seleção sub-ótima de antenas transmissoras ativas e da matriz de codificação IBP aqui proposta relaxa o problema de otimização em (7-4), transformando-o em K otimizações de matriz IBP dos usuários realizadas subsequentes à otimização do vetor de seleção de antenas transmissoras. Com isto, objetiva-se a redução da complexidade computacional ao custo de alguma perda de desempenho de detecção.

A seleção com relaxamento da otimização é apresentada no Algoritmo 2. A seleção das N_{ta} antenas transmissoras e das K matrizes de codificação IBP é realizada separadamente, primeiro é selecionado o vetor \mathbf{t} para logo realizar a seleção de \mathbf{Q}^k de cada usuário. A seleção de \mathbf{t} é conduzida pela minimização de $\gamma(\mathbf{t})$ em (6-11). A influência das matrizes IBP nesta otimização é removida

Tabela 7.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}$ em (7-3) por i		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)$	$K N_r N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 \mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(K N_r)^2$
P3	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_r)^3 + \frac{3}{2}(K N_r)^2 - \frac{7}{6}K N_r$
T1	P1 + P2 + P3	
F2 - Cálculo de $l_i(k)$ em (7-5) por k e i e para todos l		
P4	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P5	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	$K (P4 + P5)$	
F3 - Cálculo de $\gamma_{i(\mathbf{t}_i)}$ em (7-6) por i		
P6	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(k))$	$3N_r - 1$
P7	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	$K \text{ P6} + \text{P7}$	
F4 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} em (7-7) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T4	$S_{Tx} (\text{T1} + \text{T2} + \text{T3})$	
T5	$\arg \min(S_{Tx}\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} - 1)$
TOTAL	$\text{T4} + \text{T5}$	

atribuindo-se $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{1}_{N_r}$. Esta designação equivale a assumir o uso de uma matriz \mathbf{Q} hipotética com apenas 1 combinação IBP em que todas as N_r posições são transportadoras de informação, ou equivalentemente, um sistema MU-MIMO convencional, sem GPSM. Assim, a seleção de \mathbf{t}_{sel} é dada por

$$\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}, \quad (7-10)$$

onde

$$i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{KN_r}, \quad (7-11)$$

com $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}$ dado em (7-3) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$.

Definido o vetor \mathbf{t}_{sel} , a seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_*(k)}, \quad (7-12)$$

onde

$$l_*(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (7-13)$$

com $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_{sel})}$ dado por $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$ em (7-3) quando \mathbf{t}_{sel} é implementada e $\bar{\mathbf{q}}(l)$ dado em (2-9).

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo para o Algoritmo 2 é apresentado na Tabela 7.2.

Algoritmo 2 Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados $N_r, K, L, S_{Tx}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}$ e Ψ
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: **for** $i = 1$ **to** S_{Tx} **do**
- 2: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}$ dado $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$
- 3: $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}_i) \mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \left[\mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_i)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_i)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_i)}^T \right]^T$
- 4: **end for**
- 5: Seleção do índice de \mathbf{t}
- 6: $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{KN_r}$
- 7: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$
- 8: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 9: Seleção do índice de $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$
- 10: $l_*(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 11: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_*(n)}$
- 12: **end for**

Na Figura 7.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro de bit quando a seleção de antenas transmissoras no sistema GPSM com pré-codificador ZF é implementada pela otimização conjunta e relaxada de acordo com os algoritmos 1 e 2 apresentados, para a configuração do sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ibp}), K\} = \{(14, 12), (4, 2), 2\}$. Estes foram comparados aos esquemas GPSM com pré-codificador ZF em que o número de cadeias de RF é igual ao número de antenas transmissoras, empregando a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$. Comparando as curvas com seleção de antenas transmissoras às que não empregam seleção de antenas, resulta evidente a superioridade de desempenho dos sistemas que apresentem a possibilidade de selecionar o grupo de antenas transmissoras ativas, ainda que possuam o mesmo número de cadeias de RF. Analisando as curvas das estratégias com seleção de antenas, verifica-se que os números totais de somas e multiplicações realizadas para a seleção conjunta e relaxada são 231.548 e 208.140, respectivamente, como apresentado na Tabela 7.3. Pode-se observar a coincidência das curvas da seleção conjunta e relaxada. Desta forma, conclui-se que a implementação da seleção relaxada é preferível, dado que obtém o mesmo desempenho com menor custo computacional. Para a configuração apresentada, são realizadas 10,10% menos somas e multiplicações ao implementar a seleção relaxada. Comparando-se o desempenho entre o sistema com seleção de \mathbf{Q} baseado na maximização da razão sinal-ruído $SNR_{r,bit}^k$ na recepção por bit, \mathbf{Q} -SE, e o sistema com seleção de antenas transmissoras e matriz de codificação IBP \mathbf{Q} , tanto a seleção conjunta e relaxada, observa-se um ganho de

Tabela 7.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i)$ em (7-3) por i		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)$	KN_rN_t
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P3	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T1	$S_{Tx} \text{ (P1 + P2 + P3)}$	
F2 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} em (7-10) e (7-11) e para todos i		
P4	$m = \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{KN_r}$	$S_{Tx}(2KN_r - 1)$
P5	$\arg \min(S_{Tx}\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} - 1)$
T2	P4 + P5	
F3 - Determinação de \mathbf{Q}_{sel}^k por k em (7-12) e (7-13)		
P6	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P7	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T3	$K \text{ (P6 + P7)}$	
TOTAL	T1 + T2 + T3	

aproximadamente 2 dB.

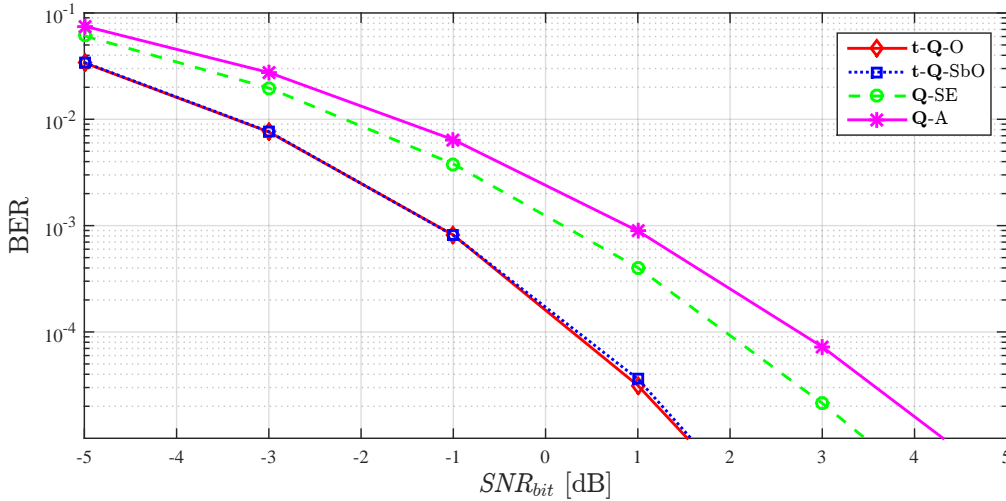


Figura 7.1: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ com seleção conjunta, $\mathbf{t}\text{-}\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{O}$, seleção relaxada, $\mathbf{t}\text{-}\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{SbO}$, vs do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, $\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{A}$ e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, $\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{SE}$.

Tabela 7.3: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops
P1	112	P1	112
P2	1.728	P2	1.728
P3	428	P3	428
T1	2.668	T1	206.388
P4	105	P4	1.365
P5	21	P5	135
T2	252	T2	1.500
P6	11	P6	105
P7	1	P7	21
T3	23	T3	252
T4	231.413		
T5	135		
TOTAL	231.548		208.140

7.3

Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} com redução do espaço de busca

Nos métodos de seleção de antenas transmissoras e matriz de codificação IBP \mathbf{Q} apresentados nas subseções 7.2.1 e 7.2.2, baseados em otimização conjunta e relaxada, a seleção das antenas transmissoras ativas é realizada pelo espaço de busca completo no conjunto ordenado \mathcal{T} , ou seja testando todas os S_{Tx} possíveis \mathbf{t} . Na medida que é implementado um número maior de antenas transmissoras N_t e aumenta o número de combinações possíveis S_{Tx} , a complexidade da busca incrementa consideravelmente já que implica inversões de matrizes com dimensões maiores por cada \mathbf{t} a testar.

Uma busca menos exaustiva é apresentada para a seleção de antenas transmissoras e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} através do algoritmo ITES (*Iteractive Search*), apresentado nos algoritmos 3 e 4, com o fim de reduzir o espaço de busca das otimizações apresentadas nas subseções 7.2.1 e 7.2.2, respectivamente. O algoritmo ITES é baseado na alocação de símbolos pilotos para sistemas OFDM apresentado em [28] e adequado para a seleção de antenas em [29].

Os algoritmos 3 e 4 são inicializados com \mathbf{t}_0 , selecionado aleatoriamente de \mathcal{T} , que atribui valor provisório ao vetor otimizado \mathbf{t}_{sel} . Para \mathbf{t}_0 é calculado $\gamma_{0(\mathbf{t}_0)}$ e realizada a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k indicada pelo índice

$l_0(n)$.

Nos algoritmos 3 e 4, são gerados os vetores α e δ . Os elementos do vetor α são os índices de \mathbf{t}_{sel} das antenas ativas e os elementos de δ são os índices de \mathbf{t}_{sel} das antenas inativas. Os algoritmos geram novos possíveis \mathbf{t} mudando, entre iterações consecutivas, a posição de uma antena ativa de forma independente. Desta maneira, obtém-se $N_d = N_t - N_{ta}$ novos possíveis \mathbf{t} ordenados no conjunto Ω_j . Ou seja, cada elemento $\mathbf{t}_i = \mathbf{t}^{\alpha_j \rightarrow \delta_i}$ do conjunto Ω_j é gerado desativando a j -ésima antena e ativando a i -ésima. Dentre os novos possíveis $\mathbf{t} \in \Omega_j$ será selecionado aquele que resulte num melhor valor para $\gamma(\mathbf{t})$ e dependente dele é realizada a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k .

Um ciclo é definido como os N_d testes de $\mathbf{t}_i \in \Omega_j$ e uma iteração como as provas de todos os N_{ta} conjuntos Ω_j . Logo, cada iteração faz $N_{ta} \times N_d$ testes de \mathbf{t} . Os algoritmos são encerrados quando não encontram um valor menor para $\gamma(\mathbf{t})$, ou seja, quando duas iterações retornam a mesmo valor de $\gamma(\mathbf{t})$.

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo dos algoritmos 3 e 4 são apresentado na Tabela 7.4 e 7.5, respectivamente.

Na Figura 7.2 é apresentado o desempenho BER para a configuração $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ empregando a seleção conjunta e relaxada, ambas considerando o espaço de busca completo e reduzido pelo algoritmo ITES. As médias do número de iterações requeridas pelo algoritmo ITES ao longo das 1.000 realizações de canal são 7,62 e 7,99 na seleção conjunta e relaxada, respectivamente. A redução do espaço de busca obtido pelo ITES pode ser contabilizada. Na configuração empregada, o número médio de hipóteses testadas, para nosso exemplo é igual a $Itr \times N_{ta} \times N_d = 731$ para a seleção ótima conjunta e 767 para a seleção relaxada, comparada com a busca exaustiva de $S_{Tx} = 125.970$ hipóteses a testar. A otimização pelo ITES indica uma perda de desempenho BER de 1 dB esta perda está compensada pela vantagem que o algoritmo ITES apresenta no número de somas e multiplicações realizadas (ver Tabelas 7.6). Em termos percentuais a maior diferença ocorre na seleção relaxada pelo ITES, neste caso, são realizadas 99,43% menos somas e multiplicações que na seleção conjunta com espaço de busca completo (ver Tabela 7.7).

Algoritmo 3 Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.

Dados $N_t, N_{ta}, K, L, S_{Tx}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
- 3: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_0
- 4: $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \left[\mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_0)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_0)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_0)}^T \right]^T$
- 5: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 6: $l_0(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 7: **end for**
- 8: Calcular $\gamma_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_0 e $\bar{\mathbf{q}}(l_0(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 9: $\gamma_{0(\mathbf{t}_0)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(m))$
- 10: $\gamma_{in(\mathbf{t})} = \gamma_{0(\mathbf{t}_0)}$
- 11: $\gamma_{out(\mathbf{t})} = \infty^+$
- 12: $\alpha \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
- 13: $\delta \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}
- 14: **while** $\gamma_{in(\mathbf{t})} < \gamma_{out(\mathbf{t})}$ **do**
- 15: $\gamma_{out(\mathbf{t})} = \gamma_{in(\mathbf{t})}$
- 16: **for** $j = 1$ **to** N_{ta} **do**
- 17: $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$
- 18: $\Omega_j = \left\{ \mathbf{t}_i = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_j \rightarrow \delta_i} \right\}_{i=1}^{N_d}$
- 19: **for** $d = 1$ **to** N_d **do**
- 20: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$ dado $\mathbf{t}_d \in \Omega_j$
- 21: $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right)$
- 22: $= \left[\mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_d)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_d)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_d)}^T \right]^T$
- 23: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 24: $l_d(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 25: **end for**
- 26: Calcular $\gamma_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_d e $\bar{\mathbf{q}}(l_d(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 27: $\gamma_{d(\mathbf{t}_d)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_d(m))$
- 28: **end for**
- 29: $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \gamma_{i(\mathbf{t})}$
- 30: **if** $\gamma_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*}) < \gamma_{in(\mathbf{t})}$ **then**
- 31: $\gamma_{in(\mathbf{t})} = \gamma_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*})$
- 32: Seleção de $\mathbf{t} \in \Omega_j$
- 33: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$
- 34: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 35: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$
- 36: **end for**
- 37: **else**
- 38: **end if**
- 39: Atualizar os vetores α e δ para o seguinte ciclo
- 40: **end for**
- 41: Armazenar \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$, para a seguinte iteração
- 42: **end while**

Algoritmo 4 Seleção relaxada \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.

Dados $N_t, N_{ta}, K, L, S_{Tx}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$

Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: Seleção aleatória de  $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$ 
2:  $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$ 
3: Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$  dado  $\mathbf{t}_0$ 
4:  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_0)}^T & \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_0)}^T & \dots & \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_0)}^T \end{bmatrix}^T$ 
5: for  $n = 1$  to  $K$  do
6:    $l_0(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
7: end for
8: Calcular  $\gamma_{(\mathbf{t})}$  dado  $\mathbf{t}_0$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_0(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
9:  $\gamma_{0(\mathbf{t}_0)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(m))$ 
10:  $\gamma_{in(\mathbf{t})} = \gamma_{0(\mathbf{t}_0)}$ 
11:  $\gamma_{out(\mathbf{t})} = \infty^+$ 
12:  $\alpha \rightarrow$  índices de  $\mathbf{t}_{sel}$  das antenas ativas  $N_{ta}$ 
13:  $\delta \rightarrow$  índices de  $\mathbf{t}_{sel}$  das antenas inativas  $N_d = N_t - N_{ta}$ 
14: while  $\gamma_{in(\mathbf{t})} < \gamma_{out(\mathbf{t})}$  do
15:    $\gamma_{out(\mathbf{t})} = \gamma_{in(\mathbf{t})}$ 
16:   for  $j = 1$  to  $N_{ta}$  do
17:      $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$ 
18:      $\Omega_j = \left\{ \mathbf{t}_i = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_j \rightarrow \delta_i} \right\}_{i=1}^{N_d}$ 
19:     for  $d = 1$  to  $N_d$  do
20:       Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$  dado  $\mathbf{t}_d \in \Omega_j$ 
21:        $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right)$ 
22:        $= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_d)}^T & \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_d)}^T & \dots & \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_d)}^T \end{bmatrix}^T$ 
23:     end for
24:     Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in \Omega_j$ 
25:      $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{KN_r}$ 
26:     for  $n = 1$  to  $K$  do
27:        $l_*(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
28:     end for
29:     Calcular  $\gamma_{(\mathbf{t})}$  dado  $\mathbf{t}_{i_*}$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_*(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
30:      $\gamma_{i_*(\mathbf{t}_{i_*})} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_*(m))$ 
31:     if  $\gamma_{i_*(\mathbf{t}_{i_*})} < \gamma_{in(\mathbf{t})}$  then
32:        $\gamma_{in(\mathbf{t})} = \gamma_{i_*(\mathbf{t}_{i_*})}$ 
33:        $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{j_*}$ 
34:       for  $n = 1$  to  $K$  do
35:          $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_*(n)}$ 
36:       end for
37:     else
38:     end if
39:     Atualizar os vetores  $\alpha$  e  $\delta$  para o seguinte ciclo
40:   end for
41:   Armazenar  $\mathbf{t}_{sel}$  e  $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$ , para a seguinte iteração
42: end while

```

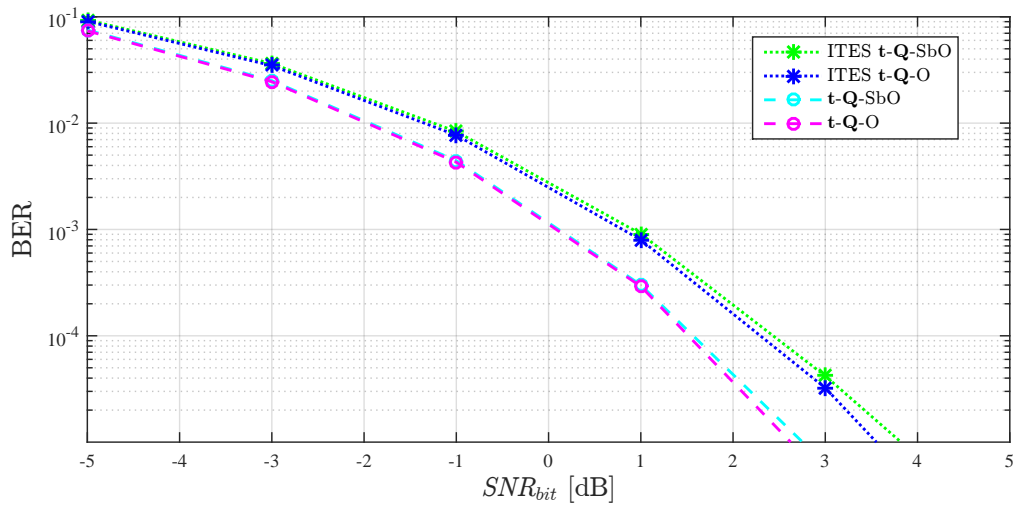


Figura 7.2: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ com seleção conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-t-Q-O, ITES-t-Q-SbO e com seleção conjunta e relaxada considerando o espaço de busca completo, t-Q-O, t-Q-SbO.

Tabela 7.4: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)}$ em (7-3) para \mathbf{t}_0		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)$	KN_rN_t
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P3	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T1	P1 + P2 + P3	
F2 - Cálculo de $l_0(k)$ em (7-5) para \mathbf{t}_0 por k e para todos l		
P4	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P5	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	K (P4 + P5)	
F3 - Cálculo de $\gamma_{0(\mathbf{t}_0)}$ em (7-6) para \mathbf{t}_0		
P6	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(k))$	$3N_r - 1$
P7	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	K P6 + P7	
F4 - Cálculo de N_d		
T4	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
F5 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)}$ em (7-3) por d		
P8	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)$	KN_rN_t
P9	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P10	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T5	P8 + P9 + P10	
F6 - Cálculo de $l_d(k)$ em (7-5) por k e d e para todos l		
P11	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P12	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T6	K (P11 + P12)	
F7 - Cálculo de $\gamma_{d(\mathbf{t}_d)}$ em (7-6) por d		
P13	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_d(k))$	$3N_r - 1$
P14	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T7	K P13 + P14	
Determinação o índice i_* em (7-7) cálculo de F5, F6 e F7 para todos d		
T8	N_d (T5 + T6 + T8)	
T9	$\arg \min(N_d\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
TOTAL	T1 + T2 + T3 + T4 + ($Itr \times N_{ta}$) (T8 + T9)	

Tabela 7.5: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)}$ em (7-3) para \mathbf{t}_0		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)$	KN_rN_t
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P3	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T1	P1 + P2 + P3	
F2 - Cálculo de $l_0(k)$ em (7-5) para \mathbf{t}_0 por k e para todos l		
P4	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P5	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	$K (P4 + P5)$	
F3 - Cálculo de $\gamma_{0(\mathbf{t}_0)}$ em (7-6)		
P6	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(k))$	$3N_r - 1$
P7	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	$K P6 + P7$	
T4	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
F4 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)}$ em (7-3) por d		
P8	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)$	KN_rN_t
P9	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P10	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T5	$N_d (P8 + P9 + P10)$	
F5 - Determinação o índice i_* em (7-11) para todos d		
P11	$m = \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)}^T \mathbf{1}_{KN_r}$	$N_d(2KN_r - 1)$
P12	$\arg \min(N_d\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
T6	P11 + P12	
F6 - Cálculo de $l_*(k)$ em (7-5) por k e para todos l		
P13	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P14	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T7	$K (P13 + P14)$	
F7 - Cálculo de $\gamma_{i_*(\mathbf{t}_{i_*})}$ em (7-6)		
P15	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{i_*}(k))$	$3N_r - 1$
P16	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T8	$K P15 + P16$	
TOTAL	T1 + T2 + T3 + T4 + $(Itr \times N_{ta}) (T5 + T6 + T7 + T8)$	

Tabela 7.6: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Espaço de busca completo				Algoritmo ITES			
Conjunta		Relaxada		Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops
P1	160	P1	160	P1	160	P1	160
P2	2.496	P2	2.496	P2	2.496	P2	2.496
P3	428	P3	428	P3	428	P3	428
T1	3084	T1	388.491.480	T1	3.804	T1	3.084
P4	105	P4	1.889.550	P4	105	P4	105
P5	21	P5	188.953,5	P5	21	P5	21
T2	252	T2	2.078.503,5	T2	252	T2	252
P6	13	P6	105	P6	11	P6	11
P7	1	P7	21	P7	1	P7	1
T3	27	T3	252	T3	23	T3	23
T4	423.637.110			T4	1	T4	1
				P8	160	P8	160
				P9	2.496	P9	2.496
				P10	428	P10	428
T5	62.983,5			T5	3.084	T5	37.008
				P11	105	P11	180
				P12	21	P12	16,5
				T6	252	T6	165,5
				P13	11	P13	105
				P14	1	P14	21
				T7	23	T7	252
						P15	11
						P16	1
				T8	40.308	T8	3
				T9	16.5		
TOTAL 423.700.093,5		390.570.235,5		2.459.928,54		2.397.850,30	

Tabela 7.7: Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem)/ Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Comparação	%
Espaço de busca completo, Relaxada vs Conjunta	7,82%
ITES, Relaxada vs Conjunta	2,52%
Conjunta e ITES vs Conjunta e espaço de busca completo	99,41%
Conjunta e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	99,37%
Relaxada e ITES vs Conjunta e espaço de busca completo	99,43%
Relaxada e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	99,39%

Seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador Zero Forcing

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador Zero Forcing é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas receptoras é proposta. Em seguida, uma estratégia sub-ótima, capaz de reduzir a complexidade computacional é apresentada, baseada na otimização não conjunta. Ambas as estratégias de seleção exigem a notificação ao receptor de cada usuário tanto do subconjunto de antenas receptoras como da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} escolhidas pela ERB para este usuário. Os resultados numéricos apresentados supõem que estas notificações são recebidas sem erro e incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelos algoritmos que implementam estas estratégias, com o objetivo de avaliar o compromisso desempenho-complexidade das propostas.

8.1

Modelagem da seleção de antenas receptoras \mathbf{r} com pré-codificador Zero Forcing

O pré-codificador ZF com seleção de antenas receptoras, $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})ZF} \in \mathbb{C}^{N_t \times KN_{ra}}$, é implementado pela pseudo-inversa à direita da matriz do canal $\mathbf{H}_{(\mathbf{r})}$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})ZF} &= \mathbf{H}_{(\mathbf{r})}^H \left(\mathbf{H}_{(\mathbf{r})} \mathbf{H}_{(\mathbf{r})}^H \right)^{-1} \\ &= \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r})}^T \left(\mathbf{G}_{(\mathbf{r})} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r})}^T \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (8-1)$$

com $\mathbf{G}_{(\mathbf{r})}$ dado em (6-25).

O vetor de sinal recebido pelo usuário dado em (6-37) pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(\mathbf{r})}^k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(\mathbf{r})}}} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}, \quad (8-2)$$

onde $\gamma_{(\mathbf{r})}$ é dado por (6-32) com $\mathbf{g}_{m(\mathbf{r})}$ em (6-33) dado como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{r})} \\ \mathbf{g}_{2(\mathbf{r})} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(\mathbf{r})} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{r})ZF}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{r})ZF} \right) = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{G}_{(\mathbf{r})} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r})}^T \right)^{-1} \right). \quad (8-3)$$

8.2

Seleção de antenas receptoras \mathbf{r} e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 3.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas receptoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que minimizam $\gamma_{(\mathbf{r})}$ em (6-31).

Enquanto em um sistema sem seleção de antenas, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar a seleção de antenas receptoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e do vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{r})}$, na expressão de $\gamma_{(\mathbf{r})}$ em (6-31), exige a otimização conjunta de \mathbf{r} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

8.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{N_t, (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-20), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ e \mathbf{r} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{r}_{sel} = \arg \min_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}}} \gamma_{(\mathbf{r})}. \quad (8-4)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (6-31) para cada seleção de antenas receptoras ativas $\mathbf{r}_i \in \mathcal{R}_{all}$. Para a suposta seleção \mathbf{r}_i , o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_i(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (8-5)$$

com $\mathbf{g}_{k(\mathbf{r}_i)}$ dado em (8-3) quando $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$. Os K índices $l_i(k)$ das matrizes de codificação IBP em (8-5) são considerados no cálculo de $\gamma_{(\mathbf{r})}$ para a suposta \mathbf{r}_i , $\gamma_{i(\mathbf{r}_i)}$:

$$\gamma_{i(\mathbf{r}_i)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m)). \quad (8-6)$$

A minimização conjunta de (8-4) é efetuada, resultando na seleção de antenas receptoras otimizadas, \mathbf{r}_{sel} , dada por

$$\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i_*}, \quad (8-7)$$

onde o índice i_* é obtido pela escolha do mínimo $\gamma_{(\mathbf{r})}$ entre os M_{all} calculados em (8-6) como

$$i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \gamma_{i(\mathbf{r}_i)}. \quad (8-8)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(k)} \quad (8-9)$$

onde o índice $l_{i_*}(k)$ foi previamente calculado em (8-5).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 5. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 8.1.

Algoritmo 5 Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados $K, L, M_{all}, \mathbf{H}, \mathcal{R}_{all}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$

Resultados \mathbf{r}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $M_{all}$  do
2:   Calcular o vetor  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  dado  $\mathbf{r}_i \in \mathcal{R}_{all}$ 
    $\mathbf{g}_{(\mathbf{r}_i)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)}^T \right)^{-1} \right)$ 
3:    $= \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{r}_i)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{r}_i)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{r}_i)}^T \right]^T$ 
4:   for  $n = 1$  to  $K$  do
5:     Pre-seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dado  $\mathbf{r}_i$ 
6:      $l_i(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
7:     Armazenar  $l_i(n)$ 
8:   end for
9:   Calcular  $\gamma_{(\mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{r}_i$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_i(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
10:   $\gamma_{i(\mathbf{r}_i)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m))$ 
11: end for
12: Seleção do índice de  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$ 
13:  $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \gamma_{i(\mathbf{r}_i)}$ 
14:  $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i_*}$ 
15: for  $n = 1$  to  $K$  do
16:    $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$ 
17: end for

```

8.2.2

Seleção de \mathbf{r} e \mathbf{Q} com relaxamento da otimização

Uma estratégia de relaxamento do problema de otimização em (8-5) a (8-9), que realize em fases distintas a seleção das antenas dos usuários e das matrizes de codificação IBP pode ser conduzida. No entanto, em termos práticos, não é factível a coordenação do padrão de ativação das antenas pelos usuários, que inviabiliza o emprego de (8-3) diretamente para a seleção de \mathbf{r} que produz o menor produto interno, análogo ao realizado em (7-11) para a seleção de antenas da ERB.

Para contornar isto, dado que a ERB conhece $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{KN_r \times N_t}$, ela seleciona o subconjunto de antenas receptoras a ativar para cada usuário. Este desacoplamento, que constitui um segundo elemento de subotimalidade à estratégia, é efetivado considerando que a n -ésima componente de \mathbf{g}_k em

Tabela 8.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{r}_i)$ em (8-3) por i		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)} \mathbf{H}$	$K N_{ra} N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)}^T$	$K N_{ra} N_t$
P3	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2$	$(2N_t - 1)(K N_{ra})^2$
P4	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_3^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_{ra})^3 + \frac{3}{2}(K N_{ra})^2 - \frac{7}{6}K N_{ra}$
T1	P1 + P2 + P3 + P4	
F2 - Cálculo de $l_i(k)$ em (8-5) por k e i e para todos l		
P5	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P6	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	$K (P5 + P6)$	
F3 - Cálculo de $\gamma_{i(\mathbf{r}_i)}$ em (8-6) por i		
P7	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$3N_{ra} - 1$
P8	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	$K P7 + P8$	
F4 - Determinação de \mathbf{r}_{sel} em (8-7) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T4	$M_{all} (T1 + T2 + T3)$	
T5	$\arg \min(M_{all}\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
TOTAL	T4 + T5	

(3-5) estaria diretamente associada à n -ésima linha de \mathbf{H}_k , logo à n -ésima componente de \mathbf{r}^k .

Uma vez realizada a seleção de antenas receptoras ativas por usuário pela ERB, ela realiza a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} correspondente por usuário e logo estas seleções são notificadas pela ERB a cada usuário. Assim, $\mathbf{g}_k \in \mathbb{R}^{+N_r \times 1}$, dado por

$$\mathbf{g}_k = \mathbf{g}[(k-1)N_r : kN_r], \quad (8-10)$$

sendo $\mathbf{g} = \mathbf{d} \left((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \right)$, como em (3-5), é utilizado na determinação das antenas ativas do usuário k , \mathbf{r}_{sel}^k , através de

$$\mathbf{r}_{sel}^k = \arg \min_{\mathbf{r}_i^k \in \mathcal{R}} \mathbf{g}_k^T \mathbf{r}_i^k. \quad (8-11)$$

Sendo \mathcal{R} o conjunto ordenado que contém todas as combinações possíveis por usuário, ou seja, $\text{car}(\mathcal{R}) = S_{R_x}$, (8-11) é simplificada para

$$\mathbf{r}_{sel}^k = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_k, \quad (8-12)$$

onde $\arg \min^{(N)} \mathbf{z}$ retorna 1 nas posições dos N elementos de menor magnitude de $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{+N'}$, $N' > N$.

Então, o k -ésimo usuário pode determinar $\mathbf{g}(\mathbf{r})$, como em (8-3), para $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{sel}$, sendo $\mathbf{r}_{sel} = [\mathbf{r}_{sel}^1{}^T \ \mathbf{r}_{sel}^2{}^T \ \dots \ \mathbf{r}_{sel}^K{}^T]^T$.

Por fim, a matriz de codificação IBP do usuário é calculada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_*(k)}. \quad (8-13)$$

onde $l_*(k)$ é dado como em (8-5) para $\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{sel}$.

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 6. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 8.2.

Algoritmo 6 Seleção relaxada de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados N_{ra} , K , L , \mathbf{H} , \mathcal{Q} e Ψ

Resultados \mathbf{r}_{sel} e \mathbf{Q}_{sel}^k , $k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Calcular o vetor \mathbf{g}
 - 2: $\mathbf{g} = \mathbf{d} \left((\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \right) = [\mathbf{g}_1{}^T \ \mathbf{g}_2{}^T \ \dots \ \mathbf{g}_K{}^T]^T$
 - 3: **for** $n = 1$ **to** K **do**
 - 4: $\mathbf{r}_{sel}^n = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_n$
 - 5: **end for**
 - 6: $\mathbf{r}_{sel} = [\mathbf{r}_{sel}^1{}^T \ \mathbf{r}_{sel}^2{}^T \ \dots \ \mathbf{r}_{sel}^K{}^T]^T$
 - 7: Calcular o vetor $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ dado \mathbf{r}_{sel}
 - 8: $\mathbf{g}(\mathbf{r}_{sel}) = \mathbf{d} \left((\mathbf{G}(\mathbf{r}_{sel})\mathbf{H}\mathbf{H}^H\mathbf{G}(\mathbf{r}_{sel})^T)^{-1} \right)$
 - 9: $= [\mathbf{g}_1(\mathbf{r}_{sel})^T \ \mathbf{g}_2(\mathbf{r}_{sel})^T \ \dots \ \mathbf{g}_K(\mathbf{r}_{sel})^T]^T$
 - 9: **for** $n = 1$ **to** K **do**
 - 10: Seleção do índice de $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$
 - 11: $l_*(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_n^T(\mathbf{r}_{sel}) \bar{\mathbf{q}}(l)$
 - 12: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_*(n)}$
 - 13: **end for**
-

Na Figura 8.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro de bit quando a seleção de antenas receptoras com GPSM no sistema MU-MIMO é implementada de maneira ótima conjunta e relaxada de acordo aos algoritmos 5 e 6 apresentados, para a configuração do sistema de $\{N_t, (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\} = \{12, (6, 4, 2), 2\}$. A notificação sem erros da seleção de antenas receptoras ativas e da matriz de codificação IBP correspondente a cada usuário pela ERB foi considerada. Pode-se observar o ganho no desempenho BER de 2 dB quando a seleção ótima é realizada comparada com a curva de desempenho de seleção relaxada. Curvas de desempenho BER para o sistema

Tabela 8.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de \mathbf{g} em (3-5)		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P2	\mathbf{M}_1^{-1}	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T1	P1 + P2	
F2 - Determinação de \mathbf{r}_{sel}^k em (8-12) para todo k		
T2	$\arg \min((a = 1 \text{ to } N_{ra}) - \text{length set})$	$K \sum_{a=1}^{N_{ra}} \frac{3}{2}(N_r - a)$
F3 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{r}_{sel})}$ em (8-3)		
P3	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{G}(\mathbf{r}_{sel})\mathbf{H}$	$KN_{ra}N_t$
P4	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{H}^H\mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{sel})}^T$	$KN_{ra}N_t$
P5	$\mathbf{M}_4 = \mathbf{M}_2\mathbf{M}_3^{-1}$	$(2N_t - 1)(KN_{ra})^2$
P6	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_4^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_{ra})^3 + \frac{3}{2}(KN_{ra})^2 - \frac{7}{6}KN_{ra}$
T3	P3 + P4 + P5 + P6	
F4 - Determinação de \mathbf{Q}_{sel}^k por k em (8-13) e (8-5)		
P7	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{r}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P8	$\arg \min(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T4	$K (P7 + P8)$	
TOTAL	T1 + T2 + T3 + T4	

GPSM com a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$ com e sem seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} sem seleção de antenas receptoras são apresentadas na mesma figura. De forma semelhante ao verificado para seleção de antenas transmissoras, a possibilidade de se disponibilizar antenas receptoras adicionais nos usuários, e o mesmo número de cadeias de RF, resulta em vantagem no desempenho de detecção destes sistemas. Comparando-se o ganho entre o esquema GPSM com pré-codificador ZF com escolha das matrizes de codificação IBP \mathbf{Q} com e sem seleção de antenas dos usuários, verifica-se um ganho de aproximadamente 3 dB (identificadas como $\mathbf{r}\text{-}\mathbf{Q}\text{-O}$ e $\mathbf{Q}\text{-SE}$ na Figura 8.1). Ainda que seja verificada uma perda de 1,5 a 2 dB na região de SNR_{bit} avaliada entre as estratégias ótima conjunta e relaxada de seleção de antenas e matriz de codificação IBP, a seleção relaxada apresenta uma expressiva redução na complexidade computacional, realizando apenas 1,32% do número de operações requeridas pela abordagem ótima conjunta (ver Tabela 8.3).

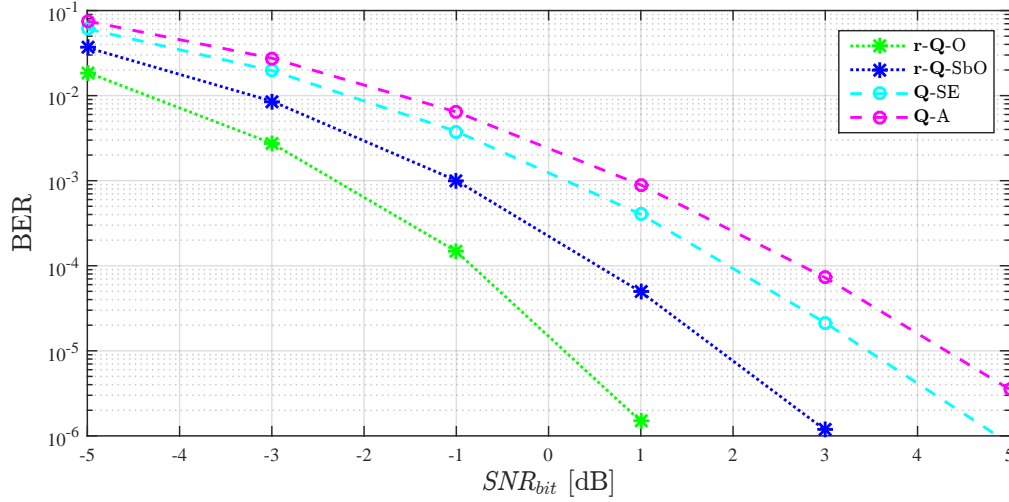


Figura 8.1: BER dos sistemas com seleção de antenas na recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, $\mathbf{r}\text{-}\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{O}$, seleção relaxada da otimização, $\mathbf{r}\text{-}\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{SbO}$, e do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, $\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{A}$ e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, $\mathbf{Q}\text{-}\mathbf{SE}$.

Tabela 8.3: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops
P1	96	P1	3.312
P2	96	P2	1.354
P3	1.472		
P4	428		
T1	2.092	T1	4.666
P5	105		
P6	21		
T2	252	T2	4.666
P7	11	P3	96
P8	1	P4	96
		P5	1.472
		P6	428
T3	23	T3	2.092
		P7	105
		P8	21
T4	532.575	T4	252
T5	336		
TOTAL	532.911		7.052

Seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSS com pré-codificador Zero Forcing

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSS quando o pré-codificador Zero Forcing é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas transmissoras e receptoras é proposto. Em seguida, estratégias sub-ótimas, capazes de reduzir a complexidade computacional são apresentadas, baseadas na otimização não conjunta e na redução do espaço de busca. Ambas estratégias de seleção exigem a notificação ao receptor de cada usuário tanto do subconjunto de antenas receptoras como da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} escolhidas pela ERB para este usuário. Os resultados numéricos apresentados supõem que estas notificações são recebidas sem erro e incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelos algoritmos que implementam estas estratégias, com o objetivo de avaliar o compromisso desempenho-complexidade das propostas.

9.1

Modelagem da seleção de antenas transmissoras t e receptoras r com pré-codificador Zero Forcing

O pré-codificador ZF com seleção de antenas transmissoras e receptoras, $\mathbf{P}_{(t,r)ZF} \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times KN_{ra}}$, é implementado pela pseudo-inversa à direita da matriz do canal $\mathbf{H}_{(t,r)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(t,r)ZF} &= \mathbf{H}_{(t,r)}^H \left(\mathbf{H}_{(t,r)} \mathbf{H}_{(t,r)}^H \right)^{-1} \\ &= \mathbf{G}_{(t)}^T \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(r)}^T \left(\mathbf{G}_{(r)} \mathbf{H} \mathbf{D}(t) \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(r)}^T \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (9-1)$$

com $\mathbf{G}_{(t)}$ e $\mathbf{G}_{(r)}$ dados em (6-4) e (6-25), respectivamente.

O vetor de sinal recebido pelo usuário dado em (6-48) pode ser expresso como

$$\mathbf{y}_{(t,r)}^k = \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma_{(t,r)}}} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_{k(r^k)}, \quad (9-2)$$

onde $\gamma_{(t,r)}$ é dado por (6-44) com

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \\ \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \end{bmatrix} = \mathbf{d} \left(\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_{ZF}}^H \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_{ZF}} \right) = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{G}_{(\mathbf{r})} \mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}) \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r})}^T \right)^{-1} \right). \quad (9-3)$$

9.2

Seleção de antenas transmissoras \mathbf{t} , receptoras \mathbf{r} e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 3.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas transmissoras e receptoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que minimizam $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ em (6-44).

Enquanto que em um sistema sem seleção de antenas, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar a seleção de antenas transmissoras e receptoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e do vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$, na expressão de $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ em (6-44), exige a otimização conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

9.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{T} , \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-3), (6-20), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$, \mathbf{t} e \mathbf{r} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{t}_{sel}, \mathbf{r}_{sel} = \arg \min_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{t} \in \mathcal{T} \\ \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}}} \gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}. \quad (9-4)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (6-44) para cada seleção de antenas transmissoras e receptoras ativas, $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$ e $\mathbf{r}_j \in \mathcal{R}_{all}$. Para a suposta seleção da dupla $(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$, o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_{(i,j)}(k)$, é dado por

$$l_{(i,j)}(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (9-5)$$

com $\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado em (9-3) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$ e $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j$. Os K índices $l_{(i,j)}(k)$ das matrizes de codificação IBP em (9-5) são considerados no cálculo de $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ para

a suposta \mathbf{t}_i e \mathbf{r}_j , $\gamma_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$:

$$\gamma_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_m^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j) \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m)). \quad (9-6)$$

A minimização conjunta de (9-4) é efetuada, resultando na seleção de antenas transmissoras e receptoras otimizadas, \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} , dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{sel} &= \mathbf{t}_{i_*}, \\ \mathbf{r}_{sel} &= \mathbf{r}_{j_*}, \end{aligned} \quad (9-7)$$

onde a dupla (i_*, j_*) é obtida pela escolha do mínimo $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ entre os $S_{Tx} \times M_{all}$ calculados em (9-6) como

$$(i_*, j_*) = \arg \min_{\substack{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\} \\ j \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}}} \gamma_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j). \quad (9-8)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{(i_*, j_*)}(k)}, \quad (9-9)$$

onde o índice $l_{(i_*, j_*)}(k)$ foi previamente calculado em (9-5).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 7. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 9.1.

9.2.2

Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} com relaxamento de otimização

Na seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} o relaxamento de otimização em (9-4) é realizado pelo meio de uma redução do espaço de busca do vetor \mathbf{r} . Na seleção das antenas, é conduzida a seleção das antenas receptoras ativas por usuário de maneira desacoplada (como feito na Subseção 8.2.2) para cada hipótese de seleção de antenas transmissoras ativas.

Assim, para uma hipótese de seleção de antenas transmissoras $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$, $\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)} \in \mathbb{R}^{+N_r \times 1}$, dado por

$$\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)} = \mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}[(k-1)N_r : kN_r], \quad \forall i = 1, 2, \dots, S_{Tx}, \quad (9-10)$$

sendo $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}_i) \mathbf{H}^H \right)^{-1} \right)$, como em (7-3) quanto $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$, é utilizado na determinação das antenas ativas pré-selecionadas do usuário k , $\mathbf{r}_{pre,i}^k$, através de

$$\mathbf{r}_{pre,i}^k = \arg \min_{\mathbf{r}_j^k \in \mathcal{R}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{r}_j^k. \quad (9-11)$$

Sendo \mathcal{R} o conjunto ordenado que contém todas as combinações possíveis por usuário, ou seja, $\text{car}(\mathcal{R}) = S_{Rx}$, (9-11) é simplificada para

Algoritmo 7 Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados $K, L, S_{Tx}, M_{all}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{R}_{all}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$

Resultados $\mathbf{t}_{sel}, \mathbf{r}_{sel}$ e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $S_{Tx}$  do
2:   for  $j = 1$  to  $M_{all}$  do
3:     Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dados  $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$  e  $\mathbf{r}_j \in \mathcal{R}_{all}$ 
4:      $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)} \mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}_i) \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)}^T \right)^{-1} \right)$ 
5:      $= \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \right]^T$ 
6:     for  $n = 1$  to  $K$  do
7:       Pre-seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dados  $\mathbf{t}_i$  e  $\mathbf{r}_j$ 
8:        $l_{(i,j)}(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
9:       Armazenar  $l_{(i,j)}(n)$ 
10:    end for
11:    Calcular  $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dados  $\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(n)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
12:     $\gamma_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m))$ 
13:  end for
14: end for
15: Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in S_{Tx}$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$ 
16:  $(i_*, j_*) = \arg \min_{\substack{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\} \\ j \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}}} \gamma_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$ 
17:  $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$ 
18:  $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{j_*}$ 
19: for  $n = 1$  to  $K$  do
20:    $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{(i_*, j_*)}(n)}$ 
21: end for
```

$$\mathbf{r}_{pre,i}^k = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i)}, \quad (9-12)$$

onde $\arg \min^{(N)} \mathbf{z}$ retorna 1 nas posições dos N elementos de menor magnitude de $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{+N'}$, $N' > N$.

Então, completada a pré-seleção para todos os K usuários tem se que

$$\mathbf{r}_{pre,i} = \left[\mathbf{r}_{pre,i}^{1T} \quad \mathbf{r}_{pre,i}^{2T} \quad \dots \quad \mathbf{r}_{pre,i}^{KT} \right]^T, \quad (9-13)$$

estabelecendo uma relação unívoca entre uma seleção de transmissores e receptores ativos, descrito pela dupla $(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})$

Os $\mathbf{r}_{pre,i}$ são armazenados no conjunto ordenado \mathcal{R}' , o qual tem uma cardinalidade crescente até alcançar a mesma cardinalidade de \mathcal{T} , ou seja S_{Tx} .

É realizado o cálculo de $\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado em (6-44) para cada hipótese de antenas transmissoras e receptoras ativas, ou seja para cada dupla $(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})$. Para a suposta seleção da dupla $(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})$, o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_i(k) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (9-14)$$

Tabela 9.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$ em (9-3) por i e j		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)} \mathbf{H}$	$K N_{ra} N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{D}(\mathbf{t}_i) \mathbf{H}^H$	$K N_r N_t$
P3	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P4	$\mathbf{M}_4 = \mathbf{M}_3 \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)}^T$	$(K N_{ra})^2$
P5	$\mathbf{F} = \mathbf{M}_4^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_{ra})^3 + \frac{3}{2}(K N_{ra})^2 - \frac{7}{6}K N_{ra}$
T1	P1 + P2 + P3 + P4 + P5	
F2 - Cálculo de $l_{(i,j)}(k)$ em (9-5) por k , i e j e para todos l		
P6	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P7	$\arg \min(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	$K (P6 + P7)$	
F3 - Cálculo de $\gamma_{(i,j)(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}$ em (9-6) por i e j		
P8	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m))$	$3N_{ra} - 1$
P9	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	$K P8 + P9$	
F4 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} em (9-7) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i e j		
T4	$(S_{Tx} M_{all}) (T1 + T2 + T3)$	
T5	$\arg \min((S_{Tx} M_{all}) - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} M_{all} - 1)$
TOTAL	T4 + T5	

com $\mathbf{g}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado em (9-3) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$ e $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{pre, i}$. Os K índices $l_{(i)}(k)$ das matrizes de codificação IBP em (9-5) são computados e usados no cálculo de $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ para a suposta \mathbf{t}_i e $\mathbf{r}_{pre, i}$, $\gamma_{i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre, i})}$:

$$\gamma_{i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre, i})} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre, i})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i)}(m)). \quad (9-15)$$

A minimização conjunta de (9-4) é efetuada, resultando na seleção de antenas transmissoras e receptoras otimizadas, \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} , dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{sel} &= \mathbf{t}_{i_*}, \\ \mathbf{r}_{sel} &= \mathbf{r}_{pre, i_*}, \end{aligned} \quad (9-16)$$

onde i_* é obtida pela escolha do mínimo $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ entre os S_{Tx} calculados em (9-15) como

$$i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \gamma_{i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre, i})}. \quad (9-17)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(k)}, \quad (9-18)$$

onde o índice $l_{i_*}(k)$ foi previamente calculado em (9-14). Enquanto na otimização conjunta existem $S_{Tx} \times (S_{Rx}L)^K$ hipóteses a serem testadas, a otimização relaxada com desacoplamento de usuários requer $KS_{Tx}S_{Rx} + (S_{Tx} \times L^K)$ e $S_{Tx}^2 \times L^K$ quando são implementadas (9-11) e (9-12), respectivamente.

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 8. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 9.2.

Algoritmo 8 Seleção relaxada \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

Dados N_{ra} , K , L , S_{Tx} , \mathbf{H} , \mathcal{Q} e Ψ

Resultados \mathbf{t}_{sel} , \mathbf{r}_{sel} e \mathbf{Q}_{sel}^k , $k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $S_{Tx}$  do
2:   Calcular o vetor  $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i)$ 
3:    $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i) = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \left[ \mathbf{g}_1^T(\mathbf{t}_i) \quad \mathbf{g}_2^T(\mathbf{t}_i) \quad \dots \quad \mathbf{g}_K^T(\mathbf{t}_i) \right]^T$ 
4:   for  $n = 1$  to  $K$  do
5:      $\mathbf{r}_{pre,i}^n = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_n(\mathbf{t}_i)$ 
6:   end for
7:    $\mathbf{r}_{pre,i} = \left[ \mathbf{r}_{pre,i}^1 \quad \mathbf{r}_{pre,i}^2 \quad \dots \quad \mathbf{r}_{pre,i}^K \right]^T$ 
8:   Armazenar  $\mathbf{r}_{pre,i}$  no conjunto ordenado  $\mathcal{R}'$ 
9:   Calcular o vetor  $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})$  dados  $\mathbf{t}_i$  e  $\mathbf{r}_{pre,i}$ 
10:   $\mathbf{g}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,i})} \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)\mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,i})}^T \right)^{-1} \right)$ 
11:     $= \left[ \mathbf{g}_1^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) \quad \mathbf{g}_2^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) \quad \dots \quad \mathbf{g}_K^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) \right]^T$ 
12:    for  $n = 1$  to  $K$  do
13:      Seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dados  $\mathbf{t}_i$  e  $\mathbf{r}_{pre,i}$ 
14:       $l_i(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_n^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
15:      Armazenar  $l_i(n)$ 
16:    end for
17:    Calcular  $\gamma(\mathbf{t}, \mathbf{r})$  dados  $\mathbf{t}_i$ ,  $\mathbf{r}_{pre,i}$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_i(k)) \in \Psi$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ 
18:     $\gamma_i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_m^T(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i}) \bar{\mathbf{q}}(l_i(m))$ 
19:  end for
20:  Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in \mathcal{T}$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}'$ 
21:   $i_* = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \gamma_i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})$ 
22:   $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$ 
23:   $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{pre,i_*}$ 
24:  for  $n = 1$  to  $K$  do
25:     $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$ 
26:  end for
```

Na Figura 9.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro quando a seleção de antenas transmissoras e receptoras com GPSM no sistema MU-MIMO é implementada segundo a seleção ótima conjunta e relaxada de acordo aos algoritmos 7 e 8 apresentados. Para a configuração do sistema

Tabela 9.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i)}$ em (7-3) por i		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_i)$	$K N_r N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 \mathbf{H}_{(\mathbf{t}_i)}^H$	$(2N_t - 1)(K N_r)^2$
P3	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_r)^3 + \frac{3}{2}(K N_r)^2 - \frac{7}{6}K N_r$
T1	P1 + P2 + P3	
F2 - Determinação de $\mathbf{r}_{pre,i}^k$ para todo k		
T2	$\min(a = 1 \text{ to } N_{ra} \text{-length set})$	$K \sum_{a=1}^{N_{ra}} \frac{3}{2}(N_r - a)$
F3 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})}$ em (9-3) por i		
P4	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,i})} \mathbf{H}$	$K N_{ra} N_t$
P5	$\mathbf{M}_4 = \mathbf{D}(\mathbf{t}_i) \mathbf{H}^H$	$K N_r N_t$
P6	$\mathbf{M}_5 = \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_4$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P7	$\mathbf{M}_6 = \mathbf{M}_5 \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,i})}^T$	$(K N_{ra})^2$
P8	$\mathbf{F}_2 = \mathbf{M}_6^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_{ra})^3 + \frac{3}{2}(K N_{ra})^2 - \frac{7}{6}K N_{ra}$
T3	P4 + P5 + P6 + P7 + P8	
F4 - Cálculo de $l_i(k)$ em (9-14) por k , i e para todos l		
P9	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P10	$\arg \min(L \text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T4	$K (P9 + P10)$	
F5 - Cálculo de $\gamma_{i(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})}$ em (9-15) por i		
P11	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_{pre,i})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(k))$	$3N_{ra} - 1$
P12	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T5	$K P11 + P12$	
F6 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} em cálculo de F1-5 para todos i		
T6	$S_{Tx} (T1 + T2 + T3 + T4 + T5)$	
T7	$\arg \min(S_{Tx} \text{- length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} - 1)$
TOTAL		
		T6 + T7

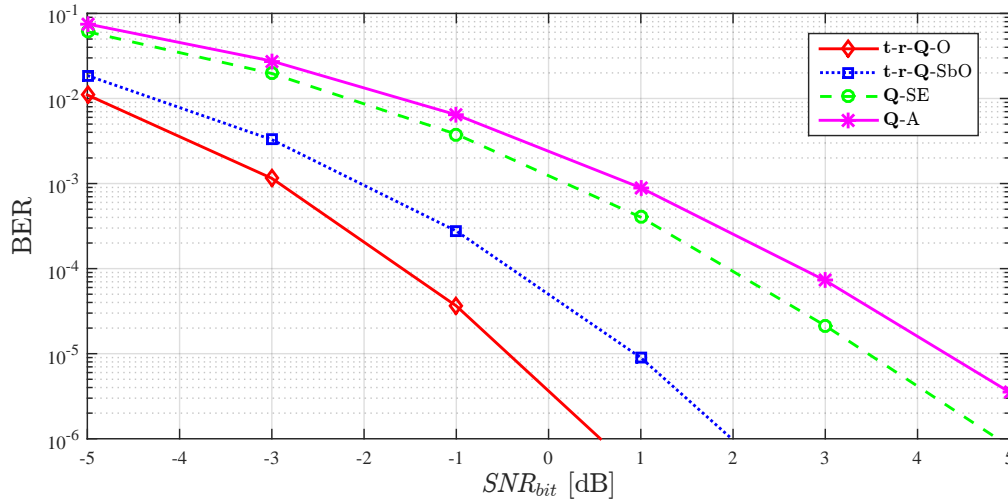


Figura 9.1: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima, **t-r-Q-O**, seleção sub-ótima, **t-r-Q-SbO**, e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**.

$\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\} = \{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$. A notificação sem erros da seleção de antenas receptoras ativas e da matriz de codificação IBP correspondente a cada usuário pela ERB foi considerada. Pode-se observar o ganho no desempenho BER de aproximadamente 1 dB quando o método de seleção ótimo é utilizado comparado com a curva de desempenho da seleção relaxada. Curvas de BER para o sistema GPSM sem seleção de antenas com a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$ com e sem seleção da matriz de codificação IBP **Q** são apresentadas na mesma figura. A implementação dos métodos de seleção de antenas transmissoras e receptoras apresentam uma melhora no desempenho do sistema GPSM MU-MIMO, o principal ganho que pode ser observado da Figura 9.1 é de 5 dB aproximadamente entre o sistema GPSM MU-MIMO com a seleção aleatória da matriz de codificação **Q-A** e a seleção ótima conjunta de antenas transmissoras, receptoras e matriz de codificação IBP **t-r-Q-O**. Entre a seleção ótima conjunta e relaxada a diferença de ganho em dB pode ser compensada pela substancial redução no número de somas e multiplicações que faz a seleção relaxada. Esta seleção realiza 98.89% menos somas e multiplicações que a seleção conjunta (ver Tabela 9.3).

9.3

Seleção de t, r e Q com redução do espaço de busca

De forma análoga à seleção apresentado na Seção 7.3, na medida que é acrescentado o número de antenas transmissoras N_t como também a dife-

Tabela 9.3: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de **t**, **r** e **Q** para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops
P1	112	P1	168
P2	168	P2	3.888
P3	2.592	P3	1.354
P4	64		
P5	428		
T1	3.364	T1	5.410
P6	105		
P7	21		
T2	252	T2	42
P8	11	P4	112
P9	1	P5	168
		P6	2.592
		P7	64
		P8	428
T3	23	T3	3.364
		P9	105
		P10	21
T4	74.508.525	T4	252
		P11	11
		P12	1
T5	30.711	T5	23
		T6	827.281
		T7	135
TOTAL	74.539.236		827.416

rença com as cadeias de RF N_{ta} a procura do \mathbf{t}_{sel} torna-se mais complexa, assim o algoritmo ITES oferece uma solução factível reduzindo o campo de busca. Para o caso da seleção de antenas transmissoras e receptoras, considerando novamente que o campo de busca de \mathbf{t}_{sel} é muito maior que tem que ser multiplicados pelo campo de busca de \mathbf{r}_{sel} resultando numa busca com uma quantidade muito grande de possibilidades fazendo com que os recursos computacionais se tornem excessivos tornando a busca irrealizável na prática. Com base nestas considerações é apresentado o algoritmo ITES para a seleção de antenas transmissoras e receptoras ativas e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} .

Nos algoritmos 9 e 10, são apresentadas a seleção ótima e sub-ótima de antenas transmissoras e receptoras ativas e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, respectivamente. Ambos algoritmos estão divididos em duas partes, A e B. A parte A apresenta o início do algoritmo onde é definido o valor de $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ base para começar a busca e na parte B as iterações e ciclos de busca da dupla (\mathbf{t}, \mathbf{r}) que fornece o melhor valor de $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$. A seleção da dupla (\mathbf{t}, \mathbf{r}) foi abordada nas seções 9.2.1 e 9.2.2 de maneira ótima conjunta e relaxada, respectivamente.

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo dos algoritmos 9 e 10 são apresentados nas tabelas 9.4 e 9.5, respectivamente.

Algoritmo 9 Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte A

Dados N_t , N_{ta} , K , L , S_{Tx} , M_{all} , \mathbf{H} , \mathcal{T} , \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ e ε_k , $k = 1, 2, \dots, K$

Resultados \mathbf{t}_{sel} , \mathbf{r}_{sel} e \mathbf{Q}_{sel}^k , $k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
 - 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
 - 3: **for** $i = 1$ **to** M_{all} **do**
 - 4: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado \mathbf{t}_0 e $\mathbf{r}_i \in \mathcal{R}_{all}$

$$\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)} \mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}_0) \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)}^T \right)^{-1} \right)$$
 - 5:
$$= \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T & \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T & \cdots & \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \end{bmatrix}^T$$
 - 6: **for** $n = 1$ **to** K **do**
 - 7: $l_{(0, i)}(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
 - 8: **end for**
 - 9: Calcular $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado \mathbf{t}_0 , \mathbf{r}_i e $\bar{\mathbf{q}}(l_{(0, i)}(k)) \in \Psi$, $k = 1, 2, \dots, K$
 - 10: $\gamma_{(0, i)(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(0, i)}(m))$
 - 11: **end for**
 - 12: $i(o) = \arg \min_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \gamma_{(0, i)(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}$
 - 13: $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i(o)}$
 - 14: $\gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \gamma_{(0, i(o))(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{i(o)})}$
 - 15: $\gamma_{out(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \infty^+$
 - 16: $\boldsymbol{\alpha} \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
 - 17: $\boldsymbol{\delta} \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}
-

Algoritmo 9 Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte B

```

18: while  $\gamma_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) < \gamma_{out}(\mathbf{t}, \mathbf{r})$  do
19:    $\gamma_{out}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) = \gamma_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ 
20:   for  $i = 1$  to  $N_{ta}$  do
21:      $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$ 
22:      $\Omega_i = \left\{ \mathbf{t}_j = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_i \rightarrow \delta_j} \right\}_{j=1}^{N_d}$ 
23:     for  $d = 1$  to  $N_d$  do
24:       for  $j = 1$  to  $M_{all}$  do
25:         Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_d$  e  $\mathbf{r}_j \in \mathcal{R}_{all}$ 
26:          $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)} \mathbf{H} \mathbf{D}(\mathbf{t}_d) \mathbf{H}^H \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)}^T \right)^{-1} \right)$ 
27:          $= \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \quad \cdots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \right]^T$ 
28:         for  $n = 1$  to  $K$  do
29:            $l_{(d,j)}(n) = \text{argmin}_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
30:         end for
31:         Calcular  $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_d$ ,  $\mathbf{r}_j$  e
32:          $\bar{\mathbf{q}}(l_{(d,j)}(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
33:          $\gamma_{(d,j)}(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(d,j)}(m))$ 
34:       end for
35:        $z(d) = \arg \min_{z \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \gamma_{(d,z)}(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_z)$ 
36:     end for
37:      $d_* = \arg \min_{d \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \gamma_{(d, z(d))}(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{z(d)})$ 
38:      $z_* = z(d_*)$ 
39:     if  $\gamma_{(d_*, z_*)}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) < \gamma_{in}(\mathbf{t}_{d_*}, \mathbf{r}_{z_*})$  then
40:        $\gamma_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) = \gamma_{(d_*, z_*)}(\mathbf{t}_{d_*}, \mathbf{r}_{z_*})$ 
41:       Seleção de  $\mathbf{t} \in \Omega_i$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$ 
42:        $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{d_*}$ 
43:        $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{z_*}$ 
44:       for  $n = 1$  to  $K$  do
45:          $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{(d_*, z_*)}(n)}$ 
46:       end for
47:     else
48:     end if
49:     Atualizar os vetores  $\boldsymbol{\alpha}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  para o seguinte ciclo
50:   end for
51:   Armazenar  $\mathbf{t}_{sel}$ ,  $\mathbf{r}_{sel}$  e  $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$ , para a seguinte iteração
52: end while

```

Tabela 9.4: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_j)}$ em (9-3) para \mathbf{t}_0 por i		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)} \mathbf{H}$	$K N_{ra} N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{D}(\mathbf{t}_0) \mathbf{H}^H$	$K N_r N_t$
P3	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P4	$\mathbf{M}_4 = \mathbf{M}_3 \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_i)}^T$	$(K N_{ra})^2$
P5	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{M}_4^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_{ra})^3 + \frac{3}{2}(K N_{ra})^2 - \frac{7}{6} K N_{ra}$
T1	P1 + P2 + P3 + P4 + P5	
F2 - Cálculo de $l_{(0,j)}(k)$ em (9-5) por k e i e para todos l		
P6	$m_k = \mathbf{g}_k^T(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i) \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P7	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T2	$K (P6 + P7)$	
F3 - Cálculo de $\gamma_{(0,i)}(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)$ em (9-6) por i		
P8	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_k^T(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i) \bar{\mathbf{q}}(l_{(0,j)}(k))$	$3N_{ra} - 1$
P9	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T3	$K P8 + P9$	
F4 - Determinação de \mathbf{r}_{sel} em (9-7) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T4	$M_{all} (T1 + T2 + T3)$	
T5	$\arg \min(M_{all}\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
T6	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
SubTOTAL	T4 + T5 + T6	
F5 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}$ em (9-3) por i, d e j		
P10	$\mathbf{M}_5 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)} \mathbf{H}$	$K N_{ra} N_t$
P11	$\mathbf{M}_6 = \mathbf{D}(\mathbf{t}_d) \mathbf{H}^H$	$K N_r N_t$
P12	$\mathbf{M}_7 = \mathbf{M}_5 \mathbf{M}_6$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P13	$\mathbf{M}_8 = \mathbf{M}_7 \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_j)}^T$	$(K N_{ra})^2$
P14	$\mathbf{F}_2 = \mathbf{M}_8^{-1}$	$\frac{2}{3}(K N_{ra})^3 + \frac{3}{2}(K N_{ra})^2 - \frac{7}{6} K N_{ra}$
T7	P10 + P11 + P12 + P13 + P14	
F6 - Cálculo de $l_{(d,j)}(k)$ em (9-5) por i, d, j e k e para todos l		

Continua na página seguinte

Tabela 9.4 – Continuação

Passo	Operação	Flops
P15	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P16	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T8	$K (P15 + P16)$	
F7 - Cálculo de $\gamma_{(d,j)(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}$ em (9-6) por i, d, j		
P17	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(d,j)}(k))$	$3N_{ra} - 1$
P18	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T9	$K P17 + P18$	
T10	$(M_{all}) (T7 + T8 + T9)$	
T11	$\arg \min(M_{all}\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
T12	$N_d (T10 + T11)$	
T13	$\min(N_d\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
TOTAL	$\text{SubTOTAL} + (Itr \times N_{ta}) (T12 + T13)$	

Tabela 9.5: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF.

F1 - Cálculo de $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)}$ em (7-3)		
Passo	Operação	Flops
P1	$\mathbf{M}_1 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)$	$KN_r N_t$
P2	$\mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_1 \mathbf{H}^H$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P3	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{M}_2^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T1	$P1 + P2 + P3$	
F2 - Determinação de $\mathbf{r}_{pre,0}^k$ para todo k		
T2	$\arg \min(a = 1 \text{ to } N_{ra}\text{-length set})$	$K \sum_{a=1}^{N_{ra}} \frac{3}{2}(N_r - a)$
F3 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{pre,0})$ em (9-3)		
P4	$\mathbf{M}_3 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,0})} \mathbf{H}$	$KN_{ra} N_t$
P5	$\mathbf{M}_4 = \mathbf{D}(\mathbf{t}_0) \mathbf{H}^H$	$KN_r N_t$
P6	$\mathbf{M}_5 = \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_4$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P7	$\mathbf{M}_6 = \mathbf{M}_5 \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,0})}^T$	$(KN_{ra})^2$

Continua na página seguinte

Tabela 9.5 – Continuação

Passo	Operação	Flops
P8	$\mathbf{F}_2 = \mathbf{M}_6^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_{ra})^3 + \frac{3}{2}(KN_{ra})^2 - \frac{7}{6}KN_{ra}$
T3	P4 + P5 + P6 + P7 + P8	
F4 - Cálculo de $l_0(k)$ em (9-14) por k e para todos l		
P9	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{pre,0})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P10	$\arg \min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T4	$K (P9 + P10)$	
F5 - Cálculo de $\gamma_{(0)(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{pre,0})}$ em (9-15) por i		
P11	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{pre,0})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(k))$	$3N_{ra} - 1$
P12	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T5	$K P11 + P12$	
T6	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
SubTOTAL	T1 + T2 + T3 + T4 + T5 + T6	
F6 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{t}_d)$ em (7-3) por d		
P13	$\mathbf{M}_7 = \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)$	$KN_r N_t$
P14	$\mathbf{M}_8 = \mathbf{M}_7 \mathbf{H}^H(\mathbf{t}_d)$	$(2N_t - 1)(KN_r)^2$
P15	$\mathbf{F}_3 = \mathbf{M}_8^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_r)^3 + \frac{3}{2}(KN_r)^2 - \frac{7}{6}KN_r$
T7	P13 + P14 + P15	
F7 - Determinação de $\mathbf{r}_{pre,d}^k$ para todo k		
T8	$\arg \min(a = 1 \text{ to } N_{ra}\text{-length set})$	$K \sum_{a=1}^{N_{ra}} \frac{3}{2}(N_r - a)$
F8 - Cálculo de $\mathbf{g}(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{pre,d})$ em (9-3) por d		
P16	$\mathbf{M}_9 = \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_d)} \mathbf{H}$	$KN_{ra} N_t$
P17	$\mathbf{M}_{10} = \mathbf{D}(\mathbf{t}_d) \mathbf{H}^H$	$KN_r N_t$
P18	$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{M}_9 \mathbf{M}_{10}$	$(2N_t - 1)(K^2 N_{ra} N_r)$
P19	$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{11} \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_{pre,d})}^T$	$(KN_{ra})^2$
P20	$\mathbf{F}_4 = \mathbf{M}_{12}^{-1}$	$\frac{2}{3}(KN_{ra})^3 + \frac{3}{2}(KN_{ra})^2 - \frac{7}{6}KN_{ra}$
T9	P16 + P17 + P18 + P19 + P20	
F9 - Cálculo de $l_d(k)$ em (9-14) por k e d e para todos l		
P21	$m_k = \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{pre,d})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P22	$\min(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T10	$K (P21 + P22)$	
F10 - Cálculo de $\gamma_{d(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{pre,d})}$ em (9-15) por d		

Continua na pagina seguinte

Tabela 9.5 – Continuação

Passo	Operação	Flops
P23	$m_k = \varepsilon_k \mathbf{g}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{pre, d})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_d(k))$	$3N_{ra} - 1$
P24	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T11	$K \text{ P23} + \text{P24}$	
T12	$N_d (\text{T7} + \text{T8} + \text{T9} + \text{T10} + \text{T11})$	
T13	$\min(N_d\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
TOTAL	$\text{SubTOTAL} + (Itr \times N_{ta}) (\text{T12} + \text{T13})$	

Na Figura 9.2 são apresentados o desempenho em termos de BER para a configuração $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ seleção ótima conjunta e relaxada da otimização pelo algoritmo ITES e de modo exaustivo. A média das iterações requeridas no algoritmo ITES para as 1.000 realizações de canal é 8,60 e 7,96 na seleção ótima e sub-ótima, respectivamente. Sendo a seleção ótima conjunta e relaxada pelo algoritmo ITES um modo de busca de campo limitada, o número de hipóteses testadas para nosso exemplo é igual a $Itr \times N_{ta} \times N_d = 825.312$ para a seleção ótima conjunta e 763.872 para a seleção relaxada, comparada com o espaço de busca completo de $M_{all} \times S_{Tx} = 28.343.250$ hipóteses testadas da seleção ótima conjunta e $S_{Rx} \times S_{Tx} = 1.889.550$ na seleção relaxada. O desempenho BER para a seleção ótima conjunta com espaço de busca completo não pôde ser obtido com os recursos computacionais (MatLab) disponíveis e pela capacidade de memória para efetuar os cálculos. Observe-se a coincidência entre as curvas correspondentes à seleção conjunta e a seleção relaxada resultante da otimização pelo algoritmo ITES. Uma perda de desempenho em termos de BER de aproximadamente 0,5 dB é apresentada ao se comparar a seleção conjunta ou relaxada com a seleção relaxada com espaço de busca completo. Esta pequena perda é mais que compensada pela significativa redução da complexidade computacional obtida com o uso do algoritmo ITES (ver Tabela 9.6). Em termos percentuais a maior diferença ocorre na seleção relaxada pelo ITES. Neste caso são realizadas 99,39% menos somas e multiplicações do que na seleção relaxada com espaço de busca completo (ver Tabela 9.7).

Algoritmo 10 Seleção relaxada \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte A

Dados $N_t, N_{ta}, K, L, S_{Tx}, \mathbf{H}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\varepsilon_k, k = 1, 2, \dots, K$
Resultados $\mathbf{t}_{sel}, \mathbf{r}_{sel}$ e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
- 3: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_0
- 4: $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right) = \left[\mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_0)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_0)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_0)}^T \right]^T$
- 5: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 6: $\mathbf{r}_0^n = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_0)}$
- 7: **end for**
- 8: $\mathbf{r}_0 = \left[\mathbf{r}_0^{1T} \quad \mathbf{r}_0^{2T} \quad \dots \quad \mathbf{r}_0^{KT} \right]^T$
- 9: $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_0$
- 10: Calcular o vetor $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado \mathbf{t}_0 e \mathbf{r}_0
- 11: $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{G}_{(\mathbf{r}_0)}\mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_0)\mathbf{H}^H\mathbf{G}_{(\mathbf{r}_0)}^T \right)^{-1} \right)$
 $= \left[\mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}^T \right]^T$
- 12: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 13: $l_0(n) = \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 14: **end for**
- 15: Calcular $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado $\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0$ e $\bar{\mathbf{q}}(l_0(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 16: $\gamma_{0(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)} = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(m))$
- 17: $\gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \gamma_{0(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_0)}$
- 18: $\gamma_{out(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \infty^+$
- 19: $\boldsymbol{\alpha} \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
- 20: $\boldsymbol{\delta} \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}

Tabela 9.6: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Espaço de busca completo			Algoritmo ITES			
Relaxada			Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops		Passo	Flops	Passo	Flops
P1	240		P1	160	P1	240
P2	5.616		P2	240	P2	5.616
P3	1.354		P3	3.744	P3	1.354
			P4	64		
			P5	428		
T1	7.210		T1	4.636	T1	7.210
			P6	105		
			P7	21		
T2	42		T2	252	T2	42

Continua na página seguinte

Tabela 9.6 – Continuação

Espaço de busca completo Algoritmo ITES					
Relaxada		Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops
P4	160	P8	11	P4	160
P5	240	P9	1	P5	240
P6	3.744			P6	3.744
P7	64			P7	64
P8	428			P8	428
T3	4.636	T3	23	T3	4.636
P9	105			P9	105
P10	21			P10	21
T4	252	T4	1.104.975	T4	252
P11	11			P11	11
P12	1			P12	1
T5	23	T5	336	T5	23
T6	12.163	T6	1	T6	1
		SubTOTAL	1.105.312	SubTOTAL	12.164
		P10	160	P13	240
		P11	240	P14	5.616
		P12	3.744	P15	1.354
		P13	64		
		P14	428		
		T7	4.636	T7	7.210
		P15	105		
		P16	21		
		T8	252	T8	42
		P17	11	P16	160
		P18	1	P17	240
				P18	3.744
				P19	64
				P20	428
		T9	23	T9	4.636
				P21	105
				P22	21

Continua na página seguinte

Tabela 9.6 – *Continuação*

Espaço de busca completo Algoritmo ITES					
Relaxada		Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops
		T10	1.104.975	T10	252
				P23	11
				P24	1
		T11	336	T11	23
		T12	8.842.488	T12	97.304
		T13	10,5	T13	10,5
TOTAL	1.532.362.064		913.332.827,3		9.304.141.718

Tabela 9.7: Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem) / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador ZF.

Comparação	%
ITES, Relaxada vs Conjunta	98, 98%
Conjunta e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	40, 39%
Relaxada e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	99, 39%

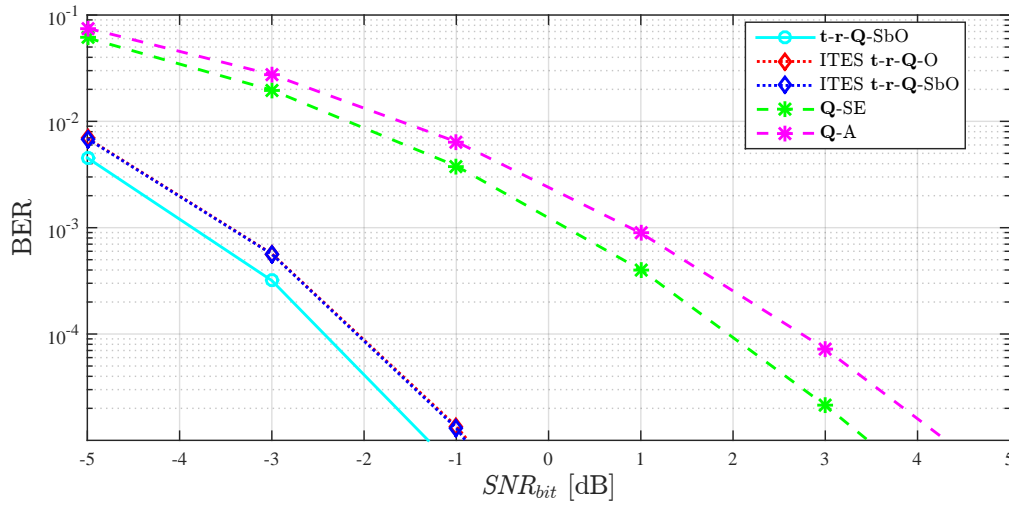


Figura 9.2: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador ZF para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-t-r-Q-O, ITES-t-r-Q-SbO e com seleção relaxada com espaço de busca completo, t-r-Q-SbO vs do sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador ZF para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, Q-A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, Q-SE.

Algoritmo 10 Seleção conjunta \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pelo algoritmo ITES, pré-codificador ZF - Parte B

```

21: while  $\gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})} < \gamma_{out(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  do
22:    $\gamma_{out(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ 
23:   for  $i = 1$  to  $N_{ta}$  do
24:      $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$ 
25:      $\Omega_i = \left\{ \mathbf{t}_j = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_i \rightarrow \delta_j} \right\}_{j=1}^{N_d}$ 
26:     for  $d = 1$  to  $N_d$  do
27:       Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t})}$  dado  $\mathbf{t}_d$ 
28:        $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)\mathbf{H}^H \right)^{-1} \right)$ 
29:        $= \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_d)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_d)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_d)}^T \right]^T$ 
30:       for  $n = 1$  to  $K$  do
31:          $\mathbf{r}_d^n = \arg \min^{(N_{ra})} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_d)}$ 
32:       end for
33:        $\mathbf{r}_d = \left[ \mathbf{r}_d^{1T} \quad \mathbf{r}_d^{2T} \quad \dots \quad \mathbf{r}_d^{KT} \right]^T$ 
34:       Armazenar  $\mathbf{r}_d$  no conjunto ordenado  $\mathcal{R}'$ 
35:       Calcular o vetor  $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_d$  e  $\mathbf{r}_d$ 
36:        $\mathbf{g}_{(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)} = \mathbf{d} \left( \left( \mathbf{G}_{(\mathbf{r}_d)}\mathbf{H}\mathbf{D}(\mathbf{t}_d)\mathbf{H}^H\mathbf{G}_{(\mathbf{r}_d)}^T \right)^{-1} \right)$ 
37:        $= \left[ \mathbf{g}_{1(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)}^T \quad \mathbf{g}_{2(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)}^T \quad \dots \quad \mathbf{g}_{K(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)}^T \right]^T$ 
38:       for  $n = 1$  to  $K$  do
39:          $l_d(n) = \arg \min_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{g}_{n(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
40:       end for
41:       Calcular  $\gamma_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_d$ ,  $\mathbf{r}_d$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_d(k)) \in \Psi$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ 
42:        $\gamma_d(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d) = \sum_{m=1}^K \varepsilon_m \mathbf{g}_{m(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_d(m))$ 
43:       end for
44:        $d_* = \arg \min_{d \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \gamma_d(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_d)$ 
45:       if  $\gamma_{d_*}(\mathbf{t}_{d_*}, \mathbf{r}_{d_*}) < \gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  then
46:          $\gamma_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \gamma_{d_*}(\mathbf{t}_{d_*}, \mathbf{r}_{d_*})$ 
47:         Seleção de  $\mathbf{t} \in \Omega_i$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}'$ 
48:          $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{d_*}$ 
49:          $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{d_*}$ 
50:         for  $n = 1$  to  $K$  do
51:            $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{d_*}(n)}$ 
52:         end for
53:       else
54:       end if
55:       Atualizar os vetores  $\boldsymbol{\alpha}$  e  $\boldsymbol{\delta}$  para o seguinte ciclo
56:     end for
57:     Armazenar  $\mathbf{t}_{sel}$ ,  $\mathbf{r}_{sel}$  e  $\mathbf{Q}_{sel}^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , para a seguinte iteração
58:   end while

```

10

Seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas transmissoras no sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador Block Diagonalization de duas fases é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas transmissoras é proposto. Em seguida, estratégias sub-ótimas, capazes de reduzir a complexidade computacional são apresentadas, baseadas na otimização não conjunta e na redução do espaço de busca. Os resultados numéricos apresentados incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelos algoritmos que implementam estas estratégias, com o objetivo de avaliar o compromisso desempenho-complexidade das propostas.

10.1

Modelagem da seleção de antenas transmissoras t com pré-codificador BD2

O pré-codificador BD2 com seleção de antenas transmissoras, $\mathbf{P}_{(t)BD2}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_r}$, é formado por dois filtros justapostos $\mathbf{P}_{(t)a}^k$ e $\mathbf{P}_{(t)b}^k$, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(t)BD2}^k = \mathbf{P}_{(t)a}^k \mathbf{P}_{(t)b}^k. \quad (10-1)$$

O filtro $\mathbf{P}_{(t)a}^k$ é baseado na matriz que projeta no espaço nulo as interferências, construída a partir da decomposição SVD

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(t)} = \mathbf{U}_{k(t)} \Sigma_{k(t)} \left[\mathbf{V}_{k(t)}^{(1)} \mathbf{V}_{k(t)}^{(0)} \right]^H \quad (10-2)$$

sendo,

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1(t)}^H & \mathbf{H}_{2(t)}^H & \dots & \mathbf{H}_{k-1(t)}^H & \mathbf{H}_{k+1(t)}^H & \dots & \mathbf{H}_{K(t)}^H \end{bmatrix}^H, \quad (10-3)$$

obedecendo à restrição de dimensionalidade $N_{ta} > (K-1)N_r$, $\mathbf{P}_{(t)a}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_{ta} - (K-1)N_r}$, é formada a partir de $\mathbf{V}_{k(t)}^{(0)}$ em sua integralidade, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(t)a}^k = \mathbf{V}_{k(t)}^{(0)}. \quad (10-4)$$

O desacoplamento do vetor de informação do usuário k dos demais interferentes resulta na matriz $\mathbf{H}_{k(t)}' \in \mathbb{C}^{N_r \times N_{ta} - (K-1)N_r}$ dada por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{t})}' = \mathbf{H}_{k(\mathbf{t})} \mathbf{P}_{(\mathbf{t})_a}^k. \quad (10-5)$$

A segunda fase, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})_b}^k$, é construída a partir da matriz de vetores singulares à direita da SVD da matriz $\mathbf{H}_{k(\mathbf{t})}'$, dada por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{t})}' = \mathbf{U}_{k(\mathbf{t})}' \mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{t})}' \mathbf{V}_{k(\mathbf{t})}'^H. \quad (10-6)$$

Desta maneira $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})_b}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta}-(K-1)N_r \times N_r}$, é composto pelas N_r colunas de $\mathbf{V}_{k(\mathbf{t})}' \in \mathbb{C}^{N_{ta}-(K-1)N_r \times N_{ta}-(K-1)N_r}$ associadas aos valores singulares não nulos de $\mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{t})}'$.

O sinal recebido no usuário k é expresso como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{(\mathbf{t})}^k &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{H}_{k(\mathbf{t})} \mathbf{P}_{(\mathbf{t})_{BD2}}^k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_{k(\mathbf{t})}^{BD2} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_k, \end{aligned} \quad (10-7)$$

onde a matriz $\mathbf{J}_{k(\mathbf{t})}^{BD2} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ é dada por

$$\mathbf{J}_{k(\mathbf{t})}^{BD2} = \mathbf{U}_{k(\mathbf{t})}' \mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{t})}', \quad (10-8)$$

sendo $\mathbf{U}_{k(\mathbf{t})}' \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ unitária e sendo que $\gamma = KN_{ibp}$, definida em (2-22).

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

Analogamente a (5-14), para o pré-codificador $\mathbf{P}_{(\mathbf{t})_{BD2}}^k$ a $SNR_{r,bit}^k$ é dado como

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{N_{ibp}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{t})}^T \bar{\mathbf{q}}^k SNR_{bit}. \quad (10-9)$$

sendo

$$\mathbf{v}_{k(\mathbf{t})} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{t})}' \right)^2 \right) = \left[\lambda_{(\mathbf{t})_1}^k \quad \lambda_{(\mathbf{t})_2}^k \quad \dots \quad \lambda_{(\mathbf{t})_{N_r}}^k \right]^T. \quad (10-10)$$

10.2

Seleção de antenas transmissoras \mathbf{t} e matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 5.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas transmissoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que maximizar $\varphi_{(\mathbf{t})}$, dado como

$$\varphi_{(\mathbf{t})} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t})}^T \bar{\mathbf{q}}^m. \quad (10-11)$$

Enquanto em um sistema MU-MIMO com GPSM, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar

a seleção de antenas transmissoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e da matriz de antenas transmissoras ativas, na expressão de $\varphi(\mathbf{t})$ em (10-11), exige a otimização conjunta de \mathbf{t} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

10.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{T} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-3), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ e \mathbf{t} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{t}_{sel} = \arg \max_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{t} \in \mathcal{T}}} \varphi(\mathbf{t}). \quad (10-12)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (10-11) para cada seleção de antenas transmissoras ativas $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$. Para a suposta seleção \mathbf{t}_i , o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_i(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad (10-13)$$

com $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}$ dado em (10-10) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$. Os K índices $l_i(k)$ das matrizes de codificação em (10-13) são considerados no cálculo de $\varphi(\mathbf{t})$ para a suposta \mathbf{t}_i , $\varphi_{i(\mathbf{t}_i)}$:

$$\varphi_{i(\mathbf{t}_i)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m)). \quad (10-14)$$

A minimização conjunta de (10-12) é efetuada, resultando na seleção de antenas transmissoras otimizadas, \mathbf{t}_{sel} , dada por

$$\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}, \quad (10-15)$$

onde o índice i_* é obtido pela escolha do máximo $\varphi(\mathbf{t})$ entre os S_{Tx} calculados em (10-14) como

$$i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \varphi_{i(\mathbf{t}_i)}. \quad (10-16)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(k)} \quad (10-17)$$

onde o índice $l_{i_*}(k)$ foi previamente calculado em (10-13).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 11. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 10.1.

Algoritmo 11 Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

Dados $K, L, S_{Tx}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}), k = 1, 2, \dots, K \forall \mathbf{t} \in \mathcal{T}$
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $S_{Tx}$  do
2:   for  $n = 1$  to  $K$  do
3:     Calcular o vetor  $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i)}$  dado  $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$ 
4:      $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i)} = \mathbf{d} \left( \left( \Sigma'_{n(\mathbf{t}_i)} \right)^2 \right)$ 
5:     Pre-seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dado  $\mathbf{t}_i$ 
6:      $l_i(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
7:     Armazenar  $l_i(n)$ 
8:   end for
9:   Calcular  $\varphi_{(\mathbf{t}_i)}$  dado  $\mathbf{t}_i$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_i(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
10:   $\varphi_{i(\mathbf{t}_i)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m))$ 
11: end for
12: Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in \mathcal{T}$ 
13:  $i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \varphi_{i(\mathbf{t}_i)}$ 
14:  $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$ 
15: for  $n = 1$  to  $K$  do
16:    $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$ 
17: end for

```

10.2.2

Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} com relaxamento de otimização

A seleção sub-ótima de antenas transmissoras ativas e da matriz de codificação IBP relaxa o problema de otimização em (10-12), transformando-o em K otimizações de matriz IBP dos usuários realizadas subsequentes à otimização do vetor de seleção de antenas transmissoras. Com isto, objetiva-se a redução da complexidade computacional ao custo de alguma perda de desempenho de detecção.

A seleção com relaxamento da otimização é apresentada no Algoritmo 12. A seleção das N_{ta} antenas transmissoras e das K matrizes de codificação IBP é realizada separadamente; primeiro é selecionado o vetor \mathbf{t} para em seguida realizar-se a seleção de \mathbf{Q}^k de cada usuário. A seleção de \mathbf{t} é conduzida por meio da maximização de $\varphi_{(\mathbf{t})}$ em (10-11). A influência das matrizes IBP nesta otimização é removida atribuindo-se $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{1}_{N_r}$. Esta designação equivale a assumir o uso de uma matriz \mathbf{Q} hipotética com apenas 1 combinação IBP em que todas as N_r posições são transportadoras de informação, ou equivalentemente, um sistema MU-MIMO convencional, sem GPSM. Assim, a seleção de \mathbf{t}_{sel} é dada por

$$\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}, \quad (10-18)$$

onde

$$i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{N_r}. \quad (10-19)$$

Tabela 10.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}$ em (10-10) por i e k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\boldsymbol{\Sigma}_{k(\mathbf{t}_i)}'\right)^2$	$(N_r)^2$
F2 - Cálculo de $l_i(k)$ em (10-13) por k e i e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P3	$\arg \max(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K \text{ (P1 + P2 + P3)}$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{i(\mathbf{t}_i)}$ em (10-14) por i		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_i(k))$	$2N_r - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K \text{ P4 + P5}$	
F4 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} em (10-15) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T3	$S_{Tx} \text{ (T1 + T2)}$	
T4	$\arg \max(S_{Tx}\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} - 1)$
TOTAL		T3 + T4

Definido o vetor \mathbf{t}_{sel} , a seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_*(k)}, \quad (10-20)$$

onde

$$l_*(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (10-21)$$

com $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_{sel})}$ dado em (10-10) quando \mathbf{t}_{sel} é implementada e $\bar{\mathbf{q}}(l)$ dado em (2-9).

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo para o Algoritmo 12 é apresentado na Tabela 10.2.

Na Figura 10.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro de bit quando a seleção de antenas transmissoras com GPSM no sistema MU-MIMO conjunta e relaxada de acordo com os algoritmos 11 e 12 apresentados, para a configuração do sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ibp}), K\} = \{(14, 12), (4, 2), 2\}$. Como apresentado na Tabela 10.3, os números totais de somas e multiplicações realizadas para a seleção conjunta e relaxada são 27.344 e 4.027, respectivamente. Pode-se observar a coincidência das curvas correspondentes à seleção ótima conjunta e relaxada. Desta forma, conclui-se que a implementação da seleção relaxada é vantajosa uma vez que alcança desempenho bastante próximo com menor custo computacional. Para a configuração apresentada, são realizadas 85, 27% menos somas e multiplicações

Algoritmo 12 Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

Dados $N_r, K, L, S_{Tx}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}), k = 1, 2, \dots, K, \forall \mathbf{t} \in \mathcal{T}$
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: **for** $i = 1$ **to** S_{Tx} **do**
- 2: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 3: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i)}$ dado $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$
- 4: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_i)} \right)^2 \right)$
- 5: **end for**
- 6: **end for**
- 7: Seleção do índice de \mathbf{t}
- 8: $i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\}} \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{N_r}$
- 9: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$
- 10: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 11: Seleção do índice de $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$
- 12: $l_*(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 13: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_*(n)}$
- 14: **end for**

ao implementar a seleção relaxada. Curvas de BER para o sistema GPSM com a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$ com e sem seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} sem seleção de antenas transmissoras são também apresentadas na Figura 10.1. Comparando-se o desempenho entre o sistema com seleção de \mathbf{Q} baseado na maximização da razão sinal-ruído na recepção $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE, e o sistema com seleção de antenas transmissoras e matriz de codificação IBP \mathbf{Q} , tanto a seleção ótima conjunta como a relaxada, observa-se um ganho de 1 dB.

10.3

Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} com redução do espaço de busca

De forma análoga à seleção apresentada na Seção 7.3, o algoritmo ITES realiza uma busca não exaustiva na seleção ótima conjunta e relaxada de antenas transmissoras. Nesta seção é apresentado o algoritmo ITES para o critério de seleção proposto na Seção 10.2 que maximiza a $SNR_{r,bit}^k$ quando o pré-codificador BD2 é implementado. Nos algoritmos 13 e 14 são descritos o método de seleção ótima conjunta e relaxada, respectivamente.

Os algoritmos 13 e 14 são inicializados com \mathbf{t}_0 , selecionado aleatoriamente de \mathcal{T} , que atribui valor provisório ao vetor otimizado \mathbf{t}_{sel} . Para \mathbf{t}_0 é calculado $\varphi_0(\mathbf{t}_0)$ e realizada a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k indicada pelo índice $l_0(n)$.

Nos algoritmos 13 e 14, são gerados os vetores $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\delta}$. Os elementos do vetor $\boldsymbol{\alpha}$ são os índices de \mathbf{t}_{sel} das antenas ativas e os elementos de $\boldsymbol{\delta}$ são

Tabela 10.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}$ em (10-10) para todo i e k		
Passo	Operação	Flops
T1	$\left(\Sigma_{k(\mathbf{t}_i)}'\right)^2$	$S_{Tx}K(N_r)^2$
F2 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} em (10-18) e (10-19)		
P1	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{N_r}$	$2N_r - 1$
P2	$\sum_k m_k$	$K - 1$
P3	$\arg \max(S_{Tx}\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx} - 1)$
T2	$S_{Tx}(P1 + P2) + P3$	
F3 - Determinação de \mathbf{Q}_{sel}^k por k em (10-20) e (10-21)		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_{sel})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P5	$\arg \max(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T3	$K (P4 + P5)$	
TOTAL	T1 + T2 + T3	

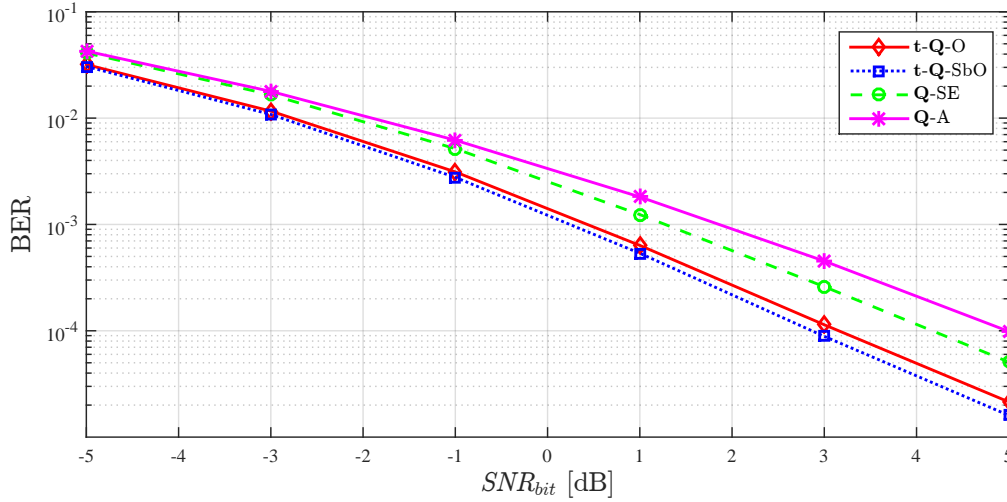


Figura 10.1: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, \mathbf{t} - \mathbf{Q} -O, seleção relaxada da otimização, \mathbf{t} - \mathbf{Q} -SbO, e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas usando pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, \mathbf{Q} -SE.

os índices de \mathbf{t}_{sel} das antenas inativas. Os algoritmos geram novos possíveis \mathbf{t} mudando, entre iterações consecutivas, a posição de uma antena ativa de forma independente. Desta maneira, obtém-se $N_d = N_t - N_{ta}$ novos possíveis \mathbf{t} ordenados no conjunto Ω_j . Ou seja, cada elemento $\mathbf{t}_i = \mathbf{t}^{\alpha_j \rightarrow \delta_i}$ do conjunto Ω_j

Tabela 10.3: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.

Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops
P1	16		
P2	105		
P3	21		
T1	284	T1	2.912
P4	7	P1	7
P5	1	P2	1
		P3	135
T2	15	T2	863
		P4	105
		P5	21
T3	27.209	T3	252
T4	135		
TOTAL	27.344		4.027

é gerado desativando a j -ésima antena e ativando a i -ésima. Dentre os novos possíveis $\mathbf{t} \in \Omega_j$ será selecionado aquele que resulte num melhor valor para $\varphi(\mathbf{t})$ e dependente dele é realizada a seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}^k .

Um ciclo é definido como os N_d testes de $\mathbf{t}_i \in \Omega_j$ e uma iteração como as testes de todos os N_{ta} conjuntos Ω_j . Logo, cada iteração faz $N_{ta} \times N_d$ testes de \mathbf{t} . Os algoritmos são encerrados quando não encontram um valor maior para $\varphi(\mathbf{t})$, ou seja quando duas iterações retornam a mesmo valor de $\varphi(\mathbf{t})$.

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo dos algoritmos 13 e 14 são apresentados na Tabela 10.4 e 10.5, respectivamente.

Na Figura 10.2 são apresentados os desempenhos em termos de BER para a configuração $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta e relaxada, ambas pelo algoritmo ITES e espaço de busca completo. As médias das iterações requeridas pelo algoritmo ITES ao longo das 1.000 realizações de canal são 3,84 e 3,95 na seleção ótima e relaxada, respectivamente. A redução do espaço de busca obtido pelo ITES pode ser contabilizada. Na configuração empregada, o número médio de hipóteses testadas, para nosso exemplo é igual a $Itr \times N_{ta} \times N_d = 368,35$ para a seleção ótima conjunta e 379,10 para a seleção relaxada, comparada com o espaço de busca completo de $S_{Tx} = 125.970$ hipóteses a testar. A otimização pelo ITES indica uma perda de desempenho BER de 2,5 dB. Esta perda está compensada pela vantagem que o algoritmo ITES apresenta no número de somas e multiplicações realizadas (ver Tabelas

10.6). Em termos porcentuais, a maior diferença ocorre na seleção relaxada pelo ITES, em que são realizadas 99,93% menos somas e multiplicações do que na seleção conjunta com espaço de busca completo (ver Tabela 10.7).

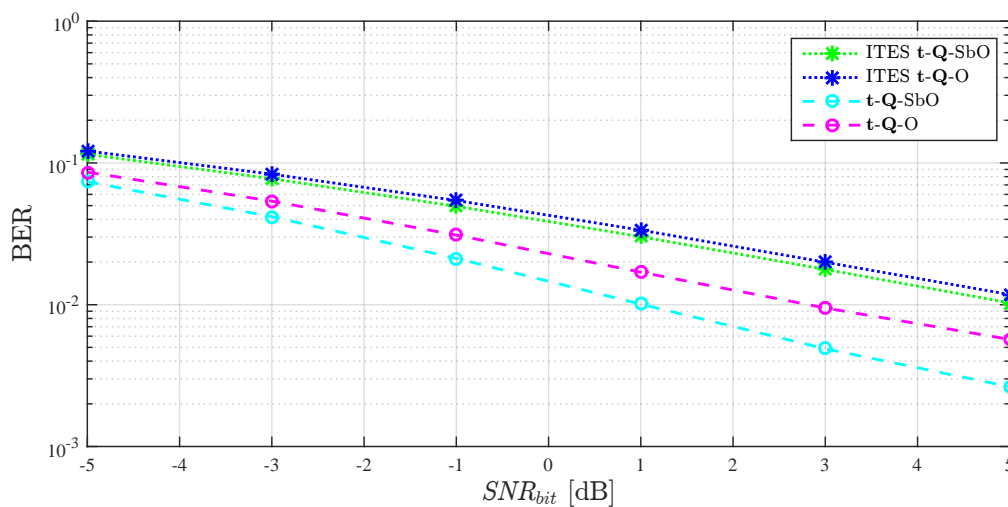


Figura 10.2: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão com GPSM e MU-MIMO usando pré-codificador BD2 para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta e relaxada pelo ITES, ITES-t-Q-O, ITES-t-Q-SbO e com seleção conjunta e relaxada com espaço de busca completo, t-Q-O, t-Q-SbO.

Algoritmo 13 Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.

Dados $N_r, K, L, S_{Tx}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}), k = 1, 2, \dots, K, \forall \mathbf{t} \in \mathcal{T}$
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
- 3: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 4: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t})}$ dado $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 5: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_0)} \right)^2 \right)$
- 6: $l_0(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 7: **end for**
- 8: Calcular $\varphi_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_0 e $\bar{\mathbf{q}}(l_0(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 9: $\varphi_{0(\mathbf{t}_0)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(m))$
- 10: $\varphi_{in(\mathbf{t})} = \varphi_{0(\mathbf{t}_0)}$
- 11: $\varphi_{out(\mathbf{t})} = \infty^-$
- 12: $\alpha \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
- 13: $\delta \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}
- 14: **while** $\varphi_{in(\mathbf{t})} > \varphi_{out(\mathbf{t})}$ **do**
- 15: $\varphi_{out(\mathbf{t})} = \varphi_{in(\mathbf{t})}$
- 16: **for** $j = 1$ **to** N_{ta} **do**
- 17: $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$
- 18: $\Omega_j = \left\{ \mathbf{t}_i = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_i \rightarrow \delta_j} \right\}_{i=1}^{N_d}$
- 19: **for** $d = 1$ **to** N_d **do**
- 20: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 21: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t})}$ dado $\mathbf{t}_d \in \Omega_j$
- 22: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_d)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_d)} \right)^2 \right)$
- 23: $l_d(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 24: **end for**
- 25: Calcular $\varphi_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_d e $\bar{\mathbf{q}}(l_d(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 26: $\varphi_{d(\mathbf{t}_d)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_d)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_d(m))$
- 27: **end for**
- 28: $i_* = \max_{i \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \varphi_i(\mathbf{t}_i)$
- 29: **if** $\varphi_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*}) > \varphi_{in(\mathbf{t})}$ **then**
- 30: $\varphi_{in(\mathbf{t})} = \varphi_{i_*}(\mathbf{t})$
- 31: Seleção de $\mathbf{t} \in \Omega_j$
- 32: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$
- 33: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 34: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$
- 35: **end for**
- 36: **else**
- 37: **end if**
- 38: Atualizar os vetores α e δ para o seguinte ciclo
- 39: **end for**
- 40: Armazenar \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$, para a seguinte iteração
- 41: **end while**

Algoritmo 14 Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.

Dados $N_r, K, L, S_{Tx}, \mathcal{T}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}), k = 1, 2, \dots, K, \forall \mathbf{t} \in \mathcal{T}$
Resultado \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
- 3: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 4: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t})}$ dado $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
- 5: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_0)} \right)^2 \right)$
- 6: $l_0(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 7: **end for**
- 8: Calcular $\varphi_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_0 e $\bar{\mathbf{q}}(l_0(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 9: $\varphi_{0(\mathbf{t}_0)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(m))$
- 10: $\varphi_{in(\mathbf{t})} = \varphi_{0(\mathbf{t}_0)}$
- 11: $\varphi_{out(\mathbf{t})} = \infty^-$
- 12: $\alpha \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
- 13: $\delta \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}
- 14: **while** $\varphi_{in(\mathbf{t})} > \varphi_{out(\mathbf{t})}$ **do**
- 15: $\varphi_{out(\mathbf{t})} = \varphi_{in(\mathbf{t})}$
- 16: **for** $j = 1$ **to** N_{ta} **do**
- 17: $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$
- 18: $\Omega_j = \left\{ \mathbf{t}_i = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_i \rightarrow \delta_j} \right\}_{i=1}^{N_d}$
- 19: **for** $d = 1$ **to** N_d **do**
- 20: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 21: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t})}$ dado $\mathbf{t}_d \in \Omega_j$
- 22: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_d)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_d)} \right)^2 \right)$
- 23: **end for**
- 24: **end for**
- 25: Seleção do índice de \mathbf{t}
- 26: $i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i)}^T \mathbf{1}_{N_r}$
- 27: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 28: $l_*(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 29: **end for**
- 30: Calcular $\varphi_{(\mathbf{t})}$ dado \mathbf{t}_{i_*} e $\bar{\mathbf{q}}(l_*(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 31: $\varphi_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*}) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_*(m))$
- 32: **if** $\varphi_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*}) > \varphi_{in(\mathbf{t})}$ **then**
- 33: $\varphi_{in(\mathbf{t})} = \varphi_{i_*}(\mathbf{t}_{i_*})$
- 34: Seleção de $\mathbf{t} \in \Omega_j$
- 35: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$
- 36: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 37: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_*(n)}$
- 38: **end for**
- 39: **else**
- 40: **end if**
- 41: Atualizar os vetores α e δ para o seguinte ciclo
- 42: **end for**
- 43: Armazenar \mathbf{t}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$, para a seguinte iteração
- 44: **end while**

Tabela 10.4: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}$ em (10-10) por k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\boldsymbol{\Sigma}'_k(\mathbf{t}_0)\right)^2$	$(N_r)^2$
F2 - Cálculo de $l_0(k)$ em (10-13) por k e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P3	$\arg \max(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K (P1 + P2 + P3)$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{0(\mathbf{t}_0)}$ em (10-14) para \mathbf{t}_0		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_0(k))$	$2N_r - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K P4 + P5$	
F4 - Cálculo de N_d		
T3	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
F5 - Cálculo de $\mathbf{v}_{(\mathbf{t}_d)}$ em (10-10) por d		
P6	$\left(\boldsymbol{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}_d)}\right)^2$	$(N_r)^2$
F6 - Cálculo de $l_d(k)$ em (10-13) por k e para todos l		
P7	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P8	$\arg \max(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T4	$K (P6 + P7 + P8)$	
F7 - Cálculo de $\varphi_{d(\mathbf{t}_d)}$ em (10-14) por d		
P9	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_d(k))$	$2N_r - 1$
P10	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T5	$K P9 + P10$	
Determinação o índice i_* em (10-16) cálculo de F5, F6 e F7 para todos d		
T6	$N_d (T4 + T5)$	
T7	$\arg \max(N_d - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
TOTAL	$T1 + T2 + T3 + (Itr \times N_{ta}) (T6 + T7)$	

Tabela 10.5: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção relaxada de \mathbf{t} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}$ em (10-10) por k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\boldsymbol{\Sigma}_{k(\mathbf{t}_0)}'\right)^2$	$(N_r)^2$
F2 - Cálculo de $l_0(k)$ em (10-13) por k e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P3	$\arg \max(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K (P1 + P2 + P3)$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{0(\mathbf{t}_0)}$ em (10-14) para \mathbf{t}_0		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_0(k))$	$2N_r - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K P4 + P5$	
F4 - Cálculo de N_d		
T3	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
F5 - Cálculo de $\mathbf{v}_{(\mathbf{t}_d)}$ em (10-10)		
P6	$\left(\boldsymbol{\Sigma}_{k(\mathbf{t}_d)}'\right)^2$	$N_d K (N_r)^2$
F6 - Determinação o índice i_* em (10-19) para todos d		
P7	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d)}^T \mathbf{1}_{N_r}$	$N_d(2K N_r - 1)$
P8	$\arg \max(N_d - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
T4	$P6 + P7 + P8$	
F7 - Cálculo de $l_*(k)$ em (10-21) por k e para todos l		
P9	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_r - 1)$
P10	$\arg \max(L - \text{length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T5	$K (P9 + P10)$	
F8 - Cálculo de $\varphi_{i_*(\mathbf{t}_{i_*})}$ em (10-14)		
P11	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_{i_*})}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{i_*}(k))$	$2N_r - 1$
P12	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T6	$K P11 + P12$	
TOTAL $T1 + T2 + T3 + (Itr \times N_{ta}) (T4 + T5 + T6)$		

Tabela 10.6: Número de somas e multiplicações realizadas /Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.

Espaço de busca completo				Algoritmo ITES			
Conjunta		Relaxada		Conjunta		Relaxada	
Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops	Passo	Flops
P1	16			P1	16	P1	16
P2	105			P2	105	P2	105
P3	21			P3	21	P3	21
T1	284	T1	4,031,040	T1	284	T1	284
P4	7	P1	7	P4	7	P4	7
P5	1	P2	1	P5	1	P5	1
		P3	188.953,5				
T2	15	T2	1.196.713,5	T2	15	T2	15
		P4	105				
		P5	21				
T3	37.668.030	T3	252	T3	1	T3	1
				P6	16	P6	384
				P7	105	P7	180
				P8	21	P8	16,5
T4	188.953,5			T4	284	T4	580,5
				P9	7	P9	105
				P10	1	P10	21
				T5	15	T5	252
						P11	7
						P12	1
				T6	3.588	T6	15
				T7	16,5		
TOTAL	37.853.983,5		5.228.005,5		110.943,72		27.074,22

Tabela 10.7: Redução do número de somas e multiplicações realizadas (em porcentagem) / Seleção de \mathbf{t} e \mathbf{Q} para $\{(20, 8), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.

Comparação	%
Espaço de busca completo, Relaxada vs Conjunta	86, 19%
ITES, Conjunta vs Conjunta	75, 60%
Conjunta e ITES vs Conjunta e espaço de busca completo	99, 71%
Conjunta e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	99, 88%
Relaxada e ITES vs Conjunta e espaço de busca completo	99, 93%
Relaxada e ITES vs Relaxada e espaço de busca completo	99, 50%

11

Seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador Block Diagonalization de duas fases é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas receptoras é proposta. A estratégia de seleção exige a notificação ao receptor de cada usuário tanto do subconjunto de antenas receptoras como da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} escolhida pela ERB para este usuário. Os resultados numéricos apresentados supõem que estas notificações são recebidas sem erro e incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelo algoritmo que implementa esta estratégia.

11.1

Modelagem da seleção de antenas receptoras \mathbf{r} com pré-codificador BD2

O pré-codificador BD2 com seleção de antenas receptoras, $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})BD2}^k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{ra}}$, é formado por dois filtros justapostos $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})a}^k$ e $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})b}^k$, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{r})BD2}^k = \mathbf{P}_{(\mathbf{r})a}^k \mathbf{P}_{(\mathbf{r})b}^k. \quad (11-1)$$

O filtro $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})a}^k$ é baseado na matriz que projeta no espaço nulo as interferências, construída a partir da decomposição SVD

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(\mathbf{r})} = \mathbf{U}_{k(\mathbf{r})} \Sigma_{k(\mathbf{r})} \left[\mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}^{(1)} \mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}^{(0)} \right]^H \quad (11-2)$$

sendo,

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(\mathbf{r})} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1(\mathbf{r}^1)}^H & \mathbf{H}_{2(\mathbf{r}^2)}^H & \dots & \mathbf{H}_{k-1(\mathbf{r}^{k-1})}^H & \mathbf{H}_{k+1(\mathbf{r}^{k+1})}^H & \dots & \mathbf{H}_{K(\mathbf{r}^K)}^H \end{bmatrix}^H, \quad (11-3)$$

obedecendo a restrição de dimensionalidade $N_t > (K-1)N_{ra}$, $\mathbf{P}_a^k(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t - (K-1)N_{ra}}$, é formada a partir de $\mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}^{(0)}$ em sua integralidade, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{r})a}^k = \mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}^{(0)}. \quad (11-4)$$

O desacoplamento do vetor de informação do usuário k dos demais interferentes resulta na matriz $\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})}' \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_t - (K-1)N_{ra}}$ dada por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})}' = \mathbf{H}_{k(\mathbf{r})} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})_a}^k. \quad (11-5)$$

A segunda fase, $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})_b}^k$, é construída a partir da matriz de vetores singulares à direita da SVD da matriz $\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})}'$, dadas por

$$\mathbf{H}_{k(\mathbf{r})}' = \mathbf{U}_{k(\mathbf{r})}' \mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{r})}' \mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}'^H. \quad (11-6)$$

Desta maneira $\mathbf{P}_{(\mathbf{r})_b}^k \in \mathbb{C}^{N_t - (K-1)N_{ra} \times N_{ra}}$, é composto pelas N_{ra} colunas de $\mathbf{V}_{k(\mathbf{r})}' \in \mathbb{C}^{N_t - (K-1)N_{ra} \times N_t - (K-1)N_{ra}}$ associadas aos valores singulares não nulos de $\mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{r})}'$.

O sinal recebido no usuário k é expresso como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{(\mathbf{r})}^k &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{H}_{k(\mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{r})_{BD2}}^k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)} \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_{k(\mathbf{r})}^{BD2} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \dot{\mathbf{s}}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}, \end{aligned} \quad (11-7)$$

onde a matriz $\mathbf{J}_{k(\mathbf{r})}^{BD2} \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_{ra}}$ é dada por

$$\mathbf{J}_{k(\mathbf{r})}^{BD2} = \mathbf{U}_{k(\mathbf{r})}' \mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{r})}', \quad (11-8)$$

sendo $\mathbf{U}_{k(\mathbf{r})}' \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_{ra}}$ unitária e sendo que $\gamma = KN_{ibp}$, definida em (2-22).

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

Analogamente a (5-14), para o pré-codificador $\mathbf{P}(\mathbf{r})_{BD2}$ a $SNR_{r,bit}^k$ é dado como

$$SNR_{r,bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{N_{ibp}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^k SNR_{bit}. \quad (11-9)$$

sendo

$$\mathbf{v}_{k(\mathbf{r})} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{r})}' \right)^2 \right) = \left[\lambda_{(\mathbf{r})_1}^k \quad \lambda_{(\mathbf{r})_2}^k \quad \dots \quad \lambda_{(\mathbf{r})_{N_{ra}}}^k \right]^T. \quad (11-10)$$

11.2

Seleção de antenas receptoras \mathbf{r} e matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 5.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro de bit do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas receptoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que maximizam $\varphi(\mathbf{r})$, dado como

$$\varphi(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^m. \quad (11-11)$$

Enquanto em um sistema MU-MIMO com GPSM, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar a

seleção de antenas receptoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e da matriz de antenas receptoras ativas, na expressão de $\varphi(\mathbf{r})$ em (11-11), exige a otimização conjunta de \mathbf{r} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

11.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{N_t, (N_r, N_{ta}, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-20), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$ e \mathbf{r} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{r}_{sel} = \arg \max_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}}} \varphi(\mathbf{r}). \quad (11-12)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (11-11) para cada seleção de antenas receptoras ativas $\mathbf{r}_i \in \mathcal{R}_{all}$. Para a suposta seleção \mathbf{r}_i , o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_i(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (11-13)$$

com $\mathbf{v}_{k(\mathbf{r}_i)}$ dado em (11-10) quando $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$. Os índices $l_i(k)$ das matrizes de codificação IBP em (11-13) são considerados no cálculo $\varphi(\mathbf{r})$ para a suposta \mathbf{r}_i , $\varphi_{i(\mathbf{r})}$:

$$\varphi_{i(\mathbf{r}_i)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m)). \quad (11-14)$$

A maximização conjunta de (11-12) é efetuada, resultando na seleção de antenas receptoras otimizadas, \mathbf{r}_{sel} , dada por

$$\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i_*}, \quad (11-15)$$

onde o índice i_* é obtido pela escolha do máximo $\varphi(\mathbf{r})$ entre os M_{all} calculados em (11-14) como

$$i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \varphi_{i(\mathbf{r}_i)}. \quad (11-16)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(k)}, \quad (11-17)$$

onde o índice $l_{i_*}(k)$ foi previamente calculado em (11-13).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 15. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 11.1.

Na Figura 11.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro de bit quando a seleção ótima conjunta de antenas receptoras com

GPSM no sistema MU-MIMO é implementada de acordo com o Algoritmo 15 apresentado, para a configuração do sistema de $\{N_t, (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\} = \{12, (6, 4, 2), 2\}$. Curvas de BER para o sistema GPSM sem seleção de antenas receptoras com a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$ com e sem seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} , são apresentadas na mesma figura. O principal ganho que pode ser observado da Figura 11.1 é de 2 dB aproximadamente entre o sistema GPSM MU-MIMO com seleção aleatória da matriz de codificação \mathbf{Q} -A e com a seleção ótima das antenas receptoras e da matriz de codificação IBP \mathbf{r} - \mathbf{Q} -O. O cálculo das somas e multiplicações realizadas é apresentado na Tabela 11.2.

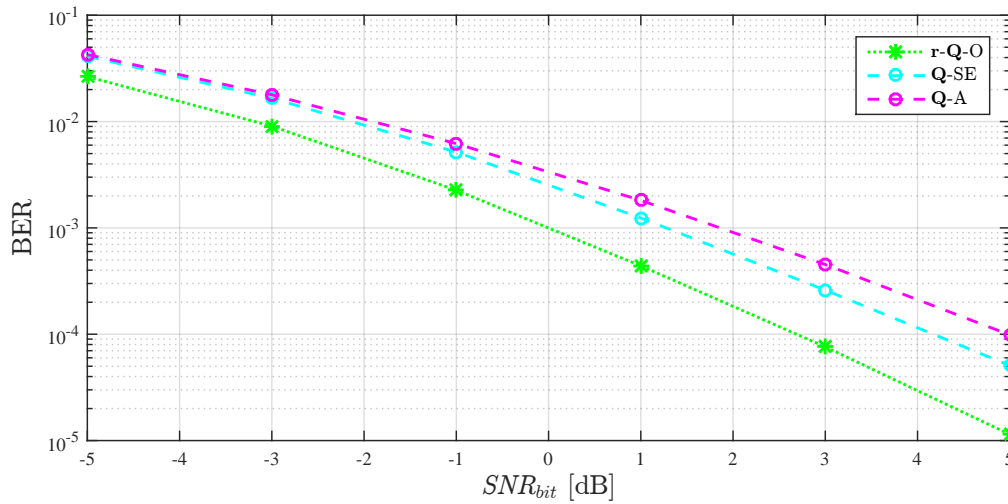


Figura 11.1: BER dos sistemas com seleção de antenas na recepção MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta, \mathbf{r} - \mathbf{Q} -O e dos sistemas MU-MIMO com GPSM usando pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, \mathbf{Q} -A e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$ \mathbf{Q} -SE.

Algoritmo 15 Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

Dados $K, L, M_{all}, \mathcal{R}_{all}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{r}), k = 1, 2, \dots, K \forall \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$
Resultados \mathbf{r}_{sel} e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

- 1: **for** $i = 1$ **to** M_{all} **do**
- 2: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 3: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{r})}$ dado $\mathbf{r}_i \in M_{all}$
- 4: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{r}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{r}_i)} \right)^2 \right)$
- 5: Pre-seleção do índice de $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$ dado \mathbf{r}_i
- 6: $l_i(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
- 7: Armazenar $l_i(n)$
- 8: **end for**
- 9: Calcular $\varphi_{(\mathbf{r})}$ dado \mathbf{r}_i e $\bar{\mathbf{q}}(l_i(k)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$
- 10: $\varphi_{i(\mathbf{r}_i)} = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_i(m))$
- 11: **end for**
- 12: Seleção do índice de $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$
- 13: $i_* = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \varphi_{i(\mathbf{r})}$
- 14: $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i_*}$
- 15: **for** $n = 1$ **to** K **do**
- 16: $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{i_*}(n)}$
- 17: **end for**

Tabela 11.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{r}_i)}$ em (11-10) por i e k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\boldsymbol{\Sigma}_{k(\mathbf{r}_i)}'\right)^2$	$(N_{ra})^2$
F2 - Cálculo de $l_i(k)$ em (11-13) por k e i e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P3	$\arg \max(L\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K \text{ (P1 + P2 + P3)}$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{i(\mathbf{r}_i)}$ em (11-14) por i		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{r}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_i(k))$	$2N_{ra} - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K \text{ P4 + P5}$	
F4 - Determinação de \mathbf{r}_{sel} em (11-15) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T3	$M_{all} \text{ (T1 + T2)}$	
T4	$\arg \max(M_{all}\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
TOTAL		T3 + T4

Tabela 11.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção \mathbf{r} e \mathbf{Q} para $\{12, (6, 4, 2), 2\}$, pré-codificador BD2.

Conjunta	
Passo	Flops
P1	16
P2	105
P3	21
T1	284
P4	7
P5	1
T2	15
T3	67.255
T4	336
TOTAL	67.591

Seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2

O presente capítulo apresenta a seleção de antenas transmissoras e receptoras no sistema MU-MIMO com GPSM quando o pré-codificador Block Diagonalization de duas fases é implementado. Uma estratégia ótima de seleção conjunta da matriz de codificação IBP e das antenas transmissoras e receptoras é proposta. Em seguida, estratégias sub-ótimas, capazes de reduzir a complexidade computacional são apresentadas, baseadas na redução do espaço de busca. Ressalte-se mais uma vez que ambas estratégias de seleção exigem a notificação tanto dos subconjuntos de antenas receptoras como de a matriz de codificação IBP \mathbf{Q} escolhidas pela ERB para cada usuário. Os resultados numéricos apresentados admitem que estas notificações são recebidas sem error e incluem curvas de desempenho de detecção do sinal e cálculo do número de operações requeridas pelos algoritmos que implementam estas estratégias, com o objetivo de avaliar o compromisso desempenho-complexidade das propostas.

12.1

Modelagem da seleção de antenas transmissoras \mathbf{t} e receptoras \mathbf{r} com pré-codificador BD2

O pré-codificador BD2 com seleção de antenas transmissoras e receptoras, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}) BD2}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_{ra}}$, é formado por dois filtros justapostos $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k$ e $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_b}^k$, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r}) BD2}^k = \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_b}^k \quad (12-1)$$

O filtro $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k$ é baseada na matriz que projeta no espaço nulo as interferências, construída a partir da decomposição SVD

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{U}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{\Sigma}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \left[\mathbf{V}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{(1)} \mathbf{V}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{(0)} \right]^H \quad (12-2)$$

sendo,

$$\tilde{\mathbf{H}}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \left[\mathbf{H}_{1(\mathbf{t}, \mathbf{r}^1)}^H \quad \mathbf{H}_{2(\mathbf{t}, \mathbf{r}^2)}^H \quad \dots \quad \mathbf{H}_{k-1(\mathbf{t}, \mathbf{r}^{k-1})}^H \quad \mathbf{H}_{k+1(\mathbf{t}, \mathbf{r}^{k+1})}^H \quad \dots \quad \mathbf{H}_{K(\mathbf{t}, \mathbf{r}^K)}^H \right]^H, \quad (12-3)$$

obedecendo a restrição de dimensionalidade $N_{ta} > (K - 1)N_{ra}$, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} \times N_{ta} - (K-1)N_{ra}}$, é formada a partir de $\mathbf{V}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{(0)}$ em sua integridade, ou seja:

$$\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k = \mathbf{V}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{(0)}. \quad (12-4)$$

O desacoplamento do vetor de informação do usuário k dos demais interferentes resulta na matriz $\mathbf{H}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_{ta} - (K-1)N_{ra}}$ dada por

$$\mathbf{H}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_a}^k. \quad (12-5)$$

A segunda fase, $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_b}^k$, é construída a partir da matriz de vetores singulares à direita da SVD da matriz $\mathbf{H}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$, dados pelo

$$\mathbf{H}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{U}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{V}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^H. \quad (12-6)$$

Desta maneira $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_b}^k \in \mathbb{C}^{N_{ta} - (K-1)N_{ra} \times N_{ra}}$, é composta pelas N_{ra} colunas de $\mathbf{V}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ta} - (K-1)N_{ra} \times N_{ta} - (K-1)N_{ra}}$ associadas aos valores singulares não nulos de $\mathbf{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$.

O sinal recebido no usuário k é expresso como:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^k &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{H}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r}^k)} \mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_{BD2}}^k \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)} \\ &= \sqrt{E_T \frac{\varepsilon_k}{\gamma}} \mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{BD2} \mathbf{D}(\mathbf{q}^k) \mathbf{s}^k + \mathbf{n}_{k(\mathbf{r}^k)}, \end{aligned} \quad (12-7)$$

onde a matriz $\mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{BD2} \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_{ra}}$ é dada por

$$\mathbf{J}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^{BD2} = \mathbf{U}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \mathbf{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}, \quad (12-8)$$

sendo $\mathbf{U}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \in \mathbb{C}^{N_{ra} \times N_{ra}}$ unitária e sendo que $\gamma = KN_{ibp}$, definida em (2-22).

Razão sinal-ruído na recepção por usuário

Analogamente a (5-14), para o pré-codificador $\mathbf{P}_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_{BD2}}^k$ a $SNR_{r, bit}^k$ é dada como

$$SNR_{r, bit}^k = \frac{\varepsilon_k}{N_{ibp}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^k SNR_{bit}. \quad (12-9)$$

sendo

$$\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \mathbf{d} \left(\left(\mathbf{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})} \right)^2 \right) = \left[\lambda_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_1}^k \quad \lambda_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_2}^k \quad \cdots \quad \lambda_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})_{N_{ra}}}^k \right]^T. \quad (12-10)$$

12.2

Seleção de antenas transmissoras \mathbf{t} , receptoras \mathbf{r} e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}

De forma análoga ao apresentado na Seção 5.3.1, ao considerar uma distribuição de energia fixa entre os usuários, a probabilidade de erro de bit do detector ótimo de um usuário é minimizada ao selecionar a matriz de codificação IBP e as antenas transmissoras e receptoras ativas que maximizam a razão sinal-ruído na recepção por bit do usuário, ou, equivalentemente, que maximizam $\varphi_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$, dado como

$$\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r}) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}, \mathbf{r})}^T \bar{\mathbf{q}}^m. \quad (12-11)$$

Enquanto em um sistema MU-MIMO com GPSM, a otimização de matrizes codificadoras IBP era independente por usuário, ao se considerar a seleção de antenas transmissoras, a dependência entre o vetor médio da matriz de codificação IBP dos usuários e da matriz de antenas transmissoras e receptoras ativas, na expressão de $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ em (10-11), exige a otimização conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e $\bar{\mathbf{q}}^m$, $m = 1, 2, \dots, K$.

12.2.1

Seleção ótima conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q}

Considere a configuração de sistema $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\}$ e os conjuntos \mathcal{T} , \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ em (6-3), (6-20), (2-7) e (2-9), respectivamente. Considere que os elementos $\mathbf{Q}(l) \in \mathcal{Q}$, $\text{car}(\mathcal{Q}) = L$, estão associados univocamente aos elementos $\bar{\mathbf{q}}(l) \in \Psi$, $\text{car}(\Psi) = L'$, $L' \leq L$. O problema de otimização de $\{\mathbf{Q}^k\}_{k=1}^K$, \mathbf{t} e \mathbf{r} é dado por

$$\mathbf{Q}_{sel}^1, \mathbf{Q}_{sel}^2, \dots, \mathbf{Q}_{sel}^K, \mathbf{t}_{sel}, \mathbf{r}_{sel} = \arg \max_{\substack{\mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, \dots, \mathbf{Q}^K \in \mathcal{Q} \\ \mathbf{t} \in \mathcal{T} \\ \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}}} \varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r}). \quad (12-12)$$

A solução computacional implementada realiza o cálculo de (12-11) para cada seleção de antenas transmissoras e receptoras ativas, $\mathbf{t}_i \in \mathcal{T}$ e $\mathbf{r}_j \in \mathcal{R}_{all}$. Para a suposta seleção da dupla $(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$, o índice da matriz de codificação IBP associado ao k -ésimo usuário, $l_i(k)$, é dado por

$$l_{(i,j)}(k) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l), \quad (12-13)$$

com $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ em (12-10) quando $\mathbf{t} = \mathbf{t}_i$ e $\mathbf{r} = \mathbf{r}_j$. Os K índices $l_{(i,j)}(k)$ das matrizes de codificação IBP em (12-13) são considerados no cálculo de φ para a suposta \mathbf{t}_i e \mathbf{r}_j , $\varphi_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$:

$$\varphi_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m)). \quad (12-14)$$

A maximização conjunta de (12-12) é efetuada, resultando na seleção de antenas transmissoras e receptoras otimizadas, \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} , dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_{sel} &= \mathbf{t}_{i_*}, \\ \mathbf{r}_{sel} &= \mathbf{r}_{j_*}, \end{aligned} \quad (12-15)$$

onde a dupla (i_*, j_*) é obtida pela escolha do máximo $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ entre os $S_{Tx} \times M_{all}$ valores calculados em (12-14) como

$$(i_*, j_*) = \arg \max_{\substack{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\} \\ j \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}}} \varphi_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j). \quad (12-16)$$

A seleção para o usuário k da matriz de codificação IBP \mathbf{Q}_{sel}^k é dada por

$$\mathbf{Q}_{sel}^k = \mathbf{Q}_{l_{(i_*, j_*)}(k)}, \quad (12-17)$$

onde o índice $l_{(i_*, j_*)}(k)$ foi previamente calculado em (12-13).

O procedimento descrito é apresentado no Algoritmo 16. O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo do dito algoritmo é apresentado na Tabela 12.1.

Algoritmo 16 Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

Dados $K, L, S_{Tx}, M_{all}, \mathcal{T}, \mathcal{R}_{all}, \mathcal{Q}, \Psi$ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}, \mathbf{r}), k = 1, 2, \dots, K \forall \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}, \mathbf{t} \in \mathcal{T}$

Resultados $\mathbf{t}_{sel}, \mathbf{r}_{sel}$ e $\mathbf{Q}_{sel}^k, k = 1, 2, \dots, K$

```

1: for  $i = 1$  to  $S_{Tx}$  do
2:   for  $j = 1$  to  $M_{all}$  do
3:     for  $n = 1$  to  $K$  do
4:       Calcular o vetor  $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_i \in S_{Tx}$  e  $\mathbf{r}_j \in M_{all}$ 
5:        $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)} = \mathbf{d} \left( \left( \Sigma'_{n(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)} \right)^2 \right)$ 
6:       Pre-seleção do índice de  $\mathbf{Q}^n \in \mathcal{Q}$  dados  $\mathbf{t}_i$  e  $\mathbf{r}_j$ 
7:        $l_{(i,j)}(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
8:       Armazenar  $l_{(i,j)}(n)$ 
9:     end for
10:    Calcular  $\varphi_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dados  $\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j$  e  $\bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(n)) \in \Psi, k = 1, 2, \dots, K$ 
11:     $\varphi_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m))$ 
12:  end for
13: end for
14: Seleção do índice de  $\mathbf{t} \in S_{Tx}$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$ 
15:  $(i_*, j_*) = \arg \max_{\substack{i \in \{1, 2, \dots, S_{Tx}\} \\ j \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}}} \varphi_{(i,j)}(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)$ 
16:  $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{i_*}$ 
17:  $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{j_*}$ 
18: for  $n = 1$  to  $K$  do
19:    $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{(i_*, j_*)}(n)}$ 
20: end for
```

Na Figura 12.1 são apresentados os resultados de desempenho de taxa de erro de bit quando a seleção ótima conjunta de antenas transmissoras e receptoras com GPSM no sistema MU-MIMO é implementado de acordo com o Algoritmo 16 apresentado. A configuração do sistema implementado é $\{(N_t, N_{ta}), (N_r, N_{ra}, N_{ibp}), K\} = \{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$. Curvas de BER para o sistema GPSM sem seleção de antenas transmissoras e receptoras com a configuração $\{N_t, (N_r, N_{ibp}), K\} = \{12, (4, 2), 2\}$ com e sem seleção da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} são apresentadas na mesma figura. O principal

Tabela 12.1: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}$ em (12-10) por i, j e k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\boldsymbol{\Sigma}'_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}\right)^2$	$(N_{ra})^2$
F2 - Cálculo de $l_{(i,j)}(k)$ em (12-13) por i, j, k e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P3	$\arg \max(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K (P1 + P2 + P3)$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{(i,j)(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}$ em (12-14) por i e j		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_i, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(i,j)}(m))$	$2N_{ra} - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K P4 + P5$	
F4 - Determinação de \mathbf{t}_{sel} e \mathbf{r}_{sel} em (12-15) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i e j		
T3	$(S_{Tx}M_{all}) (T1 + T2)$	
T4	$\arg \max((S_{Tx}M_{all})\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(S_{Tx}M_{all} - 1)$
TOTAL		
		T3 + T4

ganho que pode ser observado da Figura 12.1 é de 3 dB aproximadamente entre o sistema GPSP MU-MIMO com seleção aleatória da matriz de codificação \mathbf{Q} -A e com a seleção ótima das antenas transmissoras e receptoras e da matriz de codificação IBP \mathbf{t} - \mathbf{r} - \mathbf{Q} -O. Uma comparação entre as figuras 11.1 e 12.1 indica que a inclusão da seleção de antenas transmissoras acrescentam 1 dB ao desempenho BER do sistema.

12.3

Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} com redução do espaço de busca

De forma análoga à seleção apresentada na Seção 10.3, na medida que é incrementado o número de antenas transmissoras N_t como a diferença com as cadeias de RF N_{ta} a procura do \mathbf{t}_{sel} torna-se mais complexa, assim o algoritmo ITES oferece uma solução factível reduzindo o campo de busca. Para o caso da seleção de antenas transmissoras e receptoras, considerando novamente que o campo de busca de \mathbf{t}_{sel} torna-se numa busca com uma quantidade muito grande de possibilidades fazendo com que os recursos computacionais disponíveis sejam insuficientes para realizar a dita busca. Com estas considerações é apresentado o algoritmo ITES para a seleção de antenas transmissoras e receptoras ativas e da matriz de codificação IBP \mathbf{Q} .

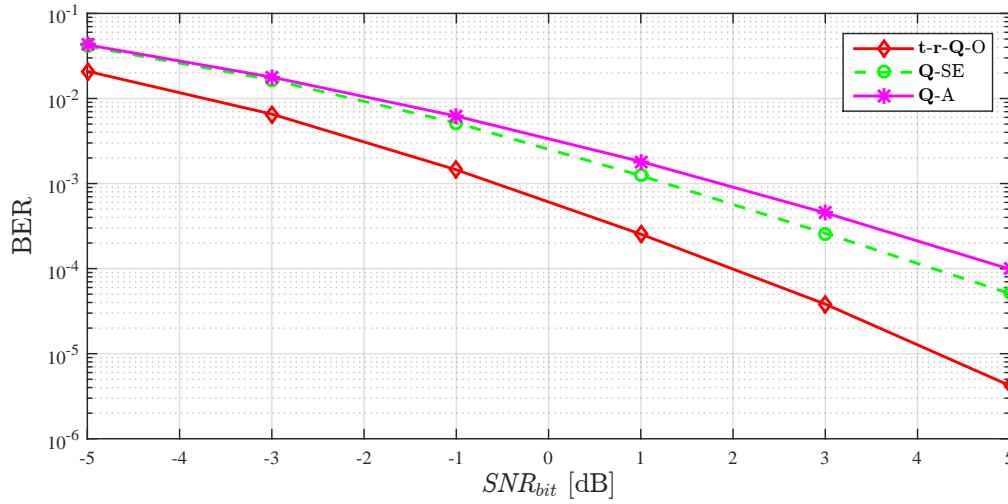


Figura 12.1: BER dos sistemas com seleção ótima conjunta de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{(14, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima **t-r-Q-O** e dos sistemas MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com **Q** aleatória, **Q-A** e **Q** selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, **Q-SE**.

No Algoritmo 17 é apresentada a seleção ótima conjunta de antenas transmissoras e receptoras ativas e da matriz de codificação IBP **Q** pelo algoritmo ITES. O algoritmo está dividido em duas partes, A e B. A parte A apresenta o início do algoritmo onde é definido o valor de $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ base para começar a busca e na parte B as iterações e ciclos de busca da dupla (\mathbf{t}, \mathbf{r}) que oferecerá um melhor valor de $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r})$. A seleção da dupla (\mathbf{t}, \mathbf{r}) foi definida na seção 12.2.1 de maneira ótima.

O número de somas e multiplicações realizadas passo a passo no Algoritmo 17 é apresentado na Tabela 12.3.

Na Figura 12.2 são apresentados o desempenho em termos de BER do sistema para a configuração $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ e seleção ótima pelo algoritmo ITES. A média das iterações requeridas pelo algoritmo ITES ao longo das 1.000 realizações de canal é 8,72 na seleção ótima conjunta. A redução no espaço de busca quando a seleção ótima pelo algoritmo ITES é realizada é igual a $Itr \times N_{ta} \times N_d = 837,12$, para nosso exemplo, comparada com o espaço de busca completo de $M_{all} \times S_{Tx} = 28.343.250$ hipóteses testadas. O desempenho em termos de BER para a seleção ótima com espaço de busca completo não pode ser obtido neste caso devido à limitação dos recursos computacionais (MatLab). Observe-se que a seleção pelo algoritmo ITES indica um ganho de desempenho em termos de BER de aproximadamente 3,5 dB quando comparado ao sistema. Em termos percentuais, a seleção ótima de antenas transmissoras e receptoras pelo algoritmo ITES resulta em 99,33% menos somas e multiplicações que na seleção ótima com espaço de busca

Tabela 12.2: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} , para $\{(14, 12), (4, 2), 2\}$ usando pré-codificador BD2.

Conjunta	
Passo	Flops
P1	16
P2	105
P3	21
T1	284
P4	7
P5	1
T2	15
T3	6.122.025
T4	30.711
TOTAL	6.152.736

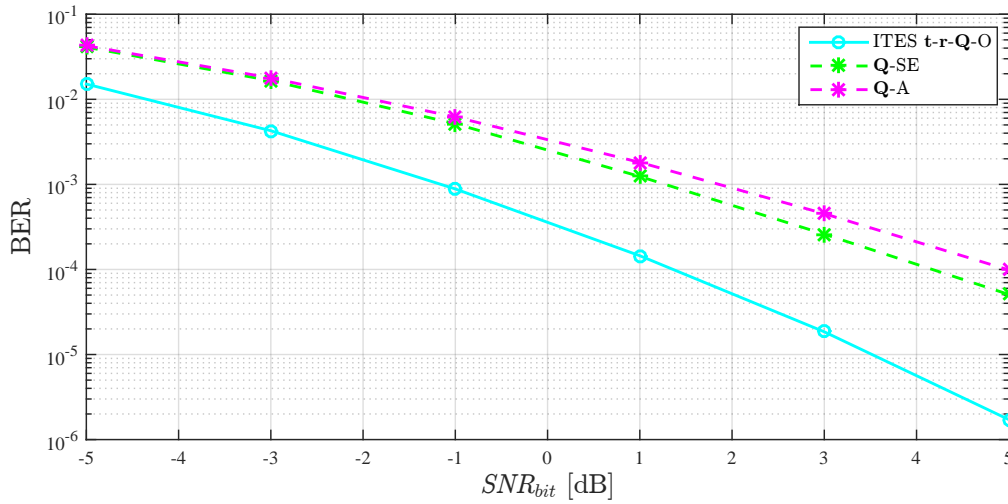


Figura 12.2: BER dos sistemas com seleção de antenas na transmissão e recepção MU-MIMO com GPSM com pré-codificador BD2 para $\{(20, 12), (6, 4, 2), 2\}$ com seleção ótima conjunta pelo ITES, ITES- $\mathbf{t-r-Q-O}$ e dos sistemas MU-MIMO com GPSM sem seleção de antenas com pré-codificador BD2 para $\{12, (4, 2), 2\}$ com \mathbf{Q} aleatória, $\mathbf{Q-A}$ e \mathbf{Q} selecionada pela maximização de $SNR_{r,bit}^k$, $\mathbf{Q-SE}$.

completo, fazendo com que a seleção conjunta pelo algoritmo ITES resulte mais factível. O cálculo da somas e multiplicações realizadas quando a seleção conjunta é realizada considerando o espaço de busca completo e o algoritmo ITES é apresentado na Tabela 12.4.

Algoritmo 17 Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2 - Parte A.

Dados N_t , N_{ta} , K , L , S_{Tx} , M_{all} \mathbf{H} , \mathcal{T} , \mathcal{R}_{all} , \mathcal{Q} , Ψ e $\Sigma'_k(\mathbf{t}, \mathbf{r})$, $k = 1, 2, \dots, K \forall \mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}, \mathbf{t} \in \mathcal{T}$

Resultados \mathbf{t}_{sel} , \mathbf{r}_{sel} e \mathbf{Q}_{sel}^k , $k = 1, 2, \dots, K$

- 1: Seleção aleatória de $\mathbf{t}_0 \in \mathcal{T}$
 - 2: $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_0$
 - 3: **for** $i = 1$ **to** M_{all} **do**
 - 4: **for** $n = 1$ **to** K **do**
 - 5: Calcular o vetor $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado $\mathbf{t}_0 \in S_{Tx}$ e $\mathbf{r}_i \in M_{all}$
 - 6: $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)} = \mathbf{d} \left(\left(\Sigma'_{n(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)} \right)^2 \right)$
 - 7: $l_{(0,i)}(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$
 - 8: **end for**
 - 9: Calcular $\varphi_{(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$ dado \mathbf{t}_0 , \mathbf{r}_i e $\bar{\mathbf{q}}(l_{(0,i)}(k)) \in \Psi$, $k = 1, 2, \dots, K$
 - 10: $\varphi_{(0,i)}(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(0,i)}(m))$
 - 11: **end for**
 - 12: $i(0) = \arg \max_{i \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \varphi_{(0,i)}(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)$
 - 13: $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{i(0)}$
 - 14: $\varphi_{in(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \varphi_{(0,i(0))}(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_{i(0)})$
 - 15: $\varphi_{out(\mathbf{t}, \mathbf{r})} = \infty^-$
 - 16: $\alpha \rightarrow$ índices das antenas ativas N_{ta} de \mathbf{t}_{sel}
 - 17: $\delta \rightarrow$ índices das antenas inativas $N_d = N_t - N_{ta}$ de \mathbf{t}_{sel}
-

Algoritmo 17 Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2 - Parte B.

```

18: while  $\varphi_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) > \varphi_{out}(\mathbf{t}, \mathbf{r})$  do
19:    $\varphi_{out}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) = \varphi_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ 
20:   for  $i = 1$  to  $N_{ta}$  do
21:      $\mathbf{t}_{al} = \mathbf{t}_{sel}$ 
22:      $\Omega_i = \left\{ \mathbf{t}_j = \mathbf{t}_{al}^{\alpha_i \rightarrow \delta_j} \right\}_{j=1}^{N_d}$ 
23:     for  $d = 1$  to  $N_d$  do
24:       for  $j = 1$  to  $M_{all}$  do
25:         for  $n = 1$  to  $K$  do
26:           Calcular o vetor  $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}, \mathbf{r})}$  dado  $\mathbf{t}_d \in S_{Tx}$  e  $\mathbf{r}_i \in M_{all}$ 
27:            $\mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_i)} = \mathbf{d} \left( \left( \Sigma'_{n(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_i)} \right)^2 \right)$ 
28:            $l_{(d,j)}(n) = \arg \max_{l \in \{1, 2, \dots, L\}} \mathbf{v}_{n(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l)$ 
29:         end for
30:         Calcular  $\varphi(\mathbf{t}, \mathbf{r})$  dado  $\mathbf{t}_d$ ,  $\mathbf{r}_j$  e
31:          $\bar{\mathbf{q}}(l_{(d,j)}(k)) \in \Psi$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ 
32:          $\varphi_{(d,j)}(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j) = \sum_{m=1}^K \mathbf{v}_{m(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \bar{\mathbf{q}}(l_{(d,j)}(m))$ 
33:       end for
34:        $z(d) = \arg \max_{z \in \{1, 2, \dots, M_{all}\}} \varphi(d, z)(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_z)$ 
35:     end for
36:      $d_* = \max_{d \in \{1, 2, \dots, N_d\}} \varphi(d, z(d))(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_{z(d)})$ 
37:      $z_* = z(d_*)$ 
38:     if  $\varphi_{(d_*, z_*)}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) > \varphi_{in}(\mathbf{t}_{d_*}, \mathbf{r}_{z_*})$  then
39:        $\varphi_{in}(\mathbf{t}, \mathbf{r}) = \varphi_{(d_*, z_*)}(\mathbf{t}, \mathbf{r})$ 
40:       Seleção de  $\mathbf{t} \in \Omega_i$  e  $\mathbf{r} \in \mathcal{R}_{all}$ 
41:        $\mathbf{t}_{sel} = \mathbf{t}_{d_*}$ 
42:        $\mathbf{r}_{sel} = \mathbf{r}_{z_*}$ 
43:       for  $n = 1$  to  $K$  do
44:          $\mathbf{Q}_{sel}^n = \mathbf{Q}_{l_{(d_*, z_*)}(n)}$ 
45:       end for
46:     else
47:     end if
48:     Atualizar os vetores  $\alpha$  e  $\delta$  para o seguinte ciclo
49:   end for
50:   Armazenar  $\mathbf{t}_{sel}$ ,  $\mathbf{r}_{sel}$  e  $\mathbf{Q}_{sel}^k$   $k = 1, 2, \dots, K$ , para a seguinte iteração
51: end while

```

Tabela 12.3: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção conjunta de \mathbf{t} , \mathbf{r} e \mathbf{Q} pelo algoritmo ITES, pré-codificador BD2.

F1 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_j)}$ em (12-10) por i, j e k		
Passo	Operação	Flops
P1	$\left(\Sigma_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_j)}'\right)^2$	$(N_{ra})^2$
F2 - Cálculo de $l_{(0, j)}(k)$ em (12-13) por k e i e para todos l		
P2	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P3	$\arg \max(L\text{-length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T1	$K (P1 + P2 + P3)$	
F3 - Cálculo de $\varphi_{(0, i)(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}$ em (12-14) por i		
P4	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_0, \mathbf{r}_i)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_{(0, j)}(k))$	$2N_{ra} - 1$
P5	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T2	$K P4 + P5$	
F4 - Determinação de \mathbf{r}_{sel} em (12-15) cálculo de F1, F2 e F3 para todos i		
T3	$M_{all} (T1 + T2)$	
T4	$\arg \max(M_{all}\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
T5	$N_d = N_t - N_{ta}$	1
SubTOTAL $T3 + T4 + T5$		
F5 - Cálculo de $\mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}$ em (12-10) por d, j e k		
P6	$\left(\Sigma_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}'\right)^2$	$(N_{ra})^2$
F6 - Cálculo de $l_{(d, j)}(k)$ em (12-13) por i, d, j e k e para todos l		
P7	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \overline{\mathbf{q}}(l)$	$L(2N_{ra} - 1)$
P8	$\arg \max(L\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(L - 1)$
T6	$K (P6 + P7 + P8)$	
F7 - Cálculo de $\varphi_{(d, j)(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}$ em (12-14) por i, d, j		
P9	$m_k = \mathbf{v}_{k(\mathbf{t}_d, \mathbf{r}_j)}^T \overline{\mathbf{q}}(l_{(d, j)}(k))$	$2N_{ra} - 1$
P10	$\sum_k m_k$	$K - 1$
T7	$K P9 + P10$	
T8	$(M_{all}) (T6 + T7)$	
T9	$\arg \max(M_{all}\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(M_{all} - 1)$
T10	$N_d(T8 + T9)$	
T11	$\arg \max(N_d\text{- length set})$	$\frac{3}{2}(N_d - 1)$
TOTAL	SubTOTAL + $(Itr \times N_{ta}) (T10 + T11)$	

Tabela 12.4: Número de somas e multiplicações realizadas / Seleção de **t**, **r** e **Q** para {(20, 12), (6, 4, 2), 2} usando pré-codificador BD2.

Espaço de busca completo Conjunta		Algortimo ITES Conjunta	
Passo	Flops	Passo	Flops
P1	16	P1	16
P2	105	P2	105
P3	21	P3	21
T1	284	T1	284
P4	7	P4	7
P5	1	P8	1
T2	15	T2	15
T3	8.474.631.750	T3	67.275
T4	42.514.873,5	T4	336
		T5	1
		SubTOTAL	67.612
		P6	16
		P7	105
		P8	21
		T6	284
		P9	7
		P10	1
		T7	15
		T8	67.275
		T9	336
		T10	504.888
		T11	10,5
TOTAL	8.517.146.624		56.667.231,04

Esta Tese foi desenvolvida com dois enfoques principais. O primeiro concentrou-se na estratégia GPSM no enlace direto de sistemas MU-MIMO com codificação de índice e pré-codificadores lineares e o segundo visou a combinação entre esta estratégia e a seleção de antenas. Para ambos, este trabalho apresentou contribuições concentradas no desenvolvimento de critérios de seleção, tanto da matriz de codificação IBP como da seleção das antenas transmissoras e/ou receptoras voltados para o desempenho em termos de BER do sistema implementado.

Os critérios propostos para a seleção da matriz de codificação IBP foram baseados na maximização da razão sinal-ruído por bit por usuário disponível na recepção, $SNR_{r, bit}^k$, e na taxa alcançável I^k . Além de resultados de simulação, expressões semi-analíticas para limitantes da probabilidade de erro de bit na detecção foram utilizados na avaliação do desempenho dos sistemas considerados.

Para a avaliação da eficiência energética no sistema GPSM foi evidenciado que a energia disponível para os usuários do sistema, além de ser, obviamente, função da energia disponível na transmissão, é dependente do número, N_{ibp} , de símbolos de informação contidos no vetor de informação de dimensão N_r , das matrizes de codificação IBP selecionadas e do tipo de pré-codificação utilizada no sistema.

A vantagem em termos de desempenho em termos de BER do sistema GPSM sobre sistemas MU-MIMO convencional (sem modulação espacial na recepção) foi examinada por meio da avaliação deste desempenho para diferentes valores de N_{ibp} (para o sistema convencional $N_{ibp} = N_r$). Com o uso de GPSM, ganhos de desempenho podem ser obtidos com $N_{ibp} < N_r$ sem sacrifício pronunciado da eficiência espectral. Em geral, quando o valor de N_{ibp} se aproxima de N_r a seleção da matriz de codificação torna-se menos efetiva, sendo percebível apenas para valores elevados de SNR_{bit} .

Considerando o sistema com pré-codificação ZF, ambos os critérios de seleção da matriz de codificação IBP, baseados tanto na maximização de $SNR_{r, bit}^k$ como de I^k , resultaram em uma melhora no desempenho do sistema. Para as configurações dos sistemas nos exemplos apresentados nesta tese,

os critérios de seleção considerados levaram a resultados de desempenho praticamente equivalentes. O método proposto para notificação ao receptor da matriz de codificação IBP selecionada pelo transmissor mostrou-se bastante eficiente, com perda de desempenho insignificante quando comparado com o obtido com notificação sem erros.

Para o sistema com pré-codificação BD, os critérios de seleção da matriz de codificação IBP propostos não resultaram, entretanto, em melhora perceptível no desempenho do sistema.

Para o sistema com pré-codificação BD2, o ganho de desempenho em termos de BER resultante da seleção da matriz de codificação com base na maximização de $SNR_{r,bit}^k$ mostrou-se bastante superior àqueles obtidos com os demais pré-codificadores examinados. Esta superioridade se dá, entretanto, às custas de um aumento substancial na complexidade computacional do sistema. Quando comparado a sistemas com pré-codificação ZF, por exemplo, a complexidade do receptor é aumentada pela necessidade de estimação de matrizes e no transmissor pela necessidade da realização de procedimentos de SVD, duas vezes para cada usuário do sistema.

Os receptores dos usuários do sistema com pré-codificação BD e BD2 necessitam, para detecção dos vetores de sinais a ele destinados, do conhecimento de uma matriz de detecção que é função das matrizes de canal de todos os usuários ativos no sistema e, portanto, na prática, impossível de ser determinada pelo usuário. Para estes sistemas foram adotados métodos para estimação da matriz de detecção. Resultados de desempenho obtidos com a incorporação dos estimadores de canal se mostraram bastante próximos do caso de estimação ideal.

A extensão da estratégia GPSM com a introdução de seleção de antenas no sistemas MU-MIMO foi proposta aqui com o objetivo de reduzir a complexidade de hardware do sistema de comunicações. Foi proposta a combinação das estratégias para os pré-codificadores mais destacados na literatura, ZF e BD2, com base na maximização da $SNR_{r,bit}^k$. Dois procedimentos de seleção foram examinados, a seleção ótima conjunta das antenas transmissoras e/ou receptoras com a matriz de codificação IBP e a seleção relaxada do problema de otimização onde o procedimento sub-ótimo é dividido em fases distintas. Além disso, um algoritmo iterativo de busca, ITES, foi implementado em ambos procedimentos de seleção com o objetivo de reduzir o espaço de busca, formado por todas as possíveis combinações das antenas transmissoras a serem testadas. Comparações envolvendo o desempenho em termos de BER e a complexidade computacional associada aos procedimentos de otimização propostos para a seleção de antenas conjunta e relaxada e com espaço de busca

completo e reduzido pelo ITES foram apresentadas.

A superioridade do desempenho em termos de BER do sistema que implementa a seleção de antenas transmissoras e/ou receptoras, considerando os procedimentos ótimos e sub-ótimos apresentados, foi evidenciada nos resultados numéricos apresentados. Além disso, os resultados obtidos indicam que, em geral, a perda de desempenho resultante da utilização dos procedimentos sub-ótimos propostos são largamente compensadas pela significativa redução da complexidade computacional associada ao procedimento ótimo de seleção, que torna, muitas vezes, este último não realizável na prática.

A abordagem da seleção de antenas em sistemas MU-MIMO GPSM baseada na maximização da taxa alcançável e a análise do impacto resultante no desempenho do sistema não foram considerada nesta Tese, assim como a escolha das matrizes de codificação e seleção de antenas quando pré-codificadores não lineares, tais como *Tomlinson Harashima* e *Vector Perturbation*, são utilizados no sistema MU-MIMO GPSM. Estes são tópicos que podem ser considerados para investigação em trabalhos futuros.

Referências bibliográficas

- [1] Q. H. Spencer, C. B. Peel, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, *An introduction to the multi-user MIMO downlink*, IEEE Communications Magazine, vol. 42, no. 10, pp. 60–67, Oct 2004.
- [2] M. Costa, *Writing on dirty paper (Corresp.)*, IEEE Transactions on Information Theory, vol. 29, no. 3, pp. 439–441, May 1983.
- [3] M. D. Renzo, H. Haas, and P. M. Grant, *Spatial modulation for multiple-antenna wireless systems: a survey*, IEEE Communications Magazine, vol. 49, no. 12, pp. 182–191, December 2011.
- [4] M. D. Renzo, H. Haas, A. Ghrayeb, S. Sugiura, and L. Hanzo, *Spatial Modulation for Generalized MIMO: Challenges, Opportunities, and Implementation*, Proceedings of the IEEE, vol. 102, no. 1, pp. 56–103, Jan 2014.
- [5] J. Fu, C. Hou, W. Xiang, L. Yan, and Y. Hou, *Generalised spatial modulation with multiple active transmit antennas*, in 2010 IEEE Globecom Workshops, Dec 2010, pp. 839–844.
- [6] J. Wang, S. Jia, and J. Song, *Generalised Spatial Modulation System with Multiple Active Transmit Antennas and Low Complexity Detection Scheme*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 11, no. 4, pp. 1605–1615, April 2012.
- [7] T. L. Narasimhan, P. Raviteja, and A. Chockalingam, *Generalized Spatial Modulation in Large-Scale Multiuser MIMO Systems*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 14, no. 7, pp. 3764–3779, July 2015.
- [8] J. A. Cal-Braz, “Signal detection in spatial modulation multiantenna systems,” Ph.D. dissertation, Rio de Janeiro, PUC-Rio, 2015.
- [9] L. L. Yang, *Transmitter Preprocessing Aided Spatial Modulation for Multiple-Input Multiple-Output Systems*, in 2011 IEEE 73rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring), May 2011, pp. 1–5.
- [10] A. Stavridis, S. Sinanovic, M. D. Renzo, and H. Haas, *Transmit Precoding for Receive Spatial Modulation Using Imperfect Channel Knowledge*, in 2012

- IEEE 75th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), May 2012, pp. 1–5.
- [11] K. M. Humadi, A. I. Sulyman, and A. Alsanie, *Spatial Modulation Concept for Massive Multiuser MIMO Systems*, International Journal of Antennas and Propagation, vol. 2014, no. 9, pp. 1–9, June 2014.
- [12] R. Zhang, L. L. Yang, and L. Hanzo, *Generalised Pre-Coding Aided Spatial Modulation*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 12, no. 11, pp. 5434–5443, November 2013.
- [13] R. Zhang, L. L. Yang, and L. Hanzo, *Error Probability and Capacity Analysis of Generalised Pre-Coding Aided Spatial Modulation*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 14, no. 1, pp. 364–375, Jan 2015.
- [14] N. S. Perovic, W. Haselmayr, and A. Springer, *Low-Complexity Detection for Generalized Pre-Coding Aided Spatial Modulation*, in 2015 IEEE 82nd Vehicular Technology Conference (VTC2015-Fall), Sept 2015, pp. 1–5.
- [15] Z. G. Pan, K. K. Wong, and T. S. Ng, *MIMO antenna system for multi-user multi-stream orthogonal space division multiplexing*, in IEEE International Conference on Communications, 2003. ICC '03., vol. 5, May 2003, pp. 3220–3224 vol.5.
- [16] Q. H. Spencer, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, *Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 2, pp. 461–471, Feb 2004.
- [17] L.-U. Choi and R. D. Murch, *A transmit preprocessing technique for multiuser MIMO systems using a decomposition approach*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 3, no. 1, pp. 20–24, Jan 2004.
- [18] V. Stankovic and M. Haardt, *Generalized Design of Multi-User MIMO Precoding Matrices*, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 7, no. 3, pp. 953–961, March 2008.
- [19] S. Sanayei and A. Nosratinia, *Antenna selection in MIMO systems*, IEEE Communications Magazine, vol. 42, no. 10, pp. 68–73, Oct 2004.
- [20] R. W. Heath and A. Paulraj, *Antenna selection for spatial multiplexing systems based on minimum error rate*, in ICC 2001. IEEE International Conference on Communications. Conference Record (Cat. No.01CH37240), vol. 7, June 2001, pp. 2276–2280 vol.7.

- [21] R. W. Heath, S. Sandhu, and A. Paulraj, *Antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers*, IEEE Communications Letters, vol. 5, no. 4, pp. 142–144, April 2001.
- [22] B. Makki, A. Ide, T. Svensson, T. Eriksson, and M. Alouini, *A Genetic Algorithm-Based Antenna Selection Approach for Large-but-Finite MIMO Networks*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 66, no. 7, pp. 6591–6595, July 2017.
- [23] J. Lain, *Joint Transmit/Receive Antenna Selection for MIMO Systems: A Real-Valued Genetic Approach*, IEEE Communications Letters, vol. 15, no. 1, pp. 58–60, January 2011.
- [24] J. Wang, A. I. Pérez-Neira, and M. Gao, *A concise joint transmit/receive antenna selection algorithm*, China Communications, vol. 10, no. 3, pp. 91–99, March 2013.
- [25] A. Goldsmith, S. A. Jafar, N. Jindal, and S. Vishwanath, *Capacity limits of MIMO channels*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 21, no. 5, pp. 684–702, June 2003.
- [26] J. Shawe-Taylor, C. Williams, N. Cristianini, and J. Kandola, *On the Eigenspectrum of the Gram Matrix and Its Relationship to the Operator Eigenspectrum*, in Algorithmic Learning Theory, N. Cesa-Bianchi, M. Numao, and R. Reischuk, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2002, pp. 23–40.
- [27] R. Hunger, *Floating Point Operations in Matrix-Vector Calculus*, Technische Universität München, Associate Institute for Signal Processing. [Online]. Available: <https://mediatum.ub.tum.de/doc/625604>
- [28] R. B. Moraes and R. Sampaio-Neto, *Bit error rate minimizing pilot symbol arrangement in closed-loop orthogonal frequency division multiplexing systems*, IET Communications, vol. 5, no. 14, pp. 1999–2008, Sept 2011.
- [29] D. A. Pérez and R. Sampaio-Neto, *Bit Error Rate Minimizing Antenna Selection in Zero-Forcing Precoded MU-MIMO Systems*, XXXVI Brazilian Communications and Signal Processing Symposium, Campina Grande, pp. 469–473, September 2018.

A

Matriz de codificação IBP base \mathbf{Q}^b

O problema de minimização na expressão (3-10) pode ser simplificado observando as características das variáveis envolvidas. Observa-se que aos elementos de $\bar{\mathbf{q}}(l)$, para um determinado valor de $l = l_1$, (de dimensão N_r) são associados valores de um conjunto ζ de cardinalidade N_r de maneira biunívoca através de uma função f_1 . Além disso, para $l = l_2$ ($l_2 \neq l_1$), aos elementos de $\bar{\mathbf{q}}(l_2)$ são atribuídos univocamente valores deste mesmo conjunto ζ , definido por uma função $f_2 \neq f_1$. Isto significa dizer que os vetores $\bar{\mathbf{q}}(l)$, $\forall l$, originam-se de um vetor base $\bar{\mathbf{q}}_b$, com linhas comutadas. A única exceção ocorre para o conjunto de posições \mathbf{Q} que resulta em $\bar{\mathbf{q}}$ com todos os elementos iguais

Seleciona-se entre os $\bar{\mathbf{q}}(l)$, um deles para manter como vetor base, $\bar{\mathbf{q}}_b$, como também o conjunto de posições \mathbf{Q}^b que representa este vetor. Será mapeado cada linha do conjunto \mathbf{Q}^b com o valor correspondente na linha do vetor $\bar{\mathbf{q}}_b$. Lembrando-se do exemplo apresentado no Capítulo 2, \mathbf{Q}^k em (2-5) será escolhida como \mathbf{Q}^b e portanto $\bar{\mathbf{q}}_b = 1/4 [3, 2, 2, 1]^T$, o mapeamento é expressando na Tabela A.1.

Tabela A.1: Exemplo de tabela de mapeamento \mathbf{Q}^b .

Linha \mathbf{Q}^b	Linha $\bar{\mathbf{q}}_b$
1110	3/4
1001	2/4
0101	2/4
0010	1/4

Associando-se os maiores valores de $\bar{\mathbf{q}}_b$ de acordo com as posições dos menores valores de \mathbf{g}_m em (3-5) tal que se

$$\mathbf{g}_m = \begin{bmatrix} g_m^1 \\ g_m^2 \\ \vdots \\ g_m^{N_r} \end{bmatrix} \text{ com } g_m^1 < g_m^2 < \dots < g_m^{N_r}, \quad (\text{A-1})$$

o vetor $\bar{\mathbf{q}}_b$ é reorganizado de acordo a associação de \mathbf{g}_m como

$$\mathbf{q}_o = \begin{bmatrix} q_b^1 \\ q_b^2 \\ \vdots \\ q_b^{N_r} \end{bmatrix} \text{ com } q_b^1 > q_b^2 > \dots > q_b^{N_r}, \quad (\text{A-2})$$

onde q_b^n , $n = 1, 2, \dots, N_r$, é um elemento do vetor $\bar{\mathbf{q}}_b$, tem-se que

$$\mathbf{g}_m^T \mathbf{q}_o = g_m^1 q_b^1 + g_m^2 q_b^2 + \dots + g_m^{N_r} q_b^{N_r}, \quad (\text{A-3})$$

será o mínimo produto escalar entre os dois vetores. Assim pode-se determinar \mathbf{Q}_{opt}^k , para o pre-codificador ZF em (3-9), como o conjunto ótimo de acordo ao vetor ordenado \mathbf{q}_o .

Para os caso do pré-codificador BD, pode se determinar que $\mathbf{Q}_{sel, BD}^k$ em (4-17) como o conjunto selecionado de acordo se ao vetor ordenado \mathbf{q}_o associando-se os maiores valores de $\bar{\mathbf{q}}_b$ de acordo com as posições dos maiores valores de \mathbf{f}_k em (4-15) tal que se

$$\mathbf{f}_k = \left[\|\mathbf{j}_k^{1BD}\|^2 \quad \|\mathbf{j}_k^{2BD}\|^2 \quad \dots \quad \|\mathbf{j}_k^{N_r BD}\|^2 \right]^T \text{ com } \|\mathbf{j}_k^{1BD}\|^2 > \|\mathbf{j}_k^{2BD}\|^2 > \dots > \|\mathbf{j}_k^{N_r BD}\|^2, \quad (\text{A-4})$$

e o vetor $\bar{\mathbf{q}}_b$ como em (A-2), tem-se que

$$\mathbf{f}_k^T \mathbf{q}_o = q_b^1 \|\mathbf{j}_k^{1BD}\|^2 + q_b^2 \|\mathbf{j}_k^{2BD}\|^2 + \dots + q_b^{N_r} \|\mathbf{j}_k^{N_r BD}\|^2, \quad (\text{A-5})$$

será o máximo produto escalar entre os dois vetores.

Do modo semelhante, para os caso do pré-codificador BD2, pode se determinar que $\mathbf{Q}_{sel, BD2}^k$ em (5-15) como o conjunto selecionado de acordo se ao vetor ordenado \mathbf{q}_o associando-se os maiores valores de $\bar{\mathbf{q}}_b$ de acordo com as posições dos maiores valores de \mathbf{v}_k em (5-12) tal que se

$$\mathbf{v}_k = \left[\lambda_1^k \quad \lambda_2^k \quad \dots \quad \lambda_{N_r}^k \right]^T \text{ com } \lambda_1^k > \lambda_2^k > \dots > \lambda_{N_r}^k, \quad (\text{A-6})$$

e o vetor $\bar{\mathbf{q}}_b$ como em (A-2), tem-se que

$$\mathbf{v}_k^T \mathbf{q}_o = q_b^1 \lambda_1^k + q_b^2 \lambda_2^k + \dots + q_b^{N_r} \lambda_{N_r}^k, \quad (\text{A-7})$$

será o máximo produto escalar entre os dois vetores.

Demonstração

– *Dois elemento por vetor.*

Sejam os vetores $\mathbf{a} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2]^T$, com $a_1 \geq a_2$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}$, $\mathbf{b} = [b_1 \ b_2]^T$, com $b_1 \geq b_2$ sera demonstrado que

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^T \mathbf{b} &\geq a_2 b_1 + a_1 b_2 \\ a_1 b_1 + a_2 b_2 &\geq a_2 b_1 + a_1 b_2. \end{aligned} \quad (\text{A-8})$$

Considere-se $a_1 + a_2 = s$, colocando em evidência a_1 e a_2 ,

$$\begin{aligned} a_1 b_1 + a_2 b_2 - (a_2 b_1 + a_1 b_2) &\geq 0 \\ a_1 b_1 + (s - a_1) b_2 - a_2 b_1 - (s - a_2) b_2 &\geq 0 \\ a_1(b_1 - b_2) + s b_2 - a_2(b_1 - b_2) - s b_2 &\geq 0 \\ a_1(b_1 - b_2) - a_2(b_1 - b_2) &\geq 0 \\ (a_1 - a_2)(b_1 - b_2) &\geq 0, \end{aligned} \tag{A-9}$$

dado que $a_1 - a_2 \geq 0$ e $b_1 - b_2 \geq 0$, conclui-se que (A-8).

Assim o resultado, $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$, é:

- Máximo se $a_1 \geq a_2$ e $b_1 \geq b_2$.
- Mínimo se $a_1 \leq a_2$ e $b_1 \geq b_2$.
- *Três elementos por vetor.*

Sejam os vetores, $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$, com $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ e $\mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3]^T$, com $b_1 \geq b_2 \geq b_3$. Tem-se 6 permutações dos elementos do vetor \mathbf{a}

a_3	a_2	a_1
a_3	a_1	a_2
a_1	a_3	a_2
a_2	a_3	a_1
a_2	a_1	a_3
a_1	a_2	a_3

Examinando a primeira e a segunda permutação de \mathbf{a} , tem-se que por (A-8),

$$\begin{aligned} a_3 b_1 + a_2 b_2 + a_1 b_3 &\leq a_3 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_3 \\ a_2 b_2 + a_1 b_3 &\leq a_1 b_2 + a_2 b_3, \end{aligned} \tag{A-10}$$

desenvolvendo em pares os elementos da somatória de qualquer permutação de \mathbf{a} para utilizar (A-8), tem-se como resultado

$$a_3 b_1 + a_2 b_2 + a_1 b_3 \leq a_3 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_3 \leq a_1 b_1 + a_3 b_2 + a_2 b_3 \leq a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3, \tag{A-11}$$

e também,

$$a_3 b_1 + a_2 b_2 + a_1 b_3 \leq a_2 b_1 + a_3 b_2 + a_1 b_3 \leq a_2 b_1 + a_1 b_2 + a_3 b_3 \leq a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3. \tag{A-12}$$

Assim o resultado, $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$, é:

- Máximo se $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ e $b_1 \geq b_2 \geq b_3$.
- Mínimo se $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ e $b_1 \geq b_2 \geq b_3$.
- $n > 3$ elementos por vetor.

Utilizando vetores com $n > 3$ elementos é fatível demonstrar que $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$, é:

- Máximo se $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots \geq a_n$ e $b_1 \geq b_2 \geq b_3 \cdots \geq b_n$.
- Mínimo se $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \cdots \leq a_n$ e $b_1 \geq b_2 \geq b_3 \cdots \geq b_n$.

adotando a mesma estratégia apresentada anteriormente, identificando pares nos elementos da soma e os elementos restantes fixo em ambos lados da desigualdade para ser desconsiderados, de esta forma utilizar (A-8).