

## 4

### Caracterização do ângulo de elevação variante no tempo

A dinâmica da atenuação por chuvas em enlaces satélite com ângulo de elevação variante no tempo será caracterizada com o auxílio da teoria da mecânica orbital [25]. Suas equações permitem calcular a trajetória dos satélites em órbita ao redor da Terra e fornecem meios para a sua visualização por um observador na superfície. Com a aplicação da geometria da órbita não geoestacionária (NGEO) deseja-se determinar o rastro (*ground trace*) de cada um dos satélites da constelação de sistema LEO, isto é, o percurso dos pontos subsatélite sobre a superfície terrestre. Este ponto localiza-se no segmento de reta que liga o satélite e o centro da Terra e é dado como latitude e longitude terrestres do satélite. A determinação do rastro é relevante durante o planejamento de órbitas NGEO porque visa atender sistemas de sensoriamento remoto, navegação e comunicação através de órbitas baixas, pois descreve a visibilidade do satélite e as áreas geográficas cobertas por ele.

O objetivo deste capítulo é caracterizar a visibilidade dos satélites LEO ao longo do tempo para um observador na superfície. O rastreamento dos satélites é feito pelos *gateways* dos sistemas de comunicação através da determinação a cada instante da sua posição no céu com o cálculo do ângulo de elevação e do azimute. Estes valores são o resultado de um extenso procedimento matemático [25] baseado em um modelo orbital que, através de várias transformações de coordenadas, coloca no mesmo sistema o observador e o satélite. Ainda como parte do procedimento está a caracterização das forças perturbadoras da órbita do satélite, cuja resultante tende a modificar sua trajetória para uma órbita elíptica verdadeira. Quanto mais detalhamento houver neste passo maior será a precisão da localização. Neste trabalho será considerada a perturbação devido à não esfericidade da Terra e sua influência na determinação da trajetória da órbita. Devido a estas perturbações a trajetória deve ser corrigida frequentemente. No procedimento de cálculo desenvolvido para este trabalho as correções são feitas de 6 em 6 horas, conforme demonstrado na Seção 4.4.

Neste capítulo é apresentado o procedimento matemático que leva as equações que regem o movimento do satélite até a etapa em que observador e satélite estão localizados no mesmo sistema de coordenadas, quando é possível determinar uma equação para o cálculo do ângulo de elevação. Este cálculo é o ponto mais importante porque permite caracterizar a variação da posição do satélite no tempo e construir a série temporal do ângulo de elevação  $\theta_2(t)$ . A inclusão do fator tempo neste cálculo ocorre porque calcula-se a cada instante de tempo a posição do satélite de acordo com as equações orbitais e como decorrência o valor sua elevação naquele instante de tempo. A variação temporal é gerada a partir de valores dos parâmetros orbitais em um instante de referência (*epoch time*), chamados efemérides. O conjunto de parâmetros orbitais é conhecido como elementos orbitais Keplerianos. Estes parâmetros são basicamente o posicionamento do satélite dentro da órbita, através do ângulo que ele faz com a linha do Equador e o ângulo com o perigeu da órbita; o tamanho (raio e excentricidade) e o posicionamento da órbita em relação a uma referência espacial, a linha do Equinócio Vernal. As efemérides são geradas tipicamente duas vezes ao dia pelo NORAD [26], órgão americano responsável pela defesa aérea daquele país que monitora o movimento de qualquer objeto em órbita ao redor da Terra, desde os satélites até lixo espacial. Conhecendo-se as efemérides é possível calcular a posição do satélite em qualquer instante do dia. Neste trabalho o cálculo é feito de 2 em 2 segundos, para a construção de uma série temporal de mesma dimensão das séries temporais de atenuação e chuva que são utilizadas na fórmula de conversão.

No entanto deseja-se fazer o cálculo de visibilidade de todos os satélites de uma constelação LEO, que provê a cobertura global. O cálculo é então estendido para todos os satélites, a partir do conhecimento das efemérides de cada um. Estes sistemas em geral oferecem visibilidade de dois a três satélites [27] ao mesmo tempo para um usuário, e a comunicação é feita com o satélite com a visada desimpedida de sombreamento por prédios ou vegetação, tipicamente o que está com maior inclinação. Conhecendo-se a elevação de todos os satélites e escolhendo sempre o que está mais alto no céu, determina-se a envoltória dos ângulos de elevação ao longo do dia como sendo a série temporal do ângulo desejada.

Então, como resultado da implementação das equações do modelo orbital considerando uma perturbação orbital obtém-se uma série temporal do ângulo de elevação,  $\theta_2(t)$ , por local de medida. O passo seguinte foi o cálculo das ocorrências de cada ângulo de elevação através do histograma por local, que será utilizado no modelo de previsão de atenuação dinâmica que está sendo proposto. A partir dos histogramas foi possível fazer a modelagem da função densidade de probabilidade dos ângulos de elevação, com o intuito de se obter uma forma analítica para a obtenção do histograma baseando-se apenas na informação de latitude do local onde se deseja fazer a previsão da atenuação.

#### **4.1. Implementação do modelo orbital**

Existem dois métodos de implementação de modelo orbital, a integração numérica e a solução analítica [28]. A integração numérica inicia com a posição e velocidade do satélite e então soma-se todas as forças que agem nele. A força total é assumida como agindo no satélite por um pequeno intervalo de tempo, e no final deste a nova posição e velocidade são calculadas, e o processo é repetido. A vantagem deste método é que se as forças forem descritas detalhadamente e os passos no tempo forem suficientemente pequenos, o resultado obtido terá um alto grau de precisão. A desvantagem é a necessidade de calcular a posição e velocidade do satélite em cada passo no tempo entre as condições iniciais e o instante de tempo desejado. No método da solução analítica, sabendo-se o instante de interesse pode-se calcular diretamente o ponto da órbita do satélite, sem a necessidade de dar passos no tempo.

Os dois métodos precisam de condições iniciais que descrevam a posição do satélite no instante de referência. A disponibilidade dos dados que contenham essas condições, que são um conjunto de parâmetros orbitais tais como inclinação, excentricidade e altura da órbita, além dos ângulos de referência dos sistemas de coordenadas envolvidos, é o primeiro problema a ser tratado, sendo decisivo na escolha do método a ser usado. Neste trabalho decidiu-se pela solução analítica, tanto pela facilidade de obtenção das condições iniciais, como pela manipulação das equações do ponto de vista computacional. O conjunto de parâmetros orbitais

utilizados nas condições iniciais do modelo é o conjunto de elementos orbitais Keplerianos, que será descrito na Seção 4.3.

#### 4.2. Modelo orbital com coordenadas cartesianas

Estabelecer um sistema de coordenadas comum para observador e satélite significa trazer este para o referencial do observador, resultando nas expressões que fornecem o azimute e elevação. Nesta seção são apresentadas as equações orbitais e o desenvolvimento até a formulação desejada do ângulo de elevação.

O procedimento pode ser dividido em vários passos. No Passo 1 calcula-se a posição do satélite em função do tempo dentro da órbita, a qual é fixa no espaço inercial, desconsiderando-se as perturbações. O Passo 2 localiza o satélite na esfera inercial, transformando as coordenadas do passo anterior em coordenadas geocêntricas. O Passo 3 inclui a rotação da Terra e calcula a latitude e a longitude do ponto subsatélite na superfície, com a transformação para coordenadas ECF (*Earth Centered Fixed*). O Passo 4 transforma para coordenadas topocêntricas (na superfície), também chamado de sistema de coordenadas azimute-elevação.

O Passo 1 tem como resultado a localização do satélite dentro de seu plano orbital. Este procedimento está apresentado no Apêndice I. As equações (26) do Apêndice permitem determinar a posição do satélite na órbita, resultando na determinação das variáveis  $\theta(t)$  e  $r(t)$ , que são o ângulo do satélite dentro da órbita em relação a  $t = 0$  e o raio da órbita, respectivamente.

No Passo 2 a posição do satélite na esfera celestial é especificada por sua ascensão direta  $\alpha$  e declinação  $\delta$ , conforme a Figura 33. A órbita é orientada pela inclinação  $i$ , pela ascensão direta do nó ascendente (*RAAN*)  $\Omega$  e argumento do perigeu  $\omega$ , ou ângulo entre o satélite e o perigeu da órbita. O satélite está em um ponto da sua órbita dado pela anomalia verdadeira  $v$  ou variável  $\theta$  [25], como está sendo denominada.

A Figura 33 ilustra a orientação deste sistema. As coordenadas cartesianas do satélite no seu plano orbital com o eixo  $x_0$  na direção do eixo principal são dadas por

$$\begin{aligned} x_0 &= r \cos \theta \\ y_0 &= r \sin \theta \\ z_0 &= 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta} = a(1-e \cos E) \tag{4.2}$$

As variáveis  $\theta$  e  $r$  posicionam o satélite dentro do plano orbital e o desenvolvimento está detalhado no Apêndice.

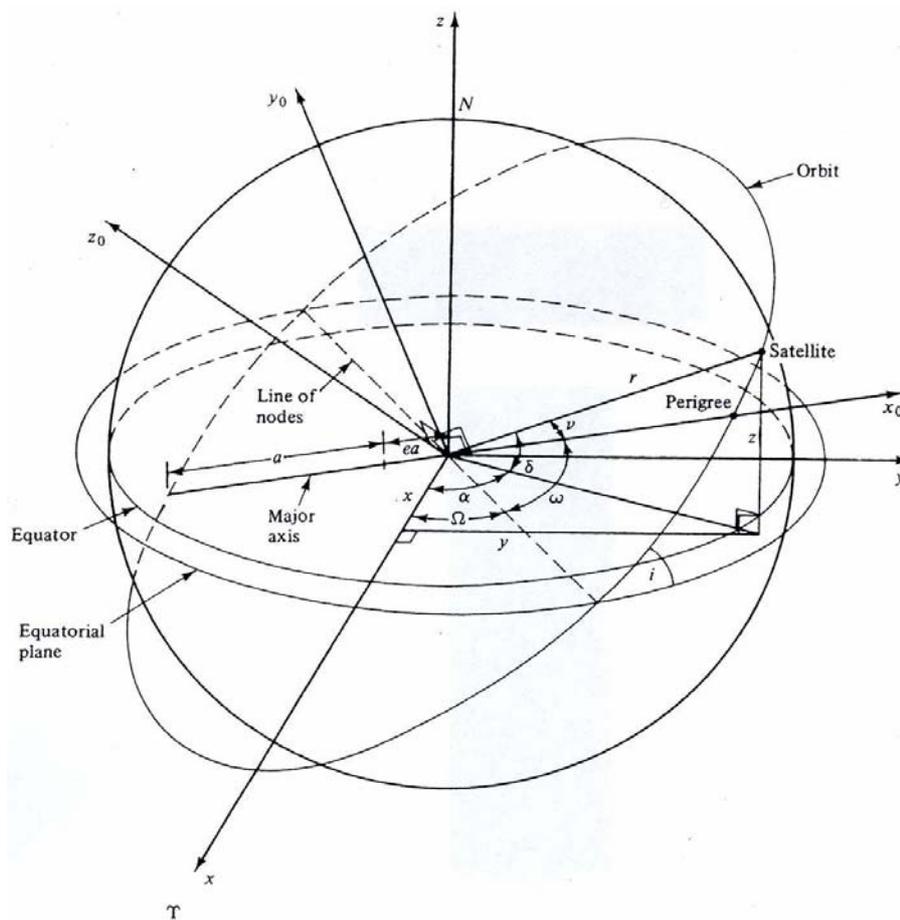


Figura 33 – Coordenadas do plano orbital  $x_0, y_0, z_0$  e coordenadas ECI  $x, y, z$

O sistema de coordenadas inerciais centradas na Terra (ECI) é tipicamente definido como sistema de coordenadas cartesianas, conforme a Figura 34. O eixo z determina o eixo de rotação da Terra apontando para o Norte, o eixo x aponta na direção do Equinócio Vernal (Y) e o eixo y completa o sistema ortogonal. Conforme ilustrado na Fig 34, o Equinócio Vernal é um ponto imaginário no

espaço que se situa ao longo de uma linha que representa a intersecção do plano equatorial da Terra e o plano da órbita desta em torno do Sol, a eclíptica. Este eixo é o segmento de linha que aponta do centro da Terra em direção ao centro do Sol no início da Primavera, ou equinócio da Primavera, quando ele cruza o equador terrestre na direção Norte. O eixo  $x$  se situa tanto no plano equatorial quanto na eclíptica.

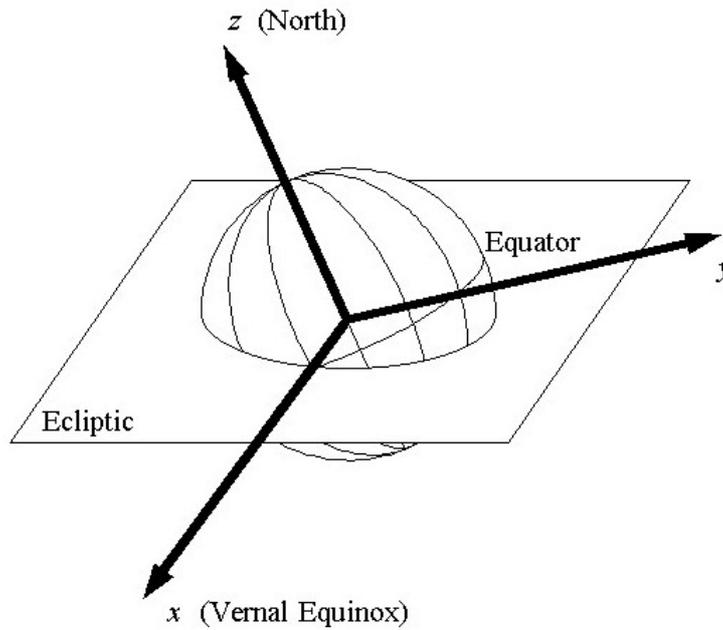


Figura 34 – Sistema de coordenadas inerciais centradas na Terra (ECI)

A transformação das coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$  do plano orbital para coordenadas ECI  $(x, y, z)$  é dada por:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

onde  $R$  é a matriz de rotação

$$R = \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega & -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega & \sin \Omega \sin i \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega & -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega & -\cos \Omega \sin i \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

A ascensão direta  $\alpha$  e a declinação  $\delta$  são dadas por:

$$\alpha = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (4.5)$$

$$\delta = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (4.6)$$

Os valores da função arco seno devem ser corrigidos para o quadrante adequado.

No Passo 3 o objetivo é incluir a rotação da Terra, orientando-se este movimento em relação ao meridiano de Greenwich. A geometria está apresentada na Figura 35.

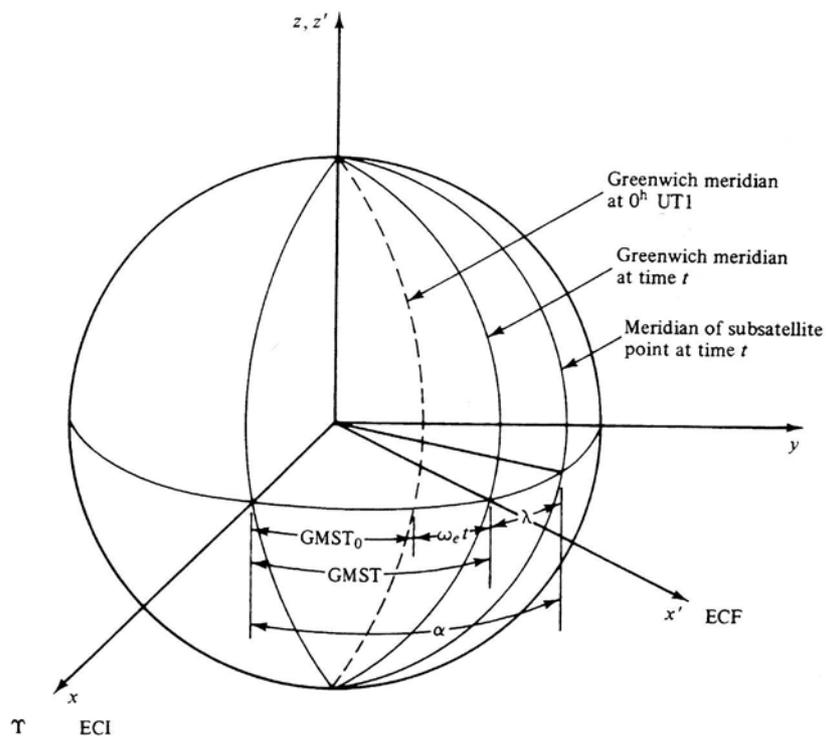


Figura 35 – Geometria do meridiano de Greenwich e do meridiano do ponto subsatélite

O ângulo entre o Equinócio Vernal  $\Upsilon$  e o meridiano de Greenwich é chamado tempo sideral médio de Greenwich, GMST (*Greenwich Mean Sidereal Time*). No instante  $t$ , este ângulo é a soma de  $GMST_e$  no tempo de referência (*epoch*)  $t_e$  e o ângulo  $\omega_e(t-t_e)$ , que descreve o quanto a Terra roda no período de tempo  $(t-t_e)$ , ou

$$GMST = GMST_e + \omega_e(t-t_e) \quad (4.7)$$

onde  $t$  e  $t_e$  são medidos após a meia noite e  $\omega_e = 7.29211586 \times 10^{-5}$  rad/s é a taxa de rotação da Terra.  $GMST_e$  também pode ser dado por

$$GMST_e = GMST_o + \omega_e t_e \quad (4.8)$$

onde  $GMST_o$  é o tempo médio sideral de Greenwich à hora universal meia noite (UT1) do início do dia em questão. Então, de (4.7) e (4.8),

$$GMST = GMST_o + \omega_e t \quad (4.9)$$

O valor de  $GMST_o$  é calculado com a expressão [2]:

$$GMST_o = 24110.54841 + 8640184.812866T + 0.093104T^2 - 0.000006210T^3 \quad (4.10)$$

onde  $T$  é o tempo passado desde 1º Janeiro 2000, 12<sup>h</sup> UT1, medido no calendário Juliano.

O tempo  $T$  é dado por

$$T = \frac{d}{36525} \quad (4.11)$$

onde  $d$  é o número de dias a partir da data de referência. Este valor é negativo antes do ano 2000.

Os cálculos envolvendo ângulos em hora, minutos e segundos são feitos com o fator de 15º/hora.

A próxima etapa é transformar a posição do satélite das coordenadas ECI ( $x, y, z$ ) para as coordenadas centradas na Terra, ECF (*Earth Centered Fixed*) ( $x', y', z'$ ) conforme ilustrado na Figura 35, e da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos GMST + y \sin GMST \\ y' &= -x \sin GMST + y \cos GMST \\ z' &= z \end{aligned} \quad (4.12)$$

As coordenadas da estação terrena (latitude  $\phi_g$  e longitude  $\lambda_g$ ) neste sistema são dadas por:

$$\begin{aligned}x'_g &= R \cos \phi_g \cos \lambda_g \\y'_g &= R \cos \phi_g \sin \lambda_g \\z'_g &= R \sin \phi_g\end{aligned}\quad (4.13)$$

As componentes do vetor que liga a estação terrena ao satélite são dadas por:

$$\begin{aligned}\rho_x &= x' - x'_g \\ \rho_y &= y' - y'_g \\ \rho_z &= z' - z'_g\end{aligned}\quad (4.14)$$

O rastreamento de um satélite que percorre uma órbita arbitrária a partir de uma estação terrena requer o cálculo do percurso inclinado, azimute e elevação do satélite. Para ser possível calcular estas quantidades, dada a ascensão direta  $\alpha$  e a declinação  $\delta$  do satélite, deve-se converter as coordenadas geocêntricas em topocêntricas, isto é, trazer a referência das coordenadas do centro da Terra para a superfície desta.

A transformação para coordenadas topocêntricas ( $x_t, y_t, z_t$ ) como ilustrado na Figura 36 é dada por

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{pmatrix}\quad (4.15)$$

onde A é a matriz de rotação:

$$A = \begin{pmatrix} \sin \phi_g \cos \lambda_g & \sin \phi_g \sin \lambda_g & -\cos \phi_g \\ -\sin \lambda_g & \cos \lambda_g & 0 \\ \cos \phi_g \cos \lambda_g & \cos \phi_g \sin \lambda_g & \sin \phi_g \end{pmatrix}\quad (4.16)$$

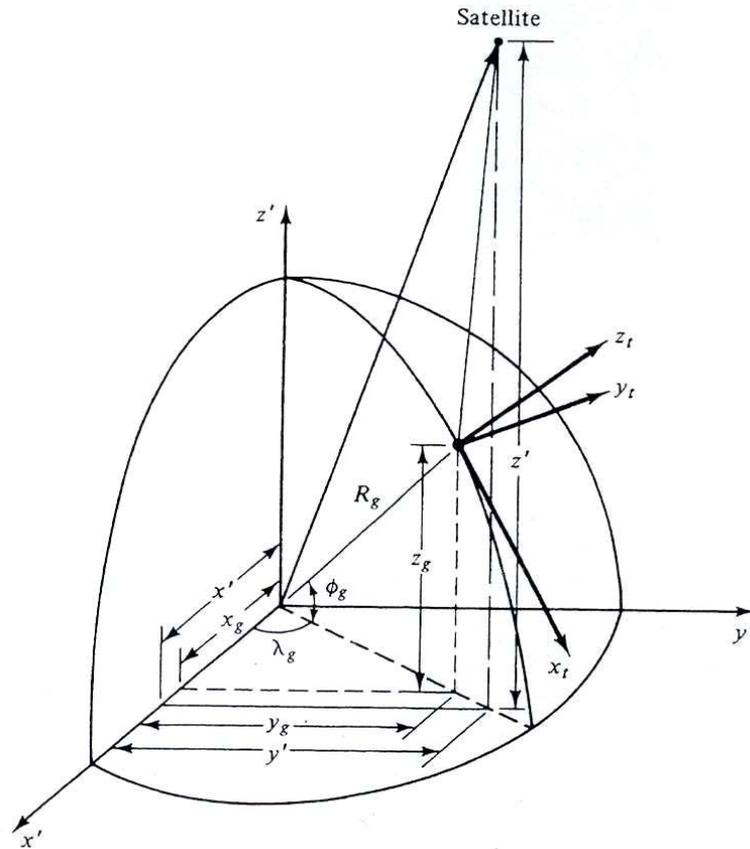


Figura 36 – Coordenadas ECF  $x', y', z'$  e coordenadas topocêntricas  $x_t, y_t, z_t$

Finalmente, os ângulos de elevação e azimute são dados por:

$$Az = \arctan \frac{y_t}{x_t} \quad (4.17)$$

$$\theta_2 = \arctan \frac{z_t}{\sqrt{x_t^2 + y_t^2}} \quad (4.18)$$

O quadrante adequado para o azimute deve ser identificado pela geometria. Para o ângulo de elevação os valores estão no primeiro (+) e terceiro quadrantes (-), no intervalo  $[\pi/2; -\pi/2]$ .

### 4.3. Elementos Orbitais Keplerianos

Os elementos orbitais keplerianos são um conjunto de parâmetros orbitais que permitem que programas de rastreamento de satélite calculem sua posição no espaço. O conjunto de elementos de 2 linhas do NORAD (Comando de Defesa Aeroespacial Norte Americano), o NORAD *Two-Line Element Set (TLE)*, mantido através de dados fornecidos pela NASA [26] dá a informação específica sobre a órbita de qualquer satélite ou objeto espacial em um determinado momento do dia. Uma vez que estes elementos são conhecidos para o instante de referência (*epoch time*), as posições subsequentes do satélite no espaço podem ser previstas através de procedimento matemático baseado no modelo orbital, desenvolvido a partir das equações de Mecânica Orbital. Entretanto a precisão dos dados *TLE* degrada-se com o passar do tempo. Estes elementos são ajustados diariamente com o objetivo de manter atualizada a capacidade de previsão da órbita. O modelo orbital faz os cálculos em relação ao Equador verdadeiro e ao equinócio médio no tempo de referência. Esta distinção é importante porque a direção do eixo verdadeiro de rotação da Terra varia no tempo, assim como a direção do Equinócio Vernal.

Quando se faz necessária a previsão diária do movimento do satélite, é preciso manter o conjunto *TLE* atualizado. No presente trabalho estes dados são o parâmetros de entrada para o modelo orbital que fornece como resultado a descrição do movimento do satélite, ou variação do ângulo de elevação para um período de 24 horas. Esta série temporal do ângulo de elevação é então utilizada na fórmula de conversão (3.12).

#### 4.3.1. Nomenclatura dos elementos orbitais

Os dados para cada satélite consistem de três linhas com o formato apresentado no exemplo a seguir de um satélite da constelação Globalstar:

```
GLOBALSTAR M001  
1 25162U 98008A 03102.51077380 -.00000104 00000-0 00000+0 0 7261  
2 25162 52.0009 279.1148 0001480 131.2512 228.8528 12.62258218237930
```

A linha zero apresenta o nome do satélite. As linhas 1 e 2 são os parâmetros orbitais cuja descrição está na tabela a seguir.

<b>Line 1</b>	
<b>Column</b>	<b>Description</b>
01	Line Number of Element Data
03-07	Satellite Number
08	Classification (U=Unclassified)
10-11	International Designator (Last two digits of launch year)
12-14	International Designator (Launch number of the year)
15-17	International Designator (Piece of the launch)
19-20	Epoch Year (Last two digits of year)
21-32	Epoch (Day of the year and fractional portion of the day)
34-43	First Time Derivative of the Mean Motion
45-52	Second Time Derivative of Mean Motion (decimal point assumed)
54-61	BSTAR drag term (decimal point assumed)
63	Ephemeris type
65-68	Element number
69	Checksum(Modulo10) (Letters, blanks, periods, plus signs = 0; minus signs = 1)

<b>Line 2</b>	
<b>Column</b>	<b>Description</b>
01	Line Number of Element Data
03-07	Satellite Number
09-16	Inclination [Degrees]
18-25	Right Ascension of the Ascending Node [Degrees]
27-33	Eccentricity (decimal point assumed)
35-42	Argument of Perigee [Degrees]

44-51	Mean Anomaly [Degrees]
53-63	Mean Motion [Revs per day]
64-68	Revolution number at epoch [Revs]
69	Checksum (Modulo 10)

Cada conjunto de duas linhas fornece os parâmetros orbitais de uma data específica. Os valores relevantes do exemplo são transcritos na tabela abaixo.

Satélite Globalstar	#25162
Ano	2003
Dia	102 (12 de Abril)
Horário (fração do dia)	0.5107738 x 86400segundos
Inclinação (i)	52.0009 graus
Ascensão direta do nó ascendente ( $\Omega$ )	279.1148 graus
Excentricidade (e)	0.0001480
Argumento do perigeu ( $\omega$ )	131.2512
Anomalia média (Mo)	228.8528 graus
Movimento médio (n)	12.62258 rev/dia

Tabela 11 – Valores do TLE

#### 4.4. Perturbações Orbitais

As perturbações orbitais são consequência de várias forças que atuam no satélite além da força de atração da Terra, suposta esférica e homogênea no desenvolvimento da teoria da mecânica orbital apresentada no Apêndice I. A assertiva de que o corpo central possui massa pontual não é correta porque a Terra não pode ser considerada esférica e nem sua densidade de massa é uniforme. Além da não esfericidade da Terra existem outras fontes de perturbações: a presença da atmosfera causando o arraste atmosférico durante o deslocamento do satélite, a atração do Sol, a pressão de radiação solar e a atração da Lua. Estes fatores devem ser considerados no cálculo da evolução de longo termo da órbita.

No entanto neste trabalho o objetivo é determinar a órbita em períodos diários, dentro do quais estas correções são feitas. O fato da órbita ser gerada sempre a partir de elementos orbitais atualizados mantém estes resultados com nível de precisão razoável para os cálculos estatísticos a que se destinam. Os elementos orbitais não são constantes, sendo estas perturbações a razão pela qual são gerados diariamente.

Então as perturbações orbitais em satélites artificiais podem ser divididas em três categorias:

- 1- Devido à presença de outras massas grandes (Sol e Lua)
- 2- Resultantes da Terra não poder ser considerada massa pontual
- 3- Devido às forças não gravitacionais:
  - a. Pressão de radiação do Sol
  - b. Arraste atmosférico residual

Os efeitos das categorias 1 e 3a são mais significativos nos satélites GEO. Os efeitos da atração do Sol e da Lua tendem a aumentar a inclinação da órbita, forçando-a a sair do plano do Equador. A influência da pressão de radiação solar também é maior porque os satélite GEO têm área maior que satélites LEO. O arraste atmosférico residual é importante para as órbitas LEO com altura abaixo de 800 km.

Os efeitos da Terra não esférica e com densidade não uniforme são relevantes na caracterização das órbitas LEO. Ignorar o fato que a Terra possui a forma de um esferóide oblato pode introduzir erros no rastreamento dos satélites. A consequência da não esfericidade da Terra aparece nos cálculos geométricos, na determinação da latitude do observador. O método de cálculo com coordenadas cartesianas tem a vantagem de ser facilmente generalizado para incluir o efeito da Terra não esférica.

Para se contabilizar o primeiro efeito da perturbação devido à não esfericidade da Terra, verifica-se pela geometria a diferença entre as latitudes geográfica e geocêntrica. Como mostrado na Figura 31, o ângulo  $\phi$  determinado pela medida do zênite local no ponto E é chamada latitude geodésica ou latitude geográfica, e este é o valor normalmente dado para especificar a posição do observador. Devido à não esfericidade da Terra, este ângulo é diferente da latitude

geocêntrica  $\phi'$ , que é o ângulo entre a posição do observador, o centro da Terra e o plano Equatorial

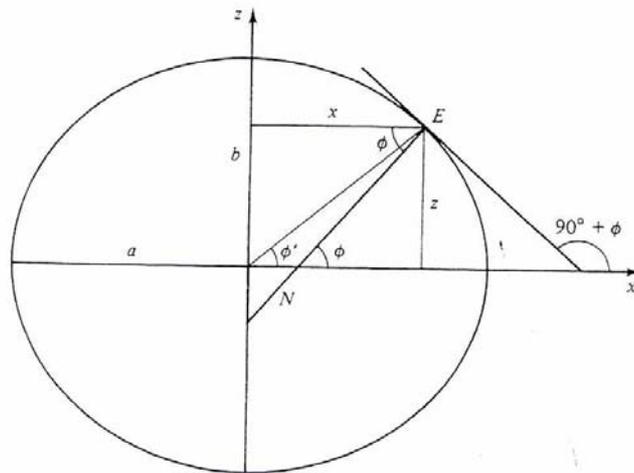


Figura 37 – Geometria da Terra oblata

O impacto da mudança está no cálculo da posição do observador nas coordenadas ECI, onde deve ser usada a latitude geocêntrica. Esta pode ser obtida da latitude geodésica por:

$$\tan \phi' = (1 - e^2) \tan \phi = (1 - f)^2 \tan \phi \quad (4.19)$$

O achatamento da Terra  $f$  é definido por

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (4.20)$$

onde  $a$ ,  $b$  são os raios equatorial e polar respectivamente. A excentricidade da Terra  $e_T$  é

$$e_T = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \Rightarrow e^2 = 2f - f^2 \quad (4.21)$$

No modelo WGS 84 (*World Geodetic System* 1984) [29] a Terra é representada por um elipsóide com  $a = 6378.137$  km,  $1/f = 298.257223563$  e  $e_1^2 = 0.00669437999014$ .

Após a manipulação envolvendo a equação da elipse, obtém-se novas expressões para a localização do observador:

$$\begin{aligned}x'_g &= \rho_g \cos \lambda_g \\y'_g &= \rho_g \sin \lambda_g \\z'_g &= [(1 - e^2)N + \Delta h] \sin \phi_g\end{aligned}\quad (4.22)$$

onde

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_g}} \quad (4.23)$$

$$\rho_g = (N + \Delta h) \cos \phi_g \quad (4.24)$$

$N$  é o raio de curvatura perpendicular ao horizonte local e  $\rho_g$  é a distância ao eixo de rotação. Essas equações devem substituir as equações (4.13) respectivamente. Nas equações (4.16) deve ser mantida a latitude geográfica.

A caracterização da perturbação devido à não homogeneidade da massa da Terra, que é o segundo efeito que está sendo considerado no cálculo da trajetória da órbita, é feito a partir do estudo do potencial gravitacional da Terra [30]. A não uniformidade da atração gravitacional gera uma perturbação na orientação da órbita, resultando em variações em dois parâmetros orbitais, na ascensão direta do nó ascendente (RAAN)  $\Omega$  – que é o ponto onde o satélite cruza a linha do Equador no movimento de subida – e no argumento do perigeu  $\omega$ , ângulo de orientação do satélite dentro da órbita.

A variação em  $\Omega$  é chamada regressão nodal, que representa o quanto este ângulo se altera por dia. O nó ascendente  $\Omega$  move-se na direção oeste para órbitas diretas (inclinação  $i$  menor que  $90^\circ$ ) e para leste nas retrógradas ( $i > 90^\circ$ ). As órbitas polares ( $i$  próximo de  $90^\circ$ ) ficam praticamente fixas no espaço. A regressão nodal é dada por [30]

$$\dot{\Omega} = \frac{-9.964}{(1 - e^2)^2} \left( \frac{R_E}{r} \right)^{3.5} \cos i \quad \text{graus/dia} \quad (4.26)$$

A variação no argumento do perigeu  $\omega$  é chamada rotação apsidal, que significa que o eixo principal da órbita elíptica, orientada por  $\omega$ , roda nos dois sentidos dentro do plano da órbita. A rotação apsidal é dada por [30]:

$$\dot{\omega} = \frac{4.982}{(1-e^2)^2} \left( \frac{R_E}{r} \right)^{3.5} (5 \cos^2 i - 1) \quad \text{graus/dia} \quad (4.27)$$

No caso dos satélites Globalstar, com ângulo de inclinação em torno de  $52^\circ$ , altura de órbita 1414 km e excentricidade em torno de  $1.936 \times 10^{-3}$  a regressão nodal é da ordem de  $-3^\circ/\text{dia}$ , e a rotação apsidal é em torno de  $2.2^\circ/\text{dia}$ . Estas correções são feitas quando são calculados os ângulos de elevação no período diário a partir do tempo de referência dos elementos orbitais, sendo aplicadas quatro vezes ao dia.

#### 4.5.

#### Procedimento do cálculo de elevação variante no tempo

##### 4.5.1.

##### Constelação de satélites LEO

A constelação de satélites LEO é caracterizada neste trabalho a partir do conhecimento do movimento de cada um dos satélites, conforme descrito nos itens anteriores. Com a informação da variação do ângulo de elevação ao longo do dia de todos os satélites é possível simular o movimento de uma antena da Estação Terrena que os rastreia, considerando que ela sempre vai apontar para o satélite que está mais alto no céu entre aqueles visíveis em cada instante de tempo. A seguir determina-se a envoltória dos ângulos de elevação como o ângulo  $\theta_2(t)$  sobre o período diário, necessário para a fórmula de conversão na equação (3.12). O movimento de dois satélites da constelação Globalstar ao longo do dia está ilustrado na Figura 38 como exemplo. O ângulo zero ( $0^\circ$ ) representa a linha do horizonte. A abordagem neste trabalho desconsidera a topografia do terreno.

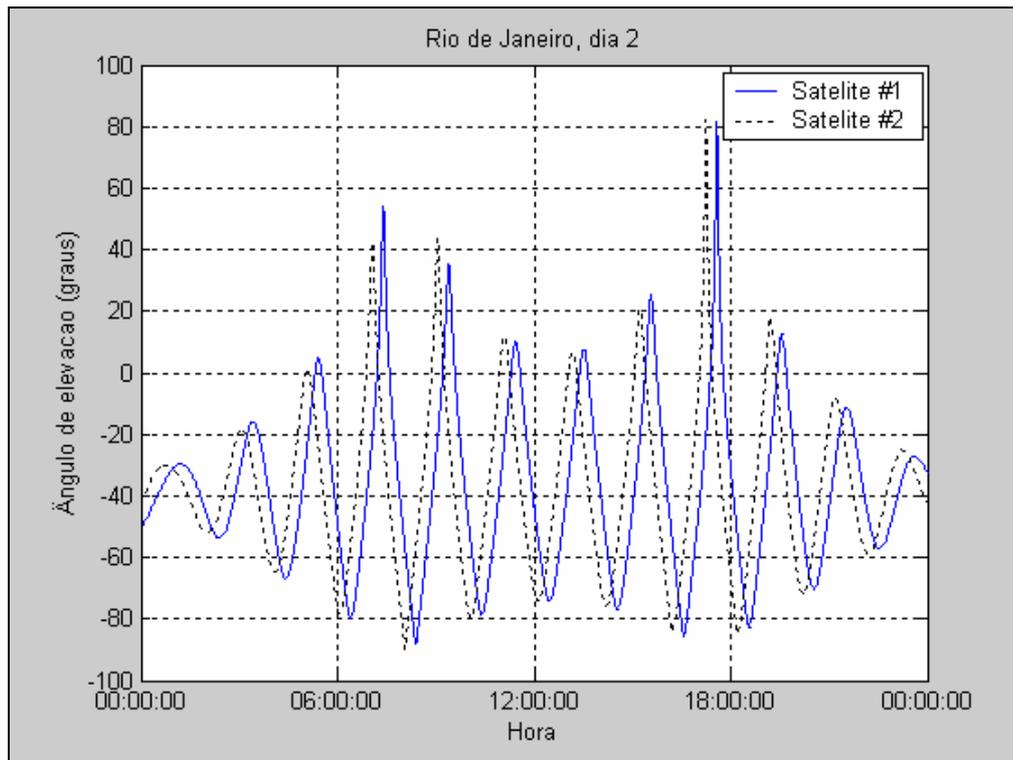


Figura 38 – Variação do ângulo de elevação de dois satélites, visto do Rio de Janeiro

#### 4.5.2.

#### Banco de Dados do movimento da constelação

Todas as perturbações orbitais agem para retirar o satélite de sua órbita circular fazendo-a tender para uma órbita elíptica. O movimento da rotação da Terra causa a precessão nodal, isto é, o nó ascendente cruza o Equador um ponto diferente do anterior a cada rotação. A conjunção destes fatores faz com que os rastros de satélites LEO variem de um dia para o outro. Consequentemente o padrão da envoltória é diferente a cada dia do ano.

A disponibilidade dos conjuntos de elementos orbitais (TLE) do NORAD na Internet [31] possibilitou a construção de um banco de dados destes elementos, sendo possível calcular os padrões de envoltória para 90 dias corridos e construir um banco de dados do movimento da constelação através do conjunto de Programas#2, chamado Gerador de Órbita.

O NORAD envia os conjuntos de elementos orbitais listados em arquivos para cada satélite da constelação,  $sat\#n$  onde  $n = 1..N$ ,  $N$  é o número de satélites, dentro do período de tempo solicitado. Para Globalstar,  $N = 48$ . A primeira etapa é a montagem dos arquivos diários com o programa do Matlab *ordenasat.m*, que

consiste em retirar de cada arquivo anterior o conjunto correspondente ao dia  $d$ . O nome do arquivo de saída é *glob#d.wri*, onde  $d = 1..90$ . Como exemplo, o arquivo *glob2.wri* contém o conjunto de duas linhas para todos os satélites da constelação, para o segundo dia da sequência de 90 dias para o caso Globalstar. No Apêndice II está apresentado o conteúdo deste arquivo.

A segunda etapa é o cálculo da envoltória diária. O programa *geraenvoltlocal.m* lê os arquivos *glob#d.wri* e gera a variação do ângulo de elevação dos 48 satélites Globalstar para cada local. As características geográficas são parâmetros de entrada porque o ângulo de elevação depende da latitude e longitude da estação terrena. A Tabela 12 reúne as características de cada local de medida. A envoltória é obtida com o maior valor do ângulo a cada instante da série temporal, que é construída de 2 em 2 segundos ao longo do dia para ter a mesma dimensão das séries temporais de atenuação e chuva, conforme descrito na Seção 3.1. Isto corresponde à antena apontar sempre para o satélite que está mais alto no céu. Na constelação Globalstar o tempo de visibilidade do satélite é de aproximadamente 15 minutos [27], conforme ilustrado na Figura 39. A saída deste programa são arquivos *locenvolt#d.mat*, onde 'loc'= Rio, Cur, Mos, Rec, Poa e  $d = 1..90$ .

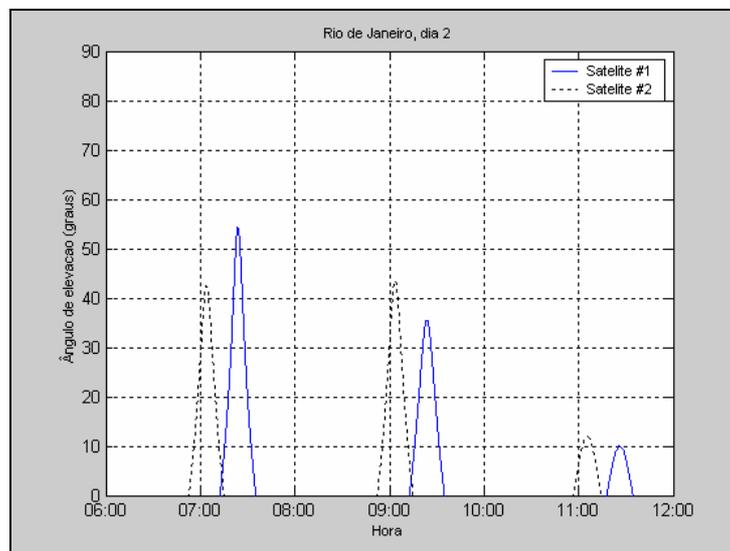


Figura 39 – Intervalo de visibilidade de dois satélites

	Latitude	Longitude	Altura do local
	(°)	(°)	(m)
Mosqueiro (PA)	-1.45	48.48W	24
Recife (PE)	-8.05	34.9W	56
Rio de Janeiro (RJ)	-22.92	43.0W	30
Curitiba (PR)	-25.42	49.28W	915
Porto Alegre (RS)	-30.05	51.17W	56

Tabela 12 – Características dos locais de medidas

A estrutura geral dos programas está esquematizada na Figura (40).

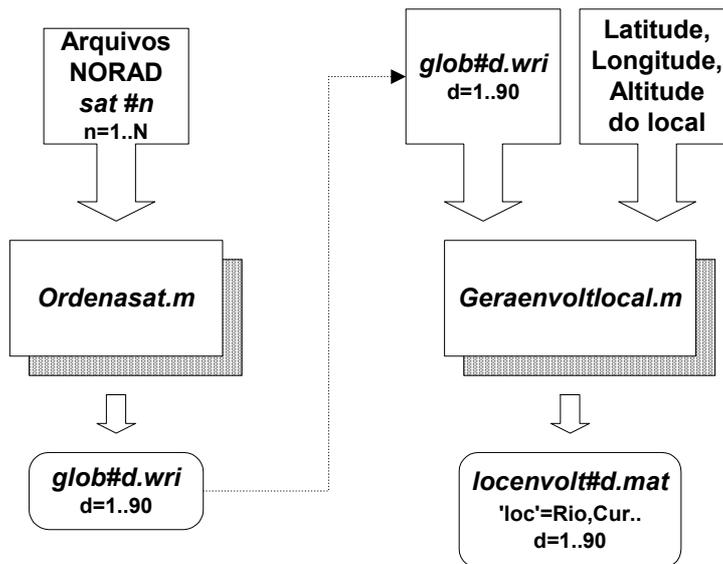


Figura 40 – Estrutura geral dos Programas #2 – Gerador de Órbita

As Figuras 41 a 45 ilustram o padrão da envoltória para o dia 1 visto de Mosqueiro, Recife, Rio de Janeiro, Curitiba e Porto Alegre.

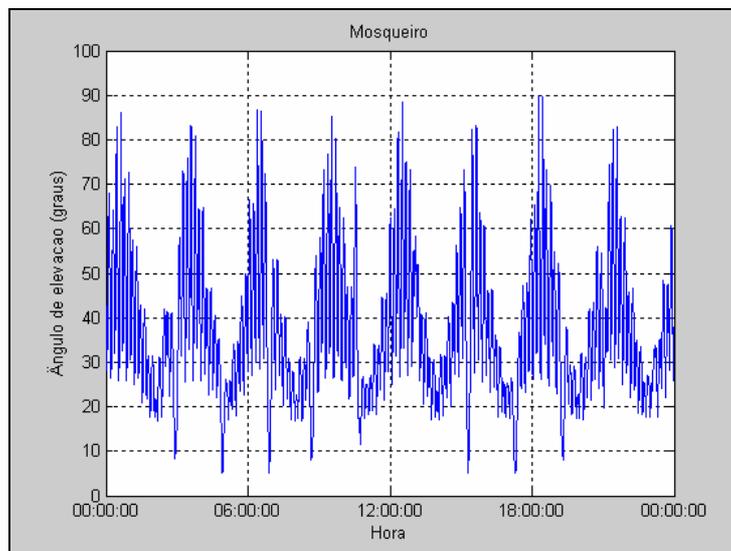


Figura 41 – Envoltória do ângulo de elevação visto de Mosqueiro

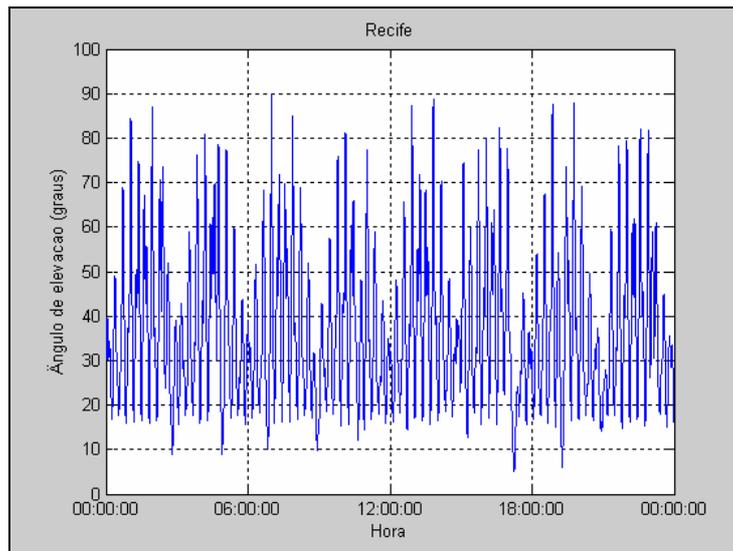


Figura 42 - Envoltória do ângulo de elevação visto de Recife

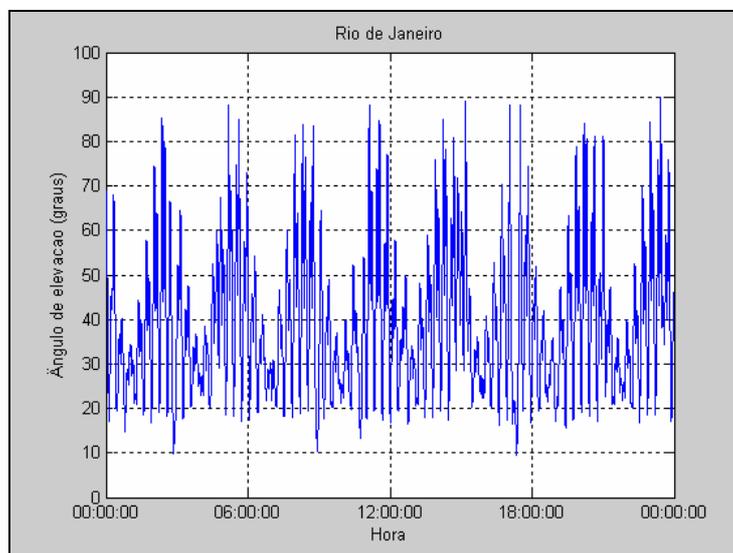


Figura 43 - Envoltória do ângulo de elevação visto do Rio de Janeiro

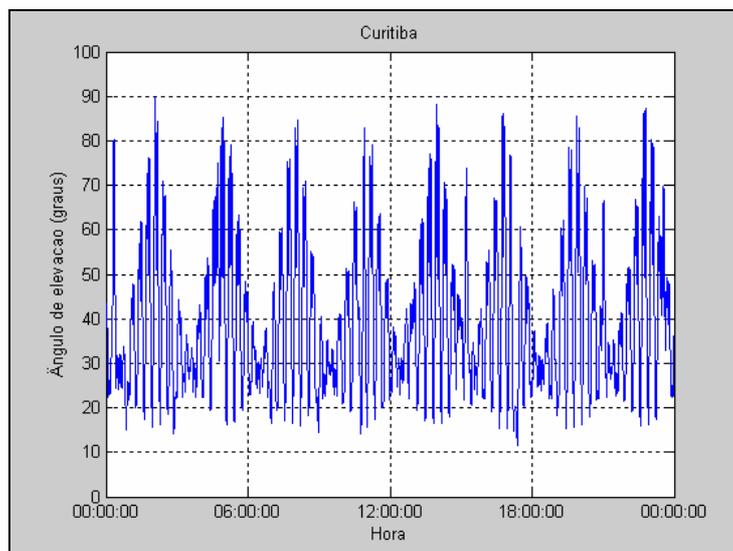


Figura 44 - Envoltória do ângulo de elevação visto de Curitiba

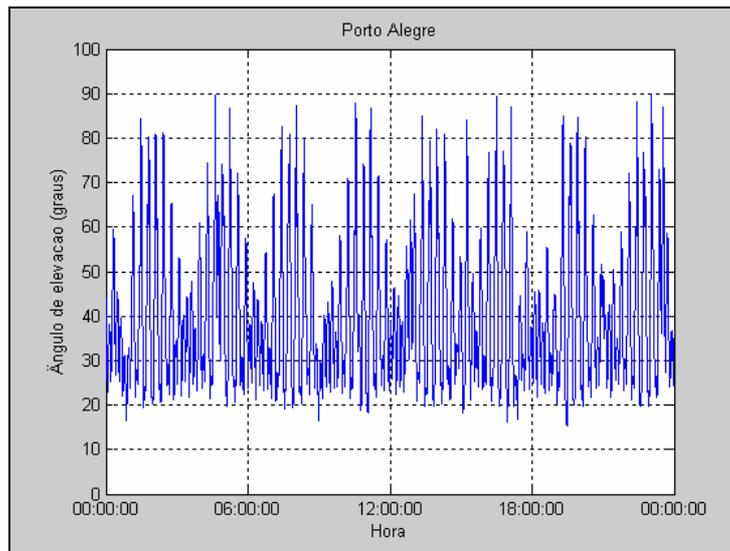


Figura 45 - Envoltória do ângulo de elevação visto de Porto Alegre

Os padrões ficam armazenados para serem usados no cálculo da simulação, que faz os cálculos de conversão diariamente, utilizando um padrão diferente a cada dia, conforme será apresentado no Capítulo 5.

Nas Figuras 41 a 45 observa-se que cada mínimo corresponde ao *handover* entre satélites. O cenário de cobertura que está sendo utilizado neste trabalho não leva em consideração a necessidade de *handover* devido aos efeitos de bloqueio ou sombreamento do sinal por construções ou vegetação. A troca de satélite é feita somente devido ao movimento da constelação, caracterizado pelo decréscimo do ângulo de elevação, conforme ilustrado na Figura 47 que amplia um intervalo de 2 horas.

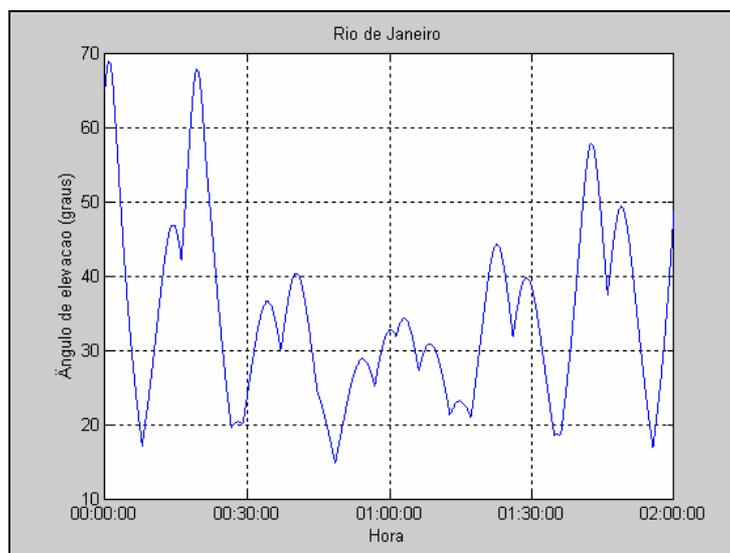


Figura 46 – Envoltória em intervalo de 2 horas

### **4.5.3. Estatísticas do ângulo de elevação**

O conhecimento da variação temporal do ângulo de elevação do satélite permite fazer a análise estatística de suas ocorrências com o cálculo do histograma. A principal aplicação do histograma está no desenvolvimento do modelo LEO/Cetuc, ou seja, no cálculo da distribuição cumulativa da atenuação segundo uma abordagem semelhante ao método da UIT-R, a ser descrito no Capítulo 5. Este procedimento consiste em ponderar as distribuições de atenuação convertidas para ângulos fixos entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  com o número de ocorrências de cada ângulo deste intervalo. Este passo é feito por percentagem de tempo. A resultante é a distribuição cumulativa de atenuação ponderada, apresentada detalhadamente no Capítulo 5.

Neste capítulo são apresentados os histogramas para os cinco locais de medida, cujos dados são usados durante o cálculo do modelo LEO/Cetuc.

De posse do ferramental necessário para a obtenção do histograma em qualquer local, o passo seguinte foi a modelagem da função densidade de probabilidade ( $f_{dp}$ ) dos ângulos de elevação em função da latitude. Este modelo será parte integrante do modelo LEO/Cetuc, na etapa onde é necessário obter este histograma dos ângulos para a ponderação com os níveis de atenuação calculados em cada um dos ângulos no intervalo de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ . O desenvolvimento está na Seção 4.5.3.2.

#### **4.5.3.1. Histogramas dos ângulos de elevação para os locais de medidas**

O banco de dados de 90 dias permite obter o histograma dos ângulos de elevação para cada local. Como cada padrão diário gera um histograma, será utilizado um histograma “médio”, ou seja, com as médias dos 90 dias das ocorrências de cada ângulo de elevação. As Figuras 47 a 51 ilustram estes valores médios, estando no eixo x os intervalos dos ângulos de elevação e no eixo y o número de vezes que ocorrem ângulos nestes intervalos.

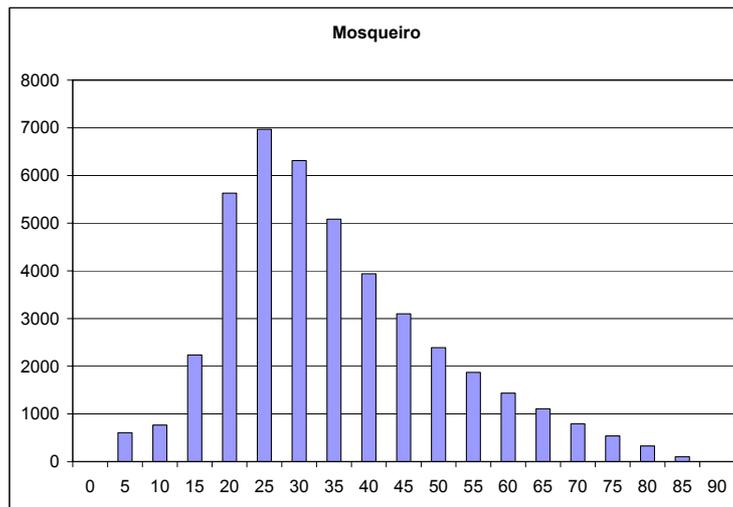


Figura 47 – Histograma médio de Mosqueiro

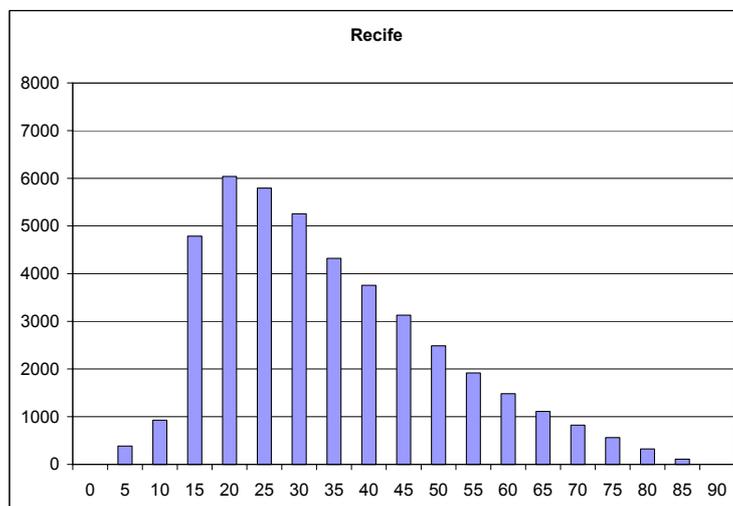


Figura 48 – Histograma médio de Recife

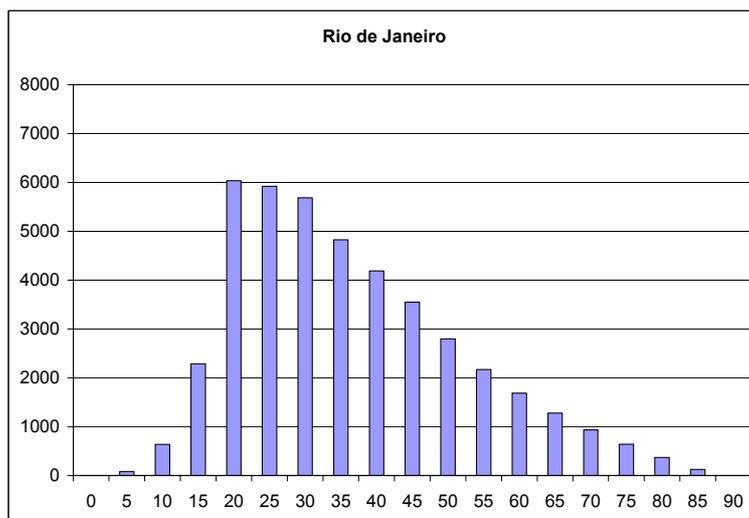


Figura 49 – Histograma médio do Rio de Janeiro

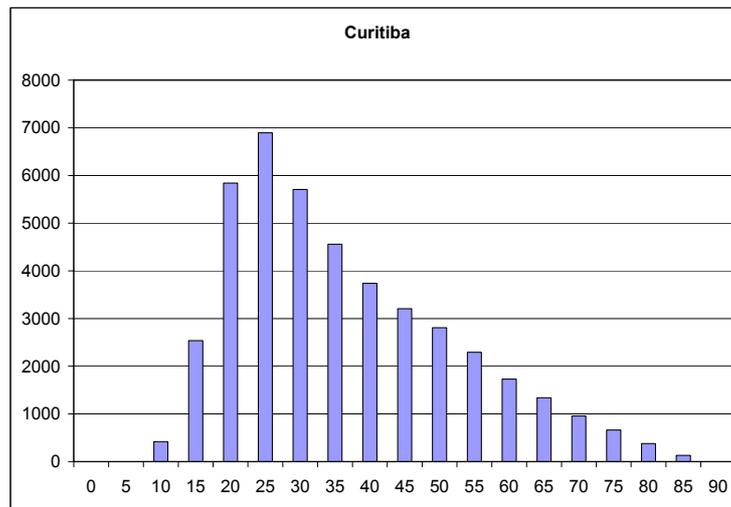


Figura 50 – Histograma médio de Curitiba

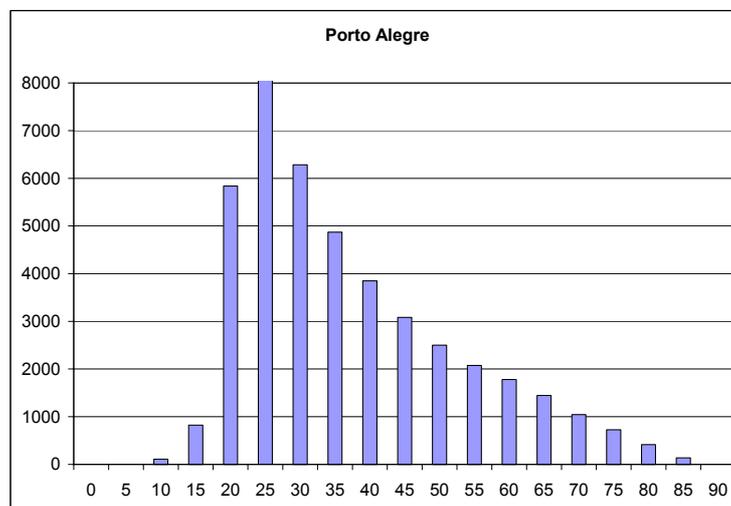


Figura 51 – Histograma médio de Porto Alegre

#### 4.5.3.2. Modelagem da Distribuição dos Ângulos de Elevação

A criação do modelo LEO/Cetuc de previsão de atenuação exige o conhecimento de uma forma analítica para a obtenção dos ângulos de elevação para a construção do histograma. Nesta Seção será feito a modelagem das funções densidade de probabilidade ( $f_{dp}$ ) dos ângulos de elevação baseado nas coordenadas geográficas do local de observação da constelação LEO. O modelo será construído a partir do estudo dos histogramas dos ângulos de elevação gerados pelo programa *histlatlongglobal.m* para cada par [latitude, longitude], que simula a constelação LEO diariamente. O objetivo é relacionar os parâmetros de uma  $f_{dp}$  escolhida com as coordenadas geográficas. Esta análise segue as mesmas

diretrizes do trabalho de Crowe e Raines [32]. No primeiro passo os histogramas foram obtidos da simulação para dois dias consecutivos para várias combinações de latitude ( $-70^\circ$  a  $70^\circ$  com passo de  $10^\circ$ ) e longitude ( $0^\circ$  a  $270^\circ$  com passo de  $90^\circ$ ). O programa *histlatlongglobal.m* implementa estas combinações para um padrão diário, ou seja, para cada arquivo *glob#d.wri*, que contém os TLE para o dia d, ele calcula o histograma. Foram calculadas as *fdps* a partir dos histogramas e a observação das *fdps* mostrou que as distribuições com mesma latitude e em hemisférios diferentes se sobrepunham. A primeira conclusão foi a possibilidade de restringir a modelagem aos histogramas gerados para 1 dia. Esta idéia é suportada por [32]. Também o conjunto de [latitude,longitude] escolhido está de acordo com o procedimento de [32].

A segunda conclusão diz respeito à variação do histograma com a latitude. A Figura 52 mostra os histogramas de ângulos de elevação por latitude e por longitude, colocados com vista superior. Uma análise qualitativa mostra que não há diferenças perceptíveis entre os resultados para diferentes longitudes.

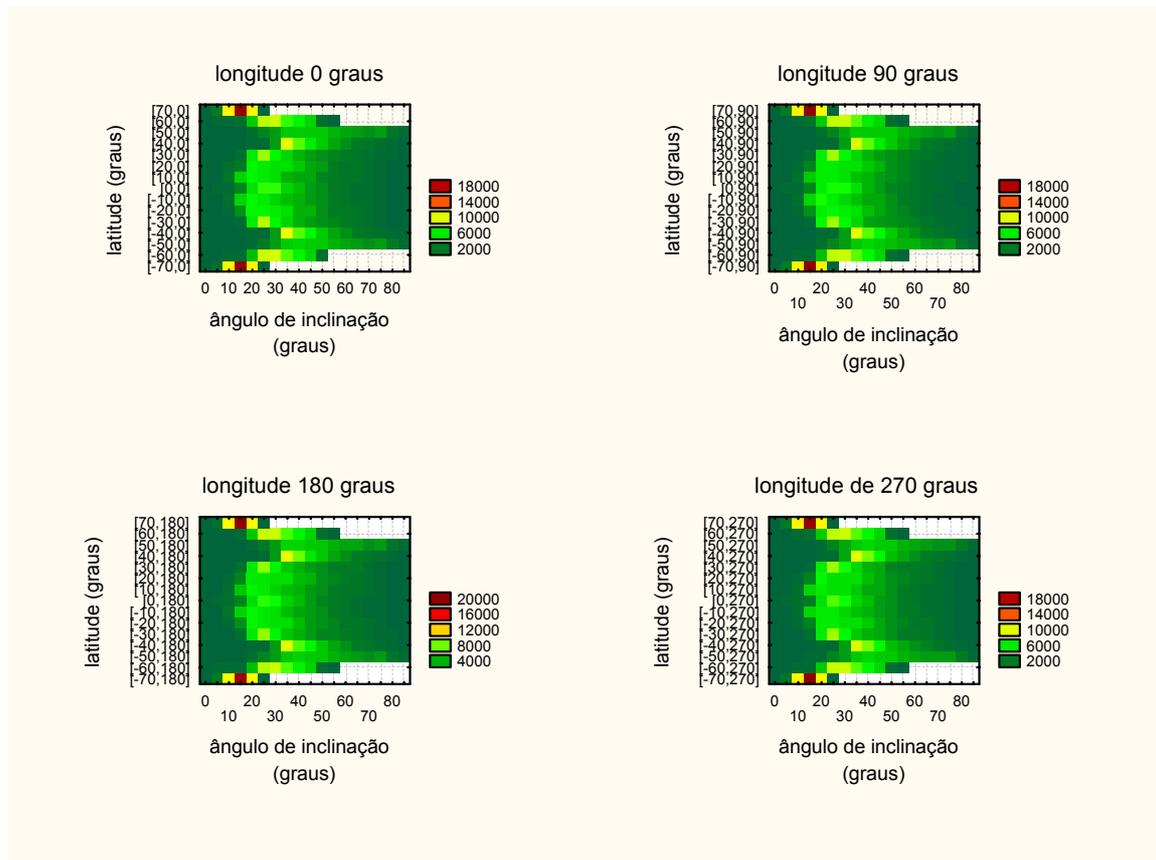


Figura 52 – Variação dos histogramas com a latitude

A análise quantitativa é feita através da verificação dos valores dos histogramas da latitude  $-40^\circ$ . A Figura 53 mostra a plotagem dos valores dos histogramas para as quatro longitudes ( $0^\circ$  a  $270^\circ$ ), juntamente com os intervalos de confiabilidade de 95%. A similaridade dos valores é demonstrada pela posição da maioria dos pontos dentro da região de confiabilidade.

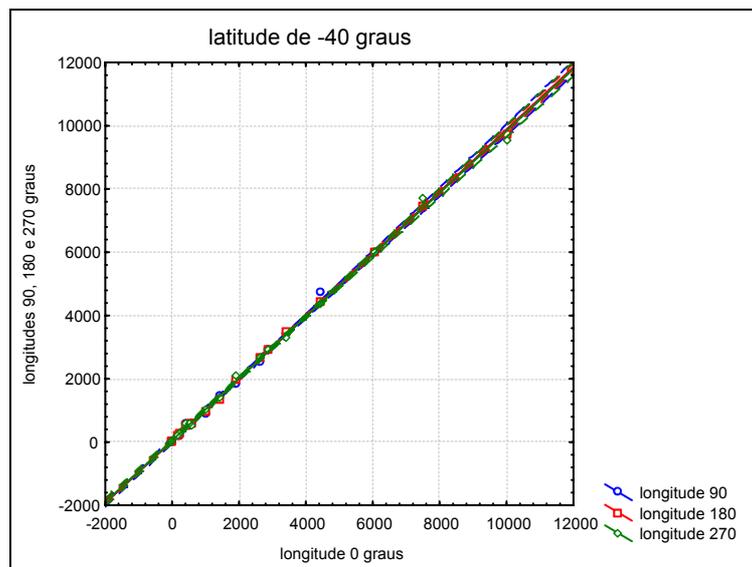


Figura 53 – Correlação entre histogramas da latitude  $-40^\circ$

Com este resultado é possível restringir as análises a apenas um valor de longitude, e o valor de longitude zero foi escolhido.

Ainda da observação dos histogramas verificou-se que os valores em latitudes de mesmo módulo são muito semelhantes. A Figura 54 mostra os histogramas para a longitude zero com outra perspectiva para ilustrar este fato. A plotagem de latitudes de mesmo módulo entre si torna evidente a simetria do problema, conforme a Figura 55. Concluiu-se que seria possível utilizar apenas os histogramas de um hemisfério para a modelagem. Esta similaridade entre os hemisférios Norte e Sul é devido às órbitas serem circulares.

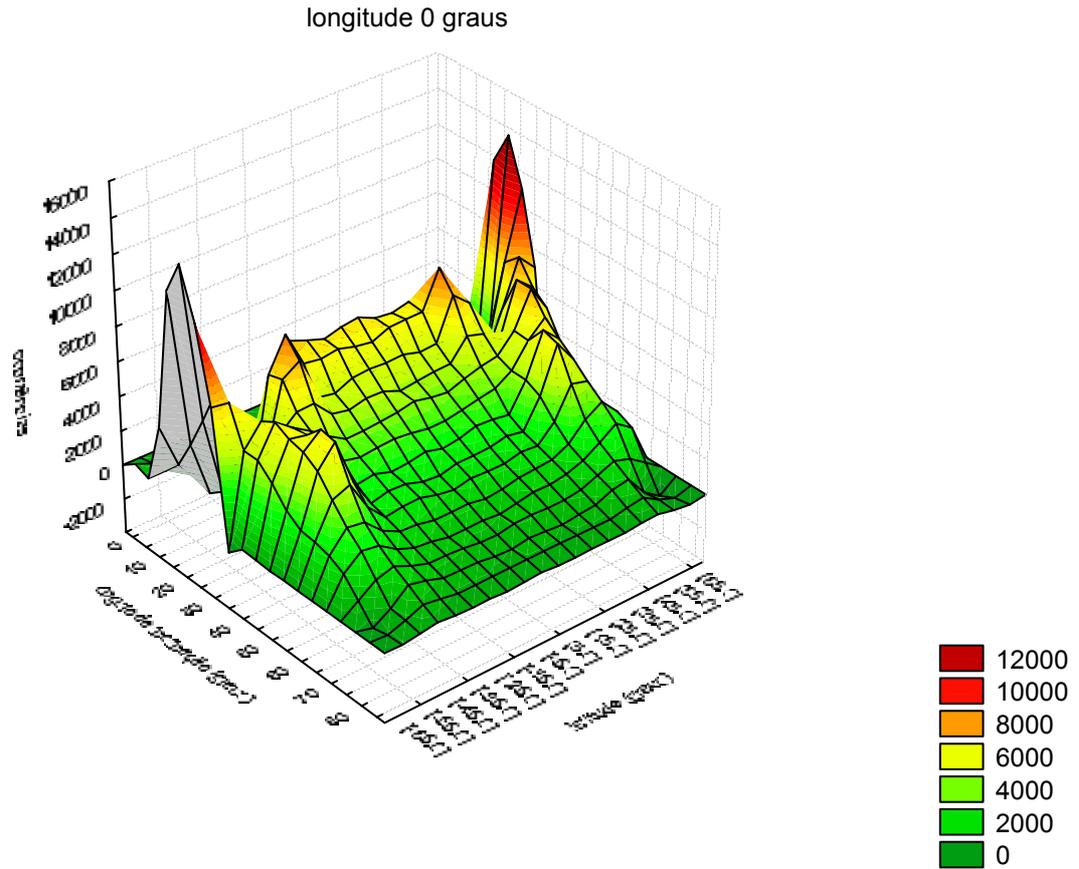


Figura 54 – Histogramas para a longitude zero

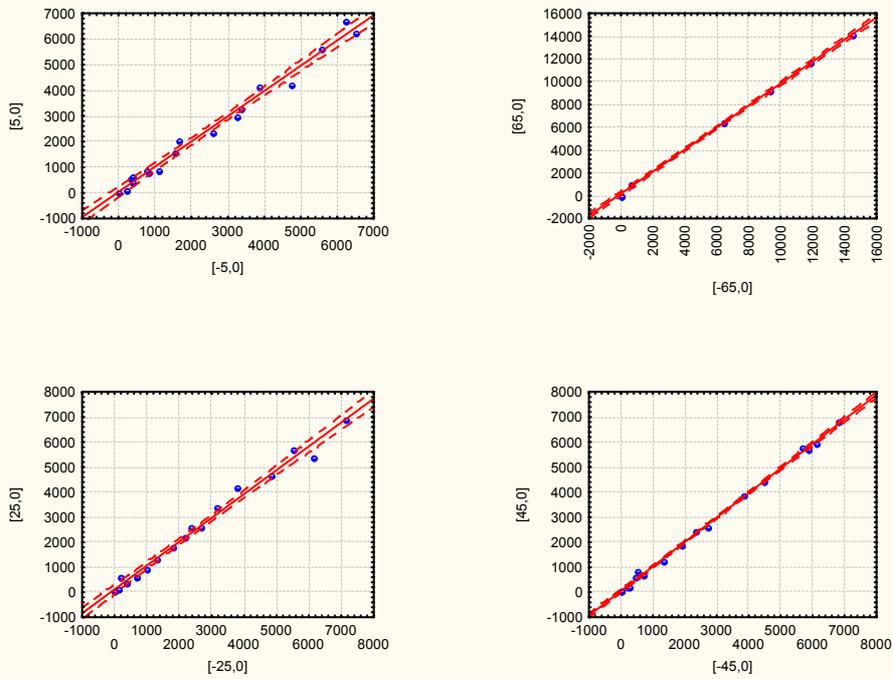


Figura 55 – Histogramas em latitudes simétricas na longitude zero

A etapa seguinte é a modelagem do histograma através da determinação da *fdp* que melhor represente estes valores. A inspeção das *fdfs* sugere o uso de uma distribuição bastante flexível em sua forma. A Figura 56 apresenta todas as *fdfs* de uma longitude de um mesmo hemisfério, onde são observadas pelo menos duas regiões de destaque.

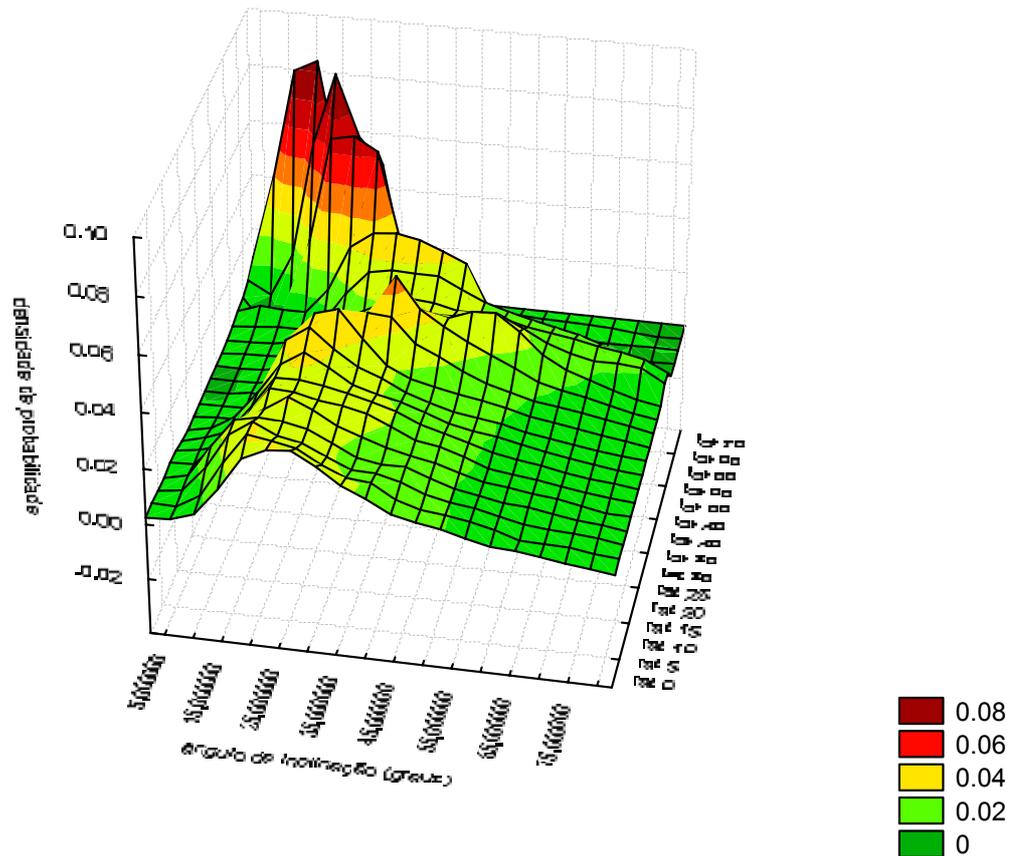


Figura 56 – Funções densidade de probabilidade para a mesma longitude

A primeira região se estende das latitudes  $0^{\circ}$  a  $40^{\circ}$  e mostra um comportamento suave com os modos principais da distribuição localizados abaixo da elevação de  $40^{\circ}$ . O ponto em destaque está na latitude de  $45^{\circ}$  e demarca a fronteira com a região de  $50^{\circ}$  a  $70^{\circ}$ , caracterizadas por vários modos de posicionamento variado. A presença geral de modos secundários torna a escolha de uma distribuição unimodal um pouco deficiente. No entanto como o objetivo é obter um modelo que ofereça relacionamento entre as coordenadas, agora somente a latitude em um hemisfério, é necessário aceitar este risco, pois os métodos não paramétricos – mais indicados para modelar distribuições com múltiplos modos –

não são adequados à modelagem que se deseja fazer porque não oferecem parâmetros para serem modelados.

A variabilidade de posicionamento dos modos principais indica que a distribuição mais apropriada deve ser bastante flexível. A escolha recaiu sobre a distribuição de Weibull de 3 parâmetros [33,34], apresentada no Apêndice III e descrita pela seguinte expressão:

$$f(\theta) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{\theta - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left( \frac{\theta - \gamma}{\eta} \right)^\beta} \quad (4.28)$$

onde  $\eta$  é o fator de escala,  $\beta$  o fator de forma e  $\gamma$  o fator de deslocamento. O ângulo de elevação  $\theta$  (graus) é a variável e  $\theta = [5^\circ, 90^\circ]$ . A descrição desta distribuição está no Apêndice III.

A modelagem das *fdps* foi feita para o módulo da latitude devido à simetria já mencionada, utilizando-se o *software Statistica* [21]. O procedimento seguiu três etapas, a saber:

- 1- Estimação dos parâmetros da densidade de probabilidade Weibull para cada latitude. O passo foi de  $5^\circ$ , o mesmo aplicado em [32]
- 2- Regressão paramétrica ou ajuste dos parâmetros com a latitude
- 3- Teste dos modelos obtidos

Na primeira etapa obteve-se os três parâmetros da *fdp* Weibull para cada latitude. A Tabela 13 apresenta o resultado da estimação.

Latitude (°)	Escala ( $\eta$ )	Forma ( $\beta$ )	Deslocamento ( $\gamma$ )
0	23.80581	1.415716	14.67541
5	24.33727	1.187754	14.95198
10	26.54136	1.172962	14.35365
15	26.06329	1.331047	14.14654
20	25.78237	1.347941	14.82897
25	25.74694	1.352318	14.62292
30	21.53967	1.044344	19.99992
35	21.69751	1.026767	24.99994
40	17.27618	1.124834	29.99990
45	35.61072	2.681129	17.51248

50	38.76932	1.873918	18.32803
55	28.33173	1.679431	19.31249
60	21.46024	2.138406	13.84727
65	17.32600	2.889675	7.539436
70	16.40344	3.897574	0.00000

Tabela 13 – Parâmetros de Weibull para cada latitude

A seguir analisa-se a variação de cada parâmetro com a latitude para se obter uma equação de ajuste. O fator de escala  $\eta$  tem sua curva apresentada na Figura 57, onde se observam dois comportamentos distintos, na região de  $0^\circ$  a  $40^\circ$  e na região de  $50^\circ$  a  $70^\circ$ .

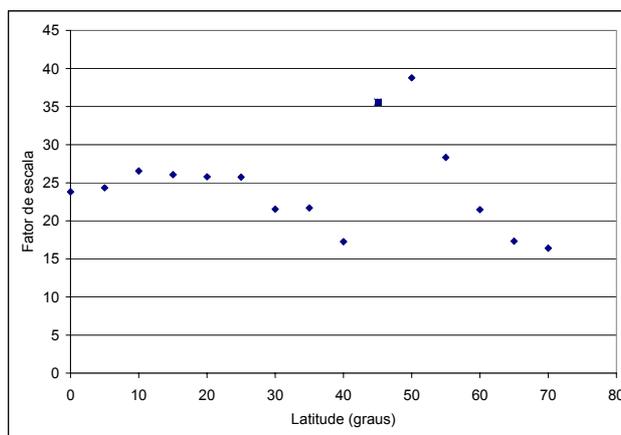


Figura 57 – Variação do fator de escala com a latitude

Na latitude  $45^\circ$  evidencia-se um ponto de comportamento peculiar. Este ponto, aqui chamado *outlier* é causado pelo comportamento também diferenciado da densidade de probabilidade, fato já observado na Figura 56. A Figura 58 apresenta o histograma com vista superior. Observa-se nesta latitude a posição do modo principal acima dos 40 graus de inclinação, ao contrário de todas as outras densidades. Esta diferenciação pode estar sendo responsável pelo comportamento *outlier* desta densidade, pelo menos no que diz respeito ao fator de escala.

Censurando-se o *outlier* na latitude  $45^\circ$  verifica-se que o comportamento do fator de escala com a latitude pode ser representado por um polinômio de segundo grau tanto para a região entre  $0^\circ$  e  $40^\circ$  e na região de  $50^\circ$  a  $70^\circ$ . As Figuras 59 e 60 apresentam o resultado deste ajuste.

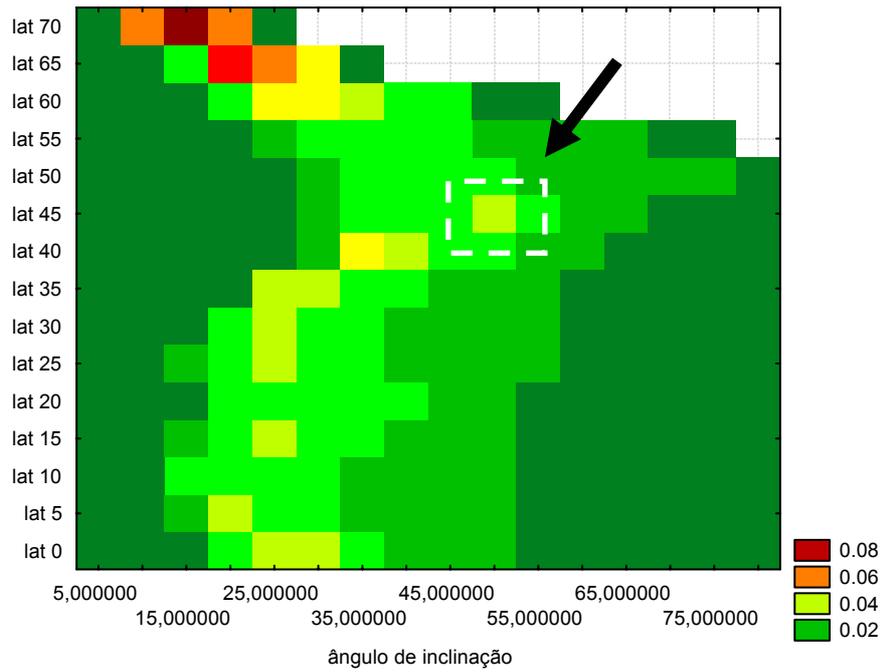


Figura 58 – Destaque da posição do modo na latitude 45°

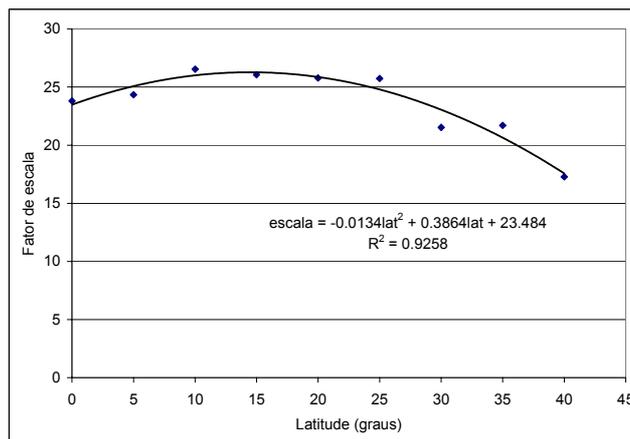


Figura 59 – Ajuste do fator de escala na faixa 0° a 40°

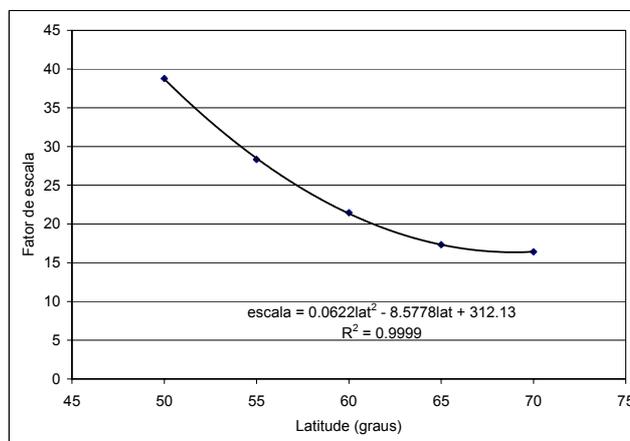


Figura 60 – Ajuste do fator de escala na faixa de 50° a 70°

O segundo parâmetro a ser verificado é o fator de forma  $\beta$ , cuja variação com a latitude é apresentada na Figura 61. O valor obtido para o fator de forma na latitude  $45^\circ$  não parece tão diferenciado neste gráfico quanto no caso do fator de escala. A razão para isto é provavelmente o fato da forma da distribuição estar dentro do padrão Weibull. O ponto na latitude  $45^\circ$  está bem relacionado com os pontos da faixa de  $50^\circ$  a  $70^\circ$  e portanto foi incluído nesta faixa.

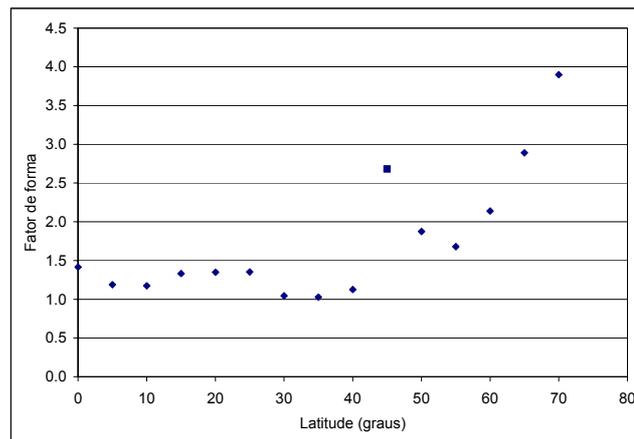


Figura 61 – Variação do fator de forma com a latitude

O ajuste dos parâmetros de  $0^\circ$  a  $40^\circ$  necessitou de um polinômio de quarto grau e na faixa de  $50^\circ$  a  $70^\circ$  foi utilizado um polinômio de segundo grau, apresentados nas Figuras 62 e 63.

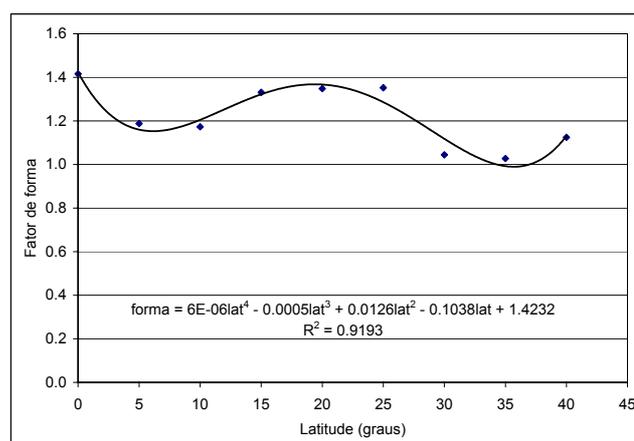


Figura 62 – Ajuste do fator de forma na faixa de  $0^\circ$  a  $40^\circ$

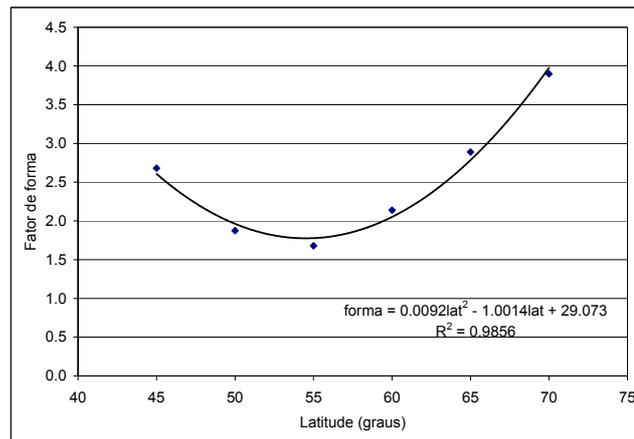


Figura 63 – Ajuste do fator de forma na faixa de 45° a 70°

O terceiro parâmetro é o fator de deslocamento  $\gamma$ . Sua variação com a latitude está apresentada na Figura 64. Também neste caso o valor do fator de deslocamento obtido para a latitude 45° está bem relacionado com os valores da faixa 50° a 70°, onde foi incluído.

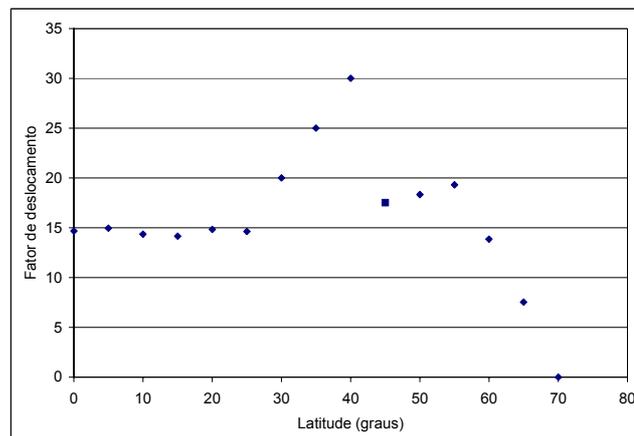


Figura 64 – Variação do fator de deslocamento com a latitude

São mantidas as mesmas regiões de latitudes para o ajuste do parâmetro  $\gamma$ . As Figuras 65 e 66 apresentam os ajustes para cada uma das regiões.

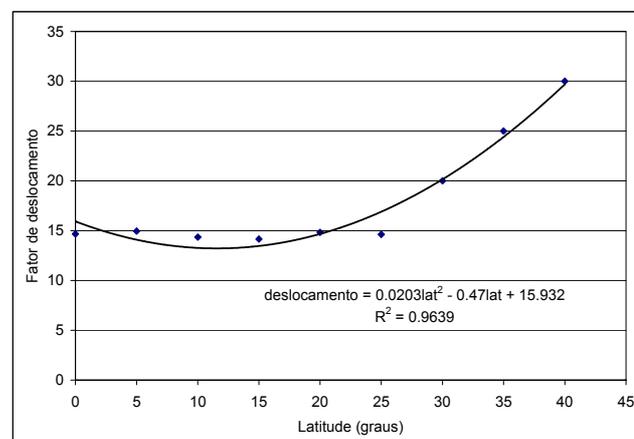


Figura 65 – Ajuste do fator de deslocamento na faixa de 0° a 40°

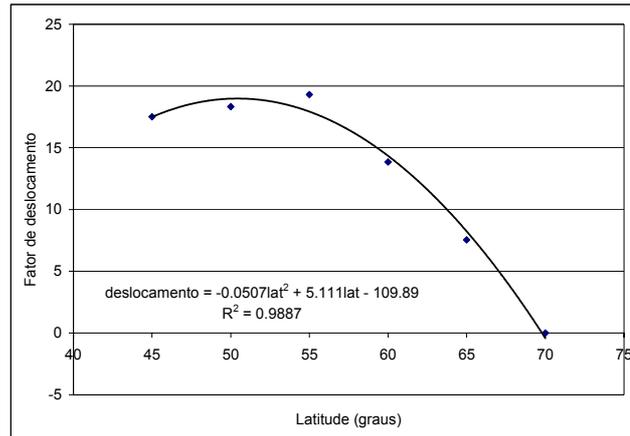


Figura 66 – Ajuste do fator de deslocamento na faixa de 45° a 70°

Apresenta-se a seguir as expressões dos ajustes polinomiais dos parâmetros  $(\eta, \beta, \gamma)$  da distribuição de Weibull obtidos com a regressão com a latitude para as regiões consideradas.

$$0^\circ \leq |lat| \leq 40^\circ$$

$$\eta = -0.0134|lat|^2 + 0.3864|lat| + 23.484$$

$$\beta = 6e - 6|lat|^4 - 0.0005|lat|^3 + 0.0126|lat|^2 - 0.1038|lat| + 1.43232 \quad (4.29)$$

$$\gamma = 0.0203|lat|^2 - 0.47|lat| + 15.932$$

$$45^\circ \leq |lat| \leq 70^\circ$$

$$\eta = 0.0622|lat|^2 - 8.5778|lat| + 312.13$$

$$\beta = 0.0092|lat|^2 - 1.0014|lat| + 29.073 \quad (4.30)$$

$$\gamma = -0.0507|lat|^2 + 5.111|lat| - 109.89$$

A qualidade do modelo proposto foi testada seguindo o procedimento usado por Crowe e Raines [32]. Os autores compararam os valores de diferença absoluta entre os valores estimados das densidades obtidas através dos modelos e os valores obtidos dos histogramas. Entretanto é necessário levar em consideração o fato que, por questões de simplicidade do modelo, decidiu-se usar uma densidade unimodal para representar um fenômeno multimodal – procedimento também utilizado em [32].

Dos resultados dos ajustes polinomiais, nota-se que a maior diferença entre os valores medidos e suas estimativas foi registrada para a latitude 25°. A Figura 61 apresenta a densidade medida, o ajuste Weibull direto e a *fdp* Weibull com parâmetros estimados para o ajuste polinomial para a latitude 25°. As diferenças no fator de deslocamento causam erros no início da função densidade, porém as curvas convergem após o valor 0.02. A localização do modo está bem representada por todos os estimadores. Apesar disso é no modo que encontra-se a maior diferença entre os valores medidos e os estimados, chegando a um máximo de cerca de 10%.

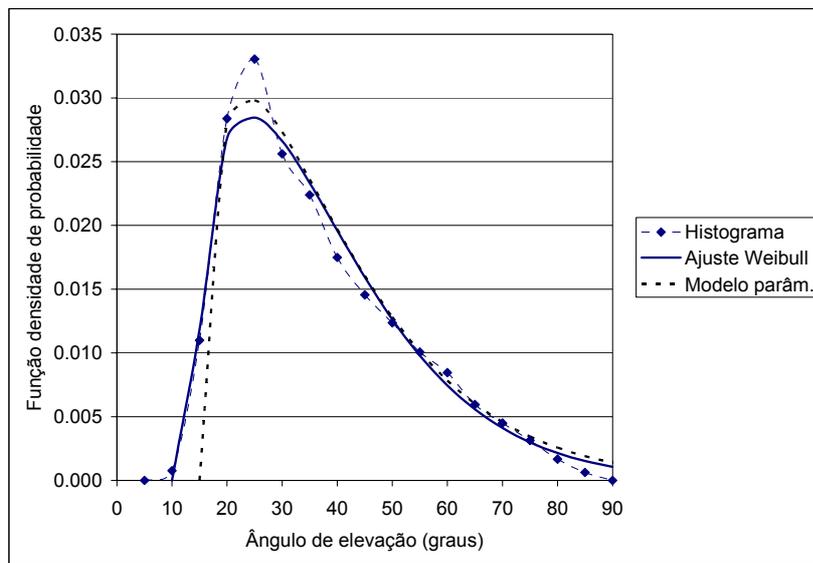


Figura 67 – Comparação entre as distribuições estimada e ajustada pelo modelo

Pode-se concluir que os resultados permaneceram com erros absolutos abaixo de 10%, mesmo para um modelo bastante simplificado. Estes valores estão de acordo com [32].

Uma vez que foi possível obter a forma analítica para a *fdp* dos ângulos de elevação em função da latitude, obtém-se o histograma fazendo o caminho inverso nos cálculos. Os valores da *fdp* deve ser multiplicado por 5, que era o tamanho do intervalo do histograma, e depois por 43200, que é o número total de ocorrências.

Então o modelo pode ser assim descrito:

- 1- Dada a latitude do local onde se deseja obter o histograma dos ângulos de elevação, obter a função densidade para o intervalo de 0° a 90°;
- 2- Multiplicar os valores da *fdp* por (5\*43200).

A aplicação deste modelo será tratada no Capítulo 5, quando será parte integrante do modelo LEO/Cetuc de previsão de atenuação. No momento são apresentados os histogramas medido e o obtido pelo modelo dos parâmetros Weibull para cada local de medida nas Figuras 68 a 72. Nestas figuras o eixo x contém os intervalos dos ângulos de elevação e o eixo y o número de vezes que ocorrem ângulos nestes intervalos. Observa-se que o ajuste dos parâmetros não representa a faixa de ângulos de elevação até  $15^\circ$  em todos os lugares e até  $20^\circ$  em Porto Alegre. Optou-se por um ajuste que representasse muito bem os ângulos de elevação com maior ocorrência, ainda que em detrimento dos ângulos menores, cujas pequenas ocorrências não são significativas estatisticamente.

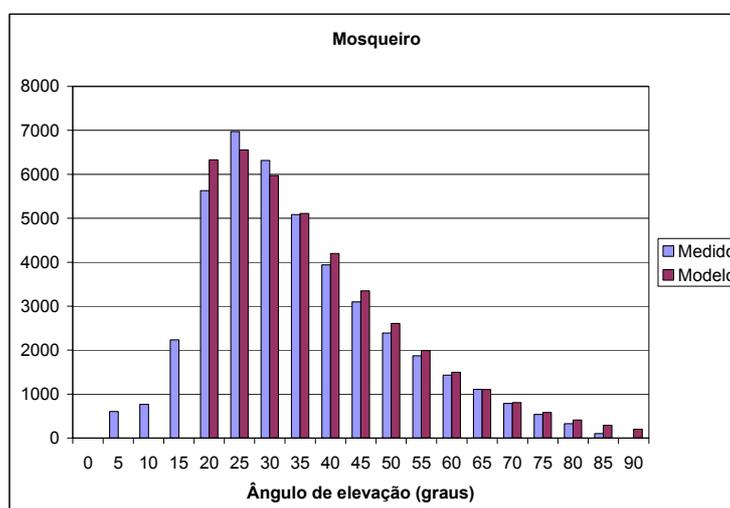


Figura 68 – Histogramas medido e calculado para Mosqueiro

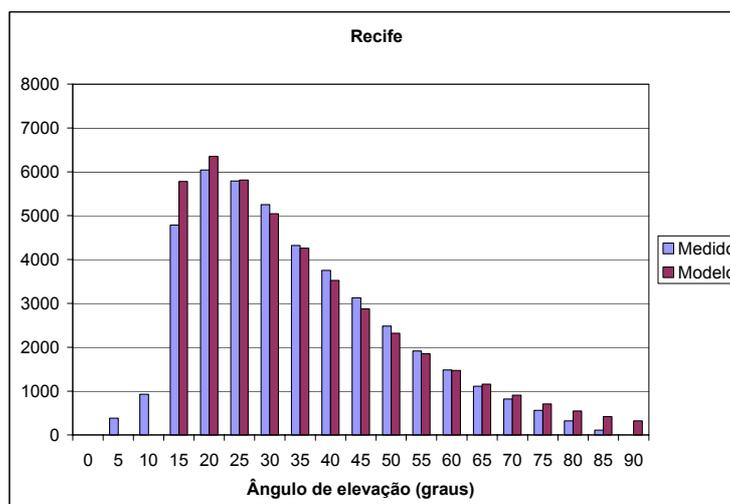


Figura 69 – Histogramas medido e calculado para Recife

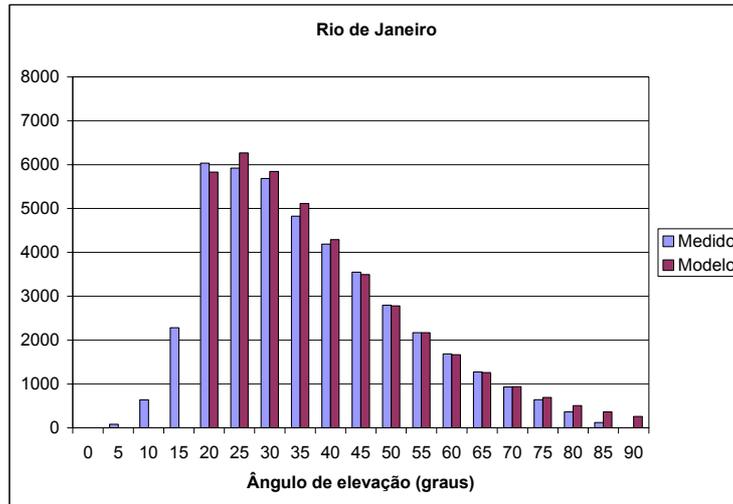


Figura 70 – Histogramas medido e calculado para o Rio de Janeiro

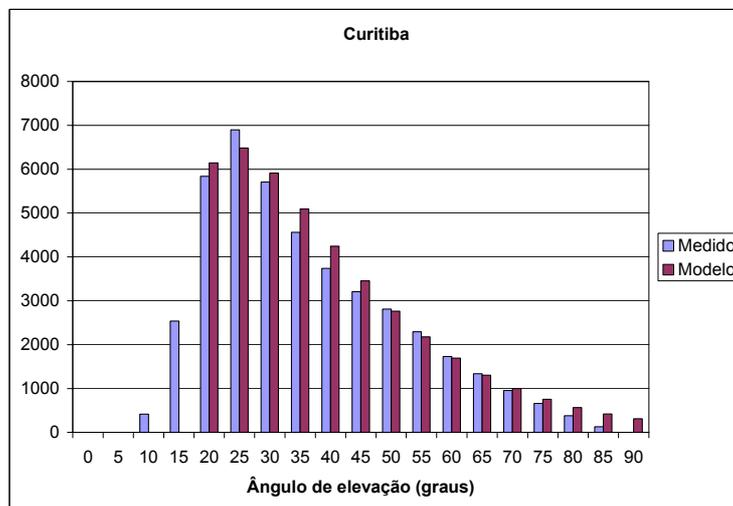


Figura 71 – Histogramas medido e calculado para Curitiba

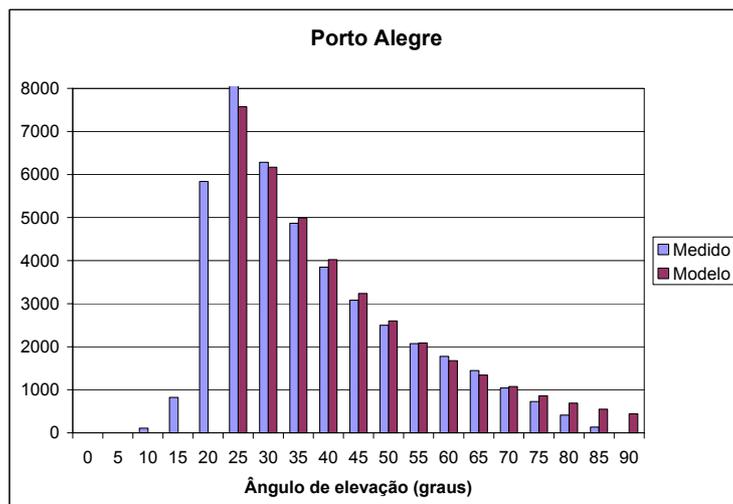


Figura 72 – Histogramas medido e calculado para Porto Alegre