

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Marcos Murad Heloui Teixeira**

**Análise Hidro-Geomecânica de Reservatórios  
Fraturados com o Método dos Elementos  
Finitos**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Deane Mesquita Roehl  
Coorientador: Roberto Juan Quevedo Quispe

Rio de Janeiro  
Junho de 2018

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus pais, irmão e namorada, por todo amor, carinho e paciência durante essa trajetória.

À professora Deane Mesquita Roehl, pela orientação e oportunidade de desenvolver esse trabalho.

Ao meu coorientador Roberto Juan Quevedo Quispe, por toda a paciência e ajuda no desenvolvimento do trabalho.

Ao Laboratório TECGRAF da PUC-Rio, pelo ambiente de trabalho agradável e colaborativo.

À minha família, em especial aos meus tios Nazih, Dunia e Edmar, não só por terem ajudado a custear a minha graduação nos momentos difíceis, mas principalmente por terem acreditado em mim.

Aos meus amigos e colegas da PUC-Rio e do TECGRAF, por todo o apoio e carinho.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

À PUC-Rio, pela concessão da bolsa de estudos que possibilitou o término da minha graduação.

## **RESUMO**

### **Análise hidro-geomecânica de reservatórios fraturados com o Método dos Elementos Finitos**

Este trabalho tem como objetivo principal a investigação do efeito das fraturas no processo de fluxo em meios naturalmente fraturados. Além disto, investiga-se o impacto que as quedas de pressão, associadas à produção de petróleo, podem exercer nas permeabilidades e conseqüentemente, no processo de produção. Para isso, empregou-se um simulador em elementos finitos desenvolvido pelo Instituto Tecgraf para análise explícita de fraturas em meios porosos e permeáveis. Após uma breve introdução da formulação e da metodologia empregada, apresentam-se diversos modelos numéricos que têm como finalidade reproduzir diversos cenários de produção em reservatórios fraturados. Inicialmente são apresentados alguns modelos considerando apenas a simulação de fluxo desacoplada do processo mecânico, para uma melhor observação dos comportamentos e análise dos resultados. Em seguida, são feitas as análises acopladas desses cenários, através do desenvolvimento e simulação de modelos mais complexos. Outro objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para determinação da permeabilidade equivalente em meios fraturados através do uso dos chamados multiplicadores da porosidade e de permeabilidade equivalente. Os resultados encontrados corroboram a influência das fraturas nos processos de fluxo e indicam a necessidade de análises hidrogeomecânicas para uma melhor avaliação dos níveis de produção em reservatórios naturalmente fraturados.

Palavras Chave: Elementos finitos; multiplicador de permeabilidade; reservatórios fraturados; escoamento em um meio poroso;

## **ABSTRACT**

### **Hydro-Geomechanical Analysis of Fractured Reservoirs with the Finite Element Method**

This paper has as main objective the investigation of the effect of fractures in the process of flow in naturally fractured media. In addition, we investigate the impact of pressure drops, due to the production of oil on the rock permeability and consequently, in the production process. For this, a finite element simulator developed at Tecgraf Institute was used for explicit analysis of fractures in porous and permeable media. After a brief introduction of the formulation and methodology, several numerical models are presented in which attempts have been made to reproduce several production scenarios in fractured reservoirs. Initially, for better observation of the behaviors and analysis of the results some models are presented considering only the decoupled flow simulation of the mechanical process. Then, the coupled analysis of these scenarios is carried out through the development and simulation of more complex models. Another objective of this paper is to present a methodology for determining the equivalent permeability in fractured media through the use of so - called multipliers of porosity and equivalent permeability. The results corroborate the influence of the fractures in the flow processes and indicate the need for hydrogeomechanical analyses for a better evaluation of the production levels in naturally fractured reservoirs.

Keywords: Finite elements; permeability multiplier; fractured reservoirs; flow through porous media;

## SUMÁRIO

<b>1. Introdução</b>	<b>8</b>
<b>2. Formulação</b>	<b>10</b>
2.1. Tipos de Elementos finitos utilizados	10
2.2. Relações constitutivas	10
2.2.1. Relação constitutiva	10
2.2.2. Relação fluxo-gradiente de pressão	11
2.3. Equações Governantes	12
2.3.1. Equação de equilíbrio	12
2.3.2. Equação de conservação de massa	12
2.3.3. Solução do sistema de equações	12
<b>3. Exemplos numéricos</b>	<b>13</b>
3.1. Modelagem de Fluxo	13
3.2. Variação do ângulo e do comprimento	14
3.3. Variação do comprimento	16
3.4. Variação da posição	18
3.5. Variação da distância entre fraturas	20
3.6. Modelagem acoplada	23
3.7. Fratura horizontal	24
3.8. Fratura inclinada	27
3.9. Modelo com 10 fraturas	29
3.10. Modelo com 20 fraturas	31
3.11. Modelo com 30 fraturas	32
<b>4. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros</b>	<b>35</b>
<b>5. Referências</b>	<b>36</b>

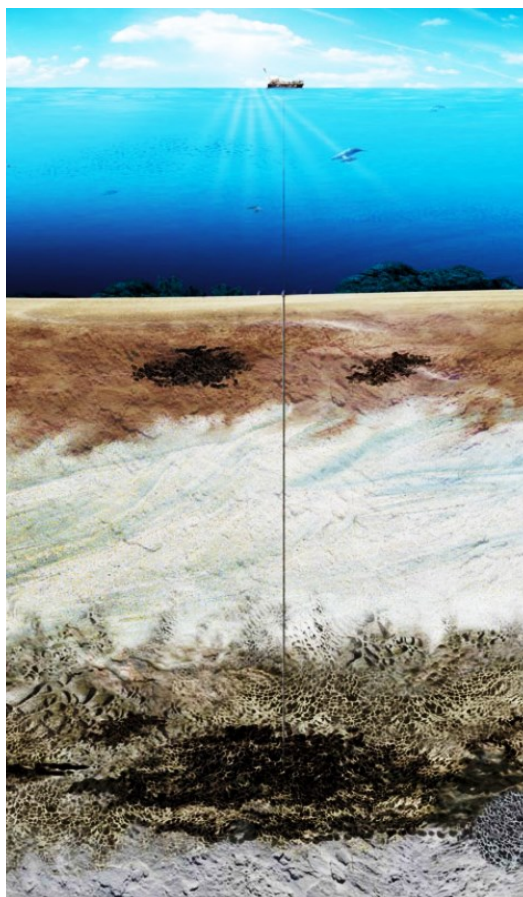
## Lista de Figuras

Figura 1.1: Imagem ilustrativa de um reservatório do pré-sal Brasileiro	8
Figura 2.1: Tipos de elementos: A esquerda elemento triangular e a direita elemento de interface	10
Figura 2.2: Relação entre tensão tangencial e normal efetiva	10
Figura 2.3: Fluxo na fratura	11
Figura 3. 1: Condições de contorno: (a) Pressão; (b) Deslocamento	13
Figura 3.2: Modelo desacoplado 1: variação do ângulo e comprimento	14
Figura 3.3: Modelo desacoplado 1: Simulação com $\theta=30^\circ$ . (a) $L=5m$ ; (b) $L=11.2m$ ; (c) $L=Passante$	14
Figura 3.4: Modelo desacoplado 1: Simulação com $\theta=60^\circ$ . (a) $L=5m$ ; (b) $L=10.5m$ ; (c) $L=Passante$	15
Figura 3.5: Resultados do modelo de fluxo com vários comprimentos e ângulos	15
Figura 3.6: Modelo desacoplado 2: variação do comprimento	16
Figura 3. 7: Modelo desacoplado 2 - Simulação com variação do comprimento. (a) $L=4m$ ; (b) $L=9m$ ; (b) $L=Passante$	17
Figura 3.8: Modelo desacoplado 2: Resultado com variação do comprimento	17
Figura 3.9: Modelo desacoplado 3: variação da posição inicial da fratura	18
Figura 3.10: Modelo desacoplado 3: Simulação com variação da posição inicial da fratura: (a) $d=0$ ; (b) $d=0.2m$ ; (b) $d=6.5m$ ; (d) $d=8m$	19
Figura 3.11: Modelo desacoplado 3: Resultado com variação da posição inicial da fratura	20
Figura 3.12: Modelo desacoplado 4: variação da distância entre fraturas	21
Figura 3.13: Modelo desacoplado 4: Simulação com variação da distância entre fraturas. (a) $d=0m$ ; (b) $d=5m$ ; (c) $d=10m$ ; (d) $d=15m$ ; (e) $d=19.5m$	22
Figura 3.14: Modelo desacoplado 4: Resultado com variação da distância entre fraturas	23
Figura 3.15: Modelos Acoplados: Níveis de depleções	24
Figura 3.16: Modelo acoplado 1: Fratura horizontal	25
Figura 3.17: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Pressão: (a) $DP=0$ ; (b) $DP=-45$	25
Figura 3.18: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Deslocamentos: (a) em X; (b) em Y (Compactação)	26
Figura 3.19: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente	26
Figura 3.20: Modelo acoplado 2: Fratura inclinada	27
Figura 3.21: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Pressão: (a) $DP=0$ ; (b) $DP=-45$	27
Figura 3.22: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Deslocamentos: (a) em X; (b) em Y (Compactação)	28

Figura 3.23: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente	28
Figura 3.24: Modelo acoplado 3: 10 fraturas	29
Figura 3.25: Modelo acoplado 3 (10 fraturas) - Pressão: (a) DP=0; (b) DP=-45	30
Figura 3.26: Modelo acoplado 3 (10 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente	30
Figura 3.27: Modelo acoplado 4: 20 fraturas	31
Figura 3. 28: Modelo acoplado 4 (20 fraturas) - Pressão: (a) DP=0; (b) DP=-45	31
Figura 3.29: Modelo acoplado 4 (20 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente	32
Figura 3.30: Modelo acoplado 5: 30 fraturas	33
Figura 3.31: Modelo acoplado 5 (30 fraturas) - Pressão: (a) DP=0; (b) DP=-45	33
Figura 3.32: Modelo acoplado 5 (30 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente	34

## 1. Introdução

A extração e a comercialização de petróleo estão entre as atividades que envolvem os maiores recursos econômicos no mundo. Com isso, diversos avanços tecnológicos foram e vem sendo continuamente estudados e aplicados com o objetivo de aprimorar os processos envolvidos e reduzir riscos associados à extração do petróleo. Pequenas melhorias podem se traduzir em milhões de dólares economizados, maior segurança e menor impacto ao meio ambiente.



*Figura 1.1: Imagem ilustrativa de um reservatório do pré-sal Brasileiro*

No Brasil, várias pesquisas em diferentes áreas vêm sendo realizadas em busca desse avanço, particularmente desde que os reservatórios dos campos do pré-sal (Fig. 1.1) foram descobertos. A maioria desses reservatórios estão conformados por rochas carbonáticas naturalmente fraturadas. Devido à presença dessas fraturas, o nível de produção inicial dos campos pré-sal tem sido bastante elevado. Para modelar numericamente o processo de produção, usualmente empregam-se simuladores de fluxo em reservatórios baseados em formulações dos meios contínuos. Consequentemente, uma representação explícita das fraturas seria computacionalmente cara e muitas vezes inviável em função dos processos envolvidos. Uma alternativa consiste em representar o efeito das fraturas através de um incremento no valor da permeabilidade do meio contínuo. Porém, é difícil quantificar o valor desses incrementos porque há diversos fatores que podem influenciá-los, tais como a inclinação de fraturas, intensidade, persistência e



conectividade entre as fraturas. Além disto, os campos de deformação gerados pela queda de pressão do reservatório durante a extração de petróleo podem alterar o comportamento hidrogeomecânico do reservatório e consequentemente, os níveis de produção ao longo do tempo. Uma forma de incluir estes efeitos dentro dos simuladores de fluxo é através de multiplicadores de permeabilidade. Isto basicamente consiste na geração de curvas de permeabilidade em função da pressão do reservatório.

Na indústria, atualmente alguns estudos vêm sendo realizados na área de fluxo através de meios fraturados, mas muitos destes desconsideram o efeito geomecânico na variação das propriedades petrofísicas dos reservatórios (Flemisch, et al., 2017), (van Harmelen & Weijermars, 2017).

Este trabalho de conclusão de curso está baseado na investigação da permeabilidade, assim como sua evolução, em meios naturalmente fraturados. Para atingir este objetivo, utiliza-se um simulador de elementos finitos para resolver as equações de fluxo e deformação em meios naturalmente fraturados.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: inicialmente são apresentados os tipos de elementos finitos utilizados para representação da matriz sólida da rocha e das fraturas, em seguida apresentam-se as relações constitutivas e as equações governantes, e então apresentam-se as análises numéricas realizadas. Estas análises foram separadas em duas etapas. Na primeira etapa foi simulado apenas o processo de fluxo sem considerar qualquer nível de deformação. O objetivo destas análises foi avaliar o impacto das fraturas na permeabilidade do meio. Numa segunda etapa, foi simulado o efeito da depleção e seu impacto no fluxo de um meio naturalmente fraturado. Em seguida foram determinados alguns multiplicadores de permeabilidade. Finalmente, são feitos alguns comentários a respeito dos resultados obtidos e são dadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

## 2. Formulação

### 2.1. Tipos de Elementos finitos utilizados

Para a solução pelo método dos elementos finitos foram escolhidos elementos triangulares para a representação da matriz de rocha e elementos de interface para representação das fraturas. Abaixo segue a ilustração dos mesmos.

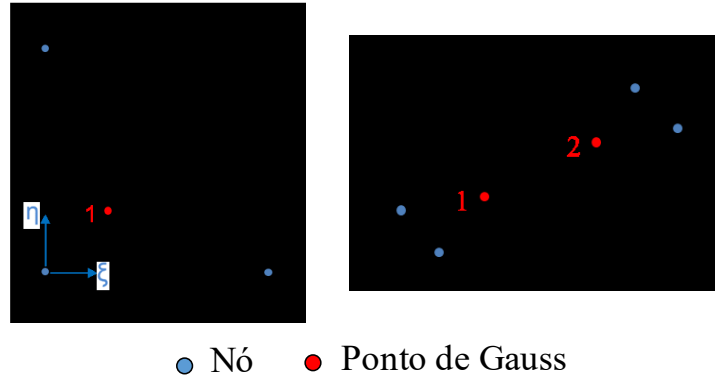


Figura 2.1: Tipos de elementos: A esquerda elemento triangular e a direita elemento de interface

### 2.2. Relações constitutivas

Aqui são apresentados os modelos constitutivos para representação dos comportamentos mecânicos e hidráulicos nas fraturas naturais.

#### 2.2.1. Relação constitutiva

Nos planos das fraturas são adotadas relações entre as tensões tangencial ( $\tau_s$ ) e normal efetiva ( $\sigma'_n$ ) com os deslocamentos relativos tangencial ( $\Delta_s$ ) e normal ( $\Delta_n$ ), respectivamente, através dos módulos de rigidez ( $K_s$ ) e ( $K_n$ ).

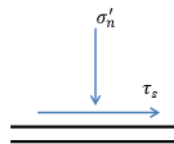


Figura 2.2: Relação entre tensão tangencial e normal efetiva

$$\begin{Bmatrix} \tau_s \\ \sigma'_n \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{pmatrix} * \begin{Bmatrix} \Delta_s \\ \Delta_n \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

A fim de evitar a superposição dos planos de fratura no fechamento da fratura durante a queda de pressão, emprega-se uma relação de fechamento (Bandis, 1980) dada pela seguinte relação

$$K_n = K_{ni} * \left(1 - \frac{\sigma'_n}{\sigma'_{n0} + K_{ni} * \Delta_m}\right)^{-2} \quad (2.2)$$

na qual  $K_{ni}$  e  $\Delta_m$  representam a rigidez normal inicial e o fechamento máximo da fratura, respectivamente. Para um estado de tensão inicial ( $\sigma'_{n0}$ ) e uma abertura inicial da fratura ( $h_0$ ) conhecidos, o fechamento máximo pode ser obtido a partir da seguinte relação:

$$\Delta_m = \frac{1}{2} \left( h_0 + \sqrt{h_0^2 + \frac{4 \times \sigma'_{n0} \times h_0}{K_{ni}}} \right) \quad (2.3)$$

O módulo de rigidez tangencial segue um incremento proporcional ao do módulo de rigidez normal como

$$K_s = K_{si} * \left( \frac{K_n}{K_{ni}} \right) \quad (2.4)$$

Em que ( $K_{si}$ ) representa o módulo de rigidez tangencial inicial. Desta forma, os parâmetros necessários para o modelo constitutivo mecânico na fratura são:  $K_{ni}$  e  $K_{si}$ .

### 2.2.2. Relação fluxo-gradiente de pressão

Nos planos das fraturas são adotadas relações entre as velocidades longitudinal ( $v_l$ ) e normal ( $v_n$ ) com os gradientes de pressão ( $\Delta P$ ) para valores conhecidos de comprimento ( $l$ ) e abertura da fratura ( $h$ ), através das componentes de condutividade hidráulica nas direções longitudinal ( $k_l$ ) e transversal ao plano de fratura ( $k_n$ ).

Lei da Darcy

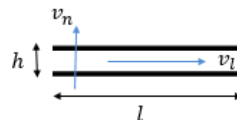


Figura 2.3: Fluxo na fratura

$$\begin{Bmatrix} v_l \\ v_n \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} k_l & 0 \\ 0 & k_n \end{pmatrix} * \begin{Bmatrix} \Delta P_l / l \\ \Delta P_n / h \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Como a abertura da fratura pode variar em função das deformações de tração ou compressão sobre o seu próprio plano, adota-se para sua atualização uma relação obtida a partir da lei cúbica

$$k_l = k_{l0} * \left( \frac{h}{h_0} \right)^2 \quad (2.6)$$

Nessa lei  $k_{l0}$  representa a condutividade hidráulica inicial ao longo da fratura. Para representação da condutividade hidráulica na direção transversal à fratura adota-se um valor suficientemente grande para garantir a continuidade da pressão nessa direção.

## 2.3. Equações Governantes

### 2.3.1. Equação de equilíbrio

Após a discretização da equação de equilíbrio pelo método dos elementos finitos, a seguinte equação matricial em forma de taxas é obtida

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{L}^T\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{W}}_M \quad (2.7)$$

$$\mathbf{C} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (2.8)$$

$$\mathbf{L} = \int_V \mathbf{B}^T \alpha m \mathbf{N} dV \quad (2.9)$$

em que  $\dot{\mathbf{u}}$  e  $\dot{\mathbf{p}}$  representam os vetores nodais das taxas de deslocamento e de pressão respectivamente;  $\mathbf{D}$  representa a matriz de rigidez que relaciona as tensões com as deformações,  $\alpha$  é o coeficiente de Biot,  $\mathbf{C}$  representa a matriz de rigidez global,  $\mathbf{L}$  representa a matriz de acoplamento dos processos mecânicos com os processos hidráulicos, e  $\dot{\mathbf{W}}_M$  representa o vetor taxa de forças externas aplicadas.

### 2.3.2. Equação de conservação de massa

De forma similar, após a discretização da equação da conservação de massa pelo método dos elementos finitos, a seguinte equação matricial é obtida

$$\mathbf{S}\dot{\mathbf{p}} + \dot{\mathbf{K}}\mathbf{p} + \mathbf{L}\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{W}}_H \quad (2.10)$$

$$\mathbf{S} = \int_V \mathbf{N}^T \frac{1}{M} \mathbf{N}_H dV \quad (2.11)$$

$$\dot{\mathbf{K}} = \int_V \mathbf{B}^T \frac{k}{\gamma_f} \mathbf{B} dV \quad (2.12)$$

com  $M$  o número de Biot,  $k$  a matriz de permeabilidade,  $\gamma_f$  representa o peso específico do fluido,  $\mathbf{S}$  é a matriz de massa ou amortecimento,  $\mathbf{C}$  representa a matriz de rigidez global, e  $\dot{\mathbf{W}}_H$  representa o fluxo externo aplicado.

### 2.3.3. Solução do sistema de equações

Ambas as equações governantes são solucionadas através de um único sistema por um simulador de elementos finitos desenvolvido no Tecgraf (Geoflux3D). A solução deste sistema fornece os vetores nodais de pressão e deslocamento em cada passo de uma análise.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{K}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{W}}_H \\ \dot{\mathbf{W}}_M \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

### 3. Exemplos numéricos

Para representação da matriz da rocha, foi utilizado um modelo elástico linear com as seguintes propriedades: módulo de Young de 16900 MPa, coeficiente de Poisson de 0.3 e uma porosidade inicial de 0.0758. Além disso, foi assumida uma permeabilidade isotrópica inicial de  $3.43 \times 10^{-6}$  m/s.

Para as fraturas, foram empregados os seguintes módulos de rigidez:  $K_{ni} = 12041$  MPa/m e  $K_{si} = 5557$  MPa/m. Também foram considerados condutividade hidráulica longitudinal inicial  $k_{l0} = 0.22$  m/s e abertura inicial  $h_0 = 5.14 \times 10^{-4}$  m.

O fluido utilizado é água com peso específico de 0.01 MPa/m. As tensões iniciais na rocha e na fratura, têm o valor 85 MPa tanto na direção horizontal como vertical, e a poropressão inicial é 55 MPa. Isto equivale a um estado de tensão efetivo isotrópico de 30 MPa. Além disto considerou-se um coeficiente de Biot igual a 1.0 e o módulo de Biot utilizado foi de 29000 MPa.

As condições de contorno para pressão estão definidas como 55 MPa a montante (na face esquerda) e 54.9 MPa a jusante (na face direita). A Figura 3.1 mostra as condições de contorno para o problema.

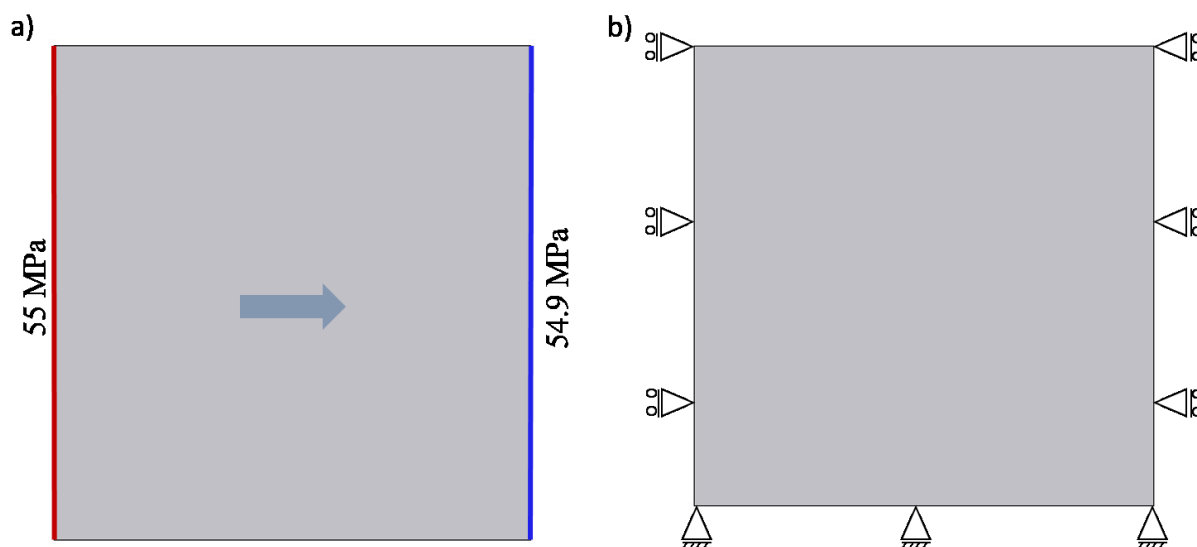


Figura 3. 1: Condições de contorno: (a) Pressão; (b) Deslocamento

Para fins comparativos dos resultados, a vazão que passa através do bloco na condição de regime permanente foi medida em todas as análises.

#### 3.1. Modelagem de Fluxo

Para um primeiro estudo, os modelos foram desenvolvidos apenas para a análise de fluxo, sem levar em conta a influência das deformações na variação da permeabilidade do meio fraturado.

### 3.2. Variação do ângulo e do comprimento

Neste primeiro grupo de modelos, foram variados o comprimento e a inclinação de uma única fratura a fim de ver sua influência no processo de fluxo através do bloco apresentado na Fig. 4.3. As inclinações da fratura variaram entre  $\theta=0^\circ$  e  $\theta=90^\circ$ . Além disso, para cada inclinação, o comprimento da fratura  $L$  foi variado até um valor máximo correspondente a toda extensão do bloco.

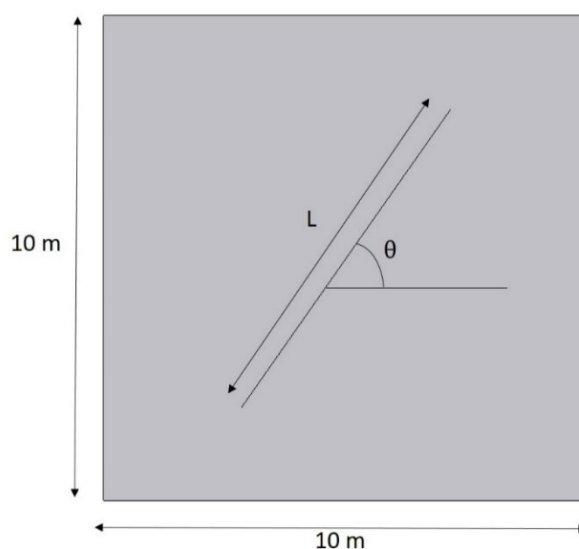
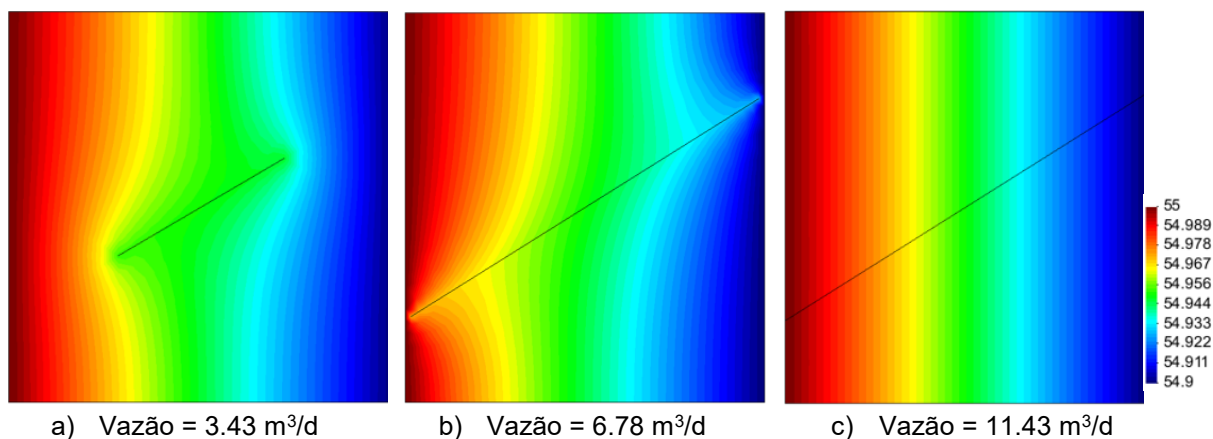


Figura 3.2: Modelo desacoplado 1: variação do ângulo e comprimento

Abaixo encontram-se alguns resultados que apresentam a distribuição de poropressão no interior do bloco, assim como as respectivas vazões medidas. O primeiro grupo refere-se ao modelo com a fratura inclinada a  $30^\circ$ , com comprimentos de 5 metros (a), 11.2 metros (b) e passante (c).



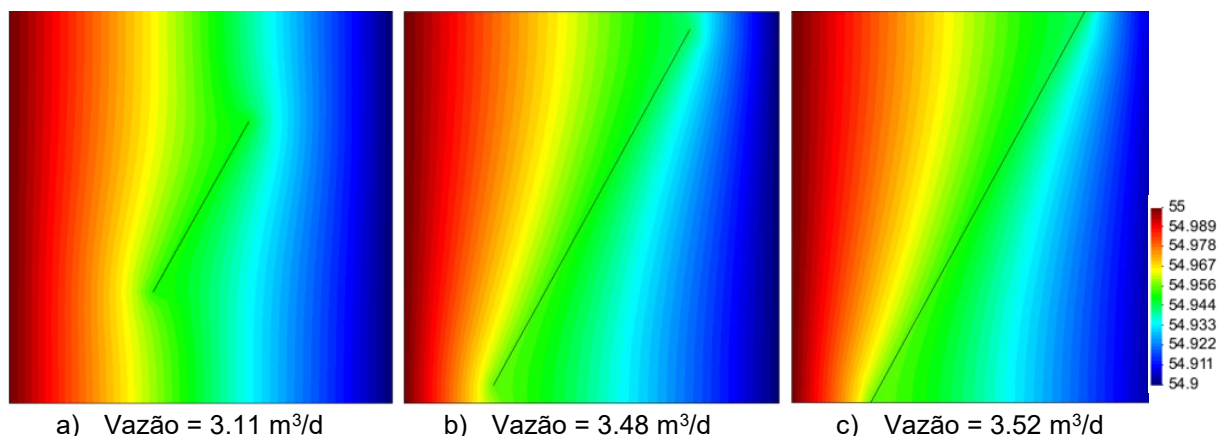
a) Vazão = 3.43 m³/d

b) Vazão = 6.78 m³/d

c) Vazão = 11.43 m³/d

Figura 3.3: Modelo desacoplado 1: Simulação com  $\theta=30^\circ$ . (a)  $L=5m$ ; (b)  $L=11.2m$ ; (c)  $L=Passante$

O segundo grupo refere-se ao modelo com inclinação de  $60^\circ$ , com a fratura inclinada em  $60^\circ$ , com comprimentos de 5 metros (a), 10.5 metros e passante (c).

a) Vazão = 3.11 m<sup>3</sup>/db) Vazão = 3.48 m<sup>3</sup>/dc) Vazão = 3.52 m<sup>3</sup>/dFigura 3.4: Modelo desacoplado 1: Simulação com  $\alpha = 60^\circ$ . (a)  $L=5m$ ; (b)  $L=10.5m$ ; (c)  $L=Passante$ 

Estes foram casos particulares para ilustrar a modelagem proposta, porém podemos observar a variação da pressão em regiões próximas às fraturas. Isso ocorre pois a fratura funciona como um caminho preferencial para o fluido se movimentar uma vez que apresenta uma maior condutividade hidráulica em comparação com a da matriz sólida. Nas bordas da fratura, o fluido diminui rapidamente sua velocidade visto que encontra um meio mais difícil de escoar, resultando no aumento da pressão nessa região.

A Figura 3.5 apresenta os resultados consolidados de todos os modelos, abrangendo todas as inclinações e comprimentos das fraturas. Para comparação entre os modelos, a vazão foi normalizada em relação àquela sem fraturas enquanto o comprimento foi normalizado em função do comprimento que atravessa o bloco.

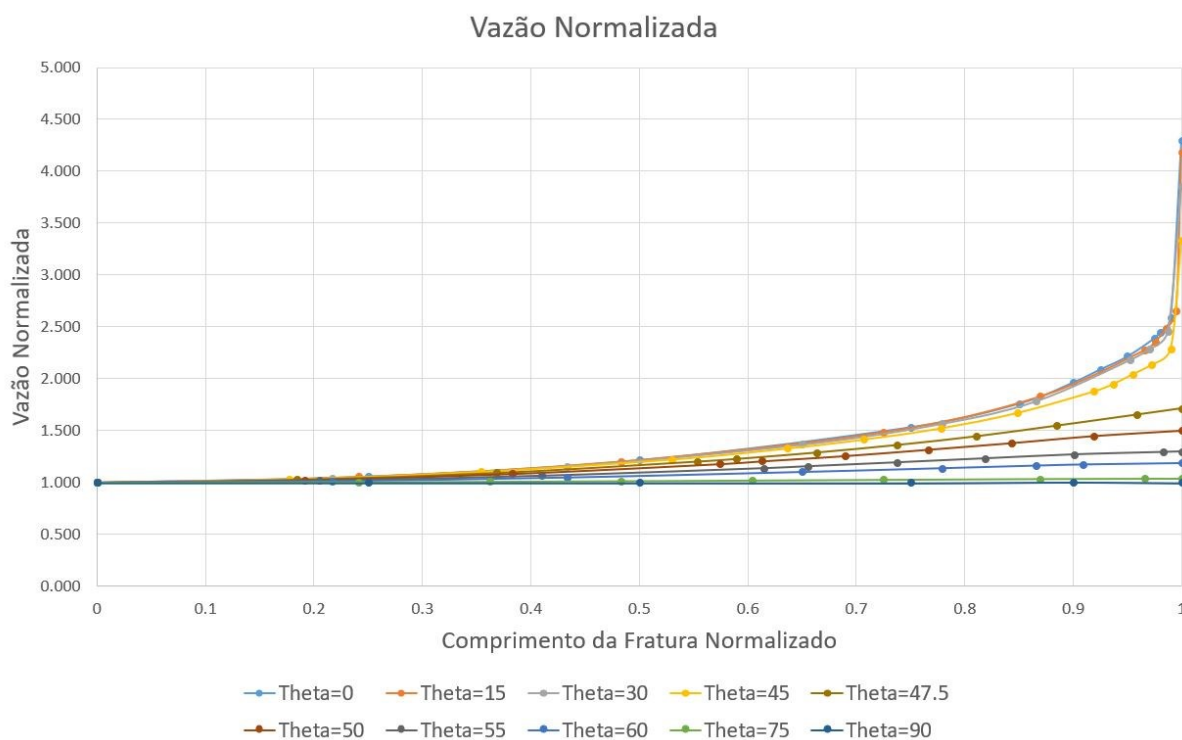


Figura 3.5: Resultados do modelo de fluxo com vários comprimentos e ângulos

Podemos dividir os nossos resultados em 3 análises diferentes: (a) comprimentos normalizados menores que 0,5; (b) ângulos menores ou iguais a  $45^\circ$  e, (c) ângulos maiores que  $45^\circ$ .

- (a) Para comprimentos normalizados menores que 0,5, não há uma influência significativa da presença da fratura no valor da vazão do meio. Apesar de facilitar o percurso do fluido, os resultados demonstram que a vazão não é muito sensível a essas fraturas.
- (b) Para ângulos menores ou iguais a  $45^\circ$  e com fraturas mais próximas à passante, obtivemos os maiores valores da vazão do meio. Isso ocorre pois nesses casos, a fratura está em contato com as duas bordas do modelo (montante e jusante), ou seja, o fluido tem um caminho livre, por dentro das fraturas. Além disso, vale lembrar que quanto mais próxima a fratura da posição horizontal, mais facilitado é o fluxo.
- (c) Para ângulos maiores que  $45^\circ$ , com fraturas próximas ao comprimento passante, obtivemos comportamentos lineares da vazão. Isso ocorre pois acima de  $45^\circ$  a fratura não está mais em contato com as bordas (montante e jusante) do meio. Ou seja, o fluido precisa vencer a permeabilidade do meio poroso, que funciona como uma barreira. Com isso, o percurso se torna mais difícil, resultando na queda da vazão.

### 3.3. Variação do comprimento

Esse segundo grupo de modelos visa o entendimento de como o comprimento da fratura afeta a vazão através do meio. Esta foi fixada à montante, variando apenas o seu comprimento  $L$ , até atingir a borda à jusante, se tornando uma fratura passante. Segue o modelo esquemático dessa análise.

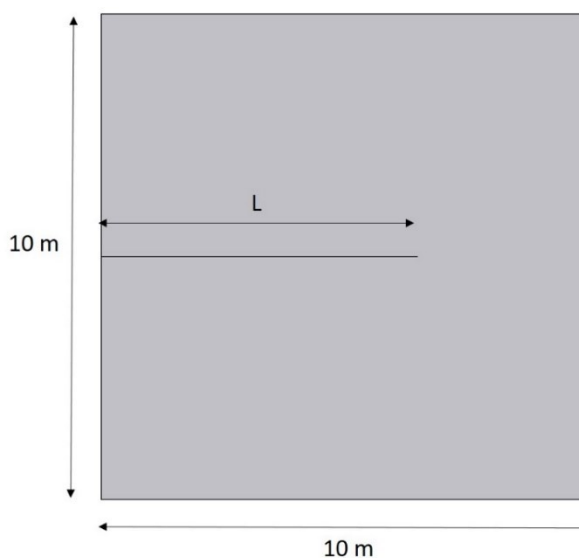
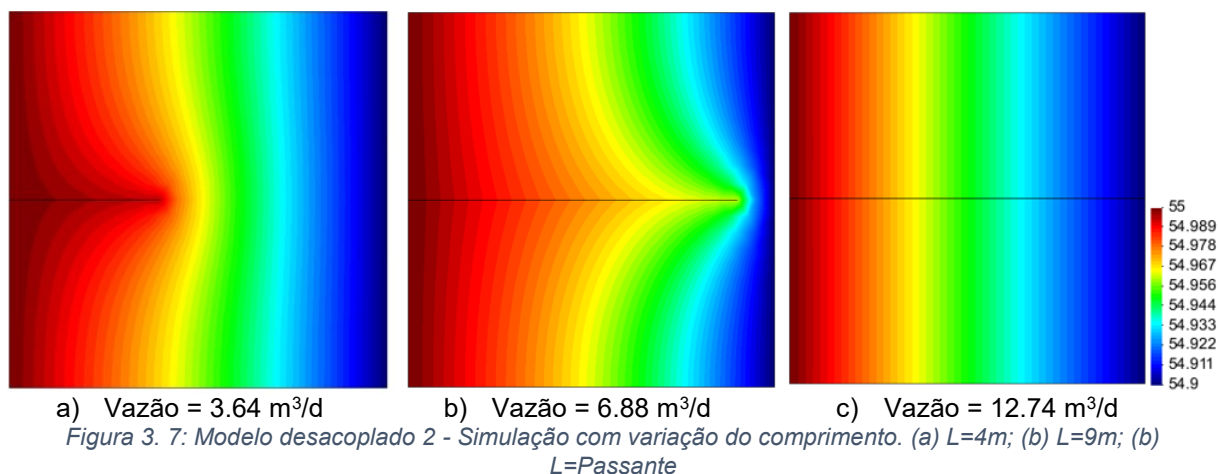


Figura 3.6: Modelo desacoplado 2: variação do comprimento

Abaixo encontra-se uma exemplificação de modelos desenvolvidos. A figura (a) refere-se ao modelo de comprimento 4 metros, (b) 9 metros e (c) passante.





Com isso, conseguimos estabelecer o comportamento da vazão para diferentes comprimentos normalizados de fratura.

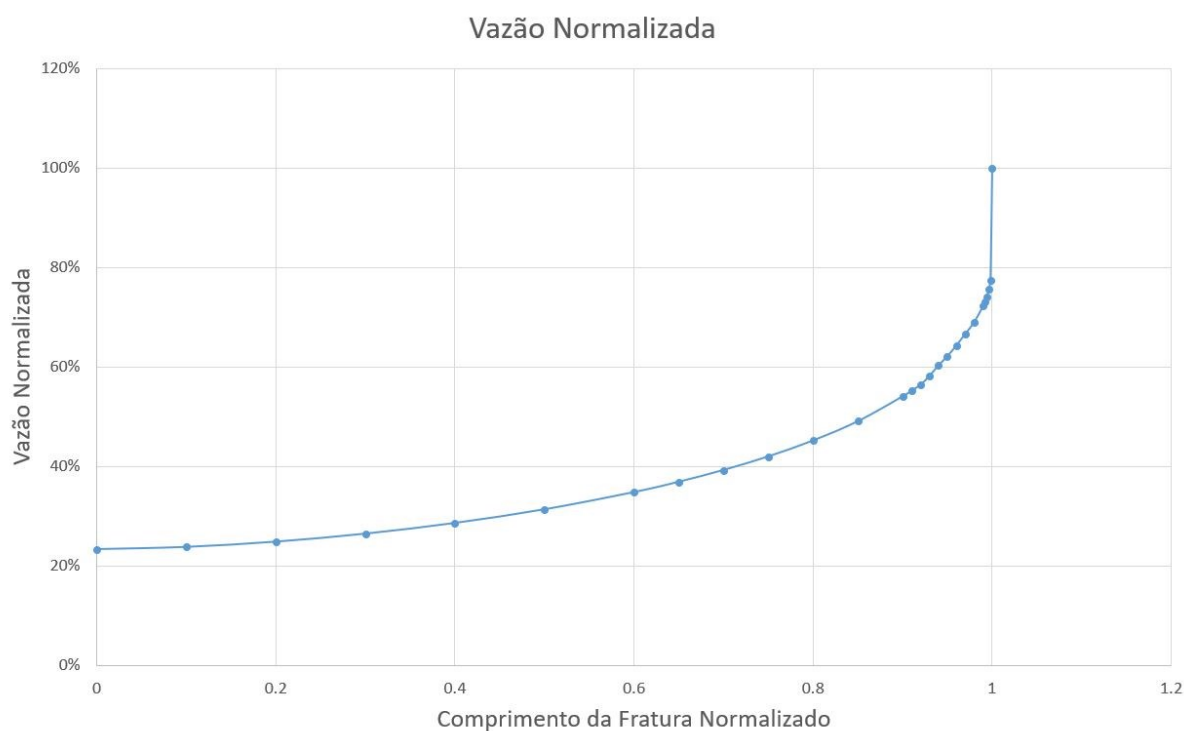
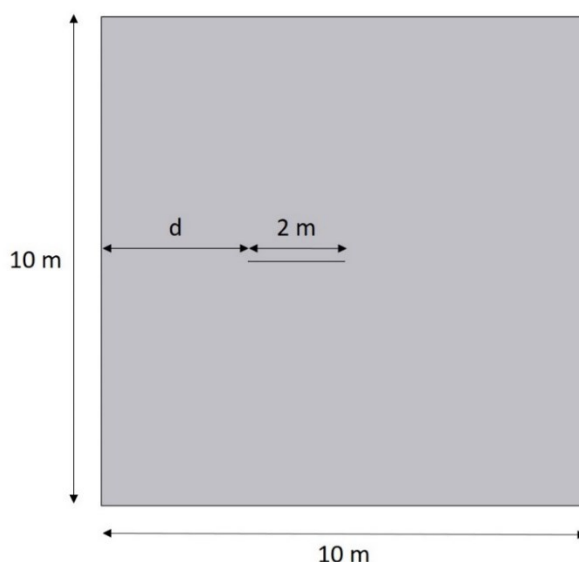


Figura 3.8: Modelo desacoplado 2: Resultado com variação do comprimento

Observamos que, assim como no item anterior, fraturas com comprimentos reduzidos não afetam consideravelmente os valores da vazão do meio. Era de se esperar que quando trabalhamos com uma fratura passante, obtemos os maiores valores da vazão, pelos mesmos fatores discutidos na seção anterior. Porém, é válido observar que para comprimentos próximos a esse valor máximo, pequenas variações de comprimento provocam grandes aumentos da vazão do meio.

### 3.4. Variação da posição

Este terceiro grupo de modelos tem como objetivo estudar a influência da posição da fratura na vazão do meio. Para isso, foi fixado o comprimento da fratura em *2 metros*, variando-se a distância  $d$  entre a borda esquerda do modelo e o início da fratura. Ela inicia em contato com a borda e se desloca até entrar em contato com a borda oposta do modelo. Segue o modelo esquemático dessa análise.



*Figura 3.9: Modelo desacoplado 3: variação da posição inicial da fratura*

A seguir são apresentados quatro modelos da análise. (a) com distância inicial nula, ou seja, com a fratura em contato com a borda esquerda; (b) com distância de 0.2 metros à borda; (c) com distância de 6.5 metros e; (d) com a distância de 8 metros, ou seja, com a fratura em contato com a borda direita do modelo.

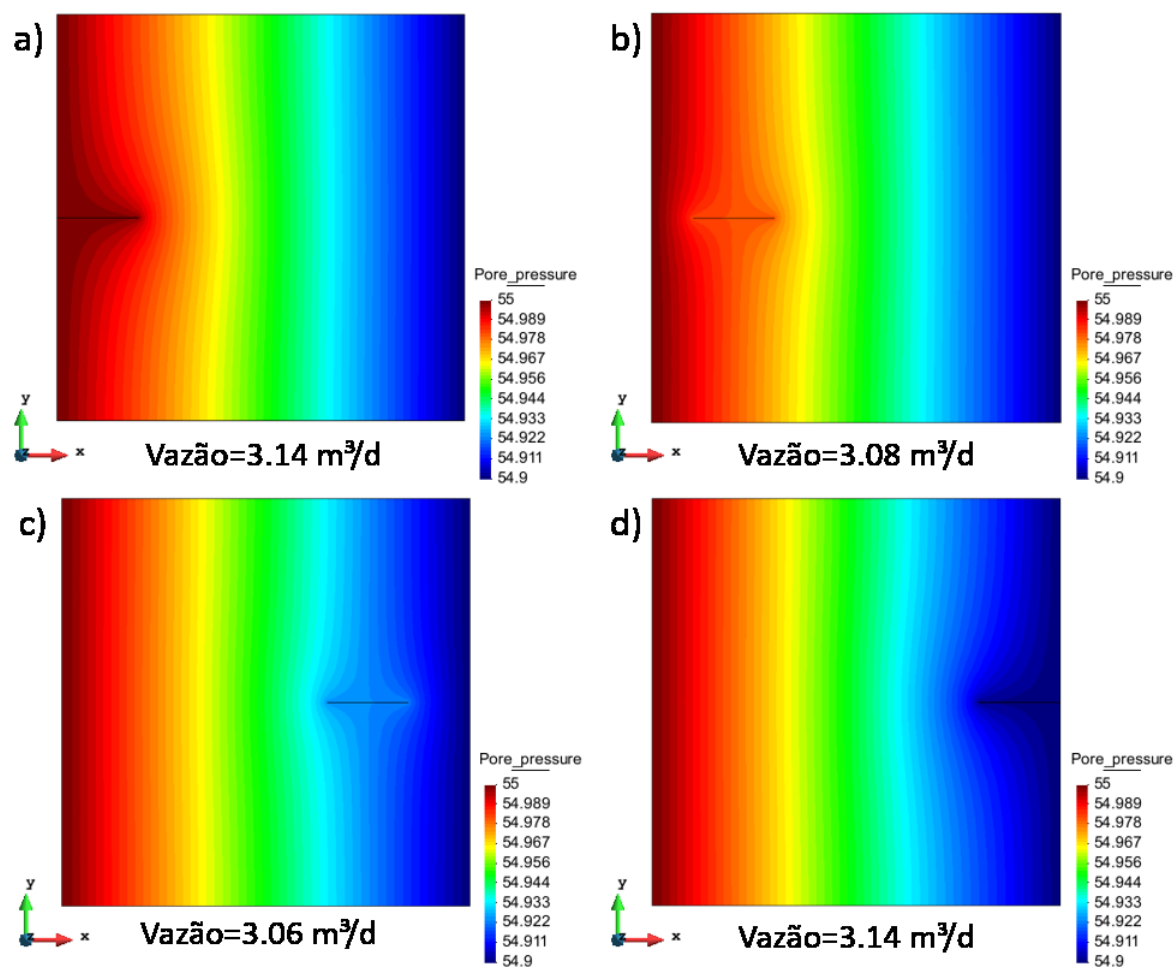


Figura 3.10: Modelo desacoplado 3: Simulação com variação da posição inicial da fratura: (a)  $d=0$ ; (b)  $d=0.2m$ ; (c)  $d=6.5m$ ; (d)  $d=8m$

Com os resultados obtidos nas simulações, podemos obter a curva da influência da posição inicial da fratura na vazão do meio.

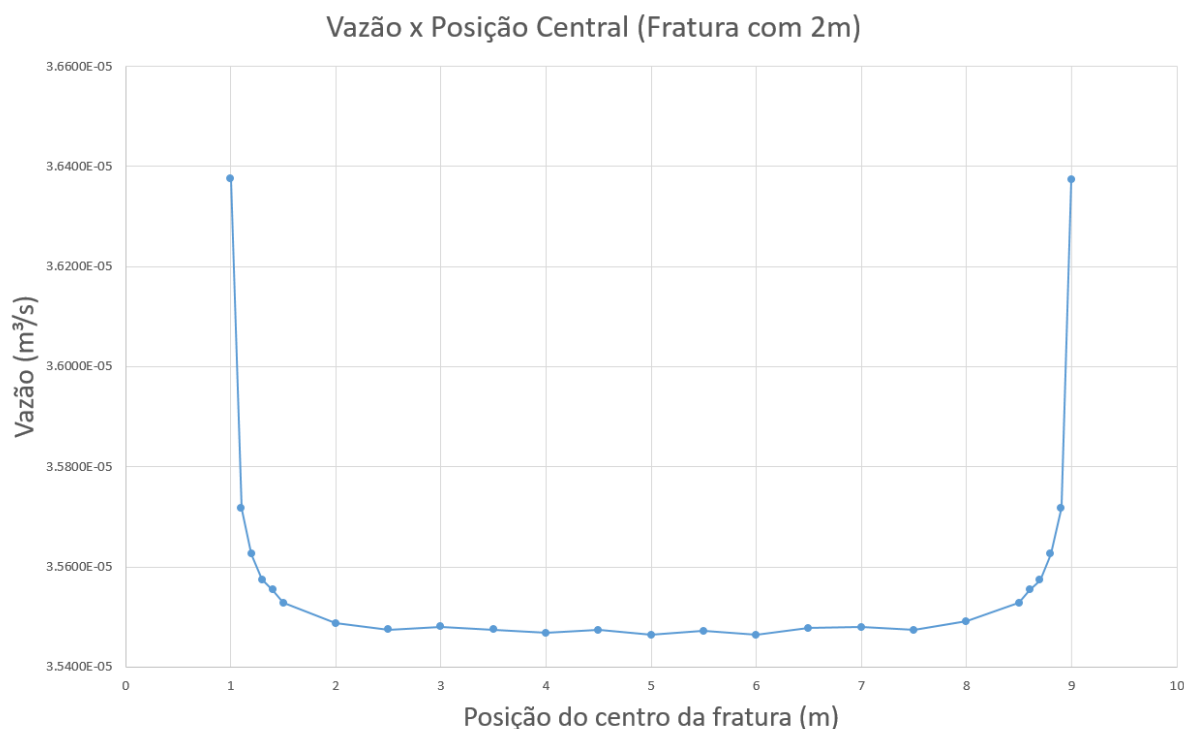


Figura 3.11: Modelo desacoplado 3: Resultado com variação da posição inicial da fratura

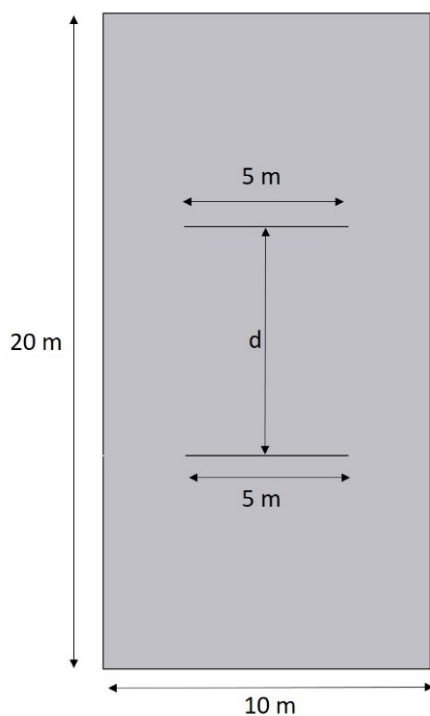
Podemos observar 2 comportamentos distintos da vazão nessa análise: (a) fratura longe das bordas; (b) fratura próxima a uma das bordas

- (a) A vazão do meio não se mostra sensível a posição da fratura, quando a mesma se encontra longe de uma das bordas. Isso ocorre, pois, o fluido, assim como discutido na seção 4.1.1., precisa vencer a permeabilidade do meio poroso até chegar à fratura e depois percorrer o caminho após o final da fratura. Ou seja, é necessário vencer duas regiões de alta resistência para percorrer o meio.
- (b) Neste caso, observamos que para pequenos deslocamentos, a sensibilidade da vazão é grande. Isso ocorre pois diminuímos a barreira que o fluido precisa vencer para se deslocar no meio.

É válido explicar que a flutuação observada no patamar horizontal do gráfico se deve à escolha da definição da malha, mais especificamente ao tamanho dos elementos. Porém, a mesma não tem influência significativa nos resultados obtidos.

### 3.5. Variação da distância entre fraturas

De todos os modelos dessa seção, esse foi o que teve uma maior variação da geometria analisada. Para a análise da influência da distância entre duas fraturas, após alguns testes, foi verificada a necessidade de dobrarmos a altura do modelo de 10m para 20m como apresentado na Fig. 4.13. Foram fixados os comprimentos de ambas as fraturas em 5 metros, e o alinhamento no centro do bloco. A variação foi na distância entre as fraturas ( $d$ ).



*Figura 3.12: Modelo desacoplado 4: variação da distância entre fraturas*

Abaixo encontram-se alguns cenários desenvolvidos para exemplificarmos a análise proposta. O modelo (a) tem uma distância nula entre as fraturas, (b) de 5 metros, (c) de 10 metros, (d) de 15 metros e (e) de 19.5 metros.

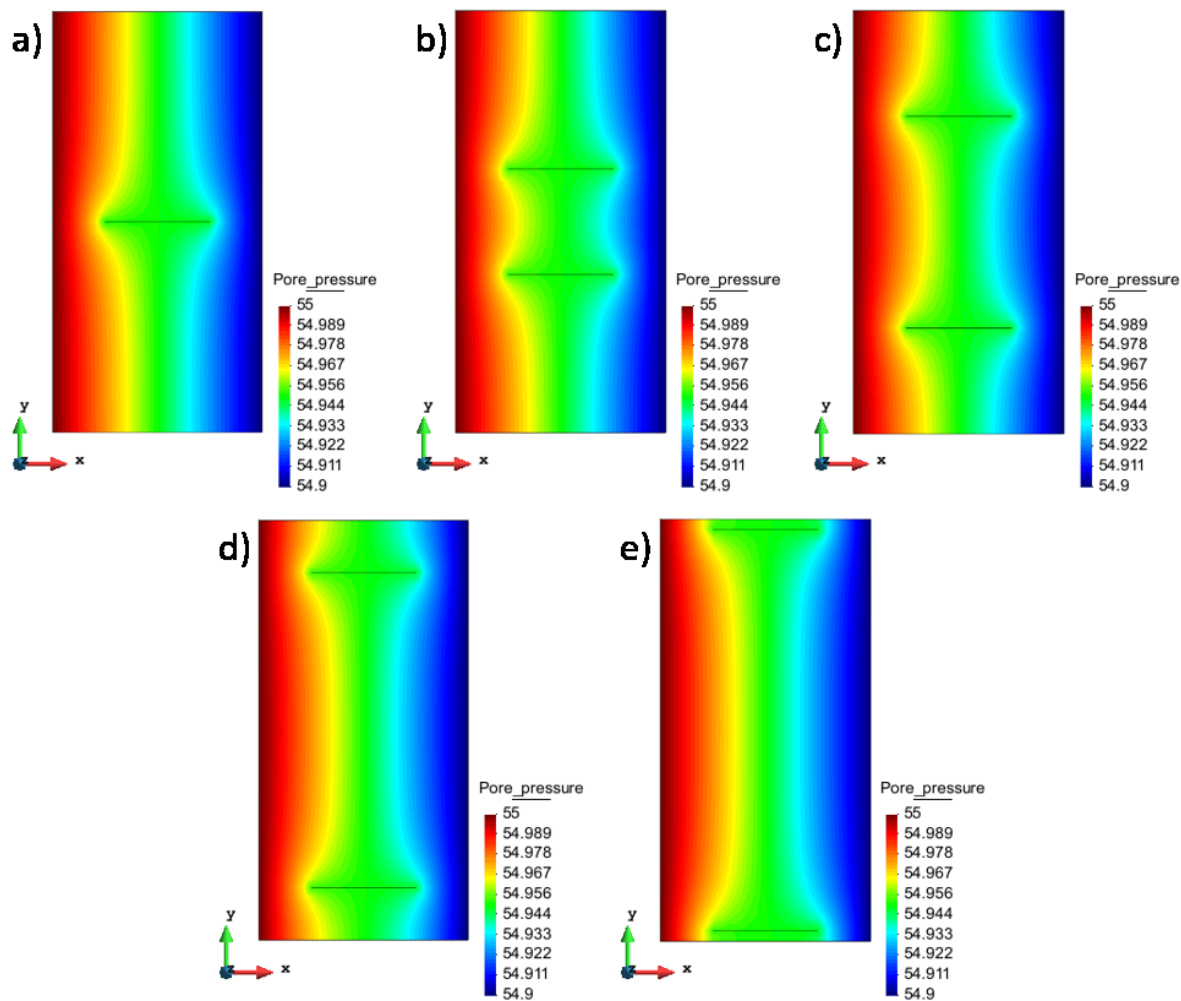


Figura 3.13: Modelo desacoplado 4: Simulação com variação da distância entre fraturas. (a)  $d=0m$ ; (b)  $d=5m$ ; (c)  $d=10m$ ; (d)  $d=15m$ ; (e)  $d=19.5m$

Além dos resultados de pressão obtidos, podemos mais uma vez observar o comportamento da vazão com a variação da distância entre as fraturas. O gráfico encontra-se a seguir.

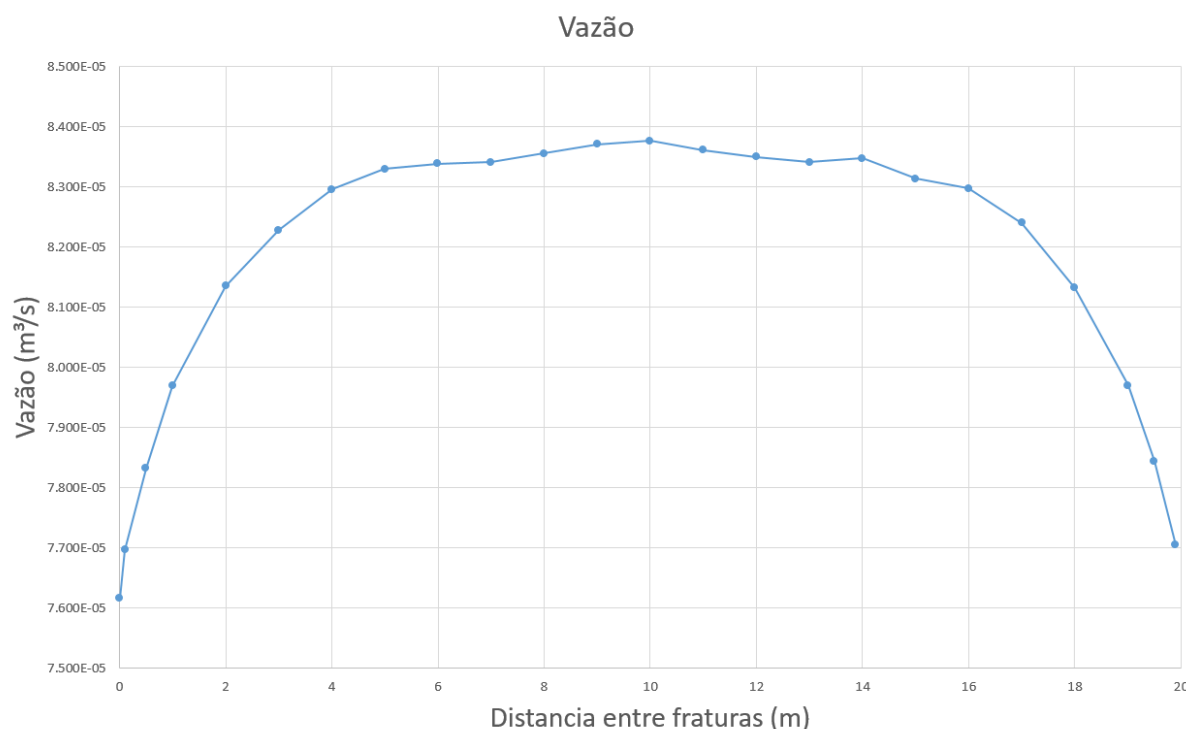


Figura 3.14: Modelo desacoplado 4: Resultado com variação da distância entre fraturas

A fratura funciona como um caminho de menor resistência para o fluido se deslocar. Com isso, a velocidade em seu interior é maior, diminuindo a pressão, como vemos no perfil de pressões da Figura 3.13. Essa queda de pressão induz o fluido a penetrar na fratura, ou seja, o fluido além de se deslocar em X, ganha uma componente da direção Y. Essa componente em Y é a responsável por criar a interação entre as fraturas. Quando a distância entre elas é pequena, a influência é maior. Para o modelo desenvolvido nesse trabalho, com os parâmetros utilizados, distâncias entre fraturas maiores que 5m a interação não é mais significativa.

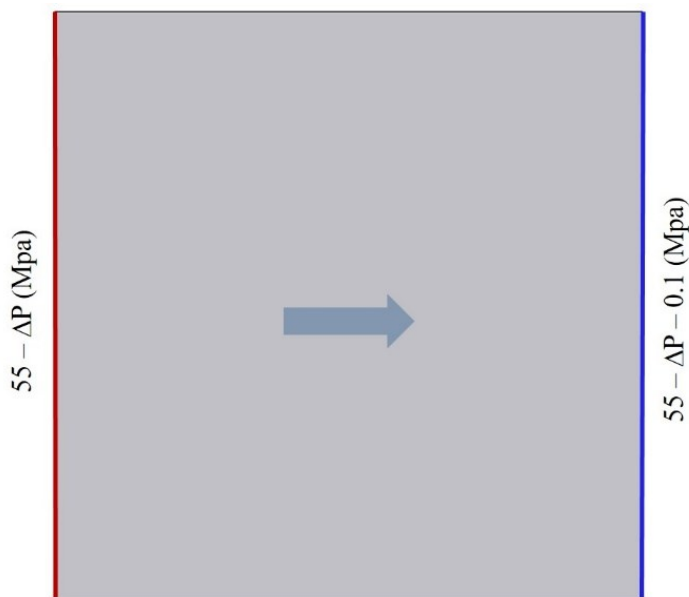
Após esse valor, encontramos um patamar horizontal, onde o comportamento do meio pode ser dividido em duas regiões, similares às da seção 4.1.1., para fraturas horizontais e com o comprimento de 5 metros.

Porém, esse comportamento é interrompido, como observamos no gráfico, para distâncias maiores que 15 metros. Nesse ponto, começamos a perceber um comportamento similar às distâncias menores que 5 metros, porém, para esse caso, ao invés de termos a influência de uma fratura na outra, temos a influência das bordas superior e inferior na vazão do meio.

### 3.6. Modelagem acoplada

Para a modelagem acoplada, serão aplicados diferentes níveis de depleção, sempre com variações de 5 MPa, do nível inicial sem depleção até o nível máximo de

-45 MPa, totalizando 10 cenários:  $DP = \{0, -5, -10, -15, -20, -25, -30, -35, -40, -45\}$  MPa.



*Figura 3.15: Modelos Acoplados: Níveis de depleções*

Além disso, para os três últimos cenários dessa seção, mesmo possuindo um número maior de fraturas, foi escolhido manter todas com as mesmas propriedades utilizadas na seção anterior. Continuaremos trabalhando apenas com a propriedade de uma única fratura, ou seja, todas as fraturas possuem o mesmo valor de abertura inicial, condutividade hidráulica transversal e condutividade hidráulica inicial.

### 3.7. Fratura horizontal

Para o primeiro modelo da análise acoplada, foi escolhido um caso particular da subseção 3.2., com  $\theta=0^\circ$  e o comprimento  $L=5m$ . Foi variado o nível de depleção para a verificação do comportamento da vazão, deslocamentos, porosidade e permeabilidade equivalente. Segue o modelo esquemático.



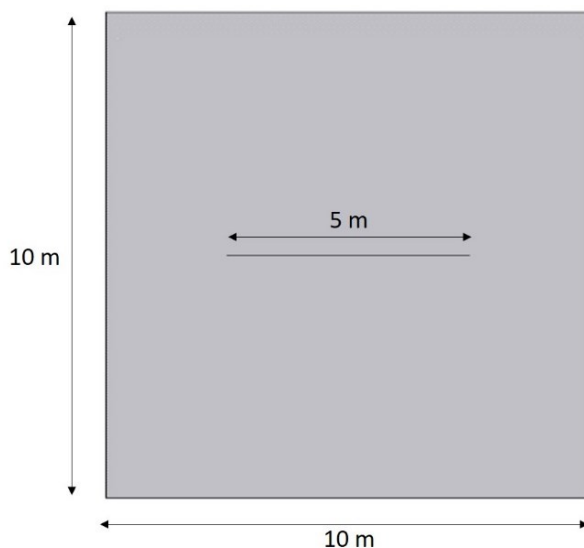


Figura 3.16: Modelo acoplado 1: Fratura horizontal

Após a simulação do modelo, obtemos os resultados ilustrados a seguir. Nesse bloco, foram retirados os dois cenários extremos da análise de pressão: (a) Modelo com depleção nula ( $DP=0$ ), (b) Modelo com depleção máxima ( $DP=-45$  Mpa).

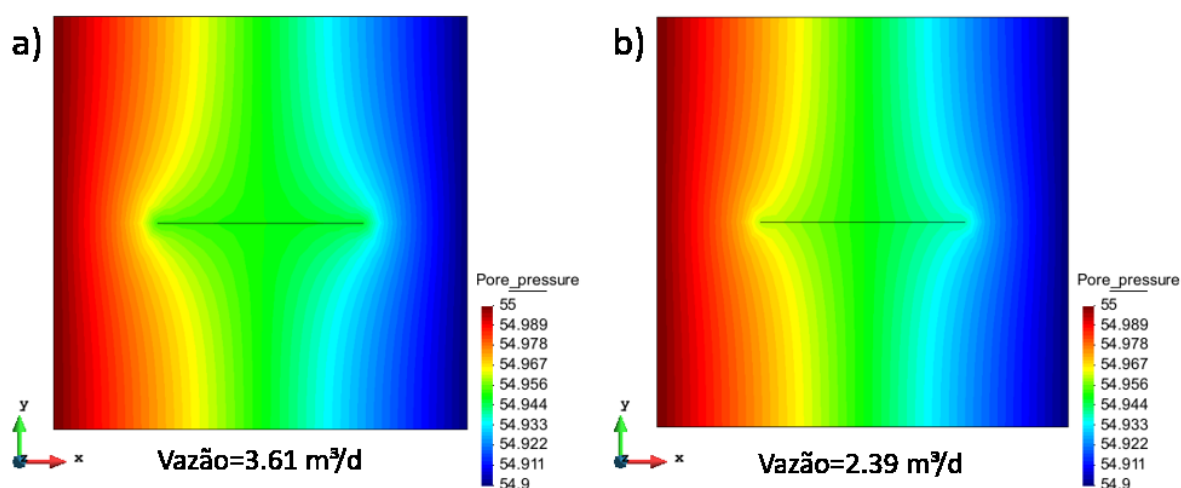


Figura 3.17: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Pressão: (a)  $DP=0$ ; (b)  $DP=-45$

Podemos observar que os comportamentos dos níveis de pressão são semelhantes. Nas bordas da fratura da imagem (b), notamos uma concentração maior de pressões, comparado com a imagem (a). Isso ocorre pois com o aumento da depleção, a abertura da fratura diminui e o fluido encontra uma maior resistência no seu percurso, diminuindo sua velocidade e consequentemente aumentando a pressão.

A variação de pressão e velocidade têm uma influência direta nos valores da vazão do meio. Ao diminuir a abertura da fratura, o fluido encontra um caminho com maior resistência, comparado com o modelo sem depleção. Isso provoca a diminuição vista na vazão do meio. Para este caso, a queda de vazão foi de 34% aproximadamente.

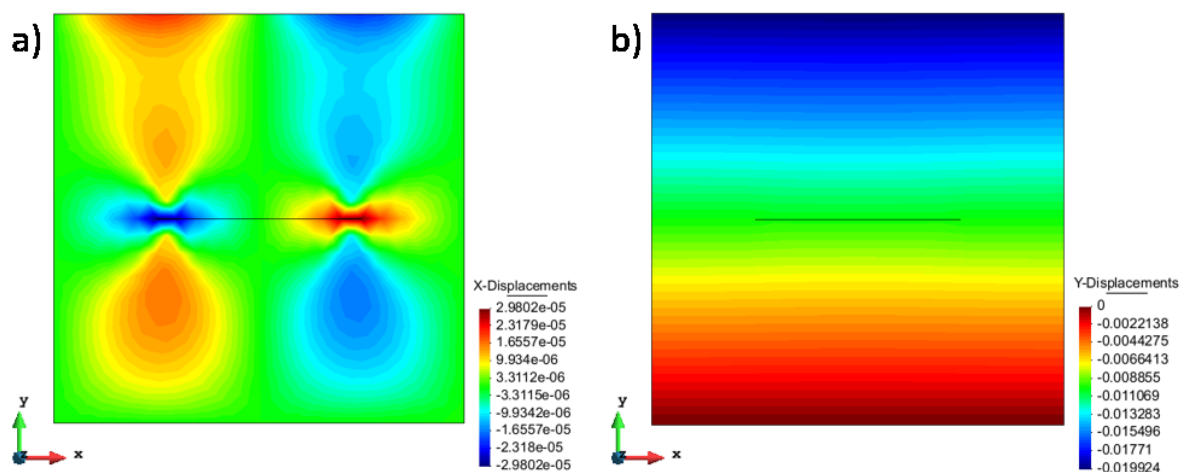


Figura 3.18: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Deslocamentos: (a) em X; (b) em Y (Compactação)

A Figura 4.19 mostra em (a) os deslocamentos horizontais do meio e em (b) os deslocamentos verticais do meio, ambos para o valor de depleção de 45 MPa. É interessante observar que temos dois comportamentos contrários em (a). Na borda de entrada da fratura, como visto anteriormente, temos uma diminuição da pressão local, pelo aumento da velocidade do fluido, provocando os deslocamentos negativos ilustrados. Na borda de saída da fratura, temos o comportamento oposto, onde o aumento da pressão e diminuição da velocidade causam deslocamentos positivos. Além disso, notamos que esses deslocamentos provocam também deslocamentos no restante do meio, mesmo que distante da fratura.

O comportamento de compactação do meio é mais uniforme e menos sensível à presença da fratura. Isso ocorre pelas condições de contorno que foram utilizadas no modelo. Os maiores deslocamentos ocorrem na direção vertical por conta da deformação da matriz sólida. Algumas deformações cisalhantes também foram observadas, mas estas afetaram pouco o nível de compactação do bloco.

Abaixo seguem os gráficos dos multiplicadores da permeabilidade e porosidade equivalente calculados para esse modelo.

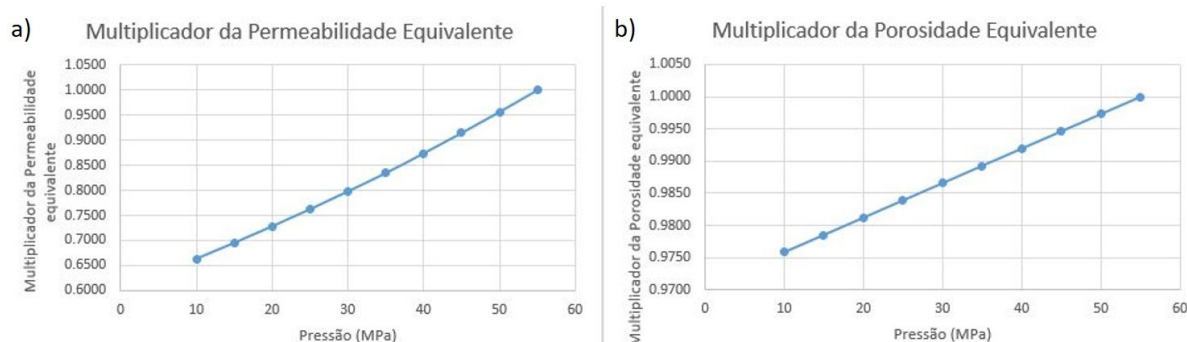


Figura 3.19: Modelo acoplado 1 (fratura horizontal) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente

Notamos que os multiplicadores da porosidade equivalente apresentam praticamente uma relação linear e, como será observado no restante do trabalho, independe da geometria, das fraturas e suas propriedades. Além disso, observamos

que a permeabilidade equivalente do meio tem uma grande variação para os diferentes níveis de pressão, sendo reduzido para aproximadamente 65% do valor sem depleção.

### 3.8. Fratura inclinada

O segundo modelo da análise acoplada foi mais um caso particular da subseção 4.1.1. com  $\theta=45^\circ$  e com comprimento  $L=5m$ . Essa configuração foi escolhida pela análise dos resultados obtidos na seção citada, onde observamos uma mudança no comportamento dos parâmetros analisados. Segue um modelo esquemático.

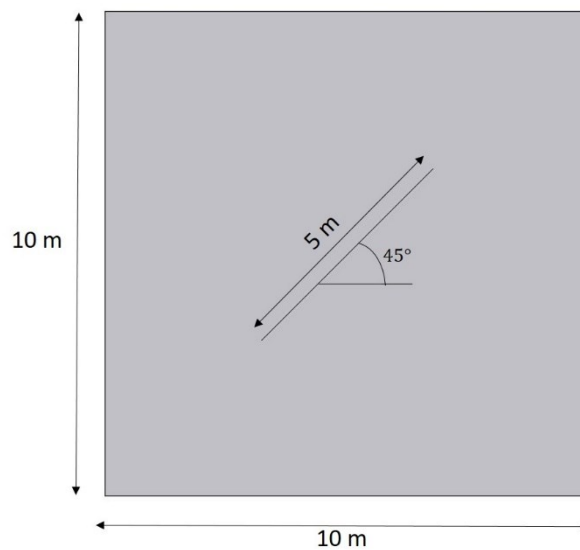


Figura 3.20: Modelo acoplado 2: Fratura inclinada

Após a simulação do modelo, obtemos os resultados ilustrados a seguir. Nesse bloco, foram retirados os dois cenários extremos da análise de pressão: (a) modelo com depleção nula ( $DP=0$ ), (b) modelo com depleção máxima ( $DP=-45$  MPa).

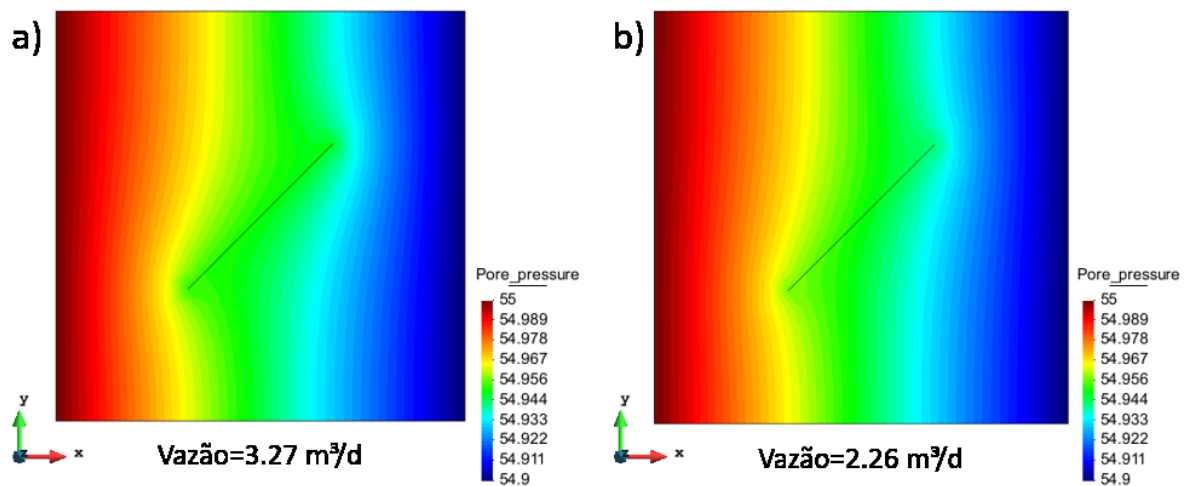


Figura 3.21: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Pressão: (a)  $DP=0$ ; (b)  $DP=-45$

Podemos observar os mesmos comportamentos descritos na seção 3.7. Os perfis de pressão para ambos os cenários são semelhantes, com uma concentração maior nas bordas do cenário (b), causado pelas mudanças de velocidade. Além disso, mais uma vez é comprovada a queda da vazão, que nesse caso foi de 31%. A diferença da queda de vazão para as seções 3.8 e 3.7 pode parecer pequena, porém demonstra mais uma vez que uma fratura horizontal tem uma maior influência que fraturas inclinadas com as mesmas propriedades e comprimentos.

A análise dos deslocamentos horizontal e vertical após uma depleção de 45 MPa também são similares à seção 3.7. Nota-se que ocorrem deslocamentos relativos no plano de fratura. A região do bloco superior ao plano de fratura sofre um movimento lateral no sentido x positivo, já o bloco inferior ao plano de fratura segue um movimento lateral no sentido negativo de x. O oposto ocorre na borda de saída da fratura. Contudo, estes deslocamentos horizontais são muito pequenos devido às condições de contorno impostas no modelo.

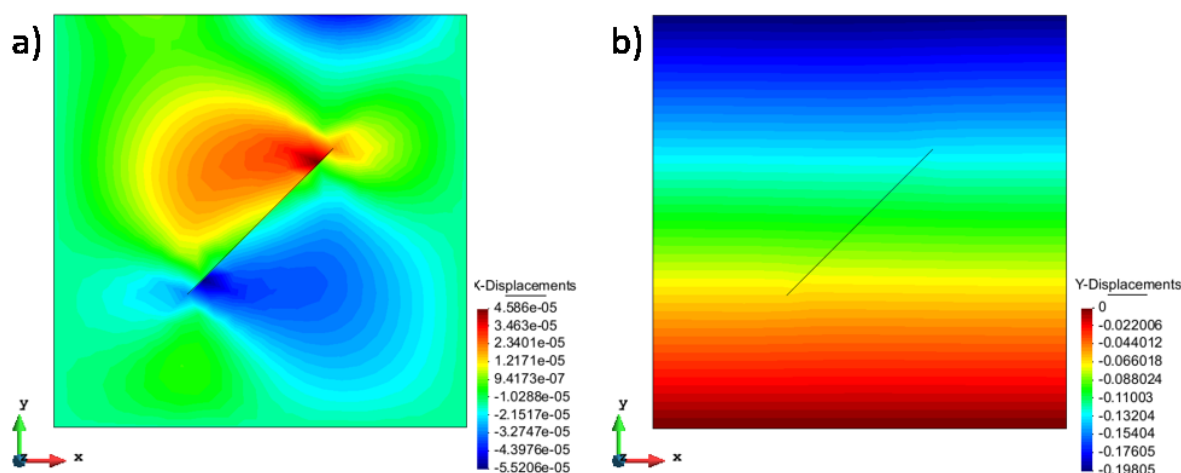


Figura 3.22: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Deslocamentos: (a) em X; (b) em Y (Compactação)

Em relação ao deslocamento vertical, observa-se que temos valores significativos no topo do modelo. Como nos exemplos anteriores, a presença da fratura neste caso praticamente não afeta o nível de compactação do bloco.

Abaixo seguem os gráficos dos multiplicadores da permeabilidade e porosidade equivalente calculados para esse modelo.

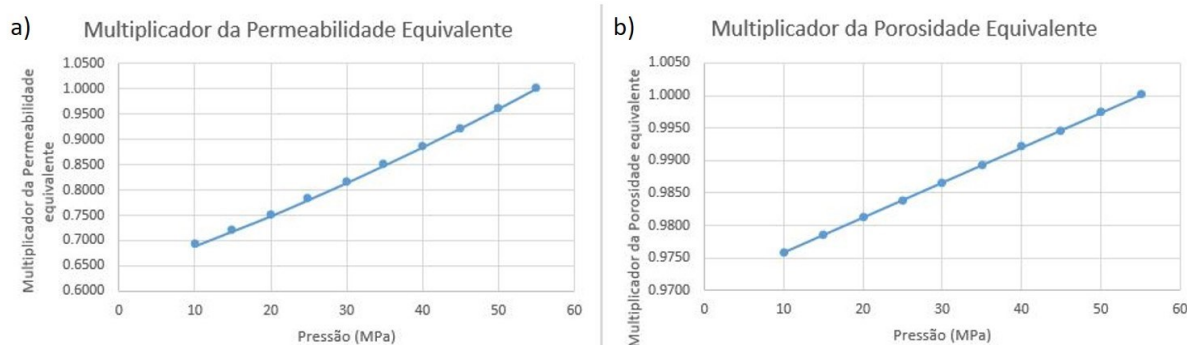


Figura 3.23: Modelo acoplado 2 (fratura inclinada) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade equivalente

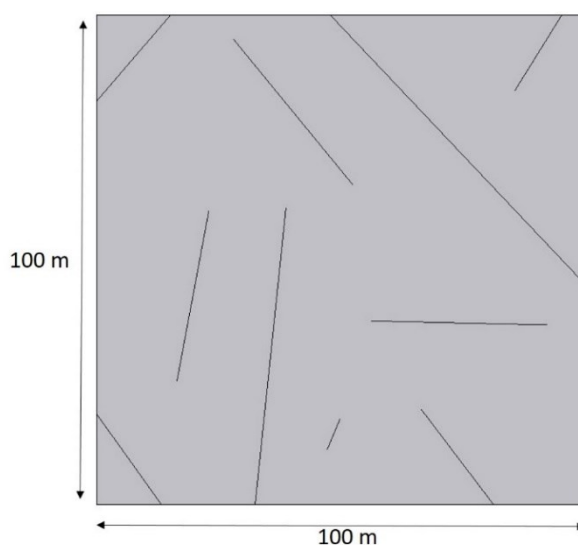
Como dito na seção anterior, os multiplicadores da porosidade mantiveram seu comportamento, independente da geometria do modelo. Porém, notamos que a permeabilidade equivalente do meio é dependente da geometria do modelo. Para esse modelo, a dependência atinge redução máxima de aproximadamente 70% da permeabilidade do modelo com depleção nula.

### 3.9. Modelo com 10 fraturas

Os 3 próximos modelos que serão analisados têm configurações mais complexas que os apresentados anteriormente, possuindo fraturas orientadas em diversas direções e possuindo diversos tamanhos e posições, podemos observar a presença das condições estudadas anteriormente. São modelos mais próximos à realidade encontrada em poços reais.

Com os parâmetros das fraturas descritos no início da seção, e com a configuração exemplificada na figura, podemos verificar o comportamento da vazão, deslocamentos, porosidade e permeabilidade equivalente.

O modelo esquemático do primeiro desses cenários encontra-se abaixo.



*Figura 3.24: Modelo acoplado 3: 10 fraturas*

Após a simulação do modelo, obtemos os resultados ilustrados a seguir. Nesse bloco, foram retirados os dois cenários extremos da análise de pressão: (a) Modelo com depleção nula ( $DP=0$ ), (b) Modelo com depleção máxima ( $DP=-45\text{Mpa}$ ).

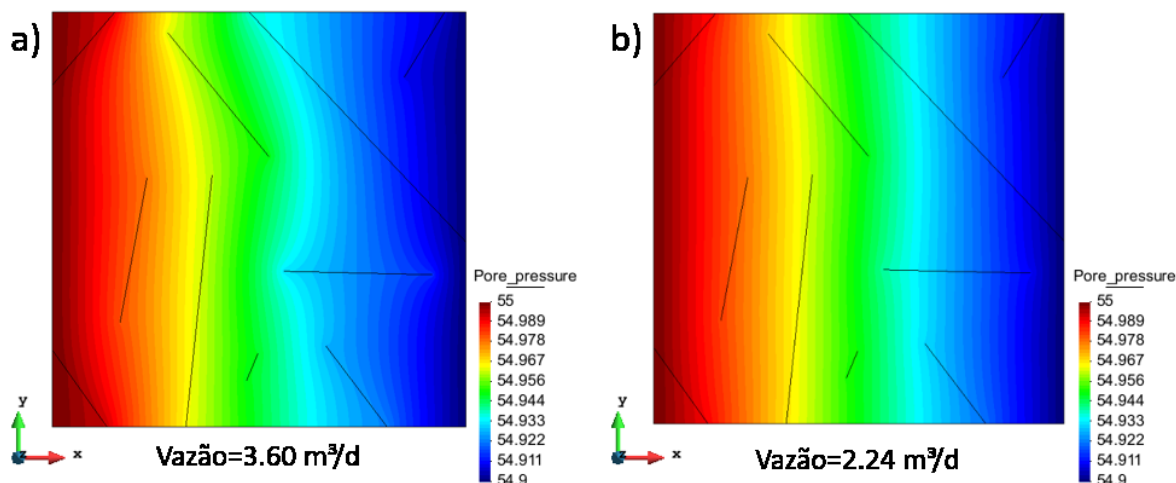


Figura 3.25: Modelo acoplado 3 (10 fraturas) - Pressão: (a)  $DP=0$ ; (b)  $DP=-45$

Como observado, os perfis de pressão para o modelo sem depleção seguem o comportamento analisado nos modelos anteriores do trabalho. Na borda de entrada das fraturas, temos o aumento da velocidade do fluido e diminuição da pressão. Além disso, notamos que a fratura horizontal (única para esse modelo), tem a maior influência na pressão do meio poroso, como pudemos relatar nas análises da seção 3.2.

Além disso, analisando os resultados do modelo com depleção máxima, observamos um comportamento praticamente uniforme da pressão, como se as fraturas não existissem. Isso ocorre pois altas depleções causam o fechamento das fraturas e elas se comportam como o meio poroso. Se a fratura está fechada, o fluido não escoar pelo seu interior e nenhuma influência é exercida por ela. A queda de vazão, para esse caso foi de 38%.

Abaixo seguem os gráficos dos multiplicadores da permeabilidade e porosidade equivalente calculados para esse modelo.

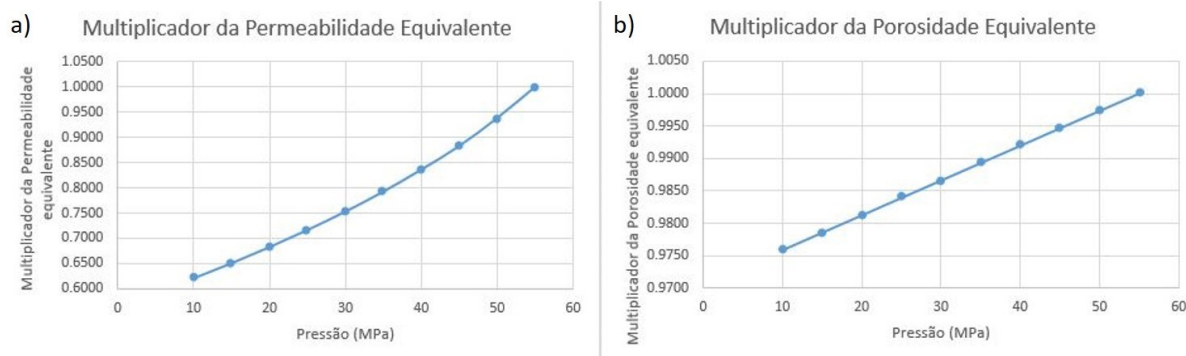


Figura 3.26: Modelo acoplado 3 (10 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente

Como dito na seção 3.7, os multiplicadores da porosidade mantiveram seu comportamento, independente da geometria do modelo. Porém, notamos que a permeabilidade equivalente do meio é dependente da geometria da fratura. Para esse modelo, a dependência atinge redução máxima de aproximadamente 65% da permeabilidade do modelo com depleção nula. Além disso, pela maior complexidade

desse modelo, com um número elevado de fraturas, comparado com os modelos anteriores, notamos que o comportamento desse multiplicador não é tão bem aproximado por um comportamento linear.

### 3.10. Modelo com 20 fraturas

O quarto modelo da análise acoplada é muito similar ao da subseção anterior. Foram apenas acrescentadas 10 novas fraturas ao modelo anterior, em diferentes orientações e comprimentos.

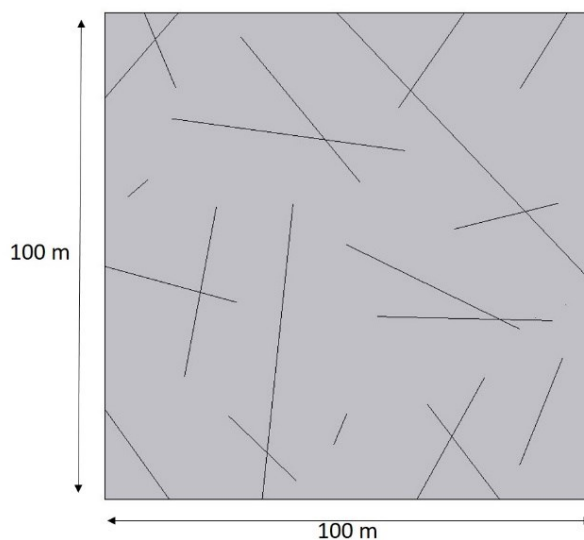


Figura 3.27: Modelo acoplado 4: 20 fraturas

Após a simulação do modelo, obtemos os resultados ilustrados a seguir. Nesse bloco, foram retirados os dois cenários extremos da análise de pressão: (a) modelo com depleção nula ( $DP=0$ ), (b) modelo com depleção máxima ( $DP=-45$  MPa).

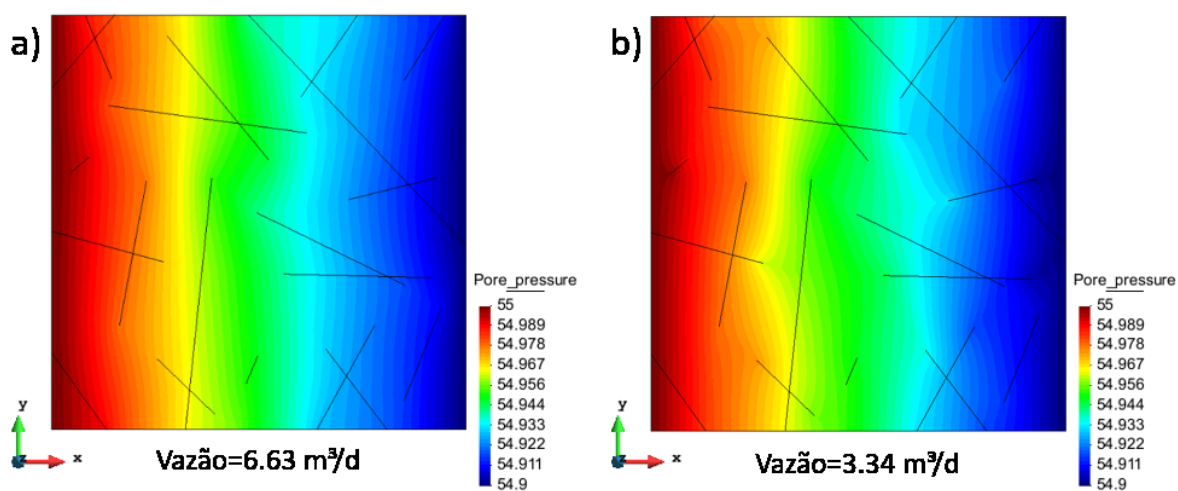


Figura 3. 28: Modelo acoplado 4 (20 fraturas) - Pressão: (a)  $DP=0$ ; (b)  $DP=-45$



As análises desse modelo são muito similares às do modelo anterior, porém, pelo maior número de fraturas, as distâncias entre elas diminuí e a análise da influência de cada uma se torna mais difícil de ser realizada. Neste caso, a aplicação da depleção acabou influenciando algumas fraturas mais do que outras, justamente pela superposição dos comportamentos analisados individualmente nas subseções anteriores.

De qualquer forma, é válido observar que a queda de vazão foi grande, de aproximadamente 50%. Porém, se compararmos ao resultado da seção 3.9., a vazão do meio sem depleção quase dobrou. Isso comprova o que já foi discutido sobre a fratura se comportar como um meio de menor resistência para o escoamento, logo, quanto maior o número de fraturas, maior é a vazão final. Além disso, é válido ressaltar que apesar desse número quase dobrar, para as vazões nos modelos de alta depleção obtivemos valores muito próximo nos dois modelos. Mais uma vez, aplicada a depleção, há o fechamento das fraturas e os dois modelos acabam se comportando de maneira muito similar, como se não houvesse fratura.

Abaixo seguem os gráficos dos multiplicadores da permeabilidade e porosidade equivalente calculados para esse modelo.

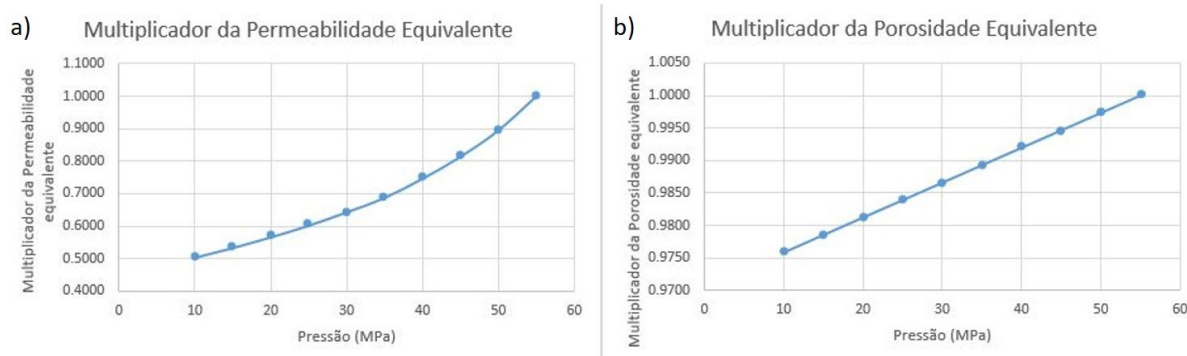


Figura 3.29: Modelo acoplado 4 (20 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente

Novamente notamos que os multiplicadores da porosidade mantiveram seu comportamento, independente da geometria do modelo. Além disso, o comportamento dos multiplicadores de permeabilidade equivalente se mostrou mais uma vez dependente da geometria do modelo. Comparado com a seção anterior, notamos mais uma vez o afastamento de um comportamento linear do mesmo. Com uma complexidade maior, a redução da permeabilidade desse modelo chegou a 50% do valor sem depleção.

### 3.11. Modelo com 30 fraturas

O quinto modelo da análise acoplada é muito similar ao da subseção anterior. Foram apenas acrescentadas mais fraturas ao modelo anterior, em diferentes orientações e comprimentos.

Esse será o modelo com a maior complexidade analisada nesse trabalho. Segue abaixo o modelo esquemático do mesmo.



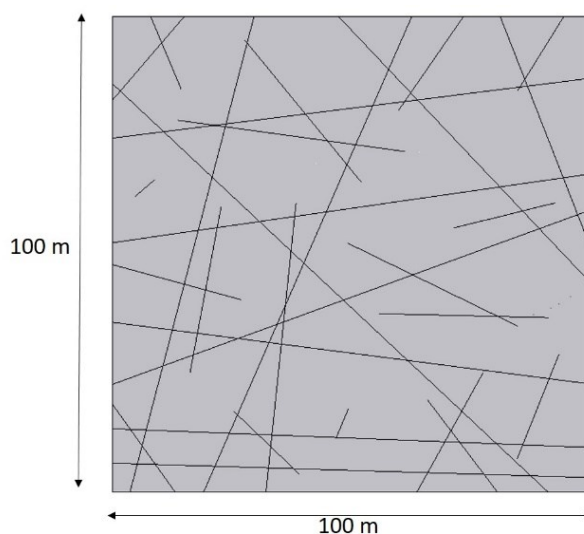


Figura 3.30: Modelo acoplado 5: 30 fraturas

Após a simulação do modelo, obtemos os resultados ilustrados a seguir. Nesse bloco, foram retirados os dois cenários extremos da análise de pressão: (a) Modelo com depleção nula ( $DP=0$ ), (b) Modelo com depleção máxima ( $DP=-45$  Mpa).

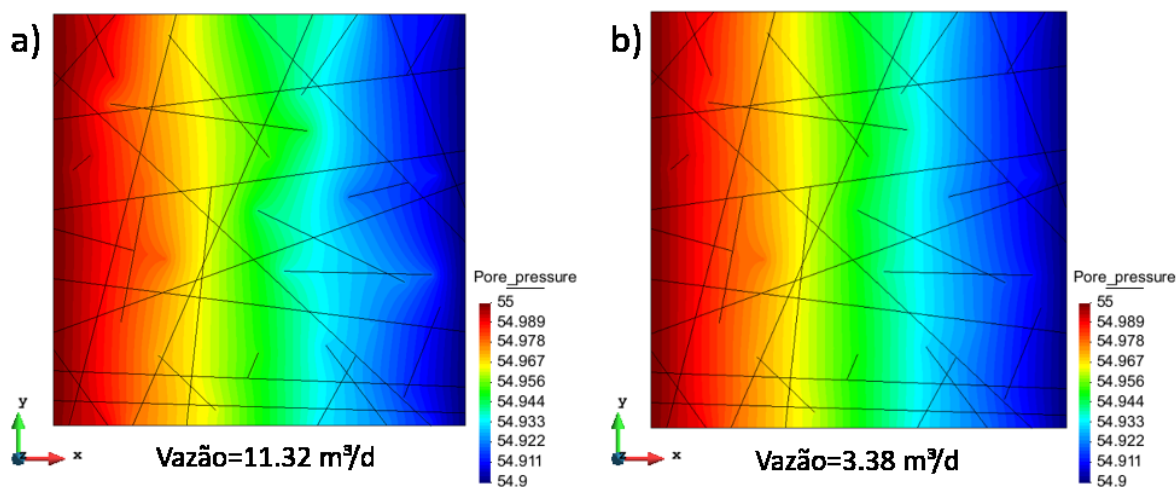


Figura 3.31: Modelo acoplado 5 (30 fraturas) - Pressão: (a)  $DP=0$ ; (b)  $DP=-45$

Como podemos observar, novas fraturas foram inseridas, e dessa vez 6 delas são passantes, ligando as duas bordas (montante e jusante) do modelo. Com isso, o valor da vazão do modelo sem depleção triplicou, comprovando novamente as análises das seções anteriores. Além disso, notamos mais uma vez que quando aplicamos depleções altas, as fraturas fecham e a vazão do meio é muito similar novamente as seções anteriores.

Abaixo seguem os gráficos dos multiplicadores da permeabilidade e porosidade equivalente calculados para esse modelo.

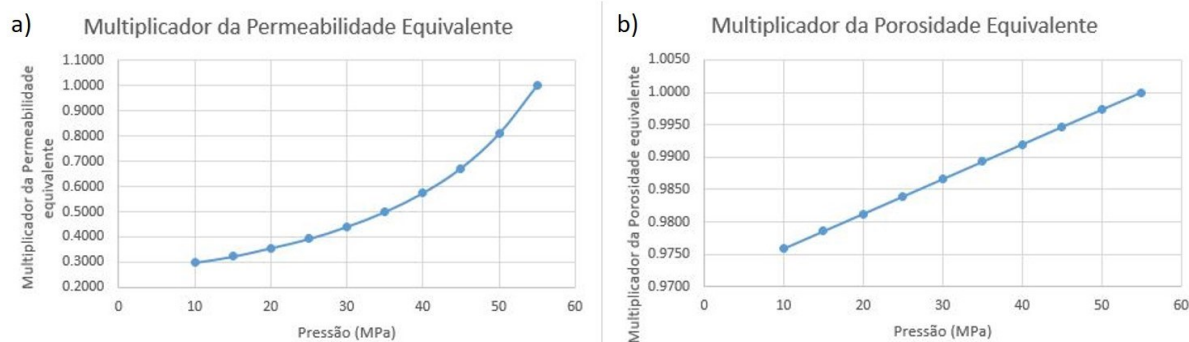


Figura 3.32: Modelo acoplado 5 (30 fraturas) - Multiplicadores: (a) Permeabilidade equivalente; (b) Porosidade Equivalente

Nossa última análise mostra novamente que o multiplicador da porosidade se mostrou o mesmo para todas os modelos acoplados apresentados. Logo, podemos concluir que o mesmo não depende da geometria e das fraturas, pois representa uma característica intrínseca da matriz sólida do bloco e a sua variação está apenas ligada ao nível de depleção atuante.

Além disso, observamos que o comportamento dos multiplicadores da permeabilidade equivalente se mostrou sensível à mudança de geometria e de fraturas. Logo, para cada configuração, obtivemos curvas distintas para eles. No último modelo analisado, a redução da permeabilidade equivalente atingiu seu valor máximo, chegando a 30% do valor da permeabilidade equivalente para o modelo sem depleção.

#### **4. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros**

O objetivo principal desse trabalho de conclusão de curso foi o estudo da influência das fraturas no processo de fluxo e a análise do efeito geomecânico na variação das propriedades petrofísicas de meios naturalmente fraturados. Para isso, foi necessária a modelagem de diversos cenários com diversos níveis de complexidade.

Os resultados encontrados são consistentes com alguns já publicados na literatura e comprovam a adequação da metodologia utilizada neste trabalho. Além disso, a grande variação nos valores dos multiplicadores de permeabilidade encontrados demonstra que as fraturas exercem uma forte influência no processo de fluxo e que o efeito geomecânico na variação das propriedades petrofísicas é significativo, particularmente para meios com uma grande concentração de fraturas.

Como sugestões para trabalhos futuros, tem se:

- Aplicação da modelagem para cenários tridimensionais.
- Realizar um maior número de análises a fim de obter uma melhor sensibilidade dos parâmetros que mais podem afetar os multiplicadores de permeabilidade.
- Estabelecer estratégias para análises não apenas determinísticas, mas também para análises probabilísticas a fim de verificar padrões no comportamento hidro-geomecânico de meios naturalmente fraturados.

## 5. Referências

Bandis, S. 1980. Experimental studies of scale effects on shear strength, and deformation of rocks joints. PhD Thesis. Department of Earth Sciences. The University of Leeds.

Quevedo, R., Ramirez, M. and Roehl, D. 2017. 2D and 3D Numerical Modeling of Fault Reactivation. 51th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in San Francisco, USA, 25-28 June 2017.

Falcão, F., Barroso, J., Murad, M., Pereira, P., Vargas, E., Juvinao, A., Muller, A., Roehl, D., Quevedo, R., Mejia, C., Guimarães, L., Beserra, L., Alvarez, L., Cleto, P. and Manzoli, O. 2018. Synthetic Benchmark for the Computation of Equivalent Properties in Coupled Flow and Geomechanics Conditions for a Fractured Carbonate Rock. 2<sup>nd</sup> International Discrete Fracture Network Engineering Conference held in Seattle, Washington, USA, 20-22 June 2018.

Quevedo, R. 2012. Análise Tridimensional de Problemas Hidromecânicos em solos parcialmente saturados. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Potts, D. and Zdravokovic, L. 1999. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering – Theory. Thomas Telford Ltd, 1 Heron Quay, London.

Bear, J. 2018. Modeling Phenomena of Flow and Transport in Porous Media. Springer International Publishing AG.

van Harmelen, A., & Weijermars, R. (12 de December de 2017). Complex analytical solutions for flow in hydraulically fractured hydrocarbon reservoirs with and without natural fractures. Applied Mathematical Modelling.

Flemisch, B., Berre, I., Boon, W., Fumagalli, A., Schwenck, N., Scotti, A., . . . Tatomir, A. (9 de January de 2017). Benchmarks for single-phase flow in fractured porous media.