

9

Considerações finais

9.1

Conclusões

É por agora bastante conhecido o fato de que uma grande variedade de sistemas físicos não pode ser adequadamente descrito pela entropia de Boltzmann – Gibbs e termodinâmica clássicas. Esta tese estuda um destes chamados *sistemas anômalos*, qual seja, um modelo numérico elasto-plástico bastante simples da mecânica do contínuo, derivado da teoria da plasticidade de Mohr-Coulomb, e habitualmente utilizado para descrever o comportamento de materiais granulares, cimentados ou não, além de solos, rochas e concreto.

O modelo obedece a uma lei de fluxo associada ou não-associada, e, como é usual em materiais que exibem comportamento não-linear no pós-pico (p/ex., em ruptura progressiva e outros mecanismos de colapso relacionados à engenharia de minas), pode escoar isotropicamente, quando submetido a um estado plano de deformação, como um sólido plástico perfeito, com endurecimento ou amolecimento do material.

Mostrou-se que, durante sua evolução temporal, este modelo geomecânico gerou diferentes padrões espaciais de estruturas geológicas, caracterizados por apresentarem um padrão espacial invariante por escala – i.é, multifractal –, elaborado a partir de um estado inicial, desprovido de qualquer estrutura, em que o material achava-se indeformado, apresentando homogeneidade e invariância contínua por translação.

Este estado muito peculiar, freqüentemente referido como *auto-organizado criticamente* (*self-organized criticality – SOC*) e caracterizado por apresentar *acoplamento elasto-plástico espaço-temporal* de longo alcance, mostrou-se, para o aludido modelo, bastante robusto, nos marcos dos parâmetros de resistência e condições de contorno adotados neste trabalho.

Especificamente, o desenvolvimento de memória temporal de longo alcance é comprovado pelo fato do expoente de Lyapunov efetivo, extraído das séries

temporais relativas à deformação plástica equivalente média, mostrar uma tendência assintótica à zero. Esta situação é comumente referenciada como *caos fraco* (*weak chaos*), *limiar do caos* ou *limite entre ordem-desordem*.

Ademais, e estritamente relacionado a este quadro, encontra-se a violação da extensividade entrópica exibida pelo modelo geomecânico, cujas hipóteses fundamentais – interações espaço-temporais de curto alcance, aditividade entrópica, etc - não mais se aplicam.

Neste sentido, avaliou-se, pela primeira vez, para um sistema elasto-plástico, o valor do índice da entropia paramétrica proposta por Tsallis, com base na sensibilidade às condições iniciais desenvolvida pelo atrator do sistema, constituído pela média da deformação plástica equivalente e sua respectiva taxa.

Visto ser q inferior à unidade, o sistema apresentou divergência algébrica entre suas trajetórias, caracterizando um *mixing algebricamente divergente* - i.é., em lei de potência - exibido por seu atrator unidimensional.

Ademais, mostrou-se a robustez do valor do índice entrópico, tendo pouco variado, nos marcos dos valores dos parâmetros e das condições de contorno utilizados nesta tese.

A relevância deste comportamento teórico para sistemas geomecânicos pode sugerir algumas explicações interessantes, no que concerne, por exemplo, ao desenvolvimento de rupturas progressivas em taludes naturais e sua ruína repentina, sem um agente causador aparente.

Mostrou-se, ainda, que, em decorrência da dinâmica de limiar elasto-plástica, o sistema desenvolveu estruturas espaço-temporais hierarquizadas, fruto de processos multiplicativos atuantes em distintas escalas de observação, normalmente acompanhada por substituições de diferentes simetrias.

Especialmente, os mecanismos de geração da invariância discreta de escala mostraram-se muito variados, relacionados, certamente, às diferentes formas de quebra da aludida simetria translacional, governadas pelas respectivas condições de contorno.

Para o sistema em estudo, os resultados sugerem que tal possa estar relacionado à contradição (ou competição) existente entre as heterogeneidades, invariáveis temporalmente - i.é., *quenched* - e representadas pelo ângulo de atrito mobilizado, e a dinâmica evolutiva do sistema, sendo tal processo coadjuvado pelas condições de contorno.

Além disso, o sistema geomecânico mostrou evolução temporal em consonância com o comportamento ditado pela aludida invariância discreta, qual seja, a de aceleração em lei de potência nas imediações de bifurcações, com término numa singularidade temporal finita. A relação que guarda este comportamento com os processos relacionados à *ruptura progressiva* em materiais frágeis é evidente, permitindo, com isto, lançar luz nova sobre este processo há muito conhecido, porém muito pouco explicado.

A aplicação das expressões teóricas que regem a lei de escala, tanto a fundamental, em lei de potência pura, como a corrigida, log-periódica, foi muito bem sucedida, e realizada, neste trabalho, de forma pioneira, para o sistema elasto-plástico de elementos finitos.

Em particular, as previsões de eventos catastróficos desenvolvidas nesta pesquisa revelaram-se excepcionais, tendo a lei log-periódica fornecido resultados sistematicamente superiores, quando comparados à lei de potência. Isto parece advir do fato desta última ser, efetivamente, muito sensível a dados afetados por ruídos, além da distância, relativamente ao tempo crítico, dos dados empíricos de que se dispõe.

Por outro lado, o caráter oscilatório, efetivamente, restringe em muito o comportamento subsequente do material, permitindo a previsão do tempo crítico de uma forma muito mais precisa.

Baseado na experiência acumulada neste e em outros trabalhos, o autor acredita que, um mínimo de 2 (duas) oscilações dos dados na série temporal, serão suficientes para proporcionar uma boa previsão.

Pôde-se atestar, ainda, que a log-periodicidade dos dados não se deu por acaso, sendo que os resultados obtidos pelos ajustes aos dados experimentais permaneceram praticamente invariáveis, quando da mudança do tempo inicial de ajuste.

Portanto, esta tese de doutorado apresenta duas contribuições pioneiras e originais, quais sejam, a aplicação da forma entrópica não-extensiva de Tsallis e a utilização da invariância discreta de escala na investigação de um modelo elasto-plástico da mecânica dos solos e das rochas, bem como a previsão de rupturas em ensaios de laboratório em rochas sedimentares.

É interessante assinalar que os resultados expostos anteriormente também foram compartilhados por um modelo de processo multiplicativo bastante simples, governado pela lei binomial multifractal.

O interesse na introdução e estudo deste modelo teve-se a um fator filosófico- metodológico importante, já que proporcionou, em sua forma “pura”, os resultados que viriam a ser posteriormente desenvolvidos para o modelo mais complexo de Mohr-Coulomb. Isto possibilitou o desenvolvimento e exposição de toda a tese de forma dedutiva, partindo-se do geral para o particular, possibilitando, por conseguinte, o estabelecimento de analogias, o que conferiu ao trabalho maior coesão e unidade.

Neste sentido, a função binomial multifractal é o paradigma, o exemplo a ser seguido por outros modelos que, eventualmente, venham a apresentar o comportamento de escala log-periódico.

9.2

Sugestões para futuras pesquisas

Os resultados apresentados nesta pesquisa foram baseados num modelo elasto-plástico, que utilizou a função de escoamento de Mohr-Coulomb. Conseqüentemente, seria interessante investigar o que sucederia, caso outros critérios de plastificação fossem utilizados, seja para materiais geológicos - Drucker-Prager [180], Hoek-Brown [181,182], Bieniawski [183], Kim-Lade [184], entre outros -, seja para metais – Tresca [122,185], Huber-von Mises-Hencky [122,185].

Igualmente interessante seria o estudo de modelos derivados de outras relações constitutivas – visco-elásticas, visco-plásticas, etc -, bem como a influência do endurecimento cinemático nos resultados encontrados.

Ademais, muito bem vinda seria a implementação, no algoritmo de elementos finitos, de elementos munidos de funções de interpolação de ordem mais elevada, especialmente aqueles que podem lidar adequadamente com o problema da incompressibilidade plástica – o triangular de 3 (três) nós para deformação plana, ou o quadrilateral de 8 (oito) nós, para problemas axissimétricos [148].

A análise de modelos geomecânicos em 3 (três) dimensões poderia fornecer valiosas informações, visto que o parâmetro entrópico parece depender da dimensionalidade do sistema em estudo. Similarmente, como a invariância discreta é produzida a partir de um mecanismo multiplicativo, tal processo também deverá ser sensível ao número de vizinhos de cada unidade interagente.

Por outro lado, em que pese algumas análises realizadas neste trabalho, os efeitos da intensidade e do tipo de amortecimento ainda não foram investigados de forma sistemática e conclusiva. É de se supor que sistemas marcadamente sub-amortecidos ou superamortecidos venham a destruir os desvios periódicos sistemáticos da lei de potência.

Neste sentido, cabe averiguar do significado físico e da relevância, nos resultados obtidos, do amortecimento proporcional à velocidade, típico de fluidos newtonianos, em que todo o sistema é amortecido de uma única e mesma forma, independentemente de se um dado elemento se está plastificando ou não.

Um aspecto interessante relativo à heterogeneidade diz respeito à influência do grau de anisotropia das propriedades do material na organização e acoplamento espaço-temporal, tão característico dos fenômenos auto-organizados criticamente.

Finalmente, tão relevante quanto a comprovação do comportamento log-periódico a partir de dados experimentais, é a constatação, estudo e explicação de sua completa ausência em diversas situações, impedindo, por conseguinte, quaisquer previsões. Neste trabalho, tal aspecto foi relacionado à distribuição homogênea da informação no sistema hierarquizado, sendo improvável, porém, que seja esta a única explicação plausível.

Assim, por exemplo, a log-periodicidade pode não ser detectada em alguns parâmetros, ao passo que em outros, os que apresentam comportamentos extremos e abruptos, normalmente realçarão - tal como, neste trabalho, a energia cinética - os efeitos daquelas oscilações.

Uma indicação *a priori* de quais parâmetros investigar é muito difícil, cabendo ao pesquisador efetuar uma análise extensiva das variáveis observáveis de modo a poder se decidir, além de contar com sua própria experiência, advinda de situações semelhantes.

Algumas análises efetuadas pelo autor parecem sugerir que o aumento do grau de frustração do sistema acentua, decisivamente, a presença das oscilações

log-periódicas, embora uma afirmação taxativa a respeito deva exigir um estudo mais aprofundado e sistemático desta questão.