# 3 Análise do Ângulo β

Na Figura 3.1 é mostrado o sistema de duas barras, onde inicialmente será analisado o ângulo  $\beta$  da barra de carga e posteriormente da barra de geração.



Figura 3.1 – Sistema de Duas Barras

# 3.1 Índice β Referente à Barra de Carga

Usando-se um sistema de referência cartesiano, pode-se exprimir os vetores gradientes de potência ativa e reativa na barra i por:

$$\stackrel{\circ}{\nabla P} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \stackrel{\circ}{.} \stackrel{\circ}{\theta} + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \stackrel{\circ}{.} \stackrel{\circ}{v} + 0. \stackrel{\circ}{k}$$
(3.1)

$$\overset{\circ}{\nabla \mathbf{Q}} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \theta_{i}} \overset{\circ}{\theta} + \frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \mathsf{V}_{i}} \overset{\circ}{\mathbf{v}} + \mathbf{0} \overset{\circ}{\mathbf{k}}$$
(3.2)

Assim, o produto vetorial é:

$$\overset{\circ}{\nabla \mathsf{P}} \mathbf{x} \overset{\circ}{\nabla \mathsf{Q}} = \left[ \left( \frac{\partial \mathsf{P}_{\mathsf{i}}}{\partial \theta_{\mathsf{i}}} \cdot \frac{\partial \mathsf{Q}_{\mathsf{i}}}{\partial \mathsf{V}_{\mathsf{i}}} \right) - \left( \frac{\partial \mathsf{P}_{\mathsf{i}}}{\partial \mathsf{V}_{\mathsf{i}}} \cdot \frac{\partial \mathsf{Q}_{\mathsf{i}}}{\partial \theta_{\mathsf{i}}} \right) \right] \cdot \overset{\circ}{\mathsf{k}}$$
(3.3)

e então, 
$$\nabla P x \nabla Q = det[D'] \cdot \dot{k}$$
 (3.4)

Como 
$$\nabla \mathbf{P} \mathbf{x} \nabla \mathbf{Q} = \left( \left| \nabla \mathbf{P} \right| \cdot \left| \nabla \mathbf{Q} \right| \cdot \operatorname{sen} \boldsymbol{\beta} \right) \cdot \mathbf{k}$$
 tem-se:  
$$\det[\mathbf{D}'] = \left| \nabla \mathbf{P} \right| \cdot \left| \nabla \mathbf{Q} \right| \cdot \operatorname{sen} \boldsymbol{\beta}$$
(3.5)

onde  $\beta$  é o ângulo entre  $\nabla P$  e  $\nabla Q$  [Prada, 2002].

Na Figura 3.2 observa-se o comportamento do vetor  $\nabla P_i$ , bem como a evolução das curvas de P constante até a máxima potência transmitida  $P_{max,max}$  limitada pela estabilidade estática angular (LEEA). O ângulo referente ao limite de estabilidade estática angular é calculado a seguir.

A potência ativa consumida na carga pode ser escrita como:

$$P_{1} = -P_{10} = -\frac{V_{1}^{2}}{Z_{t}}\cos(\alpha_{t}) + \frac{V_{1} \cdot V_{0}}{Z_{t}}\cos(\theta_{10} + \alpha_{t})$$
(3.6)

onde  $Z_t$  e  $\alpha_t$  são o modulo é a impedância série da linha de transmissão.

Derivando-se (3.6) em relação à  $\theta_{10}$ , considerando-se V<sub>0</sub> e V<sub>1</sub> constantes, obtém-se :

$$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_{10}} = -\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t) = 0$$
(3.7)

com raízes dadas por  $\theta_{10} = -\alpha_t e \theta_{10} = -\alpha_t + \pi$ . Substituindo-as na expressão da derivada segunda

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_{10}}^2 = -\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t) \text{ tem-se que:}$$
(3.8)

✓ para  $\theta_{10} = -\alpha_t$ ,  $\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_{10}^2} < 0$ , o que corresponde ao ponto de máxima carga, o

conhecido limite de estabilidade estática angular (ângulo do LEEA =  $-\alpha_t$ ).

✓ Para  $\theta_{10} = -\alpha_t + \pi$ ,  $\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_{10}^2} > 0$ , o que corresponde ao ponto de mínima carga, um

valor negativo sem sentido para este problema.



Figura 3.2 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

Pela equação (3.1), pode-se observar que a direção e o sentido do vetor  $\nabla P_i$  depende exclusivamente das derivadas parciais. Quando  $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = 0$ , a direção do vetor  $\nabla P_i$  coincide com a linha vertical do limite de estabilidade angular; se o vetor  $\nabla P_i$  passa para o lado

direito, então  $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} > 0$ , o que significa que o sistema perdeu a estabilidade angular.

Na Figura 3.3 observa-se o comportamento do vetor  $\nabla Q_i$ , bem como a evolução das curvas de Q constante até o máximo Q indutivo. Pode-se ainda observar o comportamento do vetor  $\nabla Q_i$ , onde o sentido e a direção do vetor depende exclusivamente das derivadas parciais, de acordo com (3.2).



Figura 3.3 – Localização do Vetor Gradiente de Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 



Figura 3.4 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

Observa-se na Figura 3.4, e na Figura 3.5 com maior detalhe, a localização dos vetores gradientes  $\nabla P_i$  e  $\nabla Q_i$ . Tomando  $\nabla P_i$  como eixo de referência, na região normal de operação observa-se que  $0^{\circ} < \beta < 180^{\circ}$  e na região anormal observa-se que  $0^{\circ} > \beta > -180^{\circ}$ .



Figura 3.5 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

No ponto de máximo carregamento, os vetores gradientes  $\nabla P_i \in \nabla Q_i$  estão alinhados, e então o ângulo  $\beta$  formado por esses dois vetores é 180°. Portanto, det[D']>0 caracteriza a parte superior da curva V x P,Q e det[D']<0 caracteriza a parte inferior da mesma curva, enquanto que obviamente, det[D']=0 caracteriza a fronteira entre essas duas regiões, isto é, o máximo carregamento, como mencionado no Capítulo 2.

#### 3.1.1 Cálculo do Módulo da Tensão no Máximo Carregamento

Pode-se estabelecer as condições matemáticas para calcular os valores de magnitude da tensão na carga quando o fluxo de potência ativa e reativa que chega na barra de carga é máxima. No ponto de máximo carregamento tem-se:

$$\left(\frac{\partial \mathsf{P}_{\mathsf{i}}}{\partial \theta_{\mathsf{i}}} \cdot \frac{\partial \mathsf{Q}_{\mathsf{i}}}{\partial \mathsf{V}_{\mathsf{i}}}\right) - \left(\frac{\partial \mathsf{P}_{\mathsf{i}}}{\partial \mathsf{V}_{\mathsf{i}}} \cdot \frac{\partial \mathsf{Q}_{\mathsf{i}}}{\partial \theta_{\mathsf{i}}}\right) = \mathbf{0}$$
(3.9)

Os fluxos de potência são dados por:

$$P_{10} = \frac{V_1^2}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t)$$
(3.10)

$$Q_{10} = \frac{V_1^2}{Z_t} sen(\alpha_t) - \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} sen(\theta_{10} + \alpha_t)$$
(3.11)

# As derivadas de (3.10) e (3.11) são dadas por:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)$$
(3.12)

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \frac{2V_1}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t)$$
(3.13)

$$\frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \theta_{i}} = -\frac{\mathbf{V}_{1} \cdot \mathbf{V}_{0}}{\mathbf{Z}_{t}} \cos(\theta_{10} + \alpha_{t})$$
(3.14)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \frac{2V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)$$
(3.15)

Substituindo-se as derivadas em (3.9), tem-se:

$$\left(\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)\right) \cdot \left(\frac{2V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)\right) - \left(\frac{2V_1}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t)\right) \cdot \left(-\frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t)\right) = 0$$
(3.16)

Para que a condição dada em (3.16) ocorra é necessário que:

$$V_1^{crt} = \frac{V_0}{2 * \cos(\theta_{10})}$$
(3.17)

Onde  $V_1^{crt}$  é a tensão critica, para um dado fator de potência constante.

#### 3.1.2 Cálculo do Ângulo da Tensão no Máximo Carregamento

Pode-se estabelecer as condições matemáticas para calcular o ângulo na barra de carga quando o fluxo de potência ativa e reativa que chega na barra de carga é máxima. Para um certo fator de potência:

$$tg(\phi) = \frac{\frac{V_{1}^{2}}{Z_{t}}sen(\alpha_{t}) - \frac{V_{1} \cdot V_{0}}{Z_{t}}sen(\theta_{10} + \alpha_{t})}{\frac{V_{1}^{2}}{Z_{t}}cos(\alpha_{t}) - \frac{V_{1} \cdot V_{0}}{Z_{t}}cos(\theta_{10} + \alpha_{t})}$$
(3.18)

Substituindo-se o valor de  $V_1^{crt}$  de (3.17) em (3.18) chega-se a:

$$\theta_{10}^{\text{crt}} = \frac{-\alpha_t + \phi}{2} \tag{3.19}$$

Os valores de V<sub>1</sub><sup>crt</sup> e  $\theta_{10}^{crt}$  definem a tensão no limite de estabilidade de tensão (LET).

# 3.1.3 Comportamento do Ângulo β

Observa-se na Figura 3.6 a localização dos vetores  $\nabla P_i$  e  $\nabla Q_i$  quando os vetores gradientes de potência se encontram do lado esquerdo e direito da linha vertical correspondente ao limite de estabilidade angular. Quando do lado esquerdo, o ângulo  $\beta$  é 180° quando no máximo carregamento, enquanto que, quando do lado direito, o ângulo  $\beta$  é 0° quando no máximo carregamento.

Observa-se na Figura 3.7 com maior detalhe, os vetores  $\nabla P_i \in \nabla Q_i$  localizados do lado direito da linha limite de estabilidade angular.

Como usualmente os vetores gradientes estão localizados do lado esquerdo da linha limite de estabilidade angular, para um dado fator de potência, isso significa que os vetores  $\nabla P_i$  e  $\nabla Q_i$  usualmente estarão em sentidos opostos e o ângulo  $\beta$  será 180° no máximo carregamento.



Figura 3.6 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 



Figura 3.7 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

A partir dos valores numéricos de P, Q e  $\phi$  utilizados nas Figuras 3.6 e 3.7, chega-se, para um sistema de duas barras, a :

- ✓ quando  $\phi$  < - $\alpha_t$ ,  $\beta$  = 0° no máximo carregamento,
- ✓ quando  $\phi$  = - $\alpha_t$ ,  $\beta$  é indefinido no máximo carregamento (LET = LEEA),
- ✓ quando  $\phi$  > - $\alpha_t$ ,  $\beta$  = ±180° no máximo carregamento.

Pode-se concluir que o índice β para barras de carga complementa a avaliação do carregamento da rede, indicando a região de operação e a distância angular até o máximo carregamento. Tem-se, para barras de carga e na região de estabilidade estática angular:

- ✓ 0° < β < 180° na região normal de operação,
- ✓  $0^{\circ} > \beta > -180^{\circ}$  na região anormal de operação,
- ✓  $\beta = \pm 180^{\circ}$  no máximo carregamento.

#### 3.2 Índice β Referente à Barra de Geração

O fluxo de potência ativa que deixa uma barra de geração pode ser dada por:

$$P_{01} = \frac{V_0^2}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.20)

Derivando-se (3.20) em relação à  $\theta_{01}$ , considerando-se V<sub>0</sub> e V<sub>1</sub> constante, obtém-se:

$$\frac{\partial P_{01}}{\partial \theta_{01}} = \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t) = 0$$
(3.21)

com raízes dadas por  $\theta_{01} = -\alpha_t e \theta_{01} = -\alpha_t + \pi$ . Substituindo-as na expressão da derivada segunda

$$\frac{\partial^2 P_{01}}{\partial \theta_{01}^2} = \frac{V_1 \cdot V_0}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.22)

verifica-se que:

✓ para  $\theta_{01} = -\alpha_t$ ,  $\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_{01}^2} > 0$ , indicando um ponto de mínima potência, valor negativo

sem sentido para este problema,

✓ para  $\theta_{01} = -\alpha_t + \pi$ ,  $\frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta_{10}^2} < 0$ , indicando um ponto de máxima geração, o

conhecido limite de estabilidade estática angular (ângulo do LEEA =  $-\alpha_t + \pi$ ).

Pode-se concluir que a máxima carga é limitada por uma das duas condições dependendo do valor de  $\alpha_t$ :

- ✓ se  $\alpha_t$  < 90°, então a máxima potência da carga é limitada pelo fluxo de potência que chega a barra de carga por  $\theta_{10} = -\alpha_t$ ,
- ✓ se  $\alpha_t$  > 90°, então a máxima potência da carga é limitada pelo fluxo de potência que sai do gerador por  $\theta_{10} = \alpha_t \pi$ ,
- ✓ se  $\alpha_t$  = 90°, então o fluxo que sai do gerador e o fluxo que chega na carga atingem seus máximos simultaneamente.

Quando a primeira condição ocorre, que é o usual, as curvas de P constante no gráfico V x  $\theta$  referente a barra de geração, crescem no sentido "de dentro para fora", como podese observar na Figura 3.8. Observa-se ainda que a linha vertical do limite de estabilidade estática angular, dada por (3.23), adiantou-se 180°.

 $\hat{a}ngulo \ do LEEA = -\alpha_t + \pi \tag{3.23}$ 



Figura 3.8 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

Quando a segunda condição ocorre, as curvas de P constante no gráfico V x  $\theta$  referente a barra de geração, crescem no sentido "de fora para dentro", como pode-se observar na Figura 3.9. Nota-se que a condição  $\alpha_t > 90^\circ$  implica que a máxima carga é limitada pelo fluxo de potência que sai do gerador. Portanto, existe uma máxima potência definida como pode-se observar na Figura 3.9.



Figura 3.9 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

Pode-se ainda notar na Figura 3.9 que a linha do limite de estabilidade estática angular, dada por (3.23), adiantou-se de 180° mas, como as curvas de P constante se fecham, a linha limite passa pelo centro das curvas.

Essa segunda condição ( $\alpha_t > 90^\circ$ ) não é usual, pois corresponde a uma linha de transmissão com resistência negativa. Desse modo a análise se restringirá apenas a condição onde  $\alpha_t < 90^\circ$ , quando a máxima carga é limitada pelo fluxo que chega na barra de carga.

Pela equação (3.1), pode-se observar que a direção e o sentido do vetor  $\nabla P_i$  depende exclusivamente das derivadas parciais. Quando  $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = 0$ , a direção do vetor  $\nabla P_i$  coincide com a linha vertical do limite de estabilidade angular. Se o vetor  $\nabla P_i$  passa para o lado direito, então  $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} < 0$ , o que significa que o sistema perdeu a estabilidade angular, independente se  $\alpha_t$  é maior ou menor que 90°. Na Figura 3.10 observa-se o comportamento do vetor  $\nabla Q_i$ . Deve-se tomar o cuidado na interpretação da questão do fator de potência em barras de geração: quando o fator de potência é capacitivo significa que o gerador está absorvendo potência reativa do sistema e quando o fator de potência é indutivo o gerador está gerando potência reativa para o sistema. Logo, o sentido de crescimento da potência reativa é "de dentro para fora", do mínimo Q capacitivo até o máximo Q indutivo, independente se  $\alpha_t$  é maior ou menor que 90°.



Figura 3.10 – Localização do Vetor Gradiente de Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

## 3.2.1 Cálculo do Módulo da Tensão no Máximo Carregamento

Pode-se estabelecer as condições matemáticas para calcular os valores de magnitude da tensão na geração quando o fluxo de potência ativa e reativa que sai na barra de geração é máxima. No ponto de máximo carregamento tem-se:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{P}_{i}}{\partial \mathbf{\theta}_{i}} * \frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \mathbf{V}_{i}}\right) - \left(\frac{\partial \mathbf{P}_{i}}{\partial \mathbf{V}_{i}} * \frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \mathbf{\theta}_{i}}\right) = \mathbf{0}$$
(3.24)

Os fluxos de potência são dados por:

$$P_{01} = \frac{V_0^2}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.25)

$$Q_{01} = \frac{V_0^2}{Z_t} \operatorname{sen}(\alpha_t) - \frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.26)

Derivando-se (3.25) e (3.26), tem-se:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.27)

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \frac{2V_0}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.28)

$$\frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial \theta_{i}} = -\frac{\mathbf{V}_{0} \cdot \mathbf{V}_{1}}{\mathbf{Z}_{t}} \cos(\theta_{01} + \alpha_{t})$$
(3.29)

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \frac{2V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t)$$
(3.30)

Substituindo-se as derivadas em (3.24), tem-se:

$$\left(\frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t)\right) \cdot \left(\frac{2V_0}{Z_t} \operatorname{sen}(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \operatorname{sen}(\theta_{01} + \alpha_t)\right) - \left(\frac{2V_0}{Z_t} \cos(\alpha_t) - \frac{V_1}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)\right) \cdot \left(-\frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} \cos(\theta_{01} + \alpha_t)\right) = 0$$
(3.31)

Para que (3.31) seja satisfeita, é necessário que:

$$V_0^{\rm crt} = \frac{V_1}{2 * \cos(\theta_{01})}$$
(3.32)

#### 3.2.2 Cálculo do Ângulo da Tensão no Máximo Carregamento

Pode-se estabelecer as condições matemáticas para calcular o ângulo na barra de geração quando o fluxo de potência ativa e reativa que sai da barra de geração é máxima. Para um certo fator de potência:

$$tg(\phi) = \frac{\frac{V_0^2}{Z_t} sen(\alpha_t) - \frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} sen(\theta_{01} + \alpha_t)}{\frac{V_0^2}{Z_t} cos(\alpha_t) - \frac{V_0 \cdot V_1}{Z_t} cos(\theta_{01} + \alpha_t)}$$
(3.33)

Substituindo-se o valor de  $V_0^{crt}$  de (3.32) em (3.33) chega-se a:

$$tg(2\theta_{01}) = tg(\phi - \alpha_t) \tag{3.34}$$

Logo,

$$\theta_{01} = \frac{\phi - \alpha_t}{2} \qquad \mathbf{e} \qquad \qquad \theta_{01} = \frac{\phi - \alpha_t + \pi}{2} \tag{3.35}$$

A segunda solução é a de interesse pois corresponde ao máximo valor de  $P_{01}$ .

Os valores de  $V_0^{crt} e \theta_{01}^{crt}$  definem a tensão no limite de estabilidade de tensão (LET).

## 3.2.3 Comportamento do Ângulo β

Observa-se na Figura 3.11 a localização dos vetores gradientes  $\nabla P_i \in \nabla Q_i$ , onde dois casos serão analisados, referente a dois fatores de potência distintos. No primeiro caso o índice  $\beta$  passa por 180° e no segundo caso por 0°.



Figura 3.11 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

- ✓ quando  $\phi$  < - $\alpha_t$  +  $\pi/2$ ,  $\beta$  = ±180°,
- ✓ quando  $\phi$  = - $\alpha_t$  +  $\pi/2$ ,  $\beta$  é indefinido,
- ✓ quando  $\phi$  > - $\alpha_t$  +  $\pi/2$ ,  $\beta$  = 0° no máximo carregamento,
- ✓ quando  $\phi = -\alpha_t + \pi$ ,  $\beta = 0^\circ$  no máximo carregamento e (ângulo do LET = ângulo do LEEA =  $-\alpha_t + \pi$ ).

Na Figura 3.12, observa-se com maior detalhe a localização dos vetores gradientes  $\nabla P_i$ e  $\nabla Q_i$ . Tomando  $\nabla P_i$  como eixo de referência, na região normal de operação observa-se  $0^{\circ} < \beta < 180^{\circ}$ , enquanto que na região anormal observa-se  $0^{\circ} > \beta > -180^{\circ}$ . No ponto de máximo carregamento  $\beta = \pm 180^{\circ}$ .



Figura 3.12 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

Na Figura 3.13 observa-se com maior detalhe a localização dos vetores gradientes  $\nabla P_i$  e  $\nabla Q_i$ . Tomando  $\nabla P_i$  como eixo de referência, na região normal de operação observa-se  $0^{\circ} < \beta < 180^{\circ}$ , enquanto que na região anormal observa-se  $0^{\circ} > \beta > -180^{\circ}$ . No ponto de máximo carregamento  $\beta = \pm 0^{\circ}$ .



Figura 3.13 – Localização do Vetor Gradiente de P<sub>i</sub> e Q<sub>i</sub> no Plano  $Vx\theta$ 

## 3.3 Conclusões

Mostrou-se que no máximo carregamento  $\beta = \pm 180^{\circ}$  quando a barra em análise é de carga. Quando a barra em análise é de geração, no máximo carregamento  $\beta = \pm 180^{\circ}$  ou  $0^{\circ}$ .

Nas Tabelas 3.1 e 3.2 observa-se alguns resultados numéricos para o ângulo  $\beta$ . Estes resultados serão apresentados na Seção 4.3, onde a área Rio do sistema brasileiro são utilizadas nos testes com condições de carga previstas para um futuro próximo. Verifica-se na Tabela 3.1 o comportamento do índice  $\beta$  para Itaipu que, ao passar por 0°, indica o máximo carregamento. Verifica-se na Tabela 3.2 o comportamento do índice  $\beta$  para Furnas que, ao passar por 180°, indica o máximo carregamento.

Barra 1107 – ITAIPU60-8MQ								
Casos	Vi	Si	S <sub>m</sub>	βi	det[D']*V <sub>i</sub>			
59	1,028	35,194	36,974	8,744	128,485			
60	1,028	35,209	36,437	6,249	87,997			
61	1,029	35,231	35,879	3,406	46,023			
62	1,029	35,261	17,529	-50,853	-936,044			
63	1,030	35,294	-9,500	-53,309	-1335,866			
64	1,030	35,298	-19,227	-51,868	-1615,648			
65	1,031	35,342	-38,411	-41,441	-2724,463			
66	1,031	35,379	-63,968	-23,423	-5343,608			

Tabela 3.1 – Índices para a Barra de Geração 1107 – ITAIPU60-8MQ

Tabela 3.2 – Índices para a Barra de Geração 16 – FURNAS---3MQ

Barra 16 – FURNAS3MQ								
Casos	Vi	Si	Sm	βi	det[D']*V <sub>i</sub>			
59	1,003	1,937	18,148	103,434	325,614			
60	1,012	1,930	18,269	104,542	330,037			
61	1,015	1,942	18,145	105,858	325,469			
62	1,021	1,988	15,281	127,779	229,560			
63	1,026	2,037	14,331	134,979	201,230			
64	0,996	1,985	12,646	140,846	155,974			
65	1,001	1,947	10,596	153,901	108,483			
66	1,005	1,931	7,026	169,664	45,632			
67	1,014	1,936	-23,218	-99,726	-542,844			

Conclui-se que o ângulo  $\beta$  complementa a avaliação do carregamento da rede, indicando a região de operação e a distância angular até o máximo. Quando  $\beta$  está próximo de  $\pm 180^{\circ}$  ou de 0° significa que o máximo está próximo, mesmo que a margem de potência seja grande. Nesse caso, um aumento da injeção S<sub>i</sub> acarretaria em diminuição substancial de S<sub>m</sub>.