

## Referências Bibliográficas

- 1 LIMA, L. R. O. **Avaliação de Ligações Viga-Coluna em Estruturas de Aço Submetidas a Flexão no Eixo de Menor Inércia**. 1999. 189f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1999.
- 2 FERREIRA, L. T. S. **Sistemas Construtivos Semi-rígidos Mistos para Edificações**, 2000. 300f. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2000.
- 3 CARVALHO, L. C. V. de. **Avaliação de Ligações Semi-Rígidas Aparafusadas em Estruturas de Aço**, 1997. 208 f. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1997.
- 4 SIMÕES, R. D. **Comportamento de Ligações Mistas Viga-Pilar Sob Acções Estáticas e Cíclicas**, 2000. 256f. Tese de Doutorado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 2000.
- 5 JASPART, J. P. **Etude de la Semi-rigidité des Noeuds Poutre-colonne et Son Influence Sur la Résistance et la Stabilité des Structures en Acier**, 1991. 412 f. Thèse de Doctorat, Université de Liège, Belgique, 1991.
- 6 JASPART, J. P., **Recent Advances in the Field of Steel Joints Column Bases and Further Configurations for Beam-to-Column Joints and Beam Splices**, 1997. 353 f. Chercheur qualifié du F.N.R.S., Université de Liège, Belgique, 1997.
- 7 NEVES, L. F. C. **Nós Semi-rígidos em Estruturas Metálicas; Avaliação da Rigidez em Configurações de Eixo Fraco**, 1996. 231 f. Tese de Mestrado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 1996.

- 8 EUROCODE 3, **ENV - 1993-1-1:1992/A2, Annex J, Design of Steel Structures – Joints in Building Frames**. CEN, European Committee for Standardisation, Document CEN/TC 250/SC 3, Brussels, 1998.
- 9 EUROCODE 3, **prEN 1993-1-8, Design of steel structures – Part 1.8: Design of joints (“stage 49 draft”)**, 2003.
- 10 LAURENT, F. **Influence de L’effort Normal sur le Calcul des Assemblages Semi-Rigides**. 1994. 114 f. CUST – Mémoire présentée en vue de l’obtention du diplôme d’ingénieur, Université Blaise Pascal – Clermont - Ferrand, Liège, Belgique, 1994.
- 11 CERFONTAINE, F. **Etude analytique de l’interaction entre moment de flexion et effort normal dans les assemblages boulonnés**. In: Construction Métallique, n° 4, p. 1-25. 2001.
- 12 SILVA, L. S. and COELHO, A.G. **A analytical evaluation of the response of steel joints under bending and axial force**. In: Computers & Structures, vol. 79, p. 873-881. 2001.
- 13 CRUZ, P. J. S., SILVA, L. A. P. S. da S., RODRIGUES, D. S. and SIMÕES, R. A. D. **Database for the Semi-Rigid Behaviour of Beam-to-Column Connections in seismic regions**. In: Journal of Constructional Steel Research, v. 46 (120), p. 1-3. 1998.
- 14 WALD F., ŠVARC M. **Experiments with end plate joints subject to moment and normal force**. In: Contributions to Experimental Investigation of Engineering Materials and Structures, CTU Reports No: 2-3, Prague, p. 1-13. 2001.

- 15 SOKOL Z., WALD F., DELABRE V., MUZEAU J. P., SVARC M. **Design of end plate joints subject to moment and normal force**. In: 3<sup>rd</sup> European Conference on Steel Structures, EUROSTEEL 2002, Coimbra, Portugal. Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL 2002. António Lamas and Luís Simões da Silva Editors, p. 1219-1228. 2002.
- 16 WALD F. **Databank of M-N test Praha 2000**. 2000. Disponível em: <http://www.fsv.cvut.cz/%7Ewald/COST-Praha-C12/INDEX.HTM> (acesso em: 25 jun. 2001).
- 17 CHAN, S. L. and CHUI, P. P. T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. 1<sup>st</sup> ed. Oxford, United Kingdom: Elsevier Science Ltd, 2000. 336p.
- 18 WILSON, W. M. and MOORE, H. F. **Tests to Determine the Rigidity of Riveted Joints in Steel Structures**. Bulletin n° 104, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urban, IL, 1917.
- 19 YOUNG, C. R. and JACKSON, K. B. **The Relative Rigidity of Welded and Riveted Connections**. In: Canadian J. Research, v. 11 (1-2), p. 62-134. 1934.
- 20 RATHBUN, J. C. **Elastic Properties of Riveted Connections**. In: Transactions of ASCE, v. 101, p. 524-563. 1936
- 21 BELL, W. G., CHESSON, E. J. and MUNSE, W. H. **Static Tests of Standard Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections**. University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urban, IL. 1959.
- 22 SOMMER, W. H. **Behaviour of Welded Header Plate Connections**. 1969. Master's Thesis, University of Toronto, ON, Canada, 1969.

- 23 OSTRANDER, J. R. **An Experimental Investigation of End-Plate Connections**. 1970. Master's Thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, SK, Canada, 1970.
- 24 BAILEY, J. R. **Strength and Rigidity of Bolted Beam-to-Column Connections**. Conference on Joints Structures, University of Sheffield. 1970.
- 25 SURTEES, J. O. and MANN, A. P. **End-Plate Connections in Plastically Designed Structures**. Conference on Joints in Structures, University of Sheffield. 1970.
- 26 AGERSOV, H. **High Strength Bolted Connections Subjected to Prying**. In: Journal of the Structural Division, ASCE, v.102, p. 161-175. 1976.
- 27 PACKER, J. A., and MORRIS, L. J. **A Limit State Design Method for the Tension Region of Bolted Beam-to-Column Connections**. In: The Structural Engineering, v. 55, nº 10, p. 446-458. 1977.
- 28 JOHNSON, N. D. and WALPOLE, W. R. **Bolted End-Plate Beam-to-Column Connections Under Earthquake Type Loading**. Research Report 81-7, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. 1981.
- 29 MESQUITA, A. C. B. **Caracterização e Sistematização do Comportamento Experimental de Ligações Metálicas e Mistas**. 2002. 186 f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Portugal, 2002.
- 30 CRUZ, P. J. S., SILVA, L. A. P. S. and RODRIGUES, D. S. **SERICON II: A Global Database for Tests on Structural Connections**. In: Proceedings of COST C1 International Conference on the Control of Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Liege, Belgium. 1998.

- 31 AZIZINAMINI, A., BRADBURN, J. H. and RADZIMINSKI, L. B. **Initial Stiffness of Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections**. In: Journal of Constructional Steel Research, v. 8, p. 71-90. 1987.
- 32 AZIZINAMINI, A. and RADZIMINSKI, L. B. **Static and Cyclic Performance of Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections**. In: Journal of Structural Engineering, v. 115, nº 12, p. 2979-2999. 1989.
- 33 QUEIROZ, G. **Análise Experimental e Análise Não-Linear de Nós Soldados Semi-Rígidos**. 1995. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, Belo Horizonte, 1995.
- 34 CARVALHO, L. C. V., ANDRADE, S. A. L. and VELLASCO, P. C. G. S. **Experimental Analysis of Bolted Semi-Rigid Connections**. In: Journal of Constructional Steel Research. Londres: Elsevier, v.46, nº 1-3, p. 1-20. 1998.
- 35 LIMA, L. R. O., VELLASCO, P. C. G. S., ANDRADE, S. A. L. **Bolted Semi-Rigid Connections In The Column's Minor Axis**. In: 2<sup>nd</sup> European Conference on Steel Structures - EUROSTEEL 1999, Praga, República Tcheca. Proceedings of the Second European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL 1999. Editora da Universidade Técnica de Praga, 1999, v.2, p. 1-14.
- 36 LIMA, L. R. O., VELLASCO, P. C. G. S., ANDRADE, S. A. L., SILVA, L. A. P. S. **Experimental and Mechanical Model for Predicting the Behaviour of Minor Axis Beam-to-Column Semi-Rigid Joints**. In: International Journal of Mechanical Sciences. Inglaterra, Reino Unido, v. 44, nº 6, p. 1047-1065. 2002.
- 37 RIBEIRO, L. F. L. **Comportamento Estrutural de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo: Análise Teórico-Experimental**. 1998. Tese de Doutorado – USP, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

- 38 FAELLA, C., PILUSO, V. and RIZZANO, G. **Structural steel semi-rigid connections: theory, design and software**. 1<sup>st</sup>. CRC Press LLC, 2000. 328p.
- 39 WALES, M. W. and ROSSOW, E. C. **Coupled Moment-Axial Force Behaviour in Bolted Joints**. In: Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 129, p. 1250-1266. 1983.
- 40 CHMIELOWIEC, M. and RICHARD, R. M. **Moment Rotation Curves for Partially Restrained Steel Connections**. In: Report to AISC, University of Arizona, 127. 1987.
- 41 TSCHEMMERNEGG, F. and HUMER, C. **A Non-Linear Joint in Steel Frames**. In: Connections in Steel Structures: Behaviour, Strength and Design, ed. R. Bjorhovde et al., Elsevier Applied Science, London, p. 158-165. 1987.
- 42 TSCHEMMERNEGG, F. and HUMER, C. **A Non-Linear Joint Model for the Design of Structural Steel Frames**. In: Costruzioni Metalliche, n° 1. 1988.
- 43 SILVA, L.S., COELHO, A.G. and NETO, E. L. **Equivalent Post-Buckling Models for the Flexural Behaviour of Steel Connections**. In: Computers & Structures, vol. 77, p. 615-624. 2000.
- 44 SILVA, L. S., Lima, L. R. O. de, Vellasco, P. C. G. da S. and Andrade, S. A. L. de. **Experimental and Numerical Assessment of Beam-to-Column Joints Under Bending and Axial Force**. In: The First International Conference on Steel & Composite Structures, 1<sup>st</sup> ICSCS 2001, Pusan, Coréia. Proceedings of The First International Conference on Steel & Composite Structures. Pusan: Korea Advanced Institute of Science & Technology, 2001, v1, p.715-722.
- 45 JASPART, J. P. **General Report: Session on Connections**. In: Journal of Constructional Steel Research, v. 55, p. 69-89. 2000.

- 46 EN 10002 **Metallic Materials – Tensile Tests. Part1: Method of Test (at ambient temperature)**. 1990.
- 47 EN 10020 **Steel Definition and Classification**. 1989
- 48 EN 10025 **Hot Rolled Products of Non-Alloy Structural Steel**. 1994.
- 49 GAYLORD Jr., H. E., GAYLORD, C. N. and STALLMEYER, J. E. **Design of Steel Structures**. 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill International Editions. 1992. 513p.
- 50 DALLY, J. W. and RILEY, W. F. **Experimental Stress Analysis**. 3<sup>rd</sup> ed. McGraw-Hill International Editions. 1991. 639p.
- 51 LIMA, L. R. O. de, SILVA, L. S. da, VELLASCO, P. C. G. da S. and ANDRADE, S. A. L. de. **Experimental Analysis of Extended End-Plate Beam-to-Column Joints Under Bending and Axial Force**. In: 3<sup>rd</sup> European Conference on Steel Structures, EUROSTEEL 2002, Coimbra, Portugal. Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL 2002. António Lamas and Luís Simões da Silva Editors, p. 1121-1130. 2002.
- 52 NEVES, L. F. C., SILVA, L. A. P. S., VELLASCO, P. G. C. **Ligações Viga-Coluna de Eixo Fraco Metálicas e Mistas: Avaliação Experimental sob Acções Estáticas Monotónicas**. In: III CMM – Conferência Nacional de Construção Metálica e Mista, Aveiro, Portugal. Editado por Lammas & Silva, 2001, v. 1, p. 277-288.
- 53 GIONCU *et al.* **Prediction of Available Ductility by Means of Local Plastic Mechanism Method: Ducttrot Computer Program**. In: Moment Resistant Connections of Steel Frames in Seismic Areas – Design and Reliability. Edited by F. M. Mazzolani – E & FN Spon, Taylor e Francis Group. 2000.

- 54 OWENS, G. W., CHEAL, B. D. **Structural Steelwork Connections**, Butterworths & Co. Lda. 1989.
- 55 SILVA, L. A. P. S. da. **Post-Limit Stiffness and Ductility of Endplate Beam-to-Column Steel Joints**. In: Computers & Structures, v. 80, p. 515-531. 2001.
- 56 KUHLMANN, U., **Influence of Axial Forces on the Component: Web Under Compression**. In: Proceedings of COST-C1 Working Group Meeting, C1/WG2/99-01. Thessaloniki. 1999.
- 57 FEA **LUSAS 13.3 User Manual**, FEA Ltd, UK. 2001.
- 58 BORGES, L. **Software - Non-Linear Numerical Analysis of Steel Connections**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Portugal. 2003.
- 59 GERVÁSIO H., SILVA L. S. and BORGES, L. **Reliability Assessment of the Post-limit Stiffness and Ductility of Steel Joints**. In: 3<sup>rd</sup> European Conference on Steel Structures, EUROSTEEL 2002, Coimbra, Portugal. Proceedings of the Third European Conference on Steel Structures – EUROSTEEL 2002. António Lamas and Luís Simões da Silva Editors, p. 1027-1038. 2002.
- 60 BORGES, L. C. **Probabilistic Evaluation of the Rotational Capacity of Steel Joints**. 2003. 190 f. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal, 2003.

## Anexo A

### Modelo Proposto por Cerfontaine [11]

F. Cerfontaine desenvolveu um modelo analítico baseado no método das componentes onde isolou a componente do painel de alma da coluna submetido ao cisalhamento. Trata-se do único modelo existente até o presente momento que caracteriza o comportamento global das ligações submetidas a momento fletor e esforço axial. Todavia, como segue a metodologia apresentada no Eurocode 3, ainda necessita ser reavaliado.

#### A.1

##### Caracterização do diagrama de interação

Inicialmente, um diagrama de interação – momento fletor *versus* esforço axial – de uma ligação aparafusada é proposto. Este diagrama define uma curva dentro da qual deve estar o par momento fletor – esforço axial aplicado à ligação de forma que esta não atinja a ruína. Obviamente que, se este par estiver fora da região delimitada por esta curva, a ligação não pode resistir aos esforços aplicados. A Figura A.1 apresenta um exemplo de um diagrama de interação para uma ligação aparafusada com placa de extremidade estendida com cinco linhas de parafusos onde os sentidos indicados para o momento fletor e o esforço axial na ligação são considerados positivos.

Esta curva de interação pode ser definida analiticamente para qualquer ligação aparafusada, sendo caracterizada por N linhas de parafusos e duas linhas em compressão (uma superior, na direção da mesa superior da viga e outra inferior) resultando em  $n = N + 2$  linhas no total. As linhas de parafusos só podem trabalhar em tração, ou seja, a resistência das mesmas deve ser sempre maior ou igual a zero. De forma análoga, o esforço nas linhas em compressão deve ser menor ou igual a zero.

Neste modelo, assume-se que todas as linhas e, conseqüentemente, todas as componentes possuem ductilidade infinita. Como apenas o comportamento na ruína é colocado em evidência aqui e considerando-se a hipótese de comportamento dúctil, uma análise perfeitamente plástica da ligação, baseada na aplicação do teorema estático [10] pode ser considerada, ou seja, deve-se encontrar uma distribuição de esforços internos que esteja em equilíbrio com os esforços externos, satisfazendo-se os critérios de ruína.



representam cada uma das componentes, sendo a resistência desta igual a resistência da componente mais fraca desta linha. Vale ressaltar também que devem ser considerados os efeitos de grupo entre duas linhas de parafusos [m,p] fornecendo um valor de resistência de grupo  $F_{mp}^{Rd}$ . Portanto, torna-se interessante descrever os critérios de resistência que os esforços devem satisfazer, para todas as componentes:

$$\sum_{i=m}^p F_i \leq F_{mp}^{Rd\alpha} \quad m = 1, \dots, p \quad \text{e} \quad p = m, m+1, \dots, n \quad (A.3)$$

onde  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  é a resistência de grupo incluindo as linhas m a p para a componente  $\alpha$ . Nos casos onde m é igual a p,  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  nada mais é do que a resistência individual da linha m para a componente  $\alpha$ .

Este critério pode ser escrito para cada uma das componentes  $\alpha$  e pode-se perceber então que, esta componente  $\alpha$ , para a qual  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  é mínima é que vai definir a resistência de grupo [m,p], sendo denominada  $F_{mp}^{Rd}$ . Esta situação é representada na Figura A.2 para uma ligação com três linhas de parafusos numerados de 1 a 3. Esta representação omite as linhas em compressão (superior e inferior) pois estas não interagem com as linhas em tração, não intervindo na definição dos grupos.

Na verdade, o gráfico apresentado pode representar a interação entre três linhas de parafusos quaisquer numeradas r, s e t para uma ligação com n linhas. De fato, esta representação dos esforços nas três linhas é uma representação gráfica de um “*hiperplano*” particular definido pela eq. abaixo,

$$F_i = \alpha_i \quad \text{para} \quad \forall i \quad i \neq r, s, t \quad (A.4)$$

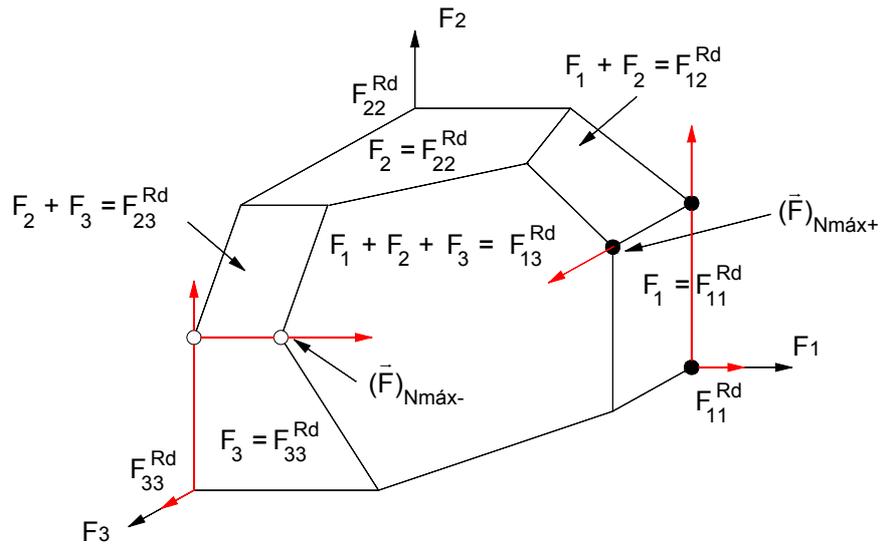


Figura A.2- Interação entre três linhas de parafusos e definição de  $F_j^{Rd}$

Partindo das equações de equilíbrio e dos critérios de ruína, aos quais as linhas consideradas devem satisfazer, a aplicação passo a passo do teorema estático fornece o teorema apresentado a seguir:

“O critério de interação entre o momento fletor ( $M$ ) e o esforço axial ( $N$ ) na ruína é descrito por um conjunto de  $2n$  segmentos de reta paralelos 2 a 2, cuja inclinação é sucessivamente o braço de alavanca ( $h_k$ ) das  $n$  linhas e, ao longo destes segmentos, a força ( $F_k$ ) varia entre 0 e a máxima resistência da linha, definindo-se assim, dois pontos do segmento.”

As equações a seguir traduzem este critério:

$$M = h_k \cdot N + \sum_{i=1}^n (h_i - h_k) \cdot F_i^c \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.5})$$

sendo

$$\begin{aligned} F_i^c &= \max(F_i^{Rd+}, 0) & \text{se } i < k \\ F_i^c &= \min(F_i^{Rd+}, 0) & \text{se } i > k \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} F_i^c &= \min(F_i^{Rd-}, 0) & \text{se } i < k \\ F_i^c &= \max(F_i^{Rd-}, 0) & \text{se } i > k \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

com

$$F_i^{Rd+} = \min \left( F_{im}^{Rd} - \sum_{\substack{j=i+1 \\ \neq \text{sup,inf}}}^m F_j^{Rd-}, m = i, \dots, n \right) \quad i > k$$

$$F_i^{Rd+} = \min \left( F_{mi}^{Rd} - \sum_{\substack{j=m \\ i \neq \text{sup,inf}}}^{i-1} F_j^{Rd+}, m = 1, \dots, i \right) \quad i < k$$
( A.8 )

Percebe-se então que a resistência das linhas ( $F_i^{Rd+}$  e  $F_i^{Rd-}$ ) é definida diferentemente de acordo com  $i$  que pode ser inferior ( $F_i^{Rd+}$ ) ou superior ( $F_i^{Rd-}$ ) a  $k$ . Este procedimento é apresentado na Figura A.2 onde os pontos pretos representam as etapas sucessivas para determinação de  $F_j^{Rd+}$ , e os pontos brancos,  $F_j^{Rd-}$ .

Através das considerações feitas até o presente momento, pode-se obter os pontos notáveis do diagrama de interação. O ponto correspondente ao esforço axial máximo será dado por:

$$\begin{cases} M_{N_{\min}} = h_{\text{sup}} \cdot F_{\text{sup}}^{Rd} + h_{\text{inf}} \cdot F_{\text{inf}}^{Rd} \\ N_{\min} = F_{\text{sup}}^{Rd} + F_{\text{inf}}^{Rd} \end{cases} \quad ( A.9 )$$

A partir do ponto de esforço axial mínimo, a zona de momento positivo do diagrama de interação pode ser obtida. O momento máximo é então calculado, iniciando-se pela primeira linha através da eq. A.5. A partir deste ponto, define-se sucessivamente, todos os segmentos que constituem o critério de ruína. Quando o esforço da linha  $k$  varia de seu valor mínimo (0 para as linhas de parafusos e a resistência das linhas comprimidas) até seu valor máximo, o momento varia de acordo com a equação a seguir:

$$M = M [ F_k = \min( 0, F_k^{Rd} ) ] + h_k \cdot [ F_k - \min( 0, F_k^{Rd} ) ] \quad ( A.10 )$$

O momento cresce até o ponto em que o braço de alavanca do esforço indeterminado muda de sinal, ou seja, quando  $k = l$  tal que  $h_l > 0$  e  $h_{l+1} < 0$ . Quando  $k$  aumenta muito, o momento diminui e o esforço axial aumenta para atingir seu valor máximo:

$$N_{\text{máx}} = \sum_{i=1}^n F_i^c \quad (\text{A.11})$$

$$M_{N\text{máx}} = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i^c \quad (\text{A.12})$$

$$F_i^c = \text{máx} \left[ 0, \text{mín} \left( F_{mi}^{\text{Rd}} - \sum_{\substack{j=m \\ \neq \text{sup,inf}}}^{i-1} F_j^{\text{Rd+}}, m = 1, 2, \dots, i \right) \right] \quad (\text{A.13})$$

Partindo-se do ponto do diagrama de interação caracterizado pelo esforço normal mínimo,  $n$  segmentos de reta de inclinação igual, sucessivamente, ao maior braço de alavanca ( $h_1$ ) até o menor ( $h_n$ ) completam esta parte do diagrama.

Novamente, partindo-se do ponto de esforço axial mínimo, calculam-se todos os esforços nas linhas, iniciando-se pela  $n^{\text{ésima}}$  linha de valor mínimo até a máxima  $F_k^c = \max(F_k^{\text{Rd-}}, 0)$ , obtendo-se a zona de momento mínimo bem como o momento mínimo quando, novamente, o braço de alavanca muda de sinal, ou seja,  $k = l$ . Quando  $k$  diminui muito, o momento aumenta e o esforço axial também aumenta até atingir seu valor máximo:

$$N_{\text{máx}} = \sum_{i=1}^n F_i^c \quad (\text{A.14})$$

$$M_{N\text{máx}} = \sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i^c \quad (\text{A.15})$$

$$F_i^c = \text{máx} \left[ 0, \text{mín} \left( F_{im}^{\text{Rd}} - \sum_{\substack{j=i+1 \\ \neq \text{sup,inf}}}^m F_j^{\text{Rd+}}, m = i, i+1, \dots, n \right) \right] \quad (\text{A.16})$$

Duas expressões caracterizam o esforço normal máximo. Sabe-se que este é único e que as equações não fornecem valores iguais: toda resistência de grupo  $[p,q]$  determinada na definição de  $F_i^{\text{Rd-}}$ , será igual a resistência obtida no momento em que se definiu  $F_i^{\text{Rd+}}$ , sendo dada pela soma dos esforços resistentes idênticos, que é um esforço normal máximo igual mas

correspondente a uma distribuição de esforços diferentes e de momentos fletores diferentes também.

Esta situação aparece claramente na Figura A.2 onde todos os pontos pertencentes à superfície denominada pela equação ( $F_1 + F_2 + F_3 = F_{13}^{Rd}$ ) correspondem a um esforço normal máximo mas a momentos fletores diferentes e os pontos  $(\vec{F})_{N_{m\acute{a}x+}}$  e  $(\vec{F})_{N_{m\acute{a}x-}}$  correspondem a uma distribuição de esforços dada pelas equações A.11 a A.16.

No diagrama de interação, o eixo de momento corresponde a uma excentricidade nula e o eixo de esforço axial a uma excentricidade infinita (positiva ou negativa). Neste momento, é interessante definir a obtenção de um ponto qualquer neste diagrama de interação de maneira comum a todos os gráficos de interação, de forma que um mesmo valor de referência definido, possa ser comparado em diagramas de interação diferentes.

Todo ponto do diagrama de interação é caracterizado por seu ângulo (inclinação definida entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ ) em relação ao eixo de esforço axial nulo, escolhido de forma que corresponda a uma excentricidade de referência  $e_u$ , um ângulo de  $45^\circ$ .

$$e_u = \frac{M_{m\acute{a}x}}{N_{m\acute{a}x}}, \quad \alpha_{e_u} = 45^\circ \Rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{e_u}{e}\right) \quad (\text{A.17})$$

Definido o ângulo  $\alpha$ , tem-se um ponto comum a qualquer diagrama de interação. Por exemplo, se a soma dos esforços  $F_i^{Rd+}$  das linhas com braço de alavanca positivo for próxima de  $F_{inf}^{Rd}$ , o momento máximo corresponderá a um esforço axial próximo de zero:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq \text{sup}}}^l F_i^{Rd+} \approx F_{inf}^{Rd}, \quad h_i > 0 \text{ e } h_{i+1} < 0 \Rightarrow N_{m\acute{a}x} \approx 0 \quad (\text{A.18})$$

e então, o momento máximo corresponderá a um ângulo  $\alpha$  bastante pequeno, conforme pode ser verificado a seguir.

$$\begin{aligned}
 N_{M\text{máx}} &= \pm 10\% \cdot N_{\text{máx}} \Rightarrow \\
 e_{M\text{máx}} &= \pm \frac{M_{\text{máx}}}{0,1N_{\text{máx}}} = \pm 10 e_u = \pm e_u = \pm \frac{e_u}{\text{tg}(\alpha_{M\text{máx}})} \Rightarrow \\
 \alpha_{M\text{máx}} &= \pm 5,7^\circ
 \end{aligned}
 \tag{A.19}$$

Apesar da facilidade de se determinar o diagrama de interação, às vezes, deseja-se obter apenas um ponto deste diagrama correspondente a uma excentricidade qualquer. Para isso, basta saber os sinais do momento fletor e do esforço axial aplicados à ligação. Até porque, o conhecimento do diagrama de interação completo não fornece diretamente um ponto qualquer desejado, sendo necessário fazer uma interpolação para se conhecer o par  $(M_{Rd}, N_{Rd})$  procurado.

Partindo-se de um ponto conhecido  $(M_k, N_k)$  do diagrama correspondente a uma excentricidade  $e_k$  e a um esforço  $F_{k0}$  (diferente de  $F_k^c$ ) de uma linha indeterminada  $k$ , as excentricidades dos pontos adjacentes no diagrama podem facilmente fornecer uma função de variação  $\Delta F_k$  para as equações de equilíbrio. A variação de esforço necessário para obter uma excentricidade e a partir do ponto caracterizado pela excentricidade  $e_k$  é então obtida:

$$\begin{aligned}
 \Delta F_k &= -N_k \frac{e_k - e}{h_k - e} \\
 |F_k| &= |F_{k0} + \Delta F_k| \in [0, F_k^{Rd}]
 \end{aligned}
 \tag{A.20}$$

A segunda linha da equação acima mostra que o esforço numa linha  $k$  deve estar dentro de limites aceitáveis, ou seja, entre zero e sua própria resistência (positiva ou negativa,  $F_k^{Rd+}$  ou  $F_k^{Rd-}$ ). Quando o ponto  $(M_k, N_k)$  caracteriza um ponto angular ou característico do diagrama de interação, a força pode variar em duas linhas e determinar uma excentricidade e de acordo com a eq. A.20 para cada uma dessas linhas.

Com o auxílio desta equação e dos sinais dos esforços conhecidos, pode-se obter a resistência correspondente a uma excentricidade qualquer sem precisar traçar o diagrama de interação completo. Portanto, através destas informações, o quadrante<sup>5</sup> do diagrama de interação no qual o ponto procurado se encontra é obtido:

---

<sup>5</sup> o quadrante I será aquele em que  $M$  e  $N > 0$ , o quadrante II onde  $M > 0$  e  $N < 0$  e assim sucessivamente

- de maneira geral, para os quadrantes I e II, calculam-se os valores de  $F^{Rd+}$  e para os quadrantes III e IV, calculam-se  $F^{Rd-}$ ;
- então, os dois pontos notáveis do diagrama, próximos do quadrante são determinados, sendo, por exemplo para o quadrante I, os pontos correspondentes a  $M_{máx}$  e  $N_{máx}$ ;
- os ângulos  $\alpha$  correspondentes a  $M_{máx}$ ,  $N_{máx}$  e ao ponto procurado são calculados;
- o ponto procurado é então localizado em relação aos dois pontos notáveis;
- o ponto procurado é determinado a partir do ponto notável mais próximo aplicando-se a eq. A.20 uma ou mais vezes utilizando-se os  $k$  crescentes ou decrescentes segundo o ângulo  $\alpha$  que pode ser maior ou menor do que o ângulo correspondente ao ponto de partida.

## A.2

### Comportamento elástico da ligação

Conforme dito anteriormente, para o traçado do diagrama de interação, supõe-se que as componentes tenham bastante ductilidade. As informações sobre a resistência última das componentes são obtidas independentemente da combinação de momento fletor e esforço axial a que está submetida a ligação. Porém, não se conhece ainda, a rigidez inicial da ligação nem o comportamento elástico provocado por esta combinação de cargas.

Para se obter estas características, é necessário conhecer o comportamento elástico de cada componente presente em cada linha a ser considerada. A caracterização do comportamento elástico de uma componente  $\alpha$  é obtido com as equações apresentadas abaixo.

$$\begin{aligned}
 F_i < F_i^{el\alpha} &\rightarrow F_i = K_{i,ini}^\alpha \cdot \Delta_i^\alpha \\
 F_i^{el\alpha} < F_i < F_i^{Rd\alpha} &\rightarrow F_i = K_i^\alpha \cdot \Delta_i^\alpha = \left[ K_{i,ini}^\alpha \cdot \left( \frac{F_i^{el\alpha}}{F_i} \right)^{2,7} \right] \Delta_i^\alpha
 \end{aligned}
 \tag{A.21}$$

onde  $F_i^{el\alpha}$ ,  $K_{i,ini}^\alpha$  e  $\Delta_i^\alpha$  representam para a componente  $\alpha$  da linha  $i$ , seu limite elástico, sua rigidez inicial e seu deslocamento, respectivamente. A Tabela A.1

apresenta o comportamento a ser considerado para as diversas componentes presentes em uma ligação aparafusada de acordo com Cerfontaine [11].

**Tabela A.1 - Comportamento das componentes**

Componente	Limite elástico	Rigidez Inicial	Ductilidade
<b>1 (CWS)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>2 (CWC)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>3 (CWT)</b>	$2/3 F^{Rd}$	sim	sim
<b>4 (CFB)</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	sim	sim / não
<b>5 (EPB)</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	sim	sim / não
<b>7 (BFC)</b>	$F^{Rd}$	-	não
<b>8 (BWT)</b>	$F^{Rd}$	-	sim
<b>10 (BT)</b>	$F^{Rd}$	sim	não

A resistência das componentes 4 e 5 é caracterizada por 3 modos de ruptura, conforme descrito no §2.3.4 e §2.3.5 . Quando a resistência ocorre pelos modos 1 ou 2 e esta é superior a 95% da resistência da linha de parafusos em tração, as componentes não apresentam ductilidade, sendo o limite elástico definido como 2/3 desta resistência. Quando a ruína ocorre pelo modo 3, ou seja, ruptura dos parafusos, o limite elástico é igual ao valor de resistência da componente sem ductilidade. Para os outros casos, as componentes apresentam ductilidade e um limite elástico igual a 2/3 da resistência da componente.

Conforme apresentado no §2.2, conhecendo-se o comportamento das componentes presentes em uma linha, pode-se efetuar a associação destas em série. Algumas equações adicionais são apresentadas a seguir.

$$K_{i,ini} = \frac{1}{\sum_{\alpha} \frac{1}{K_{i,ini}^{\alpha}}} \quad (A.22)$$

$$F_i^{el} = \min( F_i^{el\alpha} ) \quad (A.23)$$

$$\Delta_i^{el} = \frac{F_i^{el}}{K_{i,ini}} \quad (A.24)$$

$$F_{i,j}^{Rd} = \text{mín}( F_i^{Rd\alpha} ) \quad (\text{A.25})$$

$$\Delta_i^{Rd} = \sum_{\alpha} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_i^{\alpha}} = \sum_{F_{ii}^{Rd} > F_i^{el\alpha}} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_{i,ini}^{\alpha} \left( \frac{F_i^{el\alpha}}{F_{i,j}^{Rd}} \right)^{\psi}} + \sum_{F_{ii}^{Rd} \leq F_i^{el\alpha}} \frac{F_{i,j}^{Rd}}{k_{i,ini}^{\alpha}} \quad (\text{A.26})$$

Uma vez aplicadas as equações anteriores, as equações para linha  $i$ , podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_i \leq F_i^{el} &\rightarrow F_i = K_{i,ini} \cdot \Delta_i \\ F_i^{el} < F_i \leq F_i^{Rd} &\rightarrow F_i = K_i \cdot \Delta_i = K_{i,ini} \left( \frac{F_i^{el}}{F_i} \right)^{\theta_i} \Delta_i \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\theta_i = \frac{\ln \left[ \frac{F_{i,j}^{Rd}}{K_{i,ini} \cdot \Delta_i^{Rd}} \right]}{\ln \left( \frac{F_i^{el}}{F_i^{Rd}} \right)} \quad (\text{A.28})$$

A investigação de uma solução dúctil para o problema de resistência conduz à definição destas resistências considerando-se os efeitos de grupo conforme apresentado nas equações A.5 a A.8. Todavia, estas equações de resistência são diferentes para as zonas de momento máximo e mínimo.

Na Figura A.3(a) apresentam-se as resistências para uma ligação com duas linhas de parafusos e na Figura A.3(b), uma curva de comportamento da primeira linha de parafusos quando os fenômenos de grupo são considerados. Quando a zona de momento máximo é definida, a influência dos grupos não afeta a lei de comportamento da primeira linha de parafusos, sendo  $F_{1,1}^{Rd+}$  igual a  $F_{1,1}^{Rd}$ . Por outro lado, na zona de momento mínimo,  $F_1^{Rd-}$  é igual a  $(F_{1,2}^{Rd+} - F_{2,2}^{Rd})$  e inferior a  $F_{1,1}^{Rd}$  fazendo com que a lei constitutiva desta linha transforme-se num patamar horizontal. E o deslocamento correspondente a esta resistência será igual a  $\Delta_1^{Rd-}$  definido pela eq. A.26 onde  $F_1$  é igual a  $F_1^{Rd-}$ , sendo este, o caso mais geral.

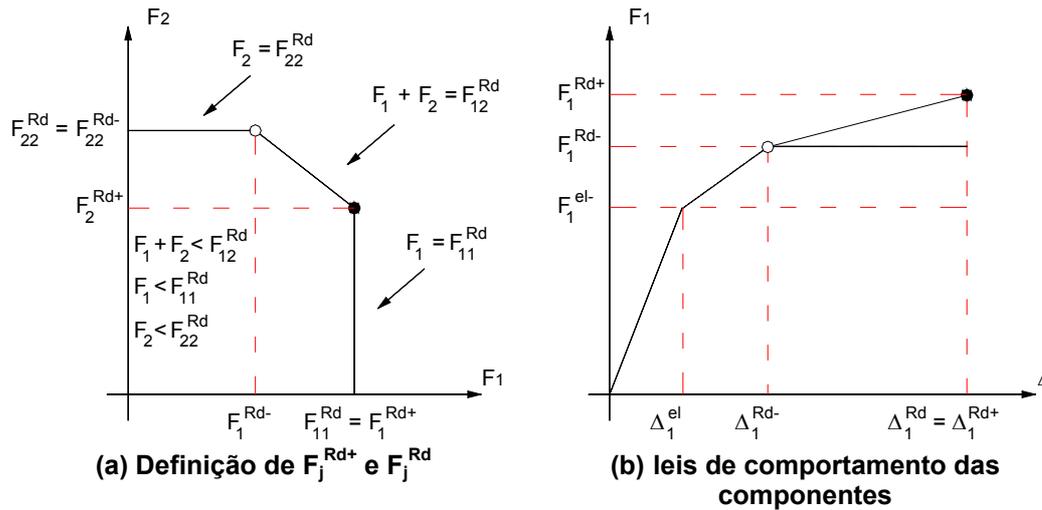


Figura A.3 – Considerações sobre efeitos de grupos entre linhas de parafusos

Considerando-se a hipótese da seção indeformada da ligação, existe uma relação linear entre os deslocamentos da linha  $i$  e um deslocamento de referência  $\Delta$  a ser definido. Este, será escolhido convencionalmente, como sendo o deslocamento correspondente ao braço de alavanca nulo ( $h_{\Delta} = 0$ ). O deslocamento da linha  $i$  ( $\Delta_i$ ) será dado em função da rotação ( $\varphi$ ) da seção da ligação de acordo com:

$$\Delta_i = \Delta + h_i \cdot \varphi \quad (\text{A.29})$$

O deslocamento ( $\Delta$ ) define de maneira unívoca o estado de deslocamentos da ligação, sendo interessante introduzir a noção de ponto de deslocamento nulo ( $\Delta_0$ ) e o braço de alavanca correspondente ( $h_0$ ). Conhecendo-se este ponto para um determinado estado de deslocamentos, as linhas que são modificadas e as que ainda não foram definidas, conclui-se que este ponto constitui uma mudança no sinal dos deslocamentos das linhas:

$$\begin{aligned} \Delta_0 = 0 = \Delta + h_0 \cdot \varphi &\Rightarrow h_0 = -\frac{\Delta}{\varphi} \\ \Delta_i &= (h_i - h_0) \cdot \varphi \quad \forall i \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Para o cálculo da rigidez inicial utiliza-se:

- as equações que caracterizam a parte elástica do comportamento de cada linha, equações A.27 e A.28;

- a relação linear que descreve os deslocamentos de cada linha A.29;
- a equações de equilíbrio dadas pela eq. 2.32 apresentadas no capítulo dois desta tese;
- a definição de excentricidade 2.33 e o ponto de deslocamento nulo A.30 no domínio elástico,  $h_0^{el}$ .

Com isso, obtém-se duas equações diferentes, uma para caracterizar a rigidez inicial normal  $K_N^{el}$  e a outra para a rigidez inicial de flexão  $K_M^{el}$  da ligação:

$$K_N^{el} = \left( \frac{N}{\Delta} \right)^{el} = \frac{\sum K_{i,ini} (h_0^{el} - h_i)}{h_0^{el}} = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_0^{el} - h_i)}{e \cdot h_0^{el}} \quad (A.31)$$

$$K_M^{el} = \left( \frac{M}{\phi} \right)^{el} = \sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - h_0^{el}) = e \cdot \sum K_{i,ini} \cdot (h_i - h_0^{el}) \quad (A.32)$$

A partir da última equação apresentada, pode-se obter a equação para a excentricidade em função de  $h_0^{el}$ .

$$e = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - h_0^{el})}{\sum K_{i,ini} \cdot (h_i - h_0^{el})} \quad (A.33)$$

$$h_0^{el} = \frac{\sum K_{i,ini} \cdot h_i (h_i - e)}{\sum K_{i,ini} \cdot (h_i - e)} \quad (A.34)$$

E ainda a relação entre normal  $K_N^{el}$  e  $K_M^{el}$  :

$$K_M^{el} = -e \cdot h_0^{el} \cdot K_N^{el} \quad (A.35)$$

Quando uma linha atinge seu limite elástico, a distribuição de esforços elásticos nesta corresponde a um esforço axial  $N^{el}$  e momento fletor  $M^{el}$  elásticos, bem como um deslocamento  $\Delta^{el}$  e uma rotação  $\phi^{el}$  elásticos. Sendo assim, o momento elástico é definido pela eq. A.36, o deslocamento pela eq. A.37 e a rotação pela eq. A.38.

$$M_{el} = K_M^{el} \cdot \min \left( \frac{F_j^{el}}{(h_j - h_0^{el}) \cdot K_{j,ini}} \right) \forall j, F_j \neq 0 \quad (\text{A.36})$$

$$\Delta^{el} = \frac{N^{el}}{K_N^{el}} \quad (\text{A.37})$$

$$\varphi^{el} = \frac{M^{el}}{K_M^{el}} = \frac{-\Delta^{el}}{h_0^{el}} \quad (\text{A.38})$$

### A.3

#### Estado de deslocamentos na ruína dúctil

Três modos de ruína podem ocorrer em uma ligação, sendo o primeiro caracterizado por uma força excessiva de tração em uma das linhas de parafusos. Como segunda hipótese, uma força excessiva de compressão pode afetar as componentes comprimidas sem descarregar a força aplicada aos parafusos e finalmente, uma descarga nas linhas de parafusos depois de atingida a resistência da linha comprimida.

O estudo destes diferentes modos de ruína possibilita expressar o estado de deslocamentos da ligação na ruína de acordo com as equações apresentadas a seguir.

$$\text{zona} + \begin{cases} \varphi^{Rd} = \varphi_{i,k} = \text{máx} \left( \frac{\Delta_i - \Delta_k}{h_i - h_k} \right) \\ i = 1, 2, \dots, k-1, \text{inf} \rightarrow \Delta_i = \Delta_i^{Rd+} \\ k+1 \rightarrow \Delta_i = 0 \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

$$\text{zona} - \begin{cases} \varphi^{Rd} = \varphi_{i,k} = \text{mín} \left( \frac{\Delta_i - \Delta_k}{h_i - h_k} \right) \\ i = k+1, k+2, \dots, n, \text{sup} \rightarrow \Delta_i = \Delta_i^{Rd-} \\ k-1 \rightarrow \Delta_i = 0 \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

$$\Delta^{Rd} = \Delta_{i,k} = \Delta_k - h_k \cdot \varphi_{i,k} \quad (\text{A.41})$$

onde  $\Delta_k$  é o deslocamento da linha  $k$  para uma força  $F_k$  que é determinada com o auxílio da eq. A.27.

Como no estudo do comportamento elástico da ligação, é interessante obter-se a posição do ponto de deslocamento nulo na ruína dúctil:

$$h_0^{Rd} = -\frac{\Delta^{Rd}}{\varphi^{Rd}} \quad (\text{A.42})$$

Da mesma forma, podem ser obtidas as rijezas secantes na ruína:

$$K_M^{Rd} = -\frac{M^{Rd}}{\varphi^{Rd}} \quad (\text{A.43})$$

$$K_N^{Rd} = \frac{N^{Rd}}{\Delta^{Rd}} \quad (\text{A.44})$$

#### A.4

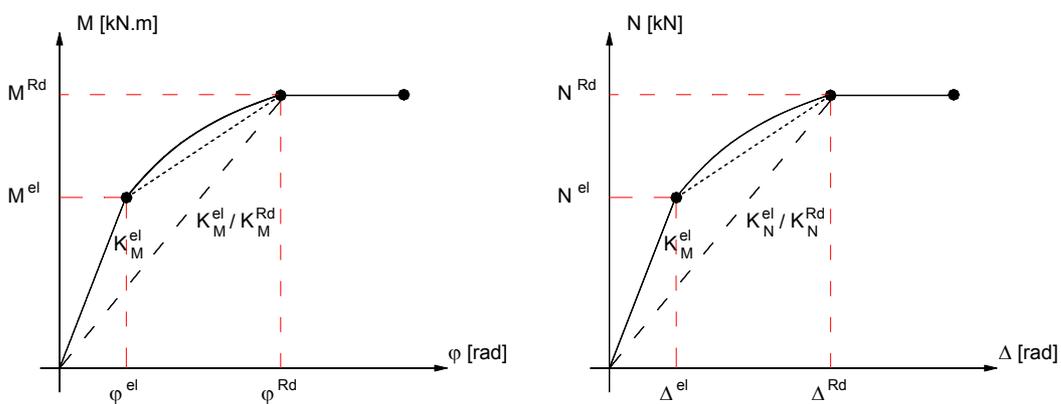
#### Curvas de comportamento da ligação – $M \times \varphi$ e $N \times \Delta$

De acordo com o descrito nos parágrafos anteriores, pode-se determinar as propriedades estruturais que caracterizam as curvas  $M \times \varphi$  e  $N \times \Delta$  para qualquer ligação viga-coluna submetida a momento fletor e esforço axial, dentre outras. Estas curvas são apresentadas na Figura A.4. Todavia, mais alguns parâmetros devem ser obtidos para o traçado das mesmas e são apresentados a seguir.

$$\psi_M = \frac{\ln\left(\frac{M^{Rd}}{K_M^{el} \cdot \varphi^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{K_M^{Rd}}{K_M^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad (\text{A.45})$$

$$\psi_N = \frac{\ln\left(\frac{N^{Rd}}{K_N^{el} \cdot \Delta^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{K_N^{Rd}}{K_N^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}} = \frac{M^{el}}{M^{Rd}} = \frac{N^{el}}{N^{Rd}} \quad (\text{A.47})$$



**Figura A.4 – Curvas de comportamento da ligação (M x  $\varphi$  e N x  $\Delta$ )**

A posição do ponto de deslocamento nulo  $h_0$  não é obtida no domínio elástico mas sim, na ruína dúctil. Entretanto, a evolução de  $h_0$  pode ser descrita pelas equações abaixo:

$$h_0 = h_0^{el} \left( \frac{\lambda^{el}}{\lambda} \right)^{\psi_M - \psi_N} \quad (\text{A.48})$$

$$\psi_M - \psi_N = \frac{\ln\left(\frac{h_0^{Rd}}{h_0^{el}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda^{el}}{\lambda^{Rd}}\right)} \quad (\text{A.49})$$

## A.5

### Painel de alma da coluna sujeito ao corte

Algumas considerações importantes precisam ser citadas:

- em uma ligação, a divisão de esforços na coluna e na viga é simplificado; a alma transmite somente cisalhamento e os esforços de flexão e esforços axiais/normais são concentrados na parte superior e inferior e não distribuídos transversalmente;
- Estes esforços variam linearmente ao longo do painel de alma.

Ao considerar-se então, o painel de alma da coluna sujeito a cisalhamento, tem-se por equilíbrio:

$$V = \frac{M_b + d \cdot N_b}{z} \quad (\text{A.50})$$

onde  $M_b$  e  $N_b$  representam o momento fletor e o esforço axial da viga ao nível do painel de alma da coluna e  $d$  é a distância entre os pontos onde estes esforços são definidos e o limite inferior do painel de alma e, finalmente,  $z$  é o braço de alavanca destes esforços.

O limite inferior do painel de alma será o centro de compressão no caso de cisalhamento positivo ou o centro de tração no caso de cisalhamento negativo. Desde que a ligação esteja sujeita preferencialmente à flexão,  $z$  é a distância entre o centro de compressão e o centro de tração:

$$z = \left| h_{eq}^+ - h_{eq}^- \right| = \left| \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} - \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \right| \quad (\text{A.51})$$

A partir do modelo mecânico apresentado na Figura 2.14, nota-se que o cisalhamento do painel de alma é a resultante dos esforços de tração das linhas de parafusos no caso de cisalhamento positivo ou a força de compressão na linha superior para o caso de cisalhamento negativo.

Vale ressaltar que, no cisalhamento, a posição do painel de alma em cisalhamento depende da distribuição dos esforços na ligação. Então, para a ligação viga-coluna apresentada na Figura A.5(a), enquanto os esforços na ligação estão distribuídos de forma elástica a partir do banzo superior da viga, o braço de alavanca correspondente é igual a altura da viga subtraída da espessura da mesa da mesma. Quando as linhas de parafusos superiores encontram-se plastificadas, o braço de alavanca diminui. O aumento do cisalhamento na alma da coluna é maior do que o aumento dos esforços aplicados, Figura A.5(b).

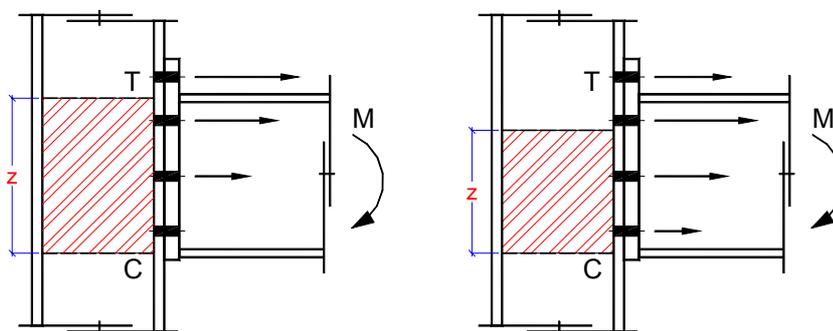


Figura A.5 – Variação do esforço de cisalhamento no painel de alma da coluna

## A.6

### Resistência do painel de alma

Utilizando-se a definição de excentricidade e a eq. A.50, pode-se expressar o momento fletor e o esforço axial em função do cisalhamento atuante na ligação:

$$M = \frac{e}{e+d} \cdot z \cdot V \quad (\text{A.52})$$

$$N = \frac{1}{e+d} \cdot z \cdot V \quad (\text{A.53})$$

Pode parecer simples a obtenção do momento fletor  $M_{\gamma}^{\text{Rd}}$  e do esforço axial  $N_{\gamma}^{\text{Rd}}$ , para os quais, o painel de alma atinge sua resistência  $V^{\text{Rd}}$  em substituição a  $V$  obtido através das equações anteriores. Entretanto, nestas equações, não se conhece o braço de alavanca  $z$  quando o momento resistente

é atingido. O valor de  $z$  é definido pela distribuição dos esforços entre o fim do domínio elástico e o ponto onde a ligação atinge seu momento último. Para se obter  $z$ , evitando-se um estudo numérico da ligação, torna-se necessário adotar uma hipótese que considere a plastificação progressiva das linhas de parafusos. Sendo assim, tem-se,

$$z = \frac{M}{\left(\frac{M_{\phi}^{el}}{z^{el}}\right) \left(\frac{M_{\phi}^{el}}{M}\right)^{\psi_z}} \quad (A.54)$$

onde

$$\psi_z = \frac{\ln\left(\frac{M_{\phi}^{Rd} \cdot z^{el}}{M_{\phi}^{el} \cdot z^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{M_{\phi}^{el}}{M_{\phi}^{Rd}}\right)} \quad (A.55)$$

onde  $z^{el}$  é o valor de  $z$  quando a ligação ainda está em regime elástico.

Com isso, pode-se obter uma expressão para o momento resistido pela alma da coluna ao cisalhamento:

$$\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} < M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \quad (A.56)$$

$$\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} > M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \left(\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \cdot \frac{1}{M_{\phi}^{el}}\right)^{-1/\psi_z} \cdot M_{\phi}^{el} \quad (A.57)$$

onde  $M_{\phi}^{el}$  representa o momento elástico da ligação (definido anteriormente como  $M^{el}$ ) diferenciando-o do momento elástico resistido pelo painel de alma  $M_{\gamma}^{el}$  que será definido a seguir.

## A.7

### Comportamento elástico do painel de alma da coluna em cisalhamento

Através da eq. A.50 e da relação  $\tau = G \cdot \gamma$ , pode-se obter as rizezas iniciais da ligação referentes ao momento fletor e ao esforço axial correspondentes ao cisalhamento do painel de alma da coluna:

$$K_{M_\gamma}^{\text{el}} = \left( \frac{M}{\gamma} \right)_\gamma^{\text{el}} = \frac{e \cdot z^{\text{el}} \cdot G \cdot A_w}{(e + d)} \quad (\text{A.58})$$

$$K_{N_\gamma}^{\text{el}} = \left( \frac{N}{\Delta} \right)_\gamma^{\text{el}} = \frac{1}{(e + d) \cdot d} \cdot z^{\text{el}} \cdot G \cdot A_w \quad (\text{A.59})$$

onde  $A_w$  representa a área da coluna resistente ao cisalhamento que pode ser obtida pela equação apresentada no §2.3.1 no capítulo dois que trata da componente alma do pilar ao cisalhamento.

A relação entre as rizezas pode ser obtida pela equação a seguir.

$$K_{M_\gamma}^{\text{el}} = e \cdot d \cdot K_{N_\gamma}^{\text{el}} \quad (\text{A.60})$$

O momento de flexão  $M_\gamma^{\text{el}}$  para o qual o painel de alma atinge seu limite elástico (adotado igual a 2/3 de sua resistência) dependerá do momento elástico da ligação  $M_\phi^{\text{el}}$  e o braço de alavanca terá um valor diferente, de acordo com o domínio elástico da ligação utilizando-se as equações abaixo.

$$\frac{e}{e + d} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} < M_\phi^{\text{el}} \Rightarrow M_\gamma^{\text{el}} = \frac{e}{e + d} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \quad (\text{A.61})$$

$$\frac{e}{e + d} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} > M_\phi^{\text{el}} \Rightarrow M_\gamma^{\text{el}} = \left( \frac{e}{e + d} \cdot z^{\text{el}} \cdot V^{\text{el}} \cdot \frac{1}{M_\phi^{\text{el}}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot M_\phi^{\text{el}} \quad (\text{A.62})$$

Entretanto, algumas considerações sobre  $M_\gamma^{\text{el}}$  devem ser mencionadas. Este valor corresponde ao cisalhamento elástico do painel de alma e não

necessariamente, ao fim do domínio linear deste painel. Considerando-se que a ligação, primeiro atinge seu limite elástico correspondente ao momento  $M_{\phi}^{el}$ , a definição do braço de alavanca é modificada e a rigidez inicial definida pela eq. A.58 não é mais válida.

Além do deslocamento  $\gamma_{M_{\gamma}}^{el}$  correspondente a  $M_{\gamma}^{el}$ , torna-se necessário introduzir um novo deslocamento  $\gamma_{M_{\phi}}^{el}$  relacionado com  $M_{\phi}^{el}$  e que pode definir o fim do domínio de utilização da rigidez inicial. Então,

$$M_{\phi}^{el} < M_{\gamma}^{el} \Rightarrow \gamma_{M_{\phi}}^{el} = \frac{M_{\phi}^{el}}{K_{M_{\gamma}, z=z^{el}}^{el}} \quad (A.63)$$

$$K_{M_{\gamma}, z=z^{el}}^{el} = \frac{M_{\gamma}^{el}}{\gamma_{M_{\gamma}}^{el}} \quad (A.64)$$

$$K_{N_{\gamma}, z=z^{el}}^{el} = \frac{N_{\gamma}^{el}}{d \cdot \gamma_{M_{\gamma}}^{el}} = \frac{K_{M_{\gamma}, z=z^{el}}^{el}}{e \cdot d} \quad (A.65)$$

## A.8

### Curvas da Ligação

Dispondo-se de todos os elementos descritos anteriormente, torna-se possível a obtenção das curvas  $M \times \gamma$  e  $N \times \Delta_{\gamma}$  do painel de alma da coluna sujeito ao cisalhamento. Porém, deve-se definir o parâmetro  $\psi$ :

$$\psi_{M_{\gamma}} = \frac{\ln\left(\frac{M_{\gamma}^{Rd} \cdot \gamma^{el}}{M_{\lambda}^{el} \cdot \gamma^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{M_{\gamma}^{el}}{M_{\gamma}^{Rd}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{N_{\gamma}^{Rd} \cdot \Delta_{\gamma}^{el}}{N_{\lambda}^{el} \cdot \Delta_{\gamma}^{Rd}}\right)}{\ln\left(\frac{N_{\gamma}^{el}}{N_{\gamma}^{Rd}}\right)} = \psi_{N_{\gamma}} \quad (A.66)$$

E ainda, as relações entre a curva  $M \times \gamma$  e  $N \times \Delta_{\gamma}$  podem ser obtidas:

$$M = e \cdot N \quad (A.67)$$

$$\gamma = \frac{\Delta_\gamma}{d} \quad (\text{A.68})$$

$$K_{M_\gamma} = -e \cdot d \cdot K_{N_\gamma} \quad (\text{A.69})$$

$$\Psi_{M_\gamma} = \Psi_{N_\gamma} \quad (\text{A.70})$$

E após obter-se estas curvas do painel de alma, pode-se, finalmente, traçar a curva global de toda a ligação através da adição das coordenadas ou pela definição das características globais para a parte não-linear (a segunda parte da curva não é igual) afim de obter o mesmo tipo de formulação proposto no Eurocode 3. O primeiro método consiste da separação dos dois elementos da ligação enquanto que o segundo faz uma previsão do comportamento global da ligação. Sendo assim, as características globais da ligação serão dadas por:

$$K_{M_\phi}^{\text{el}} = \frac{1}{\frac{1}{K_M^{\text{el}}} + \frac{1}{K_{M_\gamma}^{\text{el}}}} \quad (\text{A.71})$$

$$M_\phi^{\text{el}} = \text{mínimo}( M_\phi^{\text{el}}; M_\gamma^{\text{el}} ) \quad (\text{A.72})$$

$$\phi^{\text{el}} = \frac{M_\phi^{\text{el}}}{K_{M_\phi}^{\text{el}}} \quad (\text{A.73})$$

$$M_\phi^{\text{Rd}} = \text{mínimo}( M_\phi^{\text{Rd}}; M_\gamma^{\text{Rd}} ) \quad (\text{A.74})$$

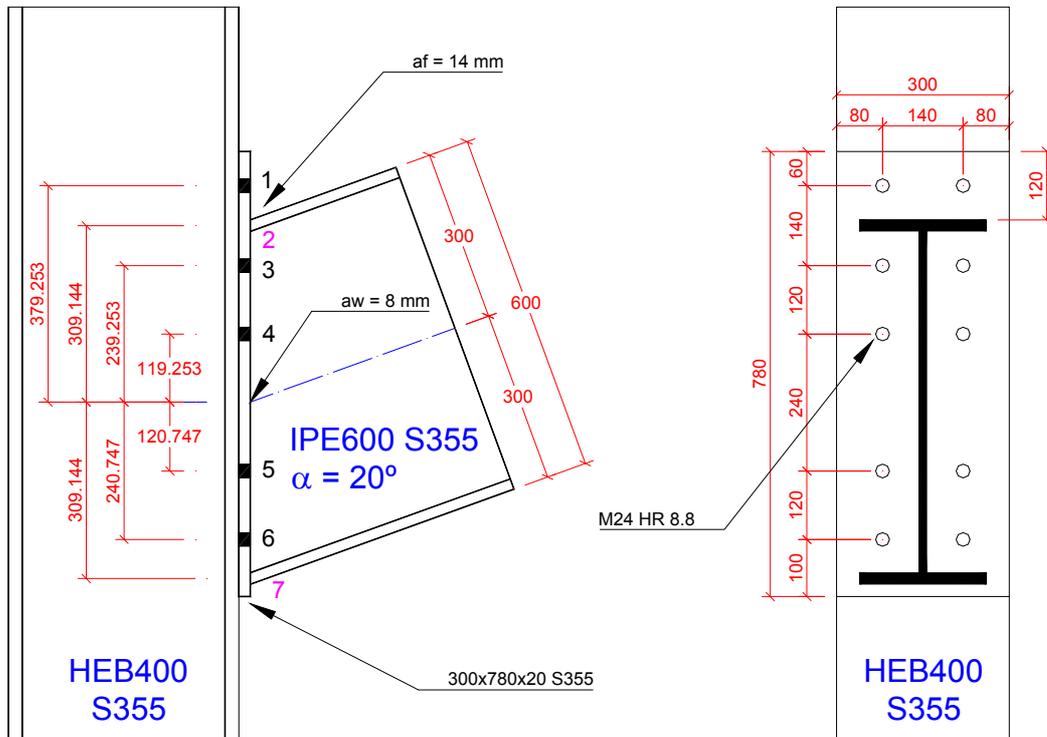
$$\phi^{\text{Rd}} = \varphi_{M_\phi^{\text{Rd}}} + \gamma_{M_\phi^{\text{Rd}}} = \quad (\text{A.75})$$

$$\Psi_{M_\phi} = \frac{\ln\left(\frac{M_\phi^{\text{Rd}} \cdot \phi^{\text{el}}}{M_\phi^{\text{el}} \cdot \phi^{\text{Rd}}}\right)}{\ln\left(\frac{M_\phi^{\text{el}}}{M_\phi^{\text{Rd}}}\right)} \quad (\text{A.76})$$

## Anexo B

### Exemplo de Aplicação do Modelo de Cerfontaine

#### B.1 Propriedades Mecânicas e Geométricas da Ligação



- Módulo de Elasticidade  $\rightarrow E = 200000 \text{ MPa}$
- Módulo de Cisalhamento  $\rightarrow G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80770 \text{ MPa}$
- Coeficiente de Poisson  $\rightarrow \nu = 0.30$
- $n = 5$  (linhas de parafusos) + 2 (linhas em compressão) = 7

#### B.2 Resistência Individual das Componentes

##### B.2.1. Alma da coluna ao corte

- $V_{wp,Rd} = 1174 \text{ kN}$
- $A_v = 6998 \text{ mm}^2$
- $K_{v-\gamma} = 565223 \text{ kN/rad}$
- $\gamma^{el} = 0,00138 \text{ rad}$
- $\gamma^{Rd} = 4,5 \cdot \gamma^{el} = 0,00138 \text{ rad}$

### B.2.2. Demais componentes

	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	1,3	1,4	1,5	1,6
<b>BWT</b>			1603	1326	1326	1603					
<b>EPB</b>	329		407	388	388	407					
<b>CFB</b>	407		407	407	407	407		813	1200	1627	2033
<b>CWT</b>	1002		1002	1002	1002	1002		1320	1499	1704	1772
<b>BFC</b>		1833					1833				
<b>CWC</b>		1011					1011				
<b>BT</b>	407		407	407	407	407					
	3,4	3,5	3,6	4,5	4,6	5,6					
<b>BWT</b>	2068	2997	3755	2256	3012	2083					
<b>EPB</b>	705	1044	1363	728	1046	706					
<b>CFB</b>	813	1220	1627	813	1220	813					
<b>CWT</b>	1283	1603	1692	1474	1603	1283					
<b>BFC</b>											
<b>CWC</b>											
<b>BT</b>											

i	$h_i$ (mm)	$F_{(i,i)}^{Rd}$	$F_{(i-1,i)}^{Rd}$	$F_{(i-2,i)}^{Rd}$	$F_{(i-3,i)}^{Rd}$	$F_{(i-4,i)}^{Rd}$	$F_{(i-4,i)}^{Rd}$
1	379.255	329					
2 = sup	309.145	1011					
3	239.255	407		813			
4	119.255	388	705		1200		
5	-120.745	388	728	1044		1627	
6	-240.745	407	706	1046	1363		1772
7 = inf	-309.145	1011					

### B.2.3. Cálculo de $F_i^{Rd+}$ e $F_i^{Rd-}$

$$F_1^{Rd+} = F_{11}^{Rd} = \mathbf{329 \text{ kN}}$$

$$F_2^{Rd+} = F_{22}^{Rd} = \mathbf{1011 \text{ kN}}$$

$$F_3^{Rd+} = \text{mínimo} \left\{ \begin{array}{l} F_{33}^{Rd} = \mathbf{407 \text{ kN}} \\ F_{13}^{Rd} - F_1^{Rd+} = 813 - 329 = \mathbf{484 \text{ kN}} \\ = \end{array} \right.$$

$$F_4^{Rd+} = \text{mínimo} \left\{ \begin{array}{l} F_{44}^{Rd} = \mathbf{388 \text{ kN}} \\ F_{14}^{Rd} - F_1^{Rd+} - F_3^{Rd+} = \\ 1200 - 329 - 407 = \mathbf{464 \text{ kN}} \\ F_{34}^{Rd} - F_3^{Rd+} = \\ 705 - 407 = \mathbf{298 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_5^{Rd+} = \text{mínimo} \quad \left| \begin{array}{l} F_{55}^{Rd} = \quad \mathbf{388 \text{ kN}} \\ F_{15}^{Rd} - F_1^{Rd+} - F_3^{Rd+} - F_4 \\ \hline 1627 \quad - \quad 329 \quad - \quad 407 \quad - \quad 298 = \quad \mathbf{593} \\ \\ F_{35}^{Rd} - F_3^{Rd+} - F_4^{Rd+} = \\ 1044 \quad - \quad 407 \quad - \quad 298 \quad = \quad \mathbf{339 \text{ kN}} \\ \\ F_{45}^{Rd} - F_4^{Rd+} = \\ 728 \quad - \quad 298 = \quad \mathbf{430 \quad \text{kN}} \end{array} \right.$$

$$F_6^{Rd+} = \text{mínimo} \quad \left| \begin{array}{l} F_{66}^{Rd} = \quad \mathbf{407 \text{ kN}} \\ F_{16}^{Rd} - F_1^{Rd+} - F_3^{Rd+} - F_4^{Rd+} - F_5^{Rd+} \\ \hline 1772 \quad - \quad 329 \quad - \quad 407 \quad - \quad 298 \quad - \quad 339 \\ \phantom{1772 \quad - \quad 329 \quad - \quad 407 \quad - \quad 298 \quad - \quad 339} = \quad \mathbf{399} \\ \\ F_{36}^{Rd} - F_3^{Rd+} - F_4^{Rd+} - F_5 \\ \hline 1363 \quad - \quad 407 \quad - \quad 298 \quad - \quad 339 = \quad \mathbf{319} \\ \\ F_{46}^{Rd} - F_4^{Rd+} - F_5^{Rd+} = \\ 1046 \quad - \quad 298 \quad - \quad 339 \quad = \quad \mathbf{409 \text{ kN}} \\ \\ F_{56}^{Rd} - F_5^{Rd+} = \\ 706 \quad - \quad 339 = \quad \mathbf{367 \quad \text{kN}} \end{array} \right.$$

$$F_7^{Rd+} = F_{77}^{Rd} = \quad \mathbf{1011 \text{ kN}}$$

$$F_7^{Rd-} = F_{77}^{Rd} = \quad \mathbf{1011 \text{ kN}}$$

$$F_6^{Rd-} = F_{66}^{Rd} = \quad \mathbf{407 \text{ kN}}$$

$$F_5^{Rd-} = \text{mínimo} \quad \left| \begin{array}{l} F_{55}^{Rd} = \quad \mathbf{388 \text{ kN}} \\ F_{56}^{Rd} - F_6^{Rd-} = \quad 706 \quad - \quad 407 = \quad \mathbf{299 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_4^{Rd-} = \text{mínimo} \quad \left| \begin{array}{l} F_{44}^{Rd} = \quad \mathbf{388 \text{ kN}} \\ F_{46}^{Rd} - F_5^{Rd-} - F_6^{Rd-} = \\ 1046 \quad - \quad 299 \quad - \quad 407 = \quad \mathbf{340 \text{ kN}} \\ \\ F_{45}^{Rd} - F_5^{Rd-} = \\ 728 \quad - \quad 299 = \quad \mathbf{429 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_3^{Rd-} = \text{mínimo} \quad \left| \begin{array}{l} F_{33}^{Rd} = \quad \mathbf{407 \text{ kN}} \\ F_{36}^{Rd} - F_4^{Rd-} - F_5^{Rd-} - F_6^{Rd-} = \\ 1363 \quad - \quad 340 \quad - \quad 299 \quad - \quad 407 = \quad \mathbf{317} \\ \\ F_{35}^{Rd} - F_4^{Rd-} - F_5^{Rd-} = \\ 1044 \quad - \quad 340 \quad - \quad 299 = \quad \mathbf{405 \text{ kN}} \\ \\ F_{34}^{Rd} - F_4^{Rd-} = \\ 705 \quad - \quad 340 = \quad \mathbf{365 \text{ kN}} \end{array} \right.$$

$$F_2^{Rd-} = F_{22}^{Rd} = 1011 \text{ kN}$$

$$F_1^{Rd-} = F_{11}^{Rd} = 329 \text{ kN}$$

i	h (mm)	$F_i^{Rd+}$ (kN)	$F_i^{Rd-}$ (kN)
1	379.26	329	329
2	309.15	1011	1011
3	239.26	407	317
4	119.26	298	340
5	-120.75	339	299
6	-240.75	319	407
7	-309.15	1011	1011

#### B.2.4. Obtenção do diagrama de interação

$$\bullet \quad (2n + 1) = (2 \cdot 7) + 1 = 15 \text{ pontos}$$

$$N_{\min}^+ = F_{\text{sup}}^{Rd} + F_{\text{inf}}^{Rd} = -2022$$

$$N_{\min}^+ = -1011 - 1011 =$$

$$\mathbf{N_{\min}^+ = -2022 \text{ kN}}$$

$$M_{N \min}^+ = h_{\text{sup}} * F_{\text{sup}}^{Rd} + h_{\text{inf}} * F_{\text{inf}}^{Rd} =$$

$$M_{N \min}^+ = 0.30915 * 1011 + -0.30915 * 1011 =$$

$$\mathbf{M_{N \min}^+ = 0.00 \text{ kN}}$$

$$N_1^+ = N_{\min}^+ + F_1^{Rd+} = -2022.00 + 329.00 =$$

$$\mathbf{N_1^+ = -1693.00 \text{ kN}}$$

$$N_2^+ = N_1^+ + F_2^{Rd+} = -1693.00 + 1011 =$$

$$\mathbf{N_2^+ = -682.00 \text{ kN}}$$

$$N_3^+ = N_2^+ + F_3^{Rd+} = -682.00 + 407 =$$

$$\mathbf{N_3^+ = -275.00 \text{ kN}}$$

$$N_4^+ = N_3^+ + F_4^{Rd+} = -275.00 + 298 =$$

$$\mathbf{N_4^+ = 23.00 \text{ kN}}$$

$$N_5^+ = N_4^+ + F_5^{Rd+} = 23.00 + 339 =$$

$$\mathbf{N_5^+ = 362.00 \text{ kN}}$$

$$N_6^+ = N_5^+ + F_6^{Rd+} = 362.00 + 319 =$$

$$\mathbf{N_6^+ = 681.00 \text{ kN}}$$

$$N_7^+ = N_6^+ + F_7^{Rd+} = 681.00 + 1011 =$$

$$\mathbf{N_7^+ = 1692.00 \text{ kN}}$$

$$M_1^+ = M_{N\min}^+ + h_1 * F_1^{Rd+} = 0.00 + 0.379255 * 329.00 =$$

$$\mathbf{M_1^+ = 124.77 \text{ kN.m}}$$

$$M_2^+ = M_1^+ + h_2 * F_2^{Rd+} = 124.77 + 0.309145 * 1011.00 =$$

$$\mathbf{M_2^+ = 437.32 \text{ kN.m}}$$

$$M_3^+ = M_2^+ + h_3 * F_3^{Rd+} = 437.32 + 0.239255 * 407.00 =$$

$$\mathbf{M_3^+ = 534.70 \text{ kN.m}}$$

$$M_4^+ = M_3^+ + h_4 * F_4^{Rd+} = 534.70 + 0.119255 * 298.00 =$$

$$\mathbf{M_4^+ = 570.24 \text{ kN.m}}$$

$$M_5^+ = M_4^+ + h_5 * F_5^{Rd+} = 570.24 + -0.12075 * 339.00 =$$

$$\mathbf{M_5^+ = 529.30 \text{ kN.m}}$$

$$M_6^+ = M_5^+ + h_6 * F_6^{Rd+} = 529.30 + -0.24075 * 319.00 =$$

$$\mathbf{M_6^+ = 452.51 \text{ kN.m}}$$

$$M_7^+ = M_6^+ + h_7 * F_7^{Rd+} = 452.51 + -0.30915 * 1011.00 =$$

$$\mathbf{M_7^+ = 139.96 \text{ kN.m}}$$

$$N_{\min}^- = F_{\text{sup}}^{Rd} + F_{\text{inf}}^{Rd} = -2022$$

$$N_{\min}^- = -1011 - 1011 =$$

$$\mathbf{N_{\min}^- = -2022 \text{ kN}}$$

$$M_{N\min}^- = h_{\text{sup}} * F_{\text{sup}}^{Rd} + h_{\text{inf}} * F_{\text{inf}}^{Rd} =$$

$$M_{N\min}^- = 0.30915 * 1011 + -0.30915 * 1011 =$$

$$\mathbf{M_{N\min}^- = 0.00 \text{ kN}}$$

$$N_7^- = N_{\min}^- + F_7^{Rd-} = -2022.00 + 1011.00 =$$

$$\mathbf{N_7^- = -1011.00 \text{ kN}}$$

$$N_6^- = N_7^- + F_6^{Rd-} = -1011.00 + 407 =$$

$$\mathbf{N_6^- = -604.00 \text{ kN}}$$

$$N_5^- = N_6^- + F_5^{Rd-} = -604.00 + 299 =$$

$$\mathbf{N_5^- = -305.00 \text{ kN}}$$

$$N_4^- = N_5^- + F_4^{Rd-} = -305.00 + 340 =$$

$$\mathbf{N_4^- = 35.00 \text{ kN}}$$

$$N_3^- = N_4^- + F_3^{Rd-} = 35.00 + 317 =$$

$$\mathbf{N_3^- = 352.00 \text{ kN}}$$

$$N_2^- = N_3^- + F_2^{Rd+} = 352.00 + 1011 =$$

$$\mathbf{N_2^- = 1363.00 \text{ kN}}$$

$$N_1^- = N_2^- + F_1^{Rd+} = 1363.00 + 329 =$$

$$N_1^- = 1692.00 \text{ kN}$$

$$M_7^- = M_{N_{\min}^+} + h_7 * F_7^{Rd-} = 0.00 + -0.30915 * 1011.00 =$$

$$M_7^- = -312.55 \text{ kN.m}$$

$$M_6^- = M_7^- + h_6 * F_6^{Rd-} = -312.55 + -0.24075 * 407.00 =$$

$$M_6^- = -410.53 \text{ kN.m}$$

$$M_5^- = M_6^- + h_5 * F_5^{Rd-} = -410.53 + -0.12075 * 299.00 =$$

$$M_5^- = -446.63 \text{ kN.m}$$

$$M_4^- = M_5^- + h_4 * F_4^{Rd-} = -446.63 + 0.119255 * 340.00 =$$

$$M_4^- = -406.08 \text{ kN.m}$$

$$M_3^- = M_4^- + h_3 * F_3^{Rd-} = -406.08 + 0.239255 * 317.00 =$$

$$M_3^- = -330.24 \text{ kN.m}$$

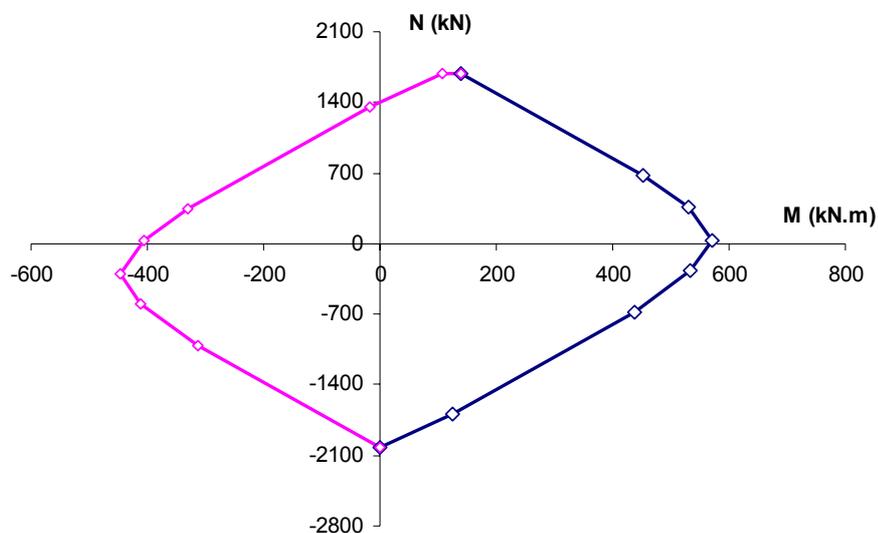
$$M_2^- = M_3^- + h_2 * F_2^{Rd-} = -330.24 + 0.309145 * 1011.00 =$$

$$M_2^- = -17.70 \text{ kN.m}$$

$$M_1^- = M_2^- + h_1 * F_1^{Rd-} = -17.70 + 0.379255 * 329.00 =$$

$$M_1^- = 107.08 \text{ kN.m}$$

i	$M_i^+$ (kN.m)	$N_i^+$ (kN.m)	i	$M_i^-$ (kN.m)	$N_i^-$ (kN.m)
0	0.0	-2022	0	0.0	-2022
1	124.8	-1693	7	-312.5	-1011
2	437.3	-682	6	-410.5	-604
3	534.7	-275	5	-446.6	-305
4	570.2	23	4	-406.1	35
5	529.3	362	3	-330.2	352
6	452.5	681	2	-17.7	1363
7	140.0	1692	1	107.1	1692



### B.2.5. Determinação de um ponto específico do diagrama

$$e_u = M_{\text{máx}} / N_{\text{máx}} = \frac{570.24 \text{ kN.m}}{1692 \text{ kN}} = 0.337 \text{ m} = 337 \text{ mm}$$

$$M_{\text{máx}} = 570.24 \text{ kN.m}$$

$$N_{M \text{ máx}} = 23 \text{ kN}$$

$$\alpha_{M \text{ máx}} = \arctg [e_u / (M_{\text{máx}}/N_{\text{máx}})] = \arctg \left[ \frac{337.02}{\frac{570235.265}{23}} \right] = 0.78^\circ$$

$$N_{\text{máx}} = 1692 \text{ kN}$$

$$M_{N \text{ máx}} = 140 \text{ kN.m}$$

$$\alpha_{M \text{ máx}} = \arctg [e_u / (M_{\text{máx}}/N_{\text{máx}})] = \arctg \left[ \frac{337.02}{\frac{139959}{1692}} \right] = 76.21^\circ$$

### B.2.6. Supondo uma excentricidade conhecida (e = 1000 mm)

$$\begin{aligned} M &= 10 \text{ kN.m} \\ N &= 10 \text{ kN} \\ e &= 1000 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\alpha_e = \arctg [e_u / e] = \arctg \left[ \frac{337.02}{1000} \right] = 18.62^\circ$$

$$\alpha_{M \text{ máx}} < \alpha_e < 45^\circ \quad \text{quadrant "k"}$$

$$\text{ponto conhecido "k" } \left[ \begin{array}{c|c} 570.24 & 23 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} l = 4 \\ k = 5 \end{array}$$

$$e_k = \frac{570.24 \cdot E10}{23} = 24792.8 \text{ mm}$$

$$\Delta F_k = -N_k \cdot [(e_k - e) / (h_k - e)] = -23 \cdot \frac{24792.8 - 1000}{-120.745 - 1000}$$

$$\Delta F_k = 488.28 \text{ kN} > F_k^{Rd} = 339 \text{ kN}$$

$$k = 6$$

$$e_k = \frac{570.24 \cdot E3 + (-120.745) \cdot 339}{23 + 339} = 1462.2 \text{ mm}$$

$$N_k = 23 + 339 = 362 \text{ kN}$$

$$\Delta F_k = -N_k * [(e_k - e) / (h_k - e)] = -362 * \frac{1462.2 - 1000}{-240.745 - 1000}$$

$$\Delta F_k = 134.84 \text{ kN} < F_k^{Rd} = 319 \text{ kN}$$

Então, o ponto procurado é:

$$N_e = 362 + 134.84 = 497 \text{ kN}$$

$$M_e = 529.30 \text{ E3} + (-240.745) * 134.84 = 497 \text{ kN.m}$$

$N_e =$	<b>497</b>	<b>kN</b>
$M_e =$	<b>497</b>	<b>kN.m</b>

### B.2.7. Comportamento elástico da ligação

Componente	Limite Elástico	Componente	Limite Elástico
<b>BWT</b>	$F^{Rd}$	<b>CWT</b>	$2/3 F^{Rd}$
<b>EPB</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	<b>BFC</b>	$F^{Rd}$
<b>BT</b>	$F^{Rd}$	<b>CWC</b>	$2/3 F^{Rd}$
<b>CFB</b>	$2/3 F^{Rd}$ ou $F^{Rd}$	<b>S</b>	$2/3 F^{Rd}$

	<b>BWT</b>	<b>EPB</b>	<b>BT</b>	<b>CFB</b>	<b>CWT</b>	<b>BFC</b>	<b>CWC</b>	$F_{i,i}^{Rd}$
$F_1^{el\alpha}$		219	407	407	668			329
$k_1^\alpha$		<b>13.87</b>	<b>9.26</b>	<b>33.06</b>	<b>6.45</b>			
$F_2^{el\alpha}$						1833	674	1011
$k_2^\alpha$							<b>-11.40</b>	
$F_3^{el\alpha}$	1603	407	407	407	668			407
$k_3^\alpha$		<b>9.25</b>	<b>9.26</b>	<b>21.10</b>	<b>4.12</b>			
$F_4^{el\alpha}$	1326	259	407	407	668			388
$k_4^\alpha$		<b>5.50</b>	<b>9.26</b>	<b>29.27</b>	<b>5.71</b>			
$F_5^{el\alpha}$	1326	259	407	407	668			388
$k_5^\alpha$		<b>5.50</b>	<b>9.26</b>	<b>29.27</b>	<b>5.71</b>			
$F_6^{el\alpha}$	1603	407	407	407	668			407
$k_6^\alpha$		<b>9.37</b>	<b>9.26</b>	<b>31.44</b>	<b>6.13</b>			
$F_7^{el\alpha}$						1833	674.00	1011
$k_7^\alpha$							<b>-11.40</b>	

$$K_{1,ini} = \frac{210}{\frac{1}{13.87} + \frac{1}{9.26} + \frac{1}{33.06} + \frac{1}{6.45}} = 574.75 \text{ kN/mm}$$

$$K_{2,ini} = 210 * (-11.40) = -2394 \text{ kN/mm}$$

$$K_{3,ini} = \frac{210}{\frac{1}{9.25} + \frac{1}{9.26} + \frac{1}{21.10} + \frac{1}{4.12}} = 414.85 \text{ kN/mm}$$

$$K_{4,ini} = \frac{210}{\frac{1}{5.50} + \frac{1}{9.26} + \frac{1}{29.27} + \frac{1}{5.71}} = 420.75 \text{ kN/mm}$$

$$K_{5,ini} = \frac{210}{\frac{1}{5.50} + \frac{1}{9.26} + \frac{1}{29.27} + \frac{1}{5.71}} = 420.75 \text{ kN/mm}$$

$$K_{6,ini} = \frac{210}{\frac{1}{9.37} + \frac{1}{9.26} + \frac{1}{31.44} + \frac{1}{6.13}} = 512.63 \text{ kN/mm}$$

$$K_{7,ini} = 210 * (-11.40) = -2394 \text{ kN/mm}$$

$$\Delta_1^{Rd} = \left| \frac{329 + 329 + 329 + 329}{\frac{13.87}{329} + \frac{219.33^{2.7}}{9.26} + \frac{33.06}{6.45}} \right| \frac{1}{E} = \Delta_1^{Rd} = 0.797 \text{ mm}$$

$$\Delta_2^{Rd} = \left| \frac{1011}{-11.40 + \frac{674.00^{2.7}}{1011}} \right| \frac{1}{E} = -1.262 \text{ mm}$$

$$\Delta_3^{Rd} = \left| \frac{407 + 407 + 407 + 407}{\frac{9.25}{4.12} + \frac{9.26}{21.10}} \right| \frac{1}{E} = \Delta_3^{Rd} = 0.981 \text{ mm}$$

$$\Delta_4^{Rd} = \left| \frac{388 + 388 + 388 + 388}{\frac{5.50}{388} + \frac{258.67^{2.7}}{9.26} + \frac{29.27}{5.71}} \right| \frac{1}{E} = \Delta_4^{Rd} = 1.590 \text{ mm}$$

$$\Delta_5^{Rd} = \left| \frac{388 + 388 + 388 + 388}{\frac{5.50}{388} + \frac{258.67^{2.7}}{9.26} + \frac{29.27}{5.71}} \right| \frac{1}{E} = \Delta_5^{Rd} = 1.590 \text{ mm}$$

$$\Delta_6^{Rd} = \left| \frac{407 + 407 + 407 + 407}{\frac{9.37}{6.13} + \frac{9.26}{31.44}} \right| \frac{1}{E} =$$

$$\Delta_6^{Rd} = 0.794 \text{ mm}$$

$$\Delta_7^{Rd} = \Delta_2^{Rd} = -1.262 \text{ mm}$$

$$\theta_1 = \ln \left[ \frac{329.00}{574.75 * 0.797} \right] / \ln \left( \frac{219}{329} \right) =$$

$$\theta_1 = 0.816$$

$$\theta_2 = \ln \left[ \frac{1011.00}{-2394.00 * -1.262} \right] / \ln \left( \frac{674}{1011} \right) =$$

$$\theta_2 = 2.700$$

$$\theta_3 = \ln \left[ \frac{407.00}{414.85 * 0.981} \right] / \ln \left( \frac{406}{407} \right) =$$

$$\theta_3 = 0.000$$

$$\theta_4 = \ln \left[ \frac{388.00}{420.75 * 1.590} \right] / \ln \left( \frac{259}{388} \right) =$$

$$\theta_4 = 1.344$$

$$\theta_5 = \ln \left[ \frac{388.00}{420.75 * 1.590} \right] / \ln \left( \frac{259}{388} \right) =$$

$$\theta_5 = 1.344$$

$$\theta_6 = \ln \left[ \frac{407.00}{512.63 * 0.794} \right] / \ln \left( \frac{406}{407} \right) =$$

$$\theta_6 = 0.000$$

$$\theta_7 = \ln \left[ \frac{1011.00}{-2394.00 * -1.262} \right] / \ln \left( \frac{674}{1011} \right) =$$

$$\theta_7 = 2.700$$

i	$F_i^{el}$	$K_{i,ini}$	$\Delta_i^{el}$	$F_{i,i}^{Rd}$	$\Delta_i^{Rd}$	$\theta_i$
1	219	574.75	0.382	329	0.797	0.816
2	674	-2394.00	-0.282	1011	-1.262	2.700
3	407	414.85	0.981	407	0.981	0.000
4	259	420.75	0.615	388	1.590	1.344
5	259	420.75	0.615	388	1.590	1.344
6	407	512.63	0.794	407	0.794	0.000
7	674	-2394.00	-0.282	1011	-1.262	2.700
	kN	kN/mm	mm	kN	mm	

Alguns deslocamentos  $\Delta_i^{Rd+}$  e  $\Delta_i^{Rd-}$  precisam ser recalculados correspondentes aos esforços  $F_i^{Rd+}$  e  $F_i^{Rd-}$ .

$$\Delta_4^{Rd+} = \left| \frac{298}{5.50 \frac{259}{298} 2.7} + \frac{298}{9.26} + \frac{298}{29.27} + \frac{298}{5.71} \right| \frac{1}{E} =$$

$$\Delta_4^{Rd+} = 0.828 \text{ mm}$$

$$\Delta_5^{Rd+} = \left| \frac{339}{5.50 \frac{259}{339} 2.7} + \frac{339}{9.26} + \frac{339}{29.27} + \frac{339}{5.71} \right| \frac{1}{E} =$$

$$\Delta_5^{Rd+} = 1.121 \text{ mm}$$

$$\Delta_6^{Rd+} = \left| \frac{319}{9.37} + \frac{319}{9.26} + \frac{319}{31.44} + \frac{319}{6.13} \right| \frac{1}{E} = 0.622 \text{ mm}$$

$$\Delta_3^{Rd-} = \left| \frac{317}{9.25} + \frac{317}{9.26} + \frac{317}{21.10} + \frac{317}{4.12} \right| \frac{1}{E} = 0.764 \text{ mm}$$

$$\Delta_4^{Rd-} = \left| \frac{340}{5.50 \frac{259}{340} 2.7} + \frac{340}{9.26} + \frac{340}{29.27} + \frac{340}{5.71} \right| \frac{1}{E} =$$

$$\Delta_4^{Rd-} = 1.130 \text{ mm}$$

$$\Delta_5^{Rd-} = \left| \frac{299}{5.50 \frac{259}{299} 2.7} + \frac{299}{9.26} + \frac{299}{29.27} + \frac{299}{5.71} \right| \frac{1}{E} =$$

$$\Delta_5^{Rd-} = 0.835 \text{ mm}$$

$$\Delta_6^{Rd-} = \left| \frac{407.00}{9.37} + \frac{407}{9.26} + \frac{407}{31.44} + \frac{407}{6.13} \right| \frac{1}{E} = 0.794 \text{ mm}$$

$\Delta_i^{Rd+}$ (kN)	$\Delta_i^{Rd-}$ (kN)
0.797	0.797
-1.262	-1.262
0.981	0.764
0.828	1.130
1.121	0.835
0.622	0.794
-1.262	-1.262

### B.2.8. Cálculo da rigidez inicial para o ponto em estudo ( $e = 1000 \text{ mm}$ )

O ponto considerado está na região de momento positivo e  $h_0^{el} = 0$ . Então, as linhas 1, 3 e 4 estão em tração ( $h_i > 0$ ) e a linha 7 está em compressão ( $h_7 < 0 = h_0^{el}$ ).

**Hipótese 1:  $h_0^{el} = 0$** 

$$\Sigma K_{i,ini} = \begin{matrix} 574.75 \\ (K_{1,ini}) \end{matrix} + \begin{matrix} 414.85 \\ (K_{3,ini}) \end{matrix} + \begin{matrix} 420.75 \\ (K_{4,ini}) \end{matrix} + \begin{matrix} 2394.00 \\ (K_{7,ini}) \end{matrix} =$$

$$\Sigma K_{i,ini} = 3804.3 \text{ kN/mm}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = \begin{matrix} 574.75 * 379.26 + \\ 414.85 * 239.26 + \\ 420.75 * 119.26 + \\ 2394.00 * -309.15 = \end{matrix} -372685 \text{ kN}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = \begin{matrix} 574.75 * 379.26^{\wedge}2 + \\ 414.85 * 239.26^{\wedge}2 + \\ 420.75 * 119.26^{\wedge}2 + \\ 2394.00 * -309.15^{\wedge}2 = \end{matrix} 3.41E+08 \text{ kN.mm}$$

$$e^{el} = \frac{341195779}{-372685.3} = -915.51 \text{ mm}$$

**Hipótese 2:  $h_0^{el} = h_5 = -120.75 \text{ mm}$** 

$$\Sigma K_{i,ini} = \begin{matrix} 3804.35 \\ (K_{i,ini}) \end{matrix} + \begin{matrix} 420.75 \\ (K_{5,ini}) \end{matrix} = 4225.1 \text{ kN/mm}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -372685.3 + 420.75 * -120.75 =$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -423489 \text{ kN}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 3.412E+08 + 420.75 * -120.75^{\wedge}2 =$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 3.47E+08 \text{ kN}$$

$$e^{el} = \frac{347330082}{-423489.1} - \frac{-423489 * -120.75}{4225.1 * -120.75} = 3417.48 \text{ mm}$$

**Hipótese 3:  $h_0^{el} = h_6 = -240.75 \text{ mm}$** 

$$\Sigma K_{i,ini} = \begin{matrix} 4225.10 \\ (K_{i,ini}) \end{matrix} + \begin{matrix} 512.63 \\ (K_{5,ini}) \end{matrix} = 4737.7 \text{ kN/mm}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -423489.1 + 512.63 * -240.75 =$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i = -546902 \text{ kN}$$

$$\Sigma K_{i,ini} * h_i^2 = 3.473E+08 + 512.63 * -240.75^{\wedge}2 =$$

$$\Sigma K_{j,ini} * h_j^2 = 3.77E+08 \text{ kN}$$

$$e^{el} = \frac{377041061 \quad - \quad -546902 \quad * \quad -240.75}{-546901.8 \quad - \quad 4737.7 \quad * \quad -240.75} = 413.31 \text{ mm}$$

Finalmente,

$$h_0^{el} = \frac{3.47E+08 \quad - \quad -423489 \quad * \quad 1000}{-423489 \quad - \quad 4225.1 \quad * \quad 1000} = -165.8 \text{ mm}$$

$$K_N^{el} = \frac{4225.1 \quad * \quad -165.82 \quad - \quad -423489.1048}{-165.82} = 1671 \text{ kN/mm}$$

$$K_M^{el} = 347330082 \quad - \quad -423489 \quad * \quad -165.82 = 277108046.3 \text{ kN.mm}$$

### B.2.9. Cálculo dos esforços elásticos na ligação

j	F <sub>j</sub> <sup>el</sup>	h <sub>j</sub>	K <sub>j,ini</sub>
1	219.33	379.3	574.8
3	407.00	239.3	414.8
4	258.67	119.3	420.8
5	258.67	-120.7	420.8
7	-674.00	-309.1	2394.0

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ 277108046 * \frac{219}{(379.3 - -165.82) * 574.8} \right] = 194.0 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ 277108046 * \frac{407}{(239.3 - -165.82) * 414.8} \right] = 671.2 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ 277108046 * \frac{259}{(119.3 - -165.82) * 420.8} \right] = 597.6 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ 277108046 * \frac{259}{(-120.7 - -165.82) * 420.8} \right] = 3779.6 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \text{mínimo} \left[ 277108046 * \frac{-674}{(-309.1 - -165.82) * 2394.0} \right] = 544.3 \text{ kN.m}$$

$$M^{el} = \mathbf{194.0 \text{ kN.m}}$$

Após a obtenção deste momento, o esforço provocado pelo mesmo em cada linha de parafusos pode ser determinado.

$$F_1^{el} = \frac{194.0}{277108046} * [ 379.26 \quad - \quad -165.82 ] * 574.8 = 219.3 \text{ kN}$$

$$F_3^{el} = \frac{194.0}{277108046} * [ 239.26 \quad - \quad -165.82 ] * 414.8 = 117.6 \text{ kN}$$

$$F_4^{el} = \frac{194.0}{277108046} * [ 119.26 \quad - \quad -165.82 ] * 420.8 = 84.0 \text{ kN}$$

$$F_5^{el} = \frac{194.0}{277108046} * [ -120.75 \quad - \quad -165.82 ] * 420.8 = 13.3 \text{ kN}$$

$$F_7^{el} = \frac{194.0}{277108046} * [ -309.15 \quad - \quad -165.82 ] * 2394.0 = -240.2 \text{ kN}$$

Linha	$M^{el} = 194.0 \text{ kN.m}$	$M^{Rd} = 496.8 \text{ kN.m}$		
1	219.3	329.00	329.00	
2	0.0	0.00	0.00	
3	117.6	407.00	407.00	
4	84.0	298.00	298.00	
5	13.3	339.00	339.00	
6	0.0	134.84	134.84	
7	-240.2	-1011.00	-1011.00	

(k = 6) ->  $\Delta F_k$

### B.2.10. Deslocamentos na ruína dúctil

A quinta linha é a linha “k” que caracteriza a distribuição dos esforços na ruptura do ponto considerado cujo deslocamento pode ser então, obtido:

$$\Delta_k = \frac{F_k}{K_k} = \frac{134.84}{512.63} = 0.263 \text{ mm}$$

### B.2.11. Cálculo de $\varphi_{i,k}$ ( $\Delta_1 = \Delta_1^{Rd+}$ )

$$\varphi_{1,6} = \frac{\Delta_1 - \Delta_6}{h_1 - h_6} = \frac{0.797 - 0.263}{379.26 - -240.75} = 0.000861 \text{ rad}$$

$$\varphi_{3,6} = \frac{\Delta_3 - \Delta_6}{h_3 - h_6} = \frac{0.981 - 0.263}{239.26 - -240.75} = 0.001496 \text{ rad}$$

$$\varphi_{4,6} = \frac{\Delta_4 - \Delta_6}{h_4 - h_6} = \frac{0.828 - 0.263}{119.26 - -240.75} = 0.001570 \text{ rad}$$

$$\varphi_{5,6} = \frac{\Delta_5 - \Delta_6}{h_5 - h_6} = \frac{1.121 - 0.263}{-120.75 - -240.75} = 0.007153 \text{ rad}$$

$$\varphi_{7,6} = \frac{\Delta_7 - \Delta_6}{h_7 - h_6} = \frac{-1.262 - 0.263}{-309.15 - -240.75} = 0.022296 \text{ rad}$$

### B.2.12. Cálculo de $\Delta_{i,k}$

$$\Delta_{1,6} = \Delta_6 - h_6 \cdot \varphi_{1,6} = 0.263 - -240.75 * 0.00086 = 0.4704 \text{ mm}$$

$$\Delta_{3,6} = \Delta_6 - h_6 \cdot \varphi_{3,6} = 0.263 - -240.75 * 0.00150 = 0.6232 \text{ mm}$$

$$\Delta_{4,6} = \Delta_6 - h_6 \cdot \varphi_{4,6} = 0.263 - -240.75 * 0.00157 = 0.6411 \text{ mm}$$

$$\Delta_{5,6} = \Delta_6 - h_6 \cdot \varphi_{5,6} = 0.263 - -240.75 * 0.00715 = 1.9851 \text{ mm}$$

$$\Delta_{7,6} = \Delta_6 - h_6 \cdot \varphi_{7,6} = 0.263 - -240.75 * 0.02230 = 5.6308 \text{ mm}$$

### B.2.13. Cálculo de $\Delta_i$ ( $\Delta_i = \Delta + h_i \cdot \varphi$ )

$$\Delta_1 = \Delta + h_1 \cdot \varphi = 5.631 + 379.26 * 0.02230 = 14.087 \text{ mm}$$

$$\Delta_2 = \Delta + h_2 \cdot \varphi = 5.631 + 309.15 * 0.02230 = 12.524 \text{ mm}$$

$$\Delta_3 = \Delta + h_3 \cdot \varphi = 5.631 + 239.26 * 0.02230 = 10.965 \text{ mm}$$

$$\Delta_4 = \Delta + h_4 \cdot \varphi = 5.631 + 119.26 * 0.02230 = 8.290 \text{ mm}$$

$$\Delta_5 = \Delta + h_5 \cdot \varphi = 5.631 + -120.75 * 0.02230 = 2.939 \text{ mm}$$

$$\Delta_6 = \Delta + h_6 \cdot \varphi = 5.631 + -240.75 * 0.02230 = 0.263 \text{ mm}$$

$$\Delta_7 = \Delta + h_6 \cdot \varphi = 5.631 + -309.15 * 0.02230 = -1.262 \text{ mm}$$

	$h_i$ (mm)	$F_i$ (kN)	$\varphi_{i,k}$ (kN)	$\Delta_{i,k}$ (mm)	$\Delta_i$ (mm)
1	379.255	329	0.000861	0.4704	14.087
2	309.145	0			12.524
3	239.255	407	0.001496	0.6232	10.965
4	119.255	298	0.001570	0.6411	8.290
5	-120.745	339	0.007153	1.9851	2.939
6	-240.745	135			0.263
7	-309.145	-1011	0.022296	5.6308	-1.262

$$\frac{K_M^{el}}{K_M^{Rd}} = \frac{277108046}{\frac{496.84}{0.0223}} = \frac{277108.05}{22283.4} = 12.44$$

$M^{Rd}$ [kN.m]	496.84
$\phi^{Rd}$ [rad]	0.02230
$K_M^{el}$ [kN.m]	277108
$M^{el}$ [kN.m]	194.0
$N^{Rd}$ [kN]	496.84
$\Delta^{Rd}$ [mm]	5.631
$K_N^{el}$ [kN/mm]	1671
$N^{el}$ [kN]	194.0

### B.2.14. Cálculo das variáveis adicionais para a obtenção das curvas $M \times \phi$ e

$N \times \Delta$

$$\phi^{el} = \frac{M^{el}}{K_M^{el}} = \frac{-\Delta^{el}}{h_0^{el}} = \frac{194.0}{277108.05} = 0.00070 \text{ rad}$$

$$\Delta^{el} = \frac{N^{el}}{K_N^{el}} = \frac{194.0}{1671.16} = 0.1161 \text{ mm}$$

$$\psi_M = \frac{\ln [M^{Rd} / (K_M^{el} \cdot \phi_{Rd})]}{\ln(\lambda_{el} / \lambda_{Rd})}$$

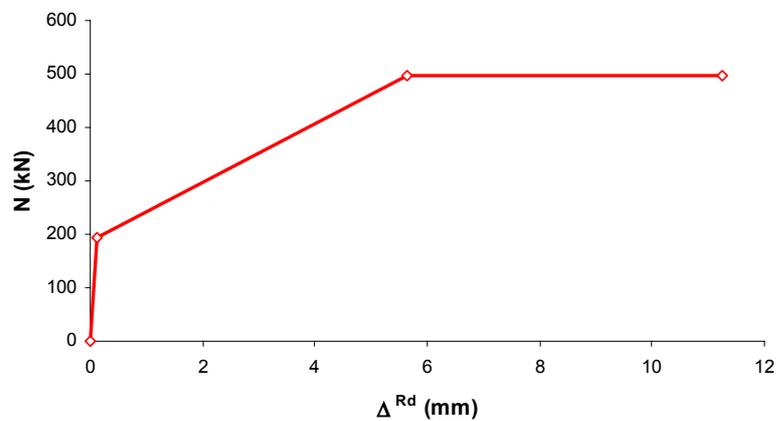
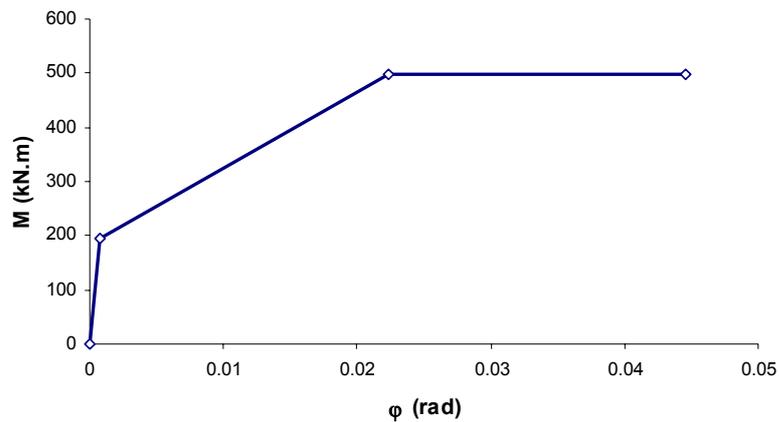
$$\psi_M = \frac{\ln [496.84 / (277108 \cdot 0.022)]}{\ln ( \frac{194.01}{496.84} )} =$$

$$\psi_M = 2.68$$

$$\psi_N = \frac{\ln [N^{Rd} / (K_N^{el} \cdot \Delta_{Rd})]}{\ln(\lambda_{el} / \lambda_{Rd})}$$

$$\psi_N = \frac{\ln [496.84 / (1671 \cdot 5.631)]}{\ln ( \frac{194.01}{496.84} )} =$$

$$\psi_N = 3.13$$



### B.3 Avaliação do painel de alma da coluna ao cisalhamento

#### B.3.1. Resistência do Painel de Alma ao cisalhamento

$$z^{el} = \left| \frac{194 \cdot E3 - (-240.2) \cdot (-309.145) + 309.145}{194.0 - (-240.2)} \right| = 584.9 \text{ mm}$$

$$z^{Rd} = \left| \frac{329 \cdot 379.255 + 407 \cdot 239.255}{329 + 407} + \frac{298 \cdot 119.255 + 339 \cdot (-120.745)}{298 + 339} + \frac{135 \cdot (-240.745) - (-1011) \cdot (-309.145)}{135 - 1011} \right| = 431.37 \text{ mm}$$

$$\psi_z = \frac{\ln \left( \frac{497 \cdot 584.90}{194 \cdot 431.37} \right)}{\ln \left( \frac{194}{496.84} \right)} = \frac{1.244845}{-0.94037} = -1.324$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} < M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \quad \text{eq.1} \\ \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} > M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{Rd} = \left( \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{Rd} \cdot \frac{1}{M_{\phi}^{el}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot M_{\phi}^{el} \quad \text{eq.2} \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{1 + 0.309145} \cdot 0.58490 \cdot 1174 =$$

$$524.52 \text{ kN} > M_{\phi}^{el}$$

$$M_{\gamma}^{Rd} = \frac{1}{1 + 0.309145} \cdot 0.58490 \cdot 1174 \cdot \frac{1}{194} \cdot \frac{-1}{-1.32} =$$

$$M_{\gamma}^{Rd} = 411.2 \text{ kN} < M_{\phi}^{Rd} = 496.84 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow z_{\gamma}^{Rd} = \frac{411.26}{\frac{194.0}{584.9} \cdot \left| \frac{194.0}{411.26} \right|}^{-1.32} = 458.6 \text{ mm}$$

### B.3.2. Comportamento elástico do painel de alma

$$K_{M_y}^{el} = \frac{1 * 0.5849 * 80769 * 6998}{1 + 0.309145} =$$

$$K_{M_y}^{el} = \frac{252531 \text{ kN.m/ra}}{d}$$

$$K_{N_y}^{el} = \frac{0.58490 * 80769 * 6998}{(1 + 0.309145) * 0.309145} = 816867.6 \text{ kN/m.rad}$$

$$= 816.8676 \text{ kN/mm.rad}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{el} < M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{el} = \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{el} \quad \text{eq.1} \\ \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{el} > M_{\phi}^{el} \Rightarrow M_{\gamma}^{el} = \left( \frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{el} \cdot \frac{1}{M_{\phi}^{el}} \right)^{-1/\psi_z} \cdot M_{\phi}^{el} \quad \text{eq.2} \end{array} \right.$$

$$\frac{e}{e+d} \cdot z^{el} \cdot V^{el} = 349.68 \text{ kN} > M_{\phi}^{el} \text{ ( a eq. 2 deve ser utilizada)}$$

$$(V^{el} = 2/3 V^{Rd})$$

$$M_{\gamma}^{el} = \frac{1}{1 + 0.309145} \cdot 0.58490 * 782.7 * \frac{1}{194.0} \cdot \frac{-1}{-1.32} \cdot 194$$

$$M_{\gamma}^{el} = 302.76 \text{ kN} > M_{\phi}^{el} = 194 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow z_{\gamma}^{Rd} = \frac{302.76}{\frac{194.0}{584.9} * \left| \frac{194.0}{302.76} \right|^{-1.32}} = 506.41 \text{ mm}$$

Neste caso, o comportamento elástico do painel de alma ao corte não controla o dimensionamento da ligação.

### B.3.3. Curva do painel de alma ao corte

$$K_{N_{\gamma}}^{el} = \left( \frac{N}{\Delta} \right)_{\gamma}^{el} = \frac{1}{(e+d) \cdot d} \cdot z^{el} \cdot G \cdot A_w$$

$$K_{M_y}^{el} = \left( \frac{M}{\gamma} \right)_{\gamma}^{el} = \frac{e \cdot z^{el} \cdot G \cdot A_w}{(e + d)}$$

$$K_{M_y}^{el} = e \cdot d \cdot K_{N_y}^{el}$$

$$\gamma_{M_y}^{el} = \frac{194.0}{\frac{25253}{0.54}} = 0.00077 \text{ rad}$$

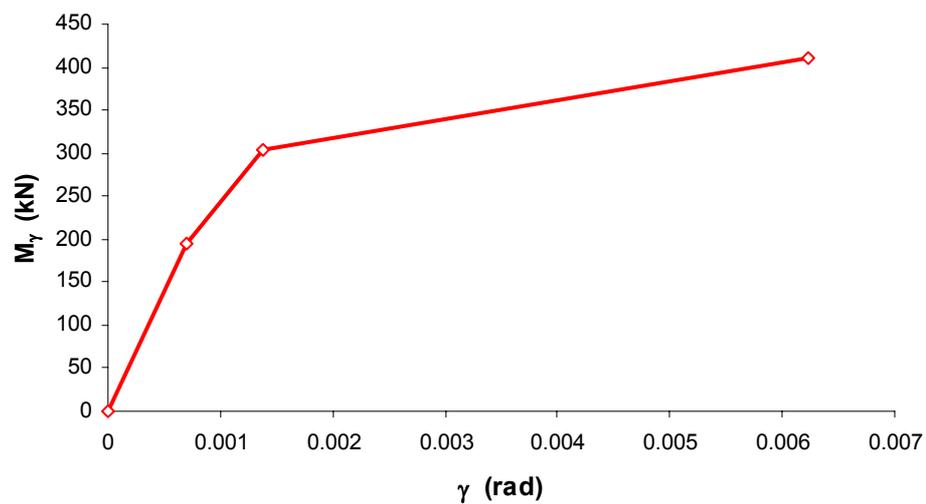
$$\gamma_{M_y}^{el} = \frac{0.5064 \cdot \frac{302.76}{5.7E+08}}{1.309145} = 0.000001385 \text{ rad}$$

$$K_{M_{\gamma, z=z_{\gamma}^{el}}}^{el} = \frac{302.76}{0.0000014} = 218642931 \text{ kN.m}$$

$$K_{N_{\gamma, z=z_{\gamma}^{el}}}^{el} = \frac{218642931}{309.1450} = 707.25 \text{ kN/mm}$$

$$\psi_{M_y}^{el} = \frac{\ln \left( \frac{411}{303} \cdot \frac{0.00138}{0.00623} \right)}{\ln \left( \frac{302.76}{411.26} \right)} =$$

$$\psi_{M_y}^{el} = \frac{-1.19778}{-0.30629} = 3.91$$



### B.3.4. Curva final da ligação

$$K_{M\phi}^{el} = \frac{1}{\frac{1}{277108} + \frac{1}{252531}} = 132125 \text{ kN.m/rad}$$

$$M_{\phi}^{el} = \text{mínimo} ( 194.01 \mid 302.76 ) = 194.01 \text{ kN.m}$$

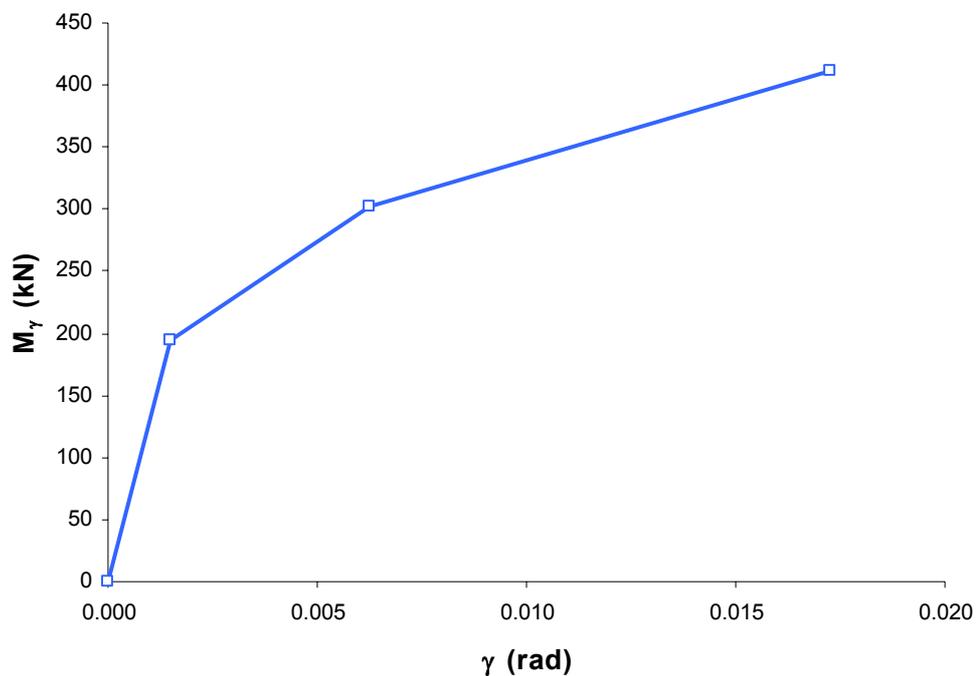
$$\phi^{el} = \frac{194.01}{132125} = 0.00147 \text{ rad}$$

$$M_{\phi}^{Rd} = \text{mínimo} ( 496.84 \mid 411.26 ) = 411.26 \text{ kN.m}$$

$$\phi^{Rd} = \phi_{M_{\phi}^{Rd}} + \gamma_{M_{\phi}^{Rd}} = \frac{411.26}{277108} + 0.00623 = 0.0173 \text{ rad}$$

$$\left| \frac{194.01}{411.26} \right|^{2.67}$$

$$\psi_{M_{\phi}} = \frac{\ln \left( \frac{411.26}{194.01} * \frac{0.0014684}{0.0172635} \right)}{\ln \left( \frac{194.01}{411.26} \right)} = 2.28$$



## Anexo C

### Detalhamento das Peças Utilizadas no Programa Experimental

A seguir são apresentados os detalhamentos que foram enviados à fábrica de estruturas metálicas responsável pela fabricação dos elementos que constituíram os ensaios realizados.

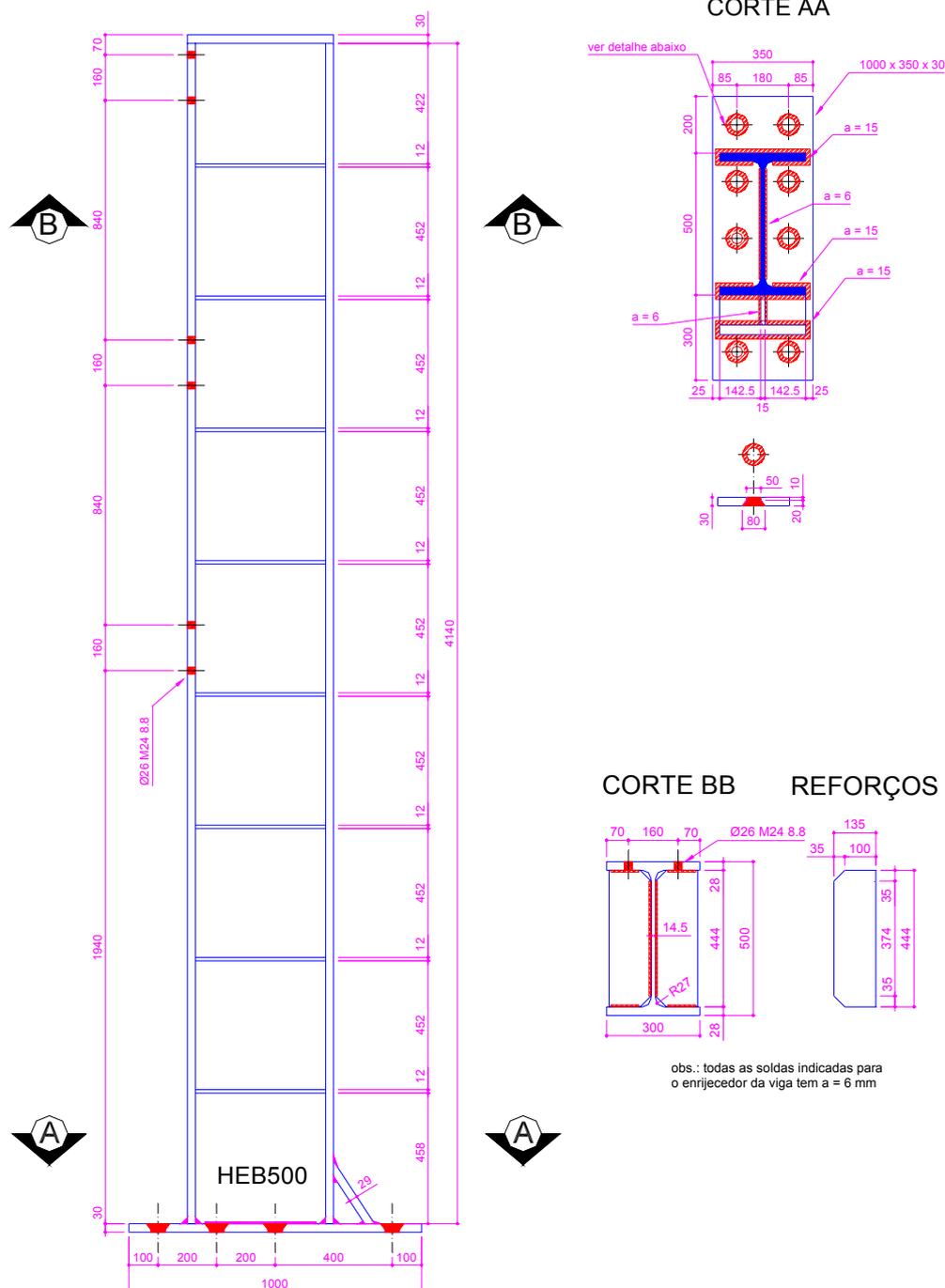
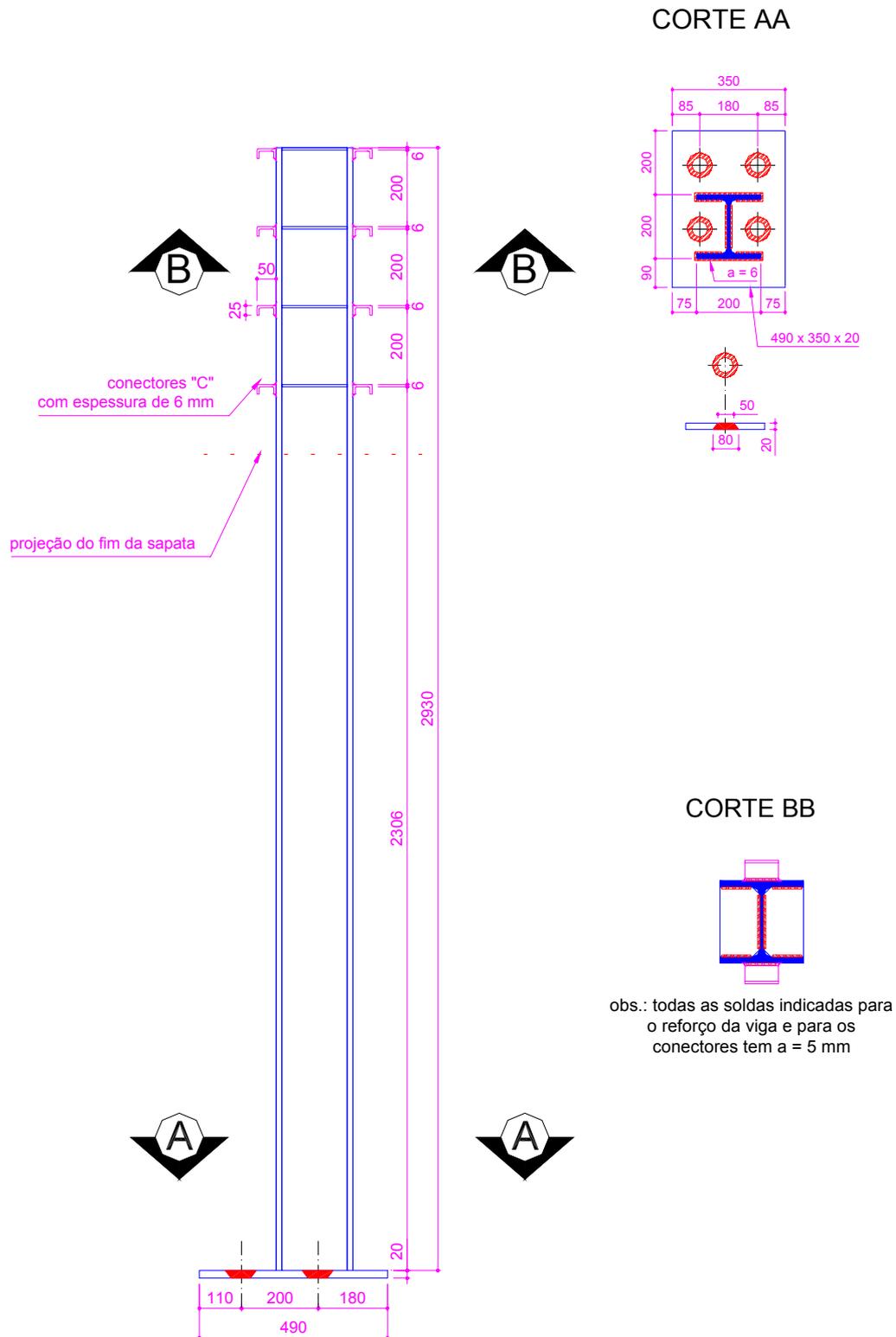
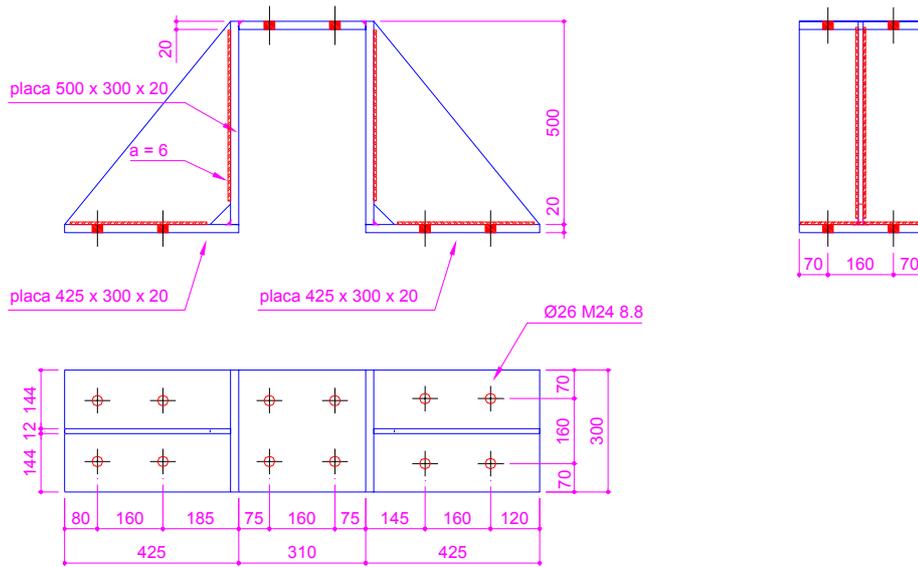


Figura C.1 – Viga para suporte do atuador hidráulico

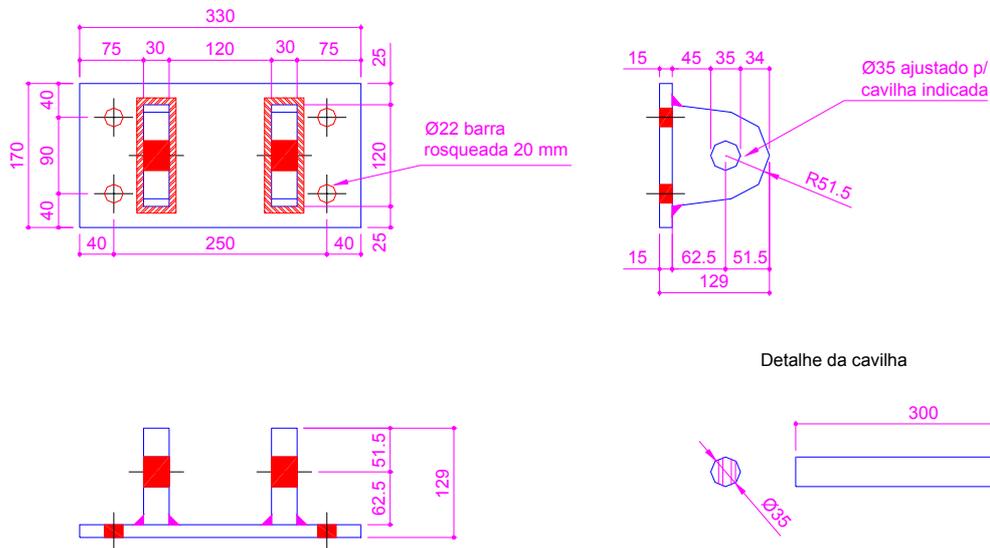


**Figura C.2 – Viga de travamento da sapata de reação**



obs.: todas as soldas indicadas tem  $a = 6$  mm

Figura C.3 – Peça de ligação da viga do atuador hidráulico com o pórtico de reação



Detalhe da cavilha

obs.: todas as soldaduras indicadas tem  $a = 8$  mm

Figura C.4 – Peça de ligação da viga do atuador hidráulico com o pórtico de reação

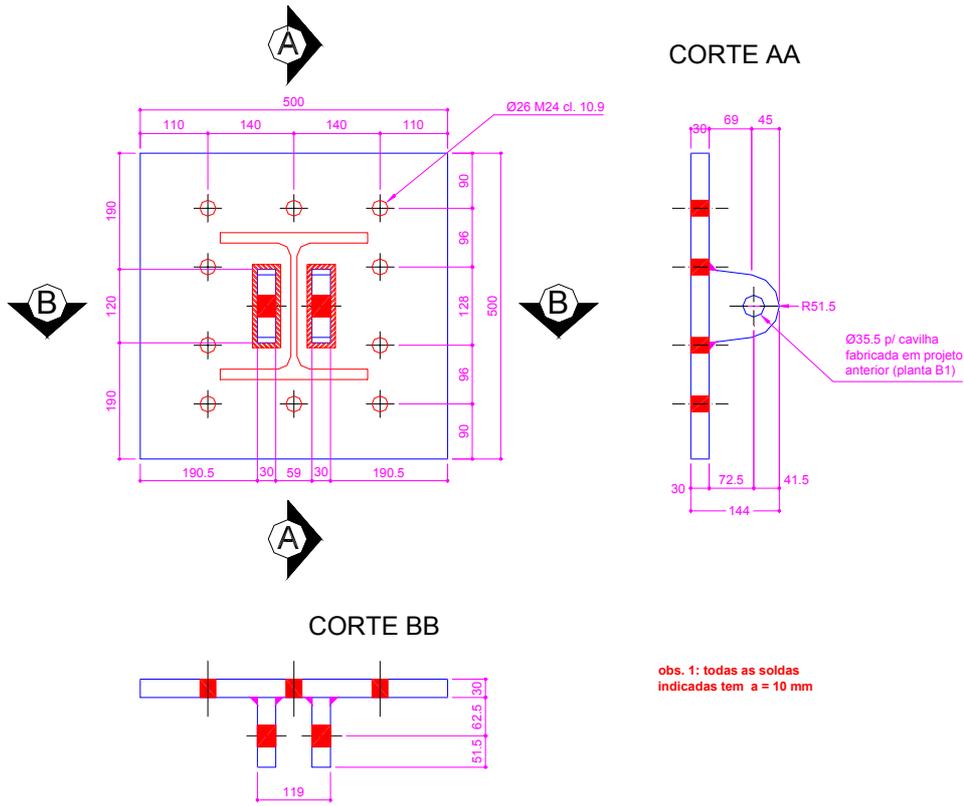


Figura C.5 – Peça de ligação da rótula inferior com a placa de base das colunas

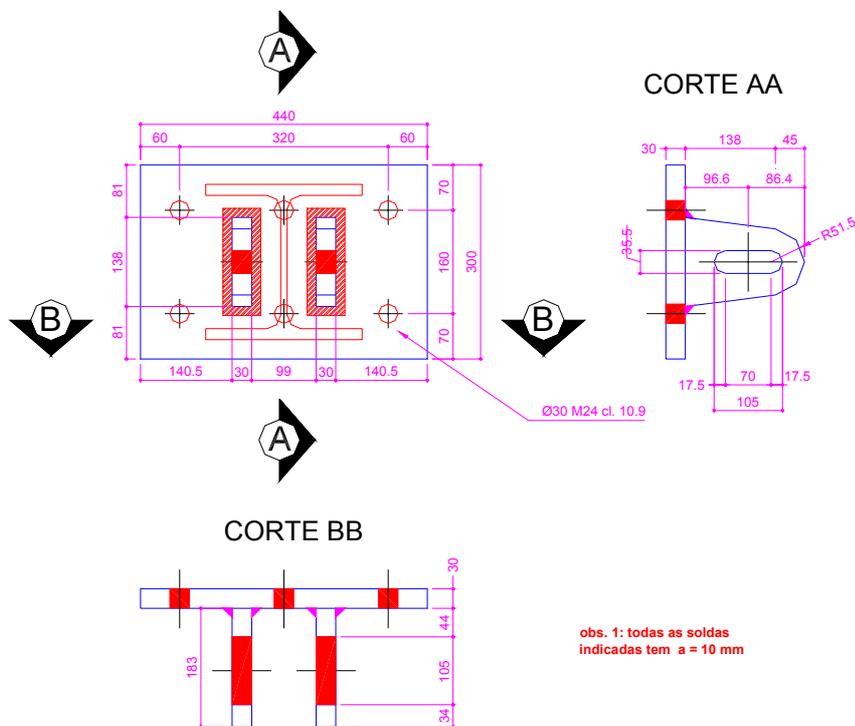


Figura C.6 – Peça de ligação do pórtico de reação com a rótula superior

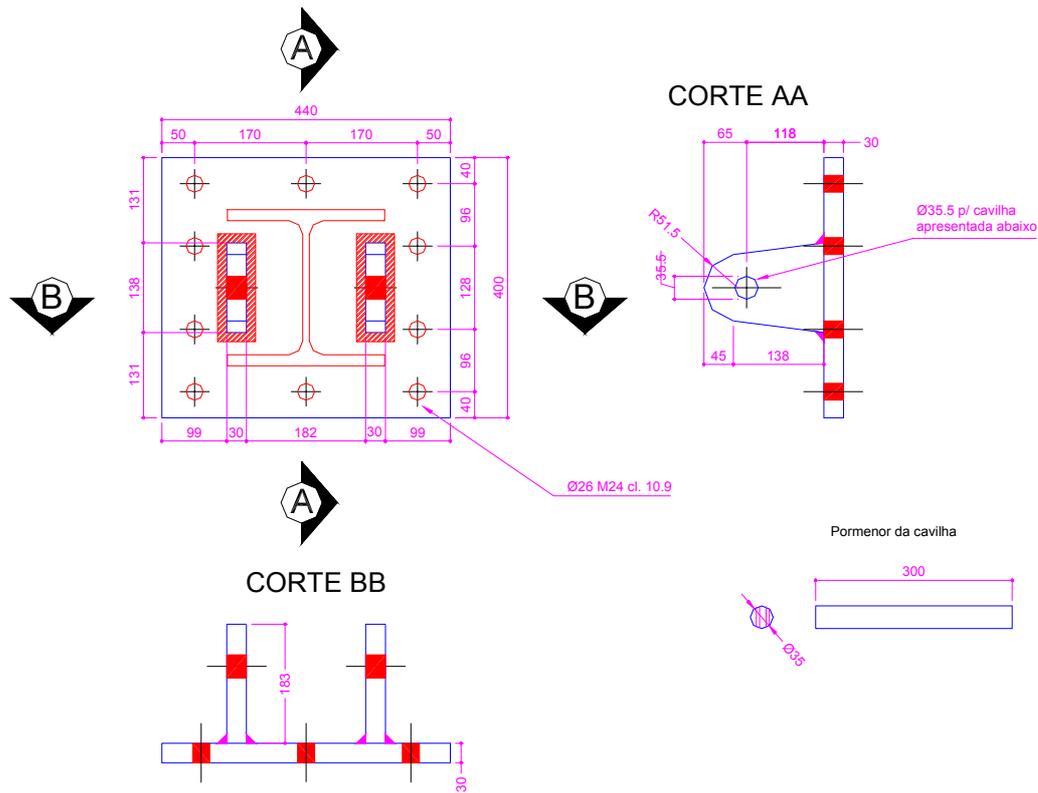


Figura C.7 – Peça de ligação da placa de topo da coluna com a rótula superior

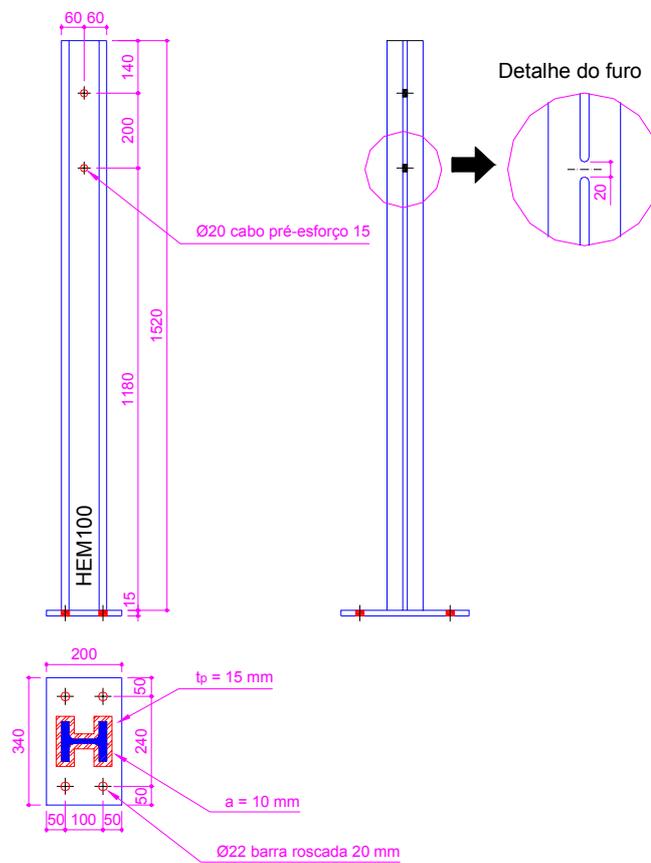
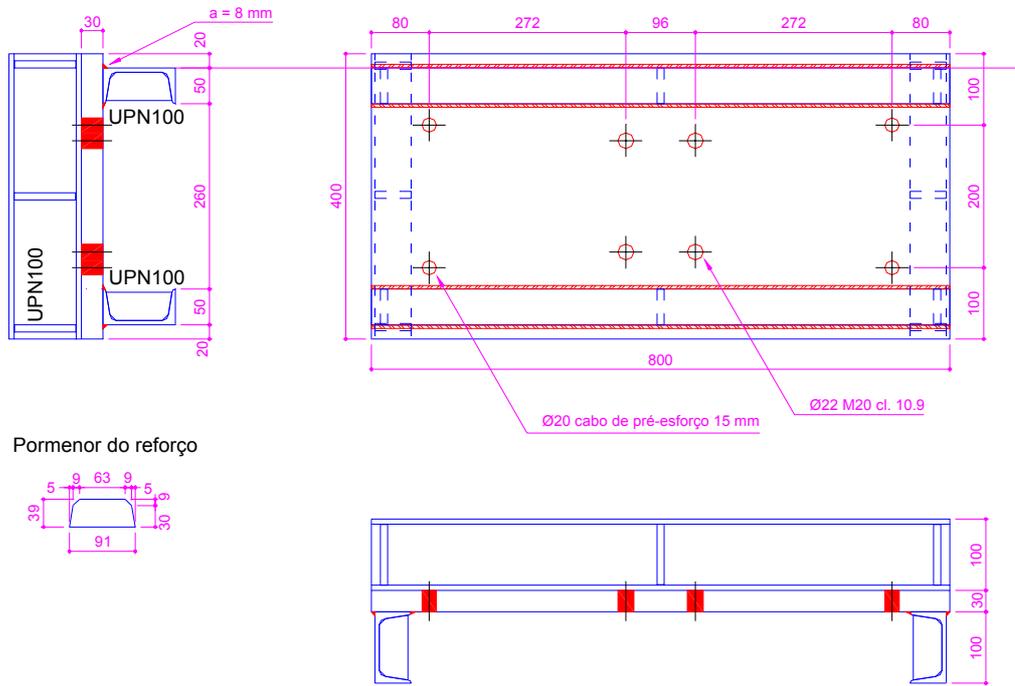


Figura C.8 – Detalhe do desviador dos cabos de protensão



Pormenor do reforço

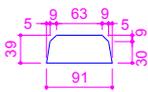
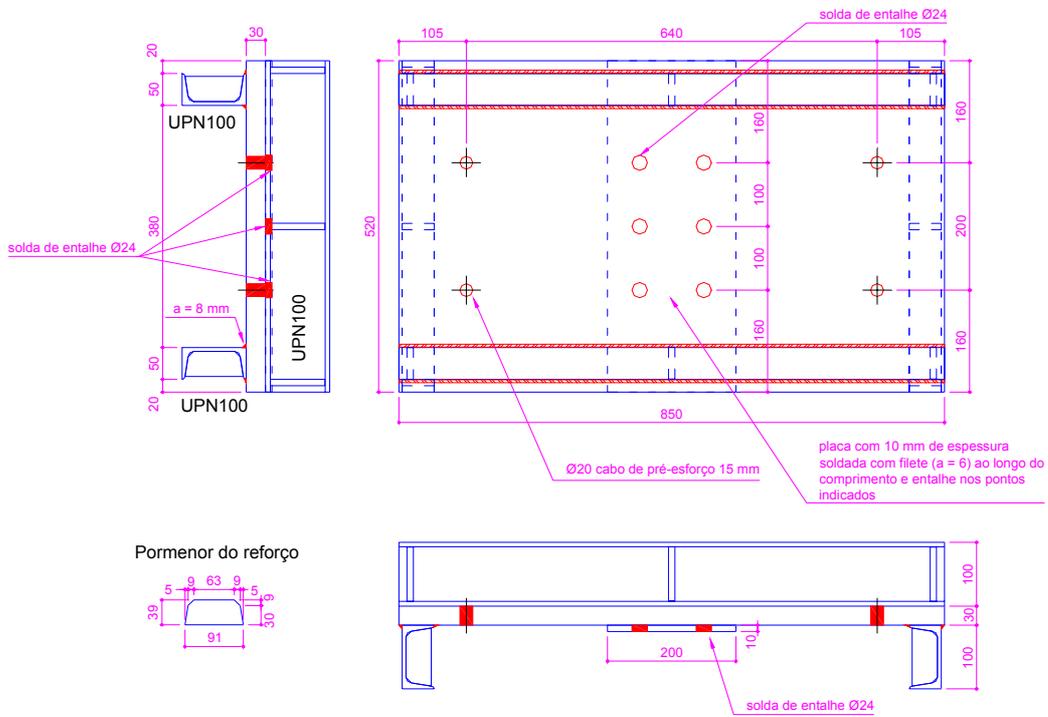


Figura C.9 – Peça para aplicação do esforço axial de compressão - I



Pormenor do reforço

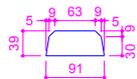


Figura C.10– Peça para aplicação do esforço axial de compressão - II

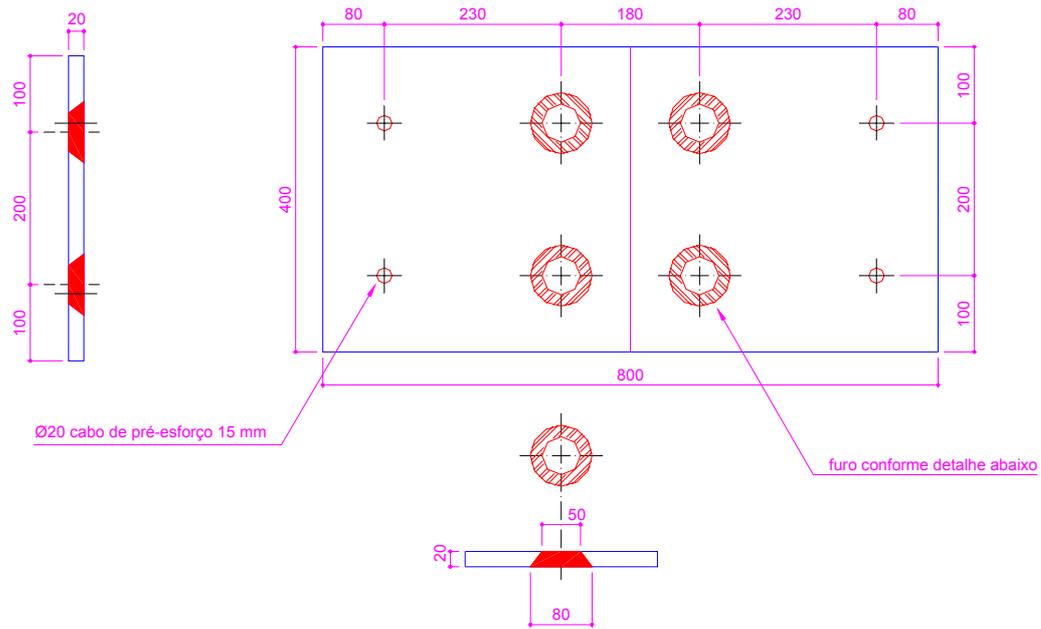


Figura C.11 – Guia dos cabos de protensão

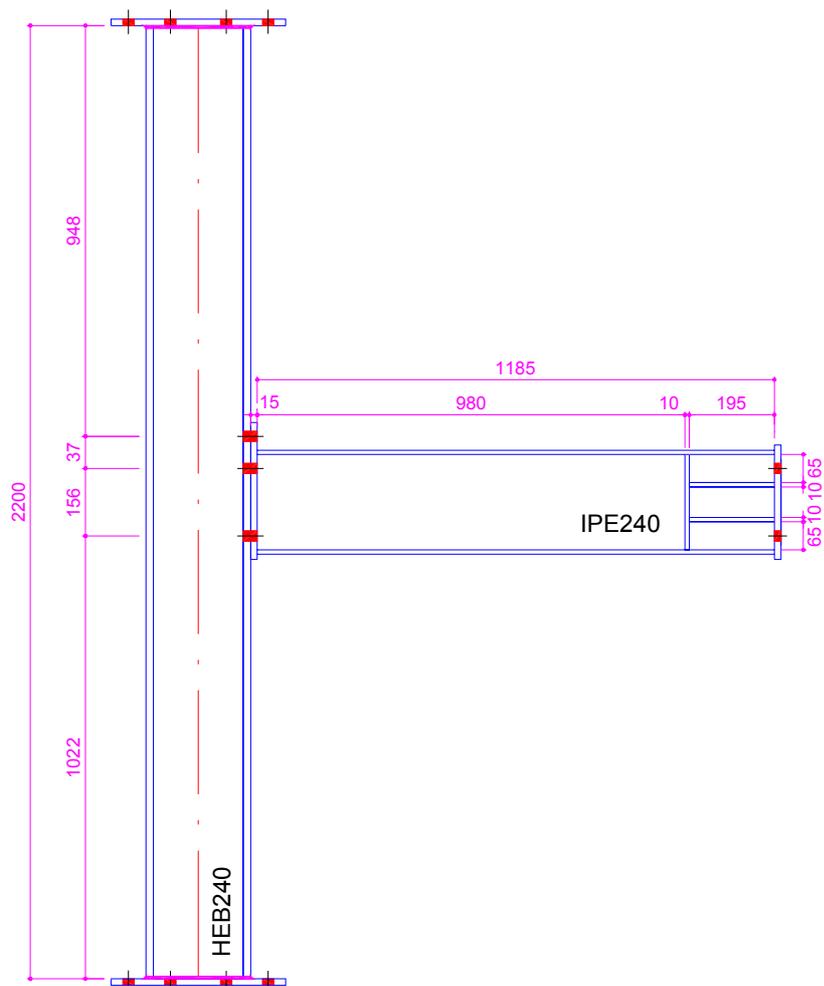


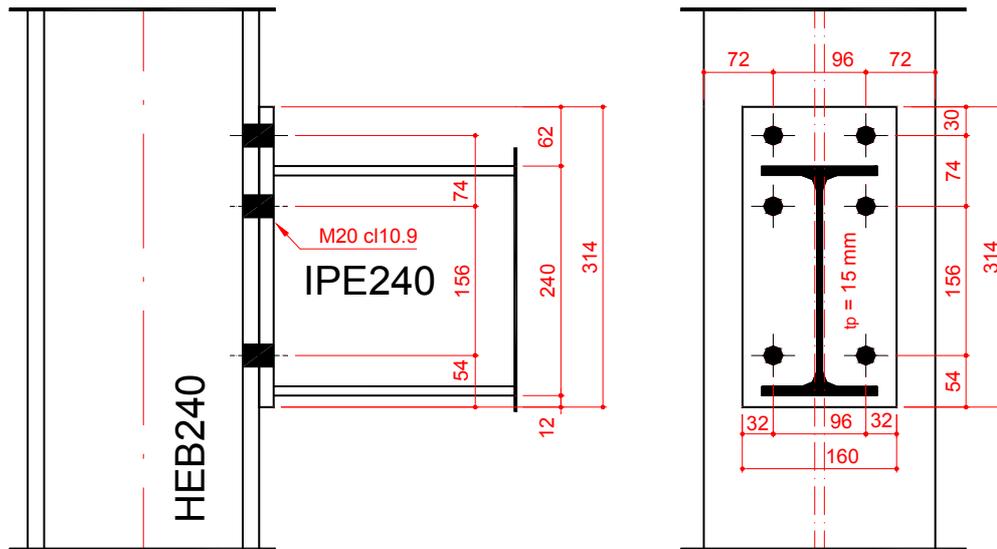
Figura C.12 – Detalhe da coluna e da viga dos ensaios

## Anexo D

### Dimensionamento da Ligação com Placa de Extremidade Estendida

#### D.1

#### Informações Gerais



#### Viga: IPE 240

Altura (hb).....	240.00 mm
Largura (bfb).....	120.00 mm
Espessura da mesa (tfb).....	9.80 mm
Espessura da alma (twb).....	6.20 mm
Raio de curvatura (rb).....	15.00 mm
Inércia (Ib).....	3890.00 cm <sup>4</sup>
Área (Ab).....	39.10 cm <sup>2</sup>
(Wpl).....	3670.00 cm <sup>3</sup>
Comprimento da viga ligada ao pilar (Lb)...	6000.00 mm
Inclinação da viga.....	0 °

#### Pilar: HE 240 B

Altura (hc).....	240 mm
Largura (bfc).....	240 mm
Espessura da mesa (tfc).....	17 mm
Espessura da alma (twc).....	10 mm
Raio de curvatura (rc).....	21 mm
Inércia (Ic).....	11260 cm <sup>4</sup>
Área (Ac).....	106 cm <sup>2</sup>

**Placa de extremidade:**

	(mm)
Largura da placa.....:	160.00
Altura da placa.....:	316.00
Espessura da placa.....:	15.00
Distância vertical entre a mesa da viga e a extremidade da placa de extremidade...:	64.00
Distância vertical entre a 1ª linha de parafusos e a extremidade da placa de extremidade.....:	32.00
Distância vertical entre linhas de parafusos 1 e 2.....:	74.00
Distância vertical entre linhas de parafusos 2 e 3.....:	156.00
Distância horizontal entre parafusos.....:	96.00
Distância horizontal entre parafusos e a extremidade da placa de extremidade...:	32.00
Distância vertical entre banço inferior da viga e a extremidade da placa.....:	12.00

**Parafusos:**

Diâmetro do parafuso.....:	20.00 mm
Área do parafuso ( $A_s = 0,8 * A_b$ ).....:	245.00 mm <sup>2</sup>
Diâmetro da arruela do parafuso.....:	35.03 mm
Diâmetro da porca.....:	20.00 mm
Diâmetro dos furos.....:	22.00 mm
Espessura da cabeça do parafuso.....:	13.00 mm
Espessura da porca.....:	16.00 mm
Espessura total de anilhas por parafusos..:	4.00 mm
Comprimento do parafuso.....:	50.50 mm

**Soldas:**

Espessura da solda da mesa da viga (af)...:	8.00 mm
Espessura da solda da alma da viga (aw)...:	8.00 mm

**Coefficientes de Segurança:**

Gama $M_0$ . (resistência da seção classe 1, 2 ou 3)..:	1.00
Gama $M_1$ . (resistência do membro a flambagem.....):	1.00
Gama $M_b$ . (resistência de ligações aparafusadas....):	1.00
Gama $M_w$ . (resistência de ligações soldadas.....):	1.00

**Propriedades Mecânicas dos Materiais:**

Aço S275 →  $f_y = 275\text{MPa}$  e  $f_u = 430\text{MPa}$

Parafusos cl. 10.9 →  $f_y = 900\text{MPa}$  e  $f_u = 1000\text{MPa}$

## D.2

### Cálculo das Componentes

#### D.2.1.

##### Alma da coluna ao corte

Área de corte do pilar

$$A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc} \quad A_{vc} = 3324 \text{ mm}^2$$

$$\text{Coeficiente Beta:} \quad BETA = 1.00$$

$$\text{Resistência plástica do painel de alma do pilar } (0,90 \cdot f_{ywc} \cdot A_{vc}) / (\text{raiz}(3) \cdot \text{Gama } M_0): \quad V_{wpRd} = 474.98 \text{ kN}$$

$$\text{Resistência } (V_{wpRd} / BETA): \quad F_{wpRd} = 474.98 \text{ kN}$$

Coeficiente de Rigidez

$$z = \text{distância entre o centro de tração e a linha média da mesa da viga em compressão} \quad z = 230.10 \text{ mm}$$

$$k_1 = (0,38 \cdot A_{vc}) / (BETA \cdot z): \quad k_1 = 5.49 \text{ mm}$$

#### D.2.2.

##### Alma da coluna à compressão

Largura efetiva

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2 \cdot \text{raiz}(2) \cdot a_p + 5(t_{fc} + s) + s_p: \quad b_{eff} = 237.43 \text{ mm}$$

$$t_{fb} = 9.80 \text{ mm}$$

$$a_p = 8.00 \text{ mm} \quad b_{eff1} = 252.43 \text{ mm}$$

$$t_{fc} = 17.00 \text{ mm} \quad b_{eff2} = 237.43 \text{ mm}$$

$$s = r_c = 21.00 \text{ mm}$$

$$s_p = 21.21 \text{ mm}$$

Esbeltez da placa de extremidade

$$\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{RAIZ}((b_{eff} \cdot d_{wc} \cdot f_{ywc}) / (E \cdot t_{wc}^2))): \quad \lambda_p = 0.67$$

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c) = 164.00 \text{ mm}$$

$$f_{ywc} = 275.00 \text{ N/mm}^2 \text{ ou MPa}$$

$$E = 210000.00 \text{ N/mm}^2 \text{ ou MPa}$$

$$t_{wc} = 10.00 \text{ mm}$$

$$\text{Coeficiente de redução para flambagem da placa: } \rho = 1.00$$

$$\text{se } \lambda_p \leq 0,673 \dots \dots \dots: \quad \rho = 1,0$$

$$\text{se } \lambda_p > 0,673 \dots \dots \dots: \quad \rho = (\lambda_p - 0,22) / \lambda_p^2$$

$$\text{Coeficiente de interação de esforços:} \quad \omega = \omega_1 = 0.78$$

$$\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 \cdot (b_{eff} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2))$$

$$\text{Resistência} \quad F_{cwcRd} = 506.27 \text{ kN}$$

$$F_{cwcRd} = (\omega \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_0 \leq$$

$$(\omega \cdot \rho \cdot b_{eff} \cdot t_{wc} \cdot f_{ywc}) / \text{Gama } M_1$$

Coeficiente de Rigidez (J.4.2) (2)

$$d_{wc} = \text{altura da coluna sem as mesas:} \quad d_{wc} = 164.00 \text{ mm}$$

$$k_2 = (0,7 \cdot b_{eff} \cdot t_{wc}) / (d_{wc}): \quad k_2 = 10.13 \text{ mm}$$

**D.2.3.****Mesa da coluna à flexão**

e = distância horizontal entre o parafuso e a borda da coluna =	72.00	mm
emin = distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa =	32.00	mm
m = distância entre o parafuso e o início do raio de curvatura =	26.20	mm
n = min( emin ; 1,25m) =	32.00	mm
ew = dw / 4 =	8.76	mm
p =	74.00	mm

**Comprimento efetivo do T-stub equivalente****Parafusos tomados individualmente**

Formas circulares:

$$2 \text{ Pi m:} \quad \text{leff,1} = 164.62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$4 \text{ m} + 1,25 \text{ e:} \quad \text{leff,2} = 194.80 \text{ mm}$$

**Primeira linha de parafusos**

$$\text{Formas circulares:} \quad \text{leffcp} = 164.62 \text{ mm}$$

$$\text{Formas não-circulares:} \quad \text{leffnc} = 194.80 \text{ mm}$$

$$l = 164.62 \text{ mm}$$

**Segunda linha de parafusos**

$$\text{Formas circulares:} \quad \text{leffcp} = 164.62 \text{ mm}$$

$$\text{Formas não-circulares:} \quad \text{leffnc} = 194.80 \text{ mm}$$

$$l = 164.62 \text{ mm}$$

**Parafusos tomados como grupo**

Grupo entre as linhas de parafusos números 1 e 2:

Formas circulares:

$$\text{Pi m} + \text{p:} \quad l = 156.31 \text{ mm}$$

$$\text{leffcp} = 312.62 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:

$$2\text{m} + 0,625\text{e} + 0,5\text{p:} \quad l = 134.40 \text{ mm}$$

$$\text{leffnc} = 268.80 \text{ mm}$$

$$\text{leff,1} = 268.80 \text{ mm}$$

**Resistência**

$$\text{Resistência de dimensionamento de 1:} \quad \text{BtRd} = 220.50 \text{ kN}$$

$$\text{BtRd} = (0,9 * \text{fub} * \text{As}) / \text{Gama Mp}$$

## Parafusos tomados individualmente

### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 3270.78 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 3870.43 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):

$$F_{1Rd} = 499.36 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):

$$F_{2Rd} = 375.48 \text{ kN}$$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):

$$F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:

$$F_{tRd(1)} = 375.48 \text{ kN}$$

### b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 3270.78 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 3870.43 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):

$$F_{1Rd} = 499.36 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):

$$F_{2Rd} = 375.48 \text{ kN}$$

$$F_{2Rd} = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):

$$F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:

$$F_{tRd(2)} = 375.48 \text{ kN}$$

## Parafusos tomados como grupo

### a) Grupo entre linhas de parafusos 1 e 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{pl1Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl1Rd} = 5340.72 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{pl2Rd} = 0,25 \Sigma_{leff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{pl2Rd} = 5340.72 \text{ N.m}$$

Modo 1 (escoamento completo da mesa):

$$F_{1Rd} = 815.38 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{pl1Rd} / m$$

Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):

$$F_{2Rd} = 668.48 \text{ kN}$$

$$F2Rd = (2M_{pl2Rd} + n\Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos):  $F3Rd = 882.00 \text{ kN}$

$$F3Rd = \Sigma B_{tRd}$$

Resistência:  $F_{tRd}(1,2) = 668.48 \text{ kN}$

## Rigidez

### a) Comprimento efetivo do T-stub equivalente

#### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1 ("End bolt row"):  $l_{eff} = 134.40 \text{ mm}$

$$(1) \quad 2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

$$(1 - 2) \quad P_i * m + p = 156.31 \text{ mm} \quad c/p = 74.00 \text{ mm}$$

$$2m + 0,625e + 0,5p = 134.40 \text{ mm}$$

$$(1 - 3) \quad P_i * m + p = 197.31 \text{ mm} \quad c/p = 115.00 \text{ mm}$$

$$2m + 0,625e + 0,5p = 154.90 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2 ("Inner bolt row"):  $l_{eff} = 115.00 \text{ mm}$

$$(2) \quad 2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

$$(2-3-1) \quad 2 p = 230.00 \text{ mm} \quad c/p = 115.00 \text{ mm}$$

$$p = 115.00$$

Linha de parafusos número 3 ("End bolt row"):  $l_{eff} = 164.62 \text{ mm}$

$$2P_i m = 164.62 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 194.80 \text{ mm}$$

( $l_{eff}$  é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

### a) Coeficiente de Rigidez

Linha de parafusos número 1:  $k_4(1) = 31.21 \text{ mm}$

Linha de parafusos número 2:  $k_4(2) = 26.70 \text{ mm}$

Linha de parafusos número 3:  $k_4(3) = 38.22 \text{ mm}$

$$(k_4 = 0,85 * b_{eff} * t_{fc}^3 / m^3)$$

## D.2.4.

### Alma da coluna à tração

#### Resistência

Linha de parafusos número 1:

Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0.87$

$$\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 * (b_{eff} * t_{wc} / A_{vc})^2))$$

Resistência:

$$F_{t,wc,Rd} = 394.20 \text{ kN}$$

$$F_{t,wc,Rd} = (w * b_{eff,t,wc} * t_{wc} * f_{y,wc}) / \text{Gama } M_0$$

Linha de parafusos número 2:

Coeficiente de interação de esforço (Tabela J.5):  $\omega_1 = 0.87$

$$\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 * (b_{eff} * t_{wc} / A_{vc})^2))$$

Resistência:

$$F_{t,wc,Rd} = 394.20 \text{ kN}$$

Grupo entre linhas de parafusos números 1 e 2:

Coefficiente de interação de esforço:

$$\omega_1 = 0.74$$

$$\omega_1 = 1 / (\text{RAIZ}(1 + 1,3 * (\text{beff} * t_{wc} / A_{vc})^2))$$

Resistência:

$$F_t, w_c, R_d = 534.45 \text{ kN}$$

### Rigidez

Linha de parafusos número 1:  
( $k_3 = 0,7 * \text{beff}, t, w_c * t_{wc} / d_{wc}$ )

$$k_3(1) = 5.74 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2:

$$k_3(2) = 4.91 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 3:

$$k_3(3) = 7.03 \text{ mm}$$

## D.2.5.

### Placa de extremidade à flexão

#### Parâmetros Geométricos

e = distância horizontal entre o parafuso e a borda da placa

$$e = 32.00 \text{ mm}$$

m = distância entre o parafuso e o início do raio de curvatura

$$m = 35.85 \text{ mm}$$

ex = distância vertical entre o parafuso e a extremidade da placa

$$ex = 32.00 \text{ mm}$$

mx = distância vertical entre o parafuso e a mesa da viga

$$mx = 22.95 \text{ mm}$$

w = distância horizontal entre parafusos

$$w = 96.00 \text{ mm}$$

Linha de parafusos 2 (abaixo da mesa sup. da viga)

$$m_1 = 35.85 \text{ mm}$$

$$m_2 = 23.05 \text{ mm}$$

Determinação do coeficiente alpha

$$\lambda_1 = m_1 / (m_1 + e) \quad \lambda_1 = 0.53 \quad \alpha = 5.98 \text{ (ÁBACO)}$$

$$\lambda_2 = m_2 / (m_2 + e) \quad \lambda_2 = 0.34$$

e)

Linha de parafusos 3 (acima da mesa inf. da viga).....:

$$m_1 = 35.85 \text{ mm}$$

$$m_2 = 23.05 \text{ mm}$$

Determinação do coeficiente alpha

$$\lambda_1 = 0.53 \quad \alpha = 5.98 \text{ (ÁBACO)}$$

$$\lambda_2 = 0.34$$

### Comprimento efetivo do T-stub equivalente (Tabela J.8)

#### Parafusos tomados individualmente

Linha de parafusos número 1 (influência do banzo superior da viga):

Formas circulares:

$$2 \text{ Pi } m_x: \quad l_{\text{eff}} = 144.19 \text{ mm}$$

$$\text{Pi } m_x + w: \quad l_{\text{eff}} = 168.10 \text{ mm}$$

$$\text{Pi } m_x + 2e: \quad l_{\text{eff}} = 136.10 \text{ mm}$$

Formas não-circulares:  
 4 mx + 1,25 ex: leff = 131.80 mm  
 e + 2 mx + 0,625 ex: leff = 97.90 mm  
 0,5 bp: leff = 80.00 mm  
 0,5 w + 2 mx + 0,625 ex: leff = 113.90 mm

Comprimento efetivo  
 Formas circulares: leff = 136.10 mm  
 Formas não-circulares: leff = 80.00 mm

Linha de parafusos número 2 (influência do banzo superior da viga):

Formas circulares:  
 2 Pi m1: leff = 225.25 mm  
 Formas não-circulares:  
 Alpha m1: leff = 214.38 mm

Linha de parafusos número 3 (influência do banzo inferior da viga):

Formas circulares:  
 2 Pi m1: leff = 225.25 mm  
 Formas não-circulares:  
 Alpha m1: leff = 214.38 mm

### Parafusos tomados em grupo

Grupo entre linhas n.º 2 e 3  
 Formas Circulares (mm): 537.25 (Pi m + p)\*2  
 Outras formas (mm): 370.38

### Resistência

#### Parafusos tomados individualmente

##### a) Linha de parafusos número 1

Modo de ruptura no T-stub equivalente (J.3.2.1)

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub (J.7)

Para escoamento completo da mesa

$$M_{p11Rd} = 0,25 \Sigma leff,1 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{p11Rd} = 1237.50 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{p12Rd} = 0,25 \Sigma leff,2 t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{p12Rd} = 1237.50 \text{ N.m}$$

$$\text{Modo 1 (escoamento completo da mesa):} \quad F_{1Rd} = 215.70 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{p11Rd} / m_x$$

$$\text{Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):} \quad F_{2Rd} = 301.86 \text{ kN}$$

$$F_{2Rd} = (2M_{p12Rd} + n \Sigma B_{tRd}) / (m + n)$$

$$\text{Modo 3 (ruptura dos parafusos):} \quad F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

$$\text{Resistência:} \quad F_{tepRd(1)} = 215.70 \text{ kN}$$

## b) Linha de parafusos número 2

Modo de ruptura no T-stub equivalente

Resistência plástica de dimensionamento do T-stub

Para escoamento completo da mesa

$$M_{p11Rd} = 0,25 \Sigma l_{eff,1} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{p11Rd} = 3316.15 \text{ N.m}$$

Para ruptura dos paraf. C/ escoamento da mesa

$$M_{p12Rd} = 0,25 \Sigma l_{eff,2} t f^2 f_y / \text{Gama } M_0: \quad M_{p12Rd} = 3316.15 \text{ N.m}$$

$$\text{Modo 1 (escoamento completo da mesa):} \quad F_{1Rd} = 370.01 \text{ kN}$$

$$F_{1Rd} = 4 * M_{p11Rd} / m$$

$$\text{Modo 2 (ruptura dos paraf. c/ esc. da mesa):} \quad F_{2Rd} = 305.74 \text{ kN}$$

$$F_{2Rd} = (2M_{p12Rd} + n \Sigma B_{tRd}) / (m)$$

$$\text{Modo 3 (ruptura dos parafusos):} \quad F_{3Rd} = 441.00 \text{ kN}$$

$$F_{3Rd} = \Sigma B_{tRd}$$

$$\text{Resistência:} \quad F_{tepRd(2)} = 305.74 \text{ kN}$$

## Rigidez

### a) Comprimento efetivo do T-stub equivalente

#### Linhas de parafusos tomadas individualmente ou como parte de um grupo

Linha de parafusos número 1 ("End bolt row"):

$$l_{eff} = 80.00 \text{ mm}$$

Linha de parafusos número 2:  $l_{eff} = 214.38 \text{ mm}$

$$(2) \quad 2P_i m = 225.25 \text{ mm}$$

$$\alpha m = 214.38 \text{ mm}$$

$$(2-3-1) \quad 2(P_{im} + p) + 2p = 685.25 \text{ mm} \quad c/ \quad p = 115.00 \text{ mm}$$

$$p + \alpha m = 329.38$$

Linha de parafusos número 3  $l_{eff} = 183.40 \text{ mm}$

("End bolt row"):

$$2P_i m = 225.25 \text{ mm}$$

$$4 m + 1,25 e = 183.40 \text{ mm}$$

( $l_{eff}$  é o menor comprimento efetivo para parafusos tomados individualmente ou em grupo)

### a) Coeficiente de Rigidez

$$\text{Linha de parafusos número 1:} \quad k_5(1) = 18.99 \text{ mm}$$

$$\text{Linha de parafusos número 2:} \quad k_5(2) = 13.35 \text{ mm}$$

$$\text{Linha de parafusos número 3:} \quad k_5(3) = 11.42 \text{ mm}$$

$$(k_5 = 0,85 * l_{eff} * t p^3 / m^3)$$

**D.2.6.****Parafusos à tração**

Comprimento do parafuso:	Lb	=	50.50 mm
Resistência.:	BtRd	=	220.50 kN
Coefficiente de rigidez:	k10	=	7.76 mm
(k10 = 1,6*As/Lb)			

**D.2.7.****Mesa da viga à compressão**

Resist. à flexão da seção transv. da viga:	McRd	=	100.93 kN.m
(McRd = Wpl*fy/Gama M <sub>0</sub> )			
Resistência:	FcfbRd	=	438.42 kN
FcfbRd = McRd / (h - tfb)			

**D.2.8.****Alma da viga à tração**

Largura efetiva iguais a da placa de extremidade

Linha de parafusos n.º 2

$$F_{twbRd(i)} = b_{eff} \cdot t_{wb} \cdot t_{wb} \cdot f_{ywb} / \text{Gama } M_0 = 365.51 \text{ kN}$$

**D.3****Associação das componentes (molas) em série e em paralelo****D.3.1.****Resistência****Linha de parafusos número 1**

Alma da coluna ao corte (1):	475.0 kN
Alma da coluna à compressão (2):	506.3 kN
Mesa da coluna à flexão (4):	375.5 kN
Tração da alma da coluna (3):	394.2 kN
Flexão da placa de extremidade (5):	215.7 kN
Parafusos à tração (10):	441.0 kN
Mesa da viga à compressão (7):	438.4 kN

$$F_{rd(1)} = 215.7 \text{ kN}$$

## Linha de parafusos número 2

### a) parafusos tomados individualmente

Alma da coluna ao corte (1):	259.3 kN
Alma da coluna à compressão (2):	290.6 kN
Mesa da coluna à flexão (4):	375.5 kN
Tração da alma da coluna (3):	394.2 kN
Flexão da placa de extremidade (5):	305.7 kN
Parafusos à tração (10):	441.0 kN
Mesa da viga à compressão (7):	222.7 kN
Alma da viga à tração (8):	365.5 kN

### b) parafusos tomados como grupo

Mesa da coluna à flexão (4):	452.8 kN
Tração da alma da coluna (3):	327.8 kN
Frd(2):	222.7 kN

### Sumário

Frd(1):	215.7 kN
Frd(2):	222.7 kN
Frd(3):	0.00 kN

Braço de alavanca 1 - z1:	267.10 mm
Braço de alavanca 2 - z2:	193.10 mm
Braço de alavanca 3 - z3:	37.10 mm

Resistência à flexão:	MRd =	100.62 kN.m
(MRd = Frd(1)*z1+Frd(2)*z2)		
Resistência à flexão elástica:	Me =	67.08 kN.m
(Me = (2/3)*MRd)		

## D.3.2.

### Rigidez Inicial

#### Determinação do coeficiente de rigidez equivalente

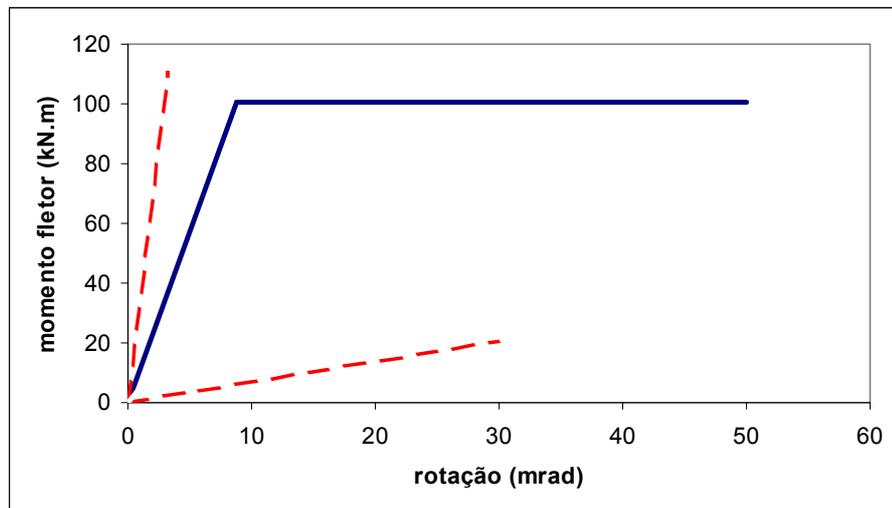
40.89

Alma do pilar ao corte.....(k1):	5.68 mm
Alma do pilar à compressão.....(k2):	10.13 mm
Alma do pilar à tração.....(k3,1):	5.74 mm
(k3,2):	4.91 mm
(k3,3):	7.03 mm
Banzo do pilar em flexão.....(k4,1):	31.21 mm
(k4,2):	26.70 mm
(k4,3):	38.22 mm
Placa de extremidade à flexão...(k5,1):	18.99 mm
(k5,2):	13.35 mm

	(k5,3) :	11.42 mm
Parafusos à tração.....	(k10) :	7.76 mm
Rigidez efetiva - linha de parafusos 1:		2.58 mm
Rigidez efetiva - linha de parafusos 2:		2.25 mm
Rigidez efetiva - linha de parafusos 3:		2.60 mm
zeqq.....		222.57 mm
keq (duas linhas em tração).....		5.48 mm
Sj,ini.....		22740.4 kN.m/rad
		11370.2 kN.m/rad

#### D.4

#### Curva Momento Versus Rotação

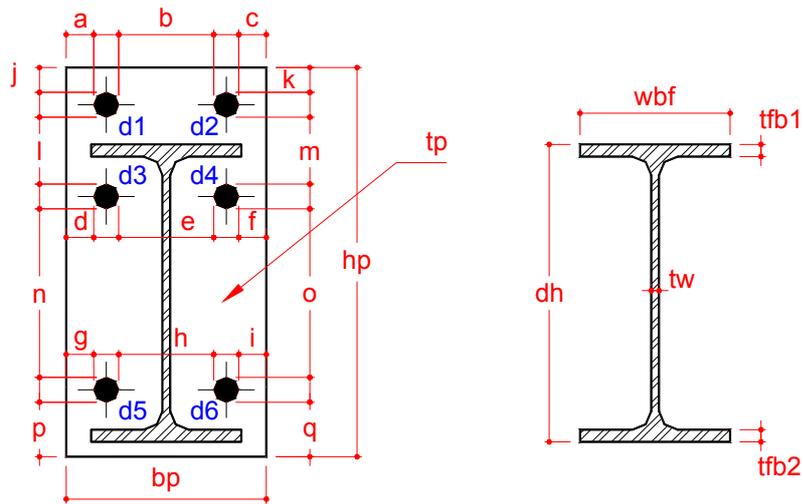


# Anexo E

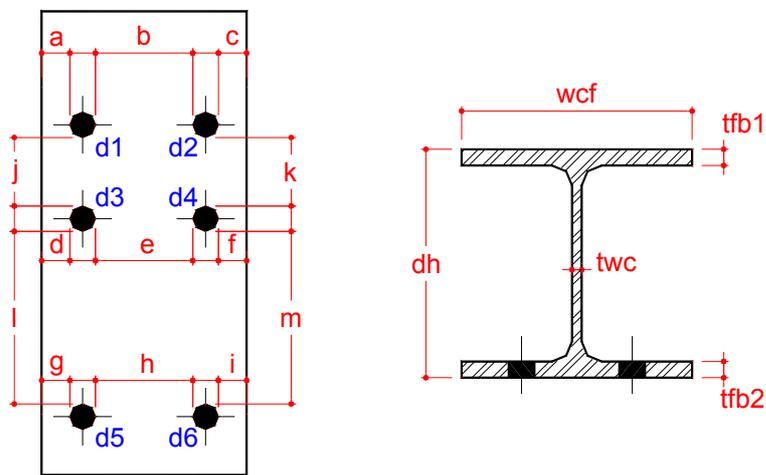
## Controle Dimensional dos Ensaio

### E.1

### Apresentação das Dimensões Utilizadas



(a) dimensões da placa de extremidade e da viga



(b) dimensões da coluna

Figura E.1 - Dimensões utilizadas para a caracterização geométrica dos perfis

## E.2

## Valores Medidos

Tabela E.1 – Propriedades geométricas – placa de extremidade e viga (Ensaio FE)

Ensaio	d	e	f	g	h	i	l
<b>nominal</b>	<b>21.00</b>	<b>74.00</b>	<b>21.00</b>	<b>21.00</b>	<b>74.00</b>	<b>21.00</b>	<b>43.00</b>
FE3	19.03	73.87	20.54	18.97	74.25	19.74	41.29
FE4	21.57	72.47	18.61	21.78	73.43	18.65	43.05
FE5	20.50	73.69	20.87	22.70	73.15	20.96	42.89
FE1	21.05	73.60	16.00	22.05	73.60	15.95	44.50
FE6	14.86	74.16	23.15	15.55	74.58	22.67	40.87
FE7	17.80	74.17	20.86	17.84	73.98	20.95	44.13
FE8	23.70	73.84	17.48	22.52	73.85	18.36	43.46
FE9	18.77	73.32	19.85	18.03	73.10	20.34	51.06
Ensaio	m	n	o	p	q	d1	d2
<b>nominal</b>	<b>43.00</b>	<b>134.00</b>	<b>134.00</b>	<b>43.00</b>	<b>43.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>
FE3	40.52	133.72	134.06	42.95	43.74	21.95	22.03
FE4	42.67	133.81	133.08	43.94	43.45	22.14	22.17
FE5	43.85	133.64	133.72	41.64	42.12	21.81	22.05
FE1	43.70	133.71	133.76	40.70	40.20	22.10	22.15
FE6	40.55	133.74	134.16	43.78	44.85	21.75	21.71
FE7	44.38	133.73	133.80	41.04	40.88	21.87	21.88
FE8	43.61	133.45	134.10	37.14	38.15	21.80	22.01
FE9	51.01	132.71	132.58	40.00	40.12	22.94	22.89
Ensaio	d3	d4	bp	hp	tp	tfb1	tfb2
<b>nominal</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>160.00</b>	<b>264.00</b>	<b>15.00</b>	<b>9.80</b>	<b>9.80</b>
FE3	22.03	22.11	158.01	263.86	15.52	10.18	9.56
FE4	21.65	21.87	157.14	264.22	15.18	9.46	9.75
FE5	21.94	22.25	156.58	262.46	15.24	9.33	9.84
FE1	22.15	22.15	154.90	261.96	15.35	8.91	9.42
FE6	21.72	21.83	155.63	263.46	15.52	9.50	9.49
FE7	21.91	21.94	157.52	263.73	15.55	9.36	9.69
FE8	21.86	21.84	159.49	258.27	15.16	9.65	8.93
FE9	23.06	23.01	158.40	262.57	15.55	10.14	9.31
Ensaio	tw	wbf	dh				
<b>nominal</b>	<b>6.20</b>	<b>120.00</b>	<b>240.00</b>				
FE3	6.90	121.54	241.06				
FE4	6.90	122.08	241.05				
FE5	6.90	120.87	241.23				
FE1	6.90	121.05	242.36				
FE6	6.70	121.56	242.10				
FE7	7.00	121.45	242.77				
FE8	6.90	121.83	242.53				
FE9	7.50	120.83	243.22				

Tabela E.2 – Propriedades geométricas – coluna (Ensaio FE)

Ensaio	d	e	f	g	h	i	l
<b>nominal</b>	<b>61.00</b>	<b>74.00</b>	<b>61.00</b>	<b>61.00</b>	<b>74.00</b>	<b>61.00</b>	<b>134.00</b>
<b>FE3</b>	61.74	73.47	62.00	61.05	73.95	61.86	134.15
<b>FE4</b>	61.55	73.68	61.84	62.04	73.54	62.15	133.96
<b>FE5</b>	61.05	73.66	62.03	60.93	72.61	62.44	134.09
<b>FE1</b>	60.15	73.30	59.95	59.70	72.95	59.80	133.83
<b>FE6</b>	61.06	73.74	60.34	61.20	73.76	60.45	133.69
<b>FE7</b>	61.57	73.72	61.77	61.18	74.07	61.50	133.43
<b>FE8</b>	60.89	73.76	61.81	60.60	73.88	62.56	133.74
<b>FE9</b>	62.05	73.42	61.20	61.59	74.26	61.14	134.44
Ensaio	m	d1	d2	d3	d4	tfb1	tfb2
<b>nominal</b>	<b>134.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>17.00</b>	<b>17.00</b>
<b>FE3</b>	133.83	21.95	22.12	21.52	22.20	16.57	16.48
<b>FE4</b>	133.74	22.66	22.58	22.54	22.52	16.41	16.33
<b>FE5</b>	134.15	22.03	22.15	21.91	21.84	16.57	16.86
<b>FE1</b>	133.69	22.60	22.40	22.60	22.15	15.44	15.10
<b>FE6</b>	133.43	22.14	21.95	22.06	21.87	15.52	15.35
<b>FE7</b>	133.17	22.06	22.12	22.24	21.96	16.38	16.49
<b>FE8</b>	133.75	21.81	21.52	21.78	21.95	16.56	16.58
<b>FE9</b>	134.61	22.16	22.20	22.03	22.06	15.88	15.94
Ensaio	tw	wcf	dh				
<b>nominal</b>	<b>10.00</b>	<b>240.00</b>	<b>240.00</b>				
<b>FE3</b>	10.46	241.37	240.95				
<b>FE4</b>	10.82	239.68	240.32				
<b>FE5</b>	10.12	240.30	240.52				
<b>FE1</b>	10.25	241.05	241.67				
<b>FE6</b>	10.33	240.71	240.39				
<b>FE7</b>	10.12	241.40	240.33				
<b>FE8</b>	10.06	240.61	240.10				
<b>FE9</b>	10.24	241.28	239.72				

Tabela E.3 – Propriedades geométricas – placa de extremidade e viga (Ensaio EE)

Ensaio	a	b	c	d	e	f	g
<b>nominal</b>	<b>21.00</b>	<b>74.00</b>	<b>21.00</b>	<b>21.00</b>	<b>74.00</b>	<b>21.00</b>	<b>21.00</b>
EE1	18.53	72.55	20.32	18.27	72.53	20.44	17.76
EE5	21.24	72.27	18.15	21.35	72.38	18.34	21.11
EE3	19.47	73.71	19.52	19.93	73.09	19.27	20.37
EE4	22.59	73.34	17.12	22.26	73.32	16.24	22.58
EE2	18.79	74.55	19.68	19.46	73.48	19.49	19.78
EE7	20.37	73.63	17.21	20.52	73.61	17.89	20.00
EE6	18.27	73.21	20.81	18.01	74.28	20.33	17.22
Ensaio	h	i	j	k	l	m	n
<b>nominal</b>	<b>74.00</b>	<b>21.00</b>	<b>21.00</b>	<b>21.00</b>	<b>52.00</b>	<b>52.00</b>	<b>134.00</b>
EE1	72.43	20.76	22.67	22.54	50.02	50.40	132.08
EE5	73.35	19.25	22.12	22.51	50.37	50.43	132.27
EE3	72.70	19.15	22.12	22.33	51.22	51.53	132.80
EE4	73.58	16.35	22.61	21.93	51.14	51.04	133.23
EE2	73.54	19.12	22.08	21.77	51.37	51.18	132.78
EE7	73.58	18.56	21.18	22.64	51.02	51.30	133.20
EE6	73.51	20.39	21.99	22.78	51.07	51.12	132.55
Ensaio	o	p	q	d1	d2	d3	d4
<b>nominal</b>	<b>134.00</b>	<b>43.00</b>	<b>43.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>
EE1	132.10	40.08	40.08	23.48	23.46	23.57	23.64
EE5	132.36	40.54	40.36	23.59	23.57	23.59	23.74
EE3	132.33	39.74	40.41	22.76	22.62	22.70	22.69
EE4	132.76	40.23	40.29	22.66	22.58	22.54	22.52
EE2	132.73	40.11	40.05	22.06	22.65	22.44	22.57
EE7	133.15	40.76	40.21	22.78	22.85	22.84	22.81
EE6	133.33	39.85	39.29	22.80	22.21	22.69	21.96
Ensaio	d5	d6	bp	hp	tp	tfb1	tfb2
<b>nominal</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>160.00</b>	<b>316.00</b>	<b>15.00</b>	<b>9.80</b>	<b>9.80</b>
EE1	23.67	23.71	158.34	315.93	15.57	9.19	9.45
EE5	22.80	23.01	159.17	315.98	15.51	9.60	9.48
EE3	22.78	22.82	157.24	314.73	15.48	9.11	9.29
EE4	22.91	22.89	154.54	314.01	15.77	9.95	9.41
EE2	22.69	22.77	158.58	313.72	15.65	10.21	9.45
EE7	22.85	22.76	158.88	315.72	15.54	9.98	9.36
EE6	22.93	22.70	157.72	313.39	15.54	9.33	9.06
Ensaio	tw	wbf	dh				
<b>nominal</b>	<b>6.20</b>	<b>120.00</b>	<b>240.00</b>				
EE1	7.30	120.96	241.84				
EE5	7.60	120.55	242.06				
EE3	7.50	120.68	242.29				
EE4	7.90	121.26	242.49				
EE2	7.60	121.20	243.82				
EE7	7.20	120.84	242.41				
EE6	7.30	120.39	243.01				

Tabela E.4 – Propriedades geométricas – coluna (Ensaio EE)

Ensaio	a	b	c	d	e	f	g
<b>nominal</b>	<b>61.00</b>	<b>74.00</b>	<b>61.00</b>	<b>61.00</b>	<b>74.00</b>	<b>61.00</b>	<b>61.00</b>
EE1	61.62	73.65	61.12	61.34	74.00	60.93	61.62
EE5	62.20	73.93	60.93	62.46	73.60	60.90	62.75
EE3	62.38	73.36	61.82	61.32	74.15	61.03	61.92
EE4	62.63	73.71	60.93	62.96	73.95	61.37	61.66
EE2	61.98	73.72	61.19	62.06	73.86	61.68	63.20
EE7	61.70	73.58	61.34	61.92	74.08	61.00	62.44
EE6	61.69	73.68	60.75	62.73	73.89	60.78	61.99
Ensaio	h	i	j	k	l	m	d1
<b>nominal</b>	<b>74.00</b>	<b>61.00</b>	<b>5.00</b>	<b>52.00</b>	<b>134.00</b>	<b>134.00</b>	<b>22.00</b>
EE1	73.79	61.48	51.85	51.44	134.34	133.57	22.12
EE5	73.94	60.48	52.01	51.94	133.80	134.14	22.20
EE3	73.64	61.46	51.78	52.43	133.77	134.04	22.07
EE4	73.84	60.90	51.98	51.89	133.94	133.85	22.20
EE2	73.70	61.19	51.98	52.06	133.69	134.38	22.00
EE7	74.40	61.33	51.68	52.27	134.24	133.85	22.07
EE6	73.68	60.50	52.07	52.02	134.20	134.02	22.00
Ensaio	d2	d3	d4	d5	d6	tfb1	tfb2
<b>nominal</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>22.00</b>	<b>17.00</b>	<b>17.00</b>
EE1	22.10	22.05	22.06	22.05	22.14	16.13	16.12
EE5	22.12	22.04	22.09	22.15	22.08	15.85	16.00
EE3	22.20	22.10	22.10	22.08	22.12	15.91	15.90
EE4	22.07	22.06	21.90	22.20	22.11	16.00	15.98
EE2	21.96	22.11	22.15	22.03	22.13	15.74	15.95
EE7	22.10	21.98	22.19	21.87	22.13	15.94	16.07
EE6	22.14	22.11	22.10	22.02	22.12	15.93	16.70
Ensaio	twc	wcf	dh				
<b>nominal</b>	<b>10.00</b>	<b>240.00</b>	<b>240.00</b>				
EE1	10.23	240.64	241.65				
EE5	9.90	241.83	240.00				
EE3	9.60	240.96	239.78				
EE4	9.70	240.89	239.53				
EE2	9.70	240.90	240.73				
EE7	9.80	240.82	239.28				
EE6	9.90	240.92	241.72				