# Ligações Viga x Coluna

# 2.1 Introdução

As ligações estruturais em aço, conforme mencionado no capítulo anterior, são usualmente projetadas como rígidas ou simplesmente flexíveis. A primeira hipótese implica que não ocorra nenhuma rotação entre os membros conectados, ou seja, em qualquer ligação viga-coluna, a distribuição de momentos fletores ocorre de acordo com a rigidez a flexão destes membros. De forma recíproca, ao considerar que as ligações são flexíveis, admite-se que a rotação relativa na extremidade da viga é livre, isto é, o momento fletor na extremidade da viga é zero. Entretanto, sabe-se que todas as ligações, apesar de serem classificadas como rígidas, permitem uma certa deformação por flexão. Já as ligações consideradas flexíveis, possuem um certo grau de restrição desta rotação [38].

A caracterização da resistência destas ligações é representada, basicamente, pela curva momento *versus* rotação das mesmas, que é um dos dados mais importantes para o projeto e análise de pórticos semi-rígidos. Todavia, nesta análise, é necessário que as ligações sejam modeladas com bastante precisão sendo extremamente importante conhecer-se o seu real comportamento.

A melhor forma de se obter o real comportamento destas ligações é através de ensaios experimentais realizados em laboratório. Entretanto, o elevado custo destes ensaios e a dificuldade de medição dos resultados experimentais, faz com que esta não seja uma técnica adotada correntemente na prática, limitando-se muitas vezes a propósitos de investigação. Por outro lado, é através destes ensaios que se torna possível calibrar os diversos modelos existentes para avaliação do comportamento da ligação a partir das suas propriedades mecânicas e geométricas.

Na análise estrutural, uma ligação pode ser representada por uma mola rotacional que faz a ligação entre as linhas médias dos membros que chegam

em um nó da estrutura conforme é apresentado na Figura 2.1 (a) e (b). O projeto de uma ligação deve definir três propriedades básicas:

- momento resistente, M<sub>j,Rd</sub>;
- rigidez inicial rotacional, S<sub>j,ini</sub>;
- capacidade de rotação, φ<sub>Cd</sub>.



Figura 2.1 – Propriedades para dimensionamento de uma ligação [8,9]

O nível de sofisticação na modelagem do comportamento das ligações viga-coluna depende do tipo de análise estrutural global a ser executada. A curva momento *versus* rotação de uma ligação, usada na análise global de uma estrutura, pode ser simplificada adotando-se uma curva aproximada adequada, incluindo as aproximações lineares (por exemplo, bi-linear ou tri-linear), desde que esta esteja abaixo da curva real da ligação.

Dentre os tipos de análise a serem realizados em uma estrutura, pode-se citar: análise global elástica, análise global rígido-plástica e análise global elastoplástica. Para uma análise global elástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua rigidez inicial rotacional,  $S_{j,ini}$ . Neste tipo de análise, a rigidez rotacional pode ser simplificada por  $S_{j,ini} / \eta$ , onde  $\eta$  pode ser obtido na Tabela 2.1.

Tipo de ligação	Ligações Viga-Coluna	Outros tipos de ligações
Soldadas	2	3
Placa de Extremidade Aparafusada	2	3
Cantoneiras Aparafusadas	2	3,5
Placas de base	-	3

Tabela 2.1 – Coeficiente de modificação de rigidez η [8,9]

Sendo assim, para se classificar as ligações de acordo com a rigidez inicial das mesmas, deve-se observar os limites apresentados na Figura 2.2.



Figura 2.2 – Classificação das ligações de acordo com a rigidez inicial [8,9]

Para uma análise global rígido-plástica, as ligações devem ser classificadas de acordo com sua resistência ao momento fletor. Já para uma análise elasto-plástica, as ligações devem ser classificadas tanto pela rigidez rotacional quanto pela resistência ao momento fletor. Estes tipos de análise serão abordados novamente no capítulo seis que trata do modelo mecânico proposto.

Os métodos para predição do comportamento de ligações viga-coluna podem ser divididos em cinco diferentes categorias: modelos empíricos, modelos analíticos, modelos mecânicos, modelos de elementos finitos e ensaios experimentais. Dentre os métodos citados acima, os modelos mecânicos são os mais utilizados atualmente.

Os modelos mecânicos, geralmente conhecidos como modelos de molas, são baseados na simulação da ligação através da utilização de um conjunto de componentes rígidos e flexíveis. A não-linearidade destes elementos é obtida por meio de leis constitutivas inelásticas adotadas para cada um dos elementos de mola.

A primeira diferença entre os modelos analíticos e mecânicos é que, nos modelos analíticos, as componentes da ligação são caracterizadas através de sua rigidez e resistência derivadas de conceitos básicos da análise estrutural elástica e estados limites, respectivamente. Por outro lado, os modelos mecânicos também utilizam valores de rigidez e resistência para a caracterização das ligações obtidas através de relações empíricas.

A segunda, e provavelmente, mais importante diferença é que, nos modelos analíticos, a atenção é focada na predição da rigidez e do momento resistente da ligação enquanto que nos modelos mecânicos, pretende-se obter também a curva momento *versus* rotação da ligação.

Os modelos mecânicos têm sido desenvolvidos nos últimos vinte anos por vários pesquisadores, tais como Wales e Rossow [39], Chmielowiec and Richard [40], Tschemmernegg e Humer [41,42], Silva e Coelho [43], Silva *et al.* [44] e finalmente, Jaspart [45]. Estes modelos mecânicos são apropriados para se caracterizar a ligação desde que se tenha conhecimento das leis constitutivas de cada mola. Estas leis podem ser obtidas através de ensaios experimentais ou por meios analíticos.

O primeiro passo para o desenvolvimento de um modelo mecânico de uma ligação viga-coluna é a identificação das componentes presentes na mesma. Estas representam as trajetórias de deformação existentes e os possíveis modos de ruptura da ligação. A componente referente às soldas é muito limitada no que diz respeito às deformações exibindo então, um modo de ruptura frágil. Por esta razão, as soldas não contribuem para a rigidez rotacional da ligação e sua ruptura deve ser absolutamente evitada, não sendo portanto, considerada como uma componente da ligação. Apenas sua resistência deve ser verificada. A seguir, apresenta-se o Método das Componentes por se tratar do modelo mecânico mais completo e utilizado no dimensionamento de ligações estruturais em aço presente no Eurocode 3 [8-9].

#### 2.2

#### Descrição do Método das Componentes

A obtenção da curva momento *versus* rotação de ligações viga-coluna de acordo com o Método das Componentes proposto pelo Eurocode 3 [8-9] requer a realização dos seguintes passos:

- identificação das componentes ativas da ligação viga-coluna a ser analisada;
- obtenção das curvas força *versus* deslocamento de cada uma destas componentes;
- associação das componentes em série e em paralelo para obtenção da curva momento versus rotação da ligação.

Até o presente momento, apenas três tipos de ligações viga-coluna são consideradas neste regulamento, ou seja, ligações completamente soldadas, ligações com placa de extremidade e finalmente, ligações com cantoneiras de topo e de apoio. Todavia, a aproximação feita por este método é suficientemente geral e permite que qualquer ligação viga-coluna seja decomposta em várias componentes relevantes ao seu dimensionamento. Adicionalmente, diferentes níveis de refinamento podem ser adotados na análise do comportamento da curva força *versus* deslocamento de cada componente. Como um exemplo, qualquer fenômeno significativo que afete o comportamento da componente até a ruptura, tal como protensão dos parafusos, encruamento e efeitos de membrana, podem ser incluídos. Esta consideração leva a modelos sofisticados que podem ser usados para fins científicos ou para se obter curvas momento *versus* rotação não-lineares para serem utilizadas em métodos avançados da análise estrutural.

Neste trabalho, serão abordados dois tipos de ligações aparafusadas. O primeiro com placa de extremidade ajustada à altura da viga e o segundo com placa de extremidade estendida, isto é, caracterizada pela presença de pelo menos uma linha de parafusos fora da região compreendida entre as mesas da viga. A apresentação do método será efetuada baseada nas ligações com placa de extremidade estendida tendo em vista que, as ligações com placa de extremidade ajustada, representam uma simplificação da primeira.

Na Figura 2.3 pode-se facilmente identificar quais são as componentes presentes numa ligação com placa de extremidade estendida diferenciadas por estarem na zona tracionada ou na zona comprimida. Estas componentes são descritas abaixo onde o número entre parêntesis corresponde a identificação da componente de acordo com a nomenclatura presente no Eurocode 3 [8-9].

Algumas destas componentes são dependentes do número de linhas de parafusos na zona tracionada e da posição de cada linha de parafusos. Neste caso: mesa da coluna à flexão, placa de extremidade à flexão, parafusos à tração, alma da coluna à tração e mesa da viga à tração. A contribuição destas componentes tem que ser avaliada considerando-se o comportamento de cada linha de parafusos individualmente, ou seja, independente de outras linhas de parafusos, e também como parte de um grupo, isto é, considerando a possível interação com outras linhas de parafusos.



Figura 2.3 – Componentes de uma ligação com placa de extremidade, [38]

Com referência à ligação em estudo, o modelo mecânico adotado é apresentado na Figura 2.4 onde as componentes que influenciam tanto a resistência à flexão da ligação como também a rigidez à rotação, são representadas por meio de molas elasto-plásticas.



Figura 2.4 – Modelo mecânico - ligação com placa de extremidade estendida

## 2.2.1 Resistência à Flexão de uma Ligação

A resistência à flexão da ligação será dada pela eq. 2.1,

$$M_{j,Rd} = \sum_{i=1}^{n_b} h_i \ F_{i,Rd}$$
 (2.1)

onde  $F_{i,Rd}$  é a resistência de cada linha de parafusos em tração;  $n_b$  é o número de linhas de parafusos da zona tracionada e  $h_i$  é a distância da linha de parafusos ao centro de compressão adotado, ou seja, a linha média da mesa comprimida da viga.

No processo de cálculo da resistência de cada uma das linhas de parafusos em tração, a primeira linha a ser considerada deverá ser aquela que estiver mais distante do centro de compressão da ligação.

#### 2.2.2

#### Rigidez Inicial de uma Ligação

Com referência ao cálculo da rigidez inicial rotacional da ligação, o processo de cálculo proposto pelo Eurocode 3 é representado na Figura 2.5 onde pode-se observar que a resistência total da ligação é obtida combinando-se os valores de rigidez de cada uma das componentes, associadas em série e posteriormente, em paralelo.



Figura 2.5 – Procedimento para cálculo da rigidez rotacional

A rigidez da componente mesa da viga em compressão (k<sub>7</sub>) não é considerada no cálculo da rigidez inicial da ligação pois tem seu valor adotado igual a infinito.

O primeiro passo é calcular para cada linha de parafusos em tração, a rigidez efetiva das molas associadas em série, k<sub>eff,r</sub>, dada pela eq. 2.2,

$$k_{eff,r} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n_c} \frac{1}{k_{i,r}}}$$
 (2.2)

onde  $n_c$  é o número de componentes ativas em cada linha de parafusos e  $k_{i,r}$  é o valor de rigidez de cada uma das componentes.

Feito isto, torna-se necessário calcular a rigidez equivalente total das várias linhas de parafusos em tração, associadas em paralelo, através da eq. 2.3,

$$k_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} k_{eff,i} h_i}{z_{eq}}$$
 (2.3)

onde  $h_r$  é a distância entre a linha de parafusos i ao centro de compressão e  $z_{eq}$  é o braço de alavanca equivalente dado pela eq. 2.4.

$$z_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} k_{eff,i} h_i^2}{\sum_{i=1}^{n_b} k_{eff,i} h_i}$$
(2.4)

Finalmente, a rigidez inicial rotacional S<sub>j,ini</sub> será calculada pela eq. 2.5,

$$S_{j,ini} = \frac{E z^2}{\mu \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_{eq}}\right)}$$
(2.5)

onde E é o módulo de elasticidade do aço,  $k_1 e k_2$  são os valores calculados para a rigidez das componentes 1 e 2, respectivamente, z é o braço de alavanca a ser

considerado (ver Figura 2.6) e  $\mu$  é uma razão entre rijezas (S<sub>j,ini</sub> / S<sub>j</sub>) obtido através da eq. 2.6.

$$\begin{cases} se M_{j,Sd} \leq \frac{2}{3}M_{j,Rd} \rightarrow \mu = 1 \\ se \frac{2}{3}M_{j,Rd} < M_{j,Sd} \leq M_{j,Rd} \rightarrow \mu = \left(\frac{1,5M_{j,Sd}}{M_{j,Rd}}\right)^{2,7} \end{cases} (2.6)$$



Figura 2.6 – Centro de compressão e braço de alavanca z

A seguir, apresenta-se a formulação necessária para o cálculo da resistência e da rigidez de cada uma das componentes ativas em uma ligação com placa de extremidade estendida.

#### 2.3

#### **Dimensionamento das Componentes**

De acordo com o Eurocode 3, a formulação apresentada a seguir somente se aplica se o esforço axial nos membros que compõem a ligação for inferior a 5% da resistência plástica dos mesmos. Considera-se também, que a alma da coluna não possui enrijecedores.

#### 2.3.1

#### Componente 1 – Alma da coluna ao corte

O dimensionamento desta componente somente será válido se  $d/t_w \le 69\epsilon$  onde  $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ . A resistência ao corte da alma do pilar será dada pela eq. 2.7,

$$V_{wp,Rd} = \frac{0.9 f_{y,wc} A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$
(2.7)

onde  $f_{y,wc}$  é a tensão limite de escoamento da alma da coluna;  $\gamma_{M0}$  é o coeficiente de resistência referente a resistência da seção transversal tomado igual a 1,0 e  $A_{vc}$  é a área de corte da alma da coluna, eq. 2.8.

$$A_{vc} = A - 2b_{fc} t_{fc} + (t_{wc} + 2r_c) t_{fc}$$
 (2.8)

onde *A* é a área total da seção transversal do perfil da coluna;  $b_{fc}$  é a largura da mesa da coluna;  $t_{wc}$  é a espessura da alma da coluna;  $r_c$  é o raio de concordância e  $t_{fc}$  é a espessura da mesa.

O coeficiente de rigidez do painel de alma da coluna, não enrijecido, submetido ao corte é dado pela eq. 2.9,

$$k_1 = \frac{0,38 \,A_{vc}}{\beta \,z} \tag{2.9}$$

onde  $A_{vc}$  foi definida acima;  $\beta$  é um parâmetro de transformação de acordo com o tipo de ligação, que pode ser obtido na Tabela 2.2 e z é a altura da alma submetida ao cisalhamento descontando-se as mesas e os raios de concordância.

Tipo de ligação	Tipo de carregamento	β
M <sub>b1,Sd</sub> M <sub>b1,Sd</sub>	M <sub>b1,Sd</sub>	β≈1
	$M_{b1,Sd} = M_{b2,Sd}$	$\beta = 0$
M <sub>b2,Sd</sub> M <sub>b1,Sd</sub> M <sub>b2,Sd</sub> M <sub>b1,Sd</sub>	$M_{b1,Sd}  /  M_{b2,Sd} > 0$	$\beta \approx 1$
	$M_{b1,Sd} / M_{b2,Sd} < 0$	$\beta \approx 2$
	$M_{b1,Sd} + M_{b2,Sd} = 0$	β≈ <b>2</b>

Tabela 2.2 – Valores aproximados para o parâmetro de transformação β

### 2.3.2 Componente 2 – Alma da coluna à compressão

A alma da coluna está sujeita a forças concentradas transmitidas pela mesa da viga. Estas forças produzem tensões normais horizontais que interagem com as tensões cisalhantes na zona do painel e com as tensões normais verticais devido à carga axial e ao momento fletor atuantes na extremidade da coluna, Figura 2.7.



Figura 2.7 – Tensões normais e cisalhantes na zona comprimida da alma da coluna

Conseqüentemente, a resistência do painel de alma da coluna submetido à compressão depende não apenas da força que é distribuída, através da placa de extremidade e da mesa da coluna, pela mesa comprimida da viga, mas também, pela interação entre as tensões localizadas. Sendo assim, a resistência do painel de alma da coluna sujeito à compressão será obtida através da eq. 2.10 e devem ser observadas as propriedades geométricas apresentadas na Figura 2.8.



Figura 2.8 – Propriedades geométricas da componente alma da coluna em compressão

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{\omega \ k_{wc} \ b_{eff,c,wc} \ t_{wc} \ f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \Leftrightarrow F_{c,wc,Rd} \le \frac{\omega \ k_{wc} \ \rho \ b_{eff,c,wc} \ t_{wc} \ f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \quad (\ 2.10 \ )$$

onde  $\omega$  é um fator de redução que leva em consideração os possíveis efeitos de interação com o corte no painel da alma da coluna e cujos valores são apresentados na Tabela 2.3,  $t_{wc}$  é a espessura da alma da coluna,  $f_{y,wc}$  é a tensão de escoamento da alma da coluna,  $\gamma_{M1}$  é um coeficiente de segurança correspondente a flambagem da placa, adotado igual a 1,1 e  $b_{eff,c,wc}$  a largura efetiva da alma da coluna à compressão obtida pela eq. 2.11, considerando-se uma ligação com placa de extremidade aparafusada cuja coluna é constituída por um perfil laminado.

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2} a_b + 5(t_{fc} + r_c) + s_p$$
 (2.11)

onde  $s_p$  é o comprimento obtido pela dispersão à 45° através da placa de extremidade (no mínimo igual a  $t_p$  e no máximo igual a  $2t_p$ ) e  $\rho$  é o fator de redução devido à flambagem da placa, eq. 2.12,

$$\begin{array}{ll} \mbox{se }\lambda_p \leq \mbox{ }0,72 & \rho = 1,0 \\ \\ \mbox{se }\overline{\lambda}_p > \mbox{ }0,72 & \rho = \frac{(\overline{\lambda}_p - 0,2)}{\overline{\lambda}_p^2} \end{array} \tag{2.12}$$

onde  $\overline{\lambda}_{p}\,$  é a esbeltez da placa dada pela eq. 2.13,

$$\overline{\lambda}_{p} = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} d_{wc} f_{y,wc}}{E t_{wc}^{2}}}$$
 (2.13)

onde  $d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c)$  para perfis laminados;  $k_{wc}$  é um fator de correção que deve ser utilizado sempre que a máxima tensão longitudinal de compressão na alma, devido ao esforço axial ou momento fletor, exceda 0,7  $f_{y,wc}$  (adjacente ao raio de concordância para perfis laminados, eq. 2.14<sup>1</sup>,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Geralmente, o fator de redução  $k_{wc}$  é igual a 1 e nenhuma redução é necessária. Este fator pode ser omitido em cálculos preliminares quando a tensão longitudinal não é conhecida para ser verificado posteriormente.

se 
$$\sigma_{com,Ed} \le 0.7 f_{y,wc}$$
  $k_{wc} = 1.0$   
se  $\sigma_{com,Ed} > 0.7 f_{y,wc}$   $k_{wc} = 1.7 - \frac{\sigma_{com,Ed}}{f_{y,wc}}$  (2.14)

onde  $\,\sigma_{\text{com,Ed}}\,$  é máxima tensão longitudinal de compressão.

#### Tabela 2.3 – Parâmetro de redução ω

Parâmetro de transformação β	Parâmetro de redução ω
$0 \le eta \le 0,5$	ω = 1
0,5 < β < 1	$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + 2 \left( 1 - \beta \right) \left( 1 - \boldsymbol{\omega}_1 \right)$
$\beta = 1$	$\omega = \omega_1$
1<β<2	$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + 2 \left(\beta - 1\right) \left(\boldsymbol{\omega}_2 - \boldsymbol{\omega}_1\right)$
$\beta = 2$	$\omega = \omega_2$
$\omega_{1} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1.3\left(\frac{b_{eff,c,wc} t_{wc}}{A_{vc}}\right)^{2}}}$	$\omega_{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + 5.2 \left(\frac{b_{\text{eff,c,wc}} t_{\text{wc}}}{A_{\text{vc}}}\right)^{2}}}$

onde  $A_{vc}$  e  $\beta$  conforme definições anteriores.

A eq. 2.15, apresenta o coeficiente de rigidez para a componente alma da coluna, não enrijecida, submetida à compressão.

$$k_{2} = \frac{0.7 b_{\text{eff,c,wc}} t_{\text{wc}}}{d_{c}}$$
 (2.15)

#### 2.3.3

#### Componente 3 – Alma da coluna à tração

Considerando-se a zona tracionada do painel de alma da coluna onde a força concentrada devido à mesa tracionada da viga é aplicada, a distribuição de tensões locais é similar ao caso da componente anterior. Portanto, de forma recíproca, a resistência da alma da coluna submetida à tração pode ser calculada com a eq. 2.16,

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{\omega b_{eff,t,wc} t_{wc} f_{y,wc}}{\gamma_{M0}}$$
(2.16)

onde  $b_{eff,t,wc}$  é a largura efetiva da alma da coluna à tração e deve ser igual ao

comprimento efetivo do T-stub, representando a mesa da coluna, descrito a seguir no §2.3.4 e obtido na Tabela 2.4 e  $\omega$  é obtido na Tabela 2.3 substituindo-se b<sub>eff,c,wc</sub> por b<sub>eff,t,wc</sub>.

O coeficiente de rigidez para a componente alma da coluna, não enrijecida, submetida à tração é obtido através da eq. 2.17,

$$k_{3} = \frac{0.7 \, b_{\text{eff,t,wc}} \, t_{\text{wc}}}{d_{\text{c}}} \tag{2.17}$$

#### 2.3.4

#### Componente 4 – Mesa da coluna à flexão

O comportamento da componente mesa da coluna sujeita à flexão pode ser avaliado de forma equivalente ao de um *"T-stub"* aparafusado. A resistência axial deste *"T-stub"* aparafusado pode ser calculada considerando-se três diferentes tipos de mecanismos, ou seja, modos 1, 2 e 3 respectivamente, Figura 2.9.

No caso de perfis cujas mesas têm espessura reduzida, ocorre o completo escoamento desta mesa sem que ocorra a ruptura dos parafusos (modo 1). Neste caso, o mecanismo de colapso é caracterizado pela formação de quatro rótulas plásticas, duas localizadas no eixo dos parafusos devido ao momento fletor provocado pelas forças de alavanca e as outras duas, localizadas no início do raio de concordância do perfil, na ligação entre a alma e a mesa do *"T-stub"*. Neste caso, para cada linha de parafusos, calcula-se a força usando-se a eq. 2.18. Alguns dos parâmetros geométricos necessários são apresentados na Figura 2.10.



Figura 2.9 – Modos de ruptura de um T-stub aparafusado

$$F_{T,1,Rd} = \frac{4 M_{pl,1,Rd}}{m}$$
(2.18)

onde  $M_{pl,1,Rd}$  é obtido através da eq. 2.19 e m é definido na Figura 2.10,

$$M_{pl,1,Rd} = \frac{0.25 \, I_{eff,1} \, t_{fc}^2 \, f_{y,fc}}{\gamma_{M0}}$$
(2.19)

onde  $I_{eff,1}$  obtido na Tabela 2.4;  $t_{fc}$  é a espessura da mesa do T-stub e  $f_{y,fc}$  é a tensão de escoamento da mesa da coluna.



Figura 2.10 – Definição de parâmetros geométricos – componente 4

As expressões para cálculo da largura efetiva consideram as diferentes posições de formação das rótulas plásticas. Em particular, no caso do colapso ser caracterizado pelo modo 1, a largura efetiva é dada pelo valor mínimo entre o calculado para formas circulares e para outras formas. Reciprocamente, para o modo 2, a largura efetiva correspondente às formas não circulares deve ser adotada. Na Tabela 2.4, as expressões para cálculo destes comprimentos efetivos, para ambos os casos (formas circulares e outras formas) são apresentadas, de acordo com a posição de cada linha de parafusos. Os parâmetros geométricos definidos na Figura 2.10 devem ser considerados.



Figura 2.11 – Modelos de linhas de ruptura para grupos de linhas de parafusos

Quando uma ligação possuir mais do que uma linha de parafusos em tração, três casos possíveis devem ser avaliados, Figura 2.11. No primeiro caso, as linhas de ruptura desenvolvem-se separadamente para cada linha de parafusos. No segundo, quando somente algumas linhas de parafusos constituem um grupo. E no terceiro, o grupo de parafusos formado por todas as linhas de parafusos em tração. Para cada linha de parafusos, deve-se considerar sua contribuição individual e em grupo.

Localização da	Linha de parafusos considerada individualmente			
	Formas circulares	Outras formas		
linna de paratusos	I <sub>eff,cp</sub>	I <sub>eff,nc</sub>		
Linha interna	2πm	4m + 1,25 e		
	O menor de	O menor de		
Linha externa	∫2πm	∫4m + 1,25 e		
	$\int \pi m + 2e_1$	$2m + 0,625 e + e_1$		
Modo 1	$I_{eff,1} = I_{eff,nc} \ mas \ I_{eff,1} \leq I_{eff,cp}$			
Modo 2	I <sub>eff,2</sub> = I <sub>eff,nc</sub>			
1 l'	Linha de parafusos considerada como parte de um			
Localização da	grupo de linhas de parafusos			
linha de parafusos	Formas circulares	Outras formas		
	I <sub>eff,cp</sub>	I <sub>eff,nc</sub>		
Linha interna	2р	р		
	O menor de	O menor de		
Linha externa	$\int \pi m + p$	$\int 2m + 0,625 \ e + 0,5p$		
	$2e_1 + p$	(e <sub>1</sub> + 0,5p		
Modo 1	$\sum I_{eff,1} = \sum I_{eff,nc} \ mas \sum I_{eff,1} \le \sum I_{eff,cp}$			
Modo 2	$\sum I_{eff,2} = \sum I_{eff,nc}$			

Tabela 2.4 – Comprimentos efetivos de um T-stub, componente 4

Para o modo 2, o colapso ocorre pela formação de duas rótulas plásticas localizadas nas seções correspondentes à ligação entre a mesa e a alma do T-stub e pela ruptura dos parafusos. Neste caso, as forças do efeito de alavanca tornam-se maiores provocando um aumento nas forças existentes nos parafusos que podem ocasionar a ruptura dos mesmos antes que as mesas atinjam completamente o escoamento nas seções correspondentes aos eixos dos parafusos. Logo, a eq. 2.20 deve ser utilizada.

$$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n\sum B_{t,Rd}}{m+n}$$
(2.20)

onde  $M_{pl,2,Rd}$  é obtido através da eq. 2.21, m e n (igual a  $e_{min}$ ) são definidos na

Figura 2.10 e  $B_{t,Rd}$  é a resistência a tração de um parafuso individualmente (a ser definida posteriormente).

$$M_{pl,2,Rd} = \frac{0.25 \, I_{eff,2} \, t_f^2 \, f_y}{\gamma_{M0}}$$
 (2.21)

onde I<sub>eff.2</sub> é obtido na Tabela 2.4.

Entretanto, para perfis onde a espessura da mesa é ainda maior, o modo 3 pode provocar o colapso, ou seja, ruptura dos parafusos. Neste caso, a resistência à tração dos parafusos irá controlar o dimensionamento, eq. 2.22.

$$F_{T,3,Rd} = \sum B_{t,Rd}$$
 (2.22)

A parcela de rigidez referente a esta componente é dada pela eq. 2.23.

$$k_4 = \frac{0.9 \, I_{eff} \, t_{fc}^3}{m^3} \tag{2.23}$$

onde I<sub>eff</sub> é o menor comprimento efetivo (tomado individualmente ou como parte de um grupo) para a linha de parafusos a ser avaliada apresentado na Tabela 2.4 e m é definido na Figura 2.10.

#### 2.3.5

#### Componente 5 – Placa de extremidade à flexão

Conforme apresentado anteriormente, esta componente também pode ser avaliada considerando-se a formulação do *"T-Stub"* aparafusado. Sendo assim, os valores de resistência são calculados com as mesmas expressões da componente anterior, obedecendo-se os mesmos critérios. Porém, devem ser observadas as definições geométricas apresentadas na Figura 2.12. Nesta figura, pode-se perceber também que os grupos de linhas de parafusos de cada lado da placa de extremidade são tratados como *"T-Stubs"* equivalentes separados. Em placas de extremidade estendidas, a linha de parafusos localizada na parte estendida também deverá ser tratada como um *"T-Stub"* equivalente separado. A resistência e os modos de ruptura também devem ser determinados separadamente, para cada um dos T-stubs.



Figura 2.12 – Definição de parâmetros geométricos – componente 5

	Linha de parafusos considerada individualmente		
Localização da linha de parafusos	Formas circulares	Outras formas	
	I <sub>eff,cp</sub>	I <sub>eff,nc</sub>	
	O menor de	O menor de	
		(4m <sub>x</sub> + 1,25e <sub>x</sub>	
Linha acima da mesa	[2πm <sub>x</sub>	$e + 2m_{y} + 0.625e_{y}$	
tracionada da viga	$\begin{cases} \pi m_x + 2e \end{cases}$	0.5b	
	$\left(\pi m_{x} + w\right)$	$0.5w + 2m_{y} + 0.625e_{y}$	
Brimaira linha abaiya da		(0,000 ·x · 0,0_00 x	
mesa tracionada da viga	2πm	αm	
Outra linha intermediária	2πm	4m + 1 25e	
Linha na extremidade	2πm	4m + 1.25e	
Modo 1	$ _{444} =  _{4$		
Modo 2	leff,2 = leff,nc		
	Linha de parafusos considerada como parte de		
Localização da linha de	um grupo		
parafusos	Formas circulares		
	l <sub>eff,cp</sub>	leff,nc	
Linha acima da mesa	_	_	
tracionada da viga		_	
Primeira linha abaixo da	π <b>m</b> + p	$0.5p + \alpha m - (2m + 0.625e)$	
mesa tracionada da viga			
Outra linha intermediaria	2р	p	
Linha na extremidade	π <b>m</b> + p	2m + 0,625e + 0,5p	
Modo 1	$\sum I_{eff,1} = \sum I_{eff,nc} mas \sum I_{eff,1} \le \sum I_{eff,cp}$		
Modo 2	$\sum I_{eff,2} = \sum I_{eff,nc}$		

Tabela 2.5 – Comprimentos efetivos de um T-stub, componente 5

onde  $\alpha$  é obtido com o auxílio das curvas apresentadas na Figura 2.13.

Os comprimentos efetivos serão calculados conforme as expressões apresentadas na Tabela 2.5. Torna-se necessária também a definição de dois coeficientes,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , equações 2.24 e 2.25, respectivamente. Nestas duas equações, os parâmetros e, m<sub>1</sub> e m<sub>2</sub> são mostrados na Figura 2.13.





Figura 2.13 – Curvas para obtenção do coeficiente α (Eurocode 3)

Através da eq. 2.26, obtém-se a parcela de rigidez referente à componente placa de extremidade submetida à flexão.

$$k_{5} = \frac{0.9 \, I_{\text{eff}} \, t_{p}^{3}}{m^{3}} \tag{2.26}$$

onde I<sub>eff</sub> é o menor comprimento efetivo (tomado individualmente ou como parte de um grupo) para a linha de parafusos a ser avaliada apresentado na Tabela 2.5 e m é definido na Figura 2.12.

# Componente 7 – Mesa da viga à compressão

O modelo mecânico apresentado na Figura 2.4 é direcionado para a obtenção da curva momento *versus* rotação de uma ligação viga-coluna. De fato, a componente mesa da viga à compressão atua como sendo uma limitação da resistência da ligação viga-coluna, não podendo ser maior que a resistência de projeto da viga. Isto significa que a máxima resistência da mesa da viga à compressão será dada pela eq. 2.27.

$$F_{c,fb,Rd} = \frac{M_{c,Rd}}{(h - t_{fb})}$$
(2.27)

onde  $M_{c,Rd}$  é o momento resistente da seção transversal, calculado utilizando-se a eq. 2.28; h é a altura total da viga e t <sub>fb</sub> é a espessura da mesa da viga.

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$
 (2.28)

onde  $W_{pl}$  é o módulo plástico da seção;  $f_y$  é a tensão de escoamento e  $\gamma_{M0}$  é um coeficiente de resistência .

Para as componentes mesa da viga à compressão (7) e alma da viga à tração (8), o valor da rigidez deve ser tomado igual a infinito, ou seja, considerase que estas componentes possuem um comportamento rígido-plástico. Sendo assim, não é necessário considerar estas duas componentes no cálculo da rigidez global rotacional da ligação.

#### 2.3.7

#### Componente 8 – Alma da viga à tração

A resistência desta componente é determinada com base nas considerações feitas para a componente alma da coluna à tração. Logo, levando-se em conta as propriedades geométricas e mecânicas da viga, a eq. 2.29 deve ser adotada. A largura efetiva b<sub>eff.t,wb</sub> da alma da viga à tração

deve ser igual ao comprimento efetivo do *"T-stub"* calculado para a componente placa de extremidade à flexão.

$$F_{t,wb,Rd} = \frac{b_{eff,t,wb} \ t_{wb} \ f_{y,wb}}{\gamma_{M0}} \tag{2.29}$$

onde  $t_{wb}$  e  $f_{y,wb}$  são, respectivamente, a espessura e a tensão limite de escoamento da alma da viga.

#### 2.3.8

#### Componente 10 – Parafusos à tração

A resistência de um parafuso à tração é dada pela eq. 2.30,

$$F_{t,Rd} = \frac{0.6 f_{ub} A_0}{\gamma_{M2}}$$
(2.30)

onde  $f_{ub}$  é a tensão última do parafuso;  $A_0$  é a área da seção do parafuso e  $\gamma_{M2}$  é um coeficiente de resistência tomado igual a 1,25.

Finalmente, pela eq. 2.31, obtém-se a parcela de rigidez da componente referente aos parafusos em tração.

$$k_{10} = \frac{1.6 A_0}{L_b}$$
 (2.31)

onde  $L_b$  é tomado igual a espessura das chapas a serem ligadas mais as arruelas e metade da espessura da cabeça e da porca do parafuso.

#### 2.4

#### Combinação entre Esforço Axial e Momento Fletor

De acordo com a formulação apresentada acima, pode-se verificar que nas ligações onde existe esforço axial de tração ou compressão atuando juntamente com o momento fletor, as componentes tendem a ter seu comportamento individual afetado, modificando assim, o comportamento global desta ligação. Isto ocorre porque o esforço axial pode provocar um alívio em determinadas componentes ou aumentar a carga de outras.

A seguir, são apresentados alguns trabalhos realizados nesta área, porém, sem comparação com resultados obtidos experimentalmente.

#### 2.4.1

#### Pesquisas de Laurent Finet [10]

F. Laurent desenvolveu um *software* para dimensionamento de ligações sujeitas à esforços axiais e momento fletor, baseado em um modelo mecânico representado na Figura 2.14. Neste trabalho, foram respeitadas as seguintes condições:

- cada uma das componentes é representada por uma mola unidirecional obedecendo-se as regras propostas pelo Eurocode 3;
- o comportamento das componentes é não-linear a fim de se caracterizar a curva momento versus rotação real das ligações;
- as forças internas atuantes na ligação são equilibradas com as forças externas;
- a resistência de uma determinada componente não pode ser ultrapassada;
- a capacidade última de deformação de uma dada componente não pode ser atingida.



Figura 2.14 – Modelo mecânico proposto por Finet [10]

Porém, neste trabalho, não foi apresentada nenhuma aplicação do modelo proposto, limitando-se a tecer alguns comentários sobre como caracterizar melhor o comportamento global das ligações através do modelo mecânico.

# Pesquisas de J. P. Jaspart [6]

Jaspart, em sua tese de "agregação", ampliou o campo de utilização do software desenvolvido inicialmente por Finet, para ligações com várias linhas de parafusos em tração, levando-se em consideração o efeito de grupo entre estas diversas linhas de parafusos. Este efeito é extremamente complexo tendo em vista que, nos modelos mecânicos propostos, estas componentes são consideradas desacopladas.

#### 2.4.3

#### Pesquisas de Frederic Cerfontaine [11]

F. Cerfontaine desenvolveu um modelo analítico baseado no método das componentes onde isolou a componente do painel de alma da coluna submetido ao cisalhamento. Este modelo será melhor detalhado no Anexo A por se tratar do único existente até o presente momento que caracteriza o comportamento global das ligações submetidas a momento fletor e esforço axial. Aqui neste parágrafo, serão apresentados apenas alguns comentários sobre este modelo. E para um melhor entendimento deste, apresenta-se no Anexo B, um exemplo completo para uma ligação com placa de extremidade estendida com cinco linhas de parafusos.

#### 2.4.3.1

#### Diagrama de Interação

Inicialmente, um diagrama de interação - momento fletor versus esforço axial – de uma ligação aparafusada é proposto. Este diagrama define uma curva dentro da gual deve estar o par momento fletor – esforço axial aplicado à ligação de forma que esta não atinja a ruína. Obviamente que, se este par estiver fora da região delimitada por esta curva, a ligação não pode resistir aos esforços aplicados. A Figura 2.15 apresenta um exemplo de um diagrama de interação para uma ligação aparafusada com placa de extremidade estendida com cinco linhas de parafusos onde os sentidos indicados para o momento fletor e o esforço axial na ligação são considerados positivos.

Esta curva de interação pode ser definida analiticamente para qualquer ligação aparafusada, sendo caracterizada por N linhas de parafusos e duas

linhas em compressão (uma superior, na direção da mesa superior da viga e outra inferior) resultando em n = N + 2 linhas no total. As linhas de parafusos só podem trabalhar em tração, ou seja, a resistência das mesmas deve ser sempre maior ou igual a zero. De forma análoga, o esforço nas linhas em compressão deve ser menor ou igual a zero.



Figura 2.15 – Diagrama de interação de uma ligação com placa de extremidade estendida

Neste modelo, assume-se que todas as linhas e, conseqüentemente, todas as componentes possuem ductilidade infinita. Como apenas o comportamento na ruína é colocado em evidência aqui e considerando-se a hipótese de comportamento dúctil, uma análise perfeitamente plástica da ligação, baseada na aplicação do teorema estático [10] pode ser considerada, ou seja, deve-se encontrar uma distribuição de esforços internos que esteja em equilíbrio com os esforços externos, satisfazendo-se os critérios de ruína.

A determinação da resistência, a partir do teorema estático, implica que a distribuição dos esforços encontrados na ruína satisfaça as equações de equilíbrio. Para uma ligação submetida a momento fletor M e esforço axial N, tem-se,

$$M = \sum_{i=1}^{n} h_{i} \cdot F_{i} \quad e \quad N = \sum_{i=1}^{n} F_{i}$$
 ( 2.32 )

onde F<sub>i</sub> representa a resistência da linha i e h<sub>i</sub> é o braço de alavanca desta linha. O ponto cujo braço de alavanca é nulo é o ponto onde aplicam-se os esforços M e N. O momento fletor e o esforço axial são relacionados entre si através de uma excentricidade dada por:

$$e = \frac{M}{N}$$
 (2.33)

Torna-se necessário então, estabelecer os critérios de resistência para as diferentes linhas de uma ligação, seguindo as recomendações propostas pelo Eurocode 3.

Conforme apresentado anteriormente, para se definir a rigidez de uma linha de parafusos, por exemplo, é importante conhecer o coeficiente de rigidez e o limite elástico das diferentes componentes consideradas no nível de cada linha. Logo, uma linha será representada por uma série de molas que representam cada uma das componentes, sendo a resistência desta igual a resistência da componente mais fraca desta linha. Vale ressaltar também que devem ser considerados os efeitos de grupo entre duas linhas de parafusos [m,p] fornecendo um valor de resistência de grupo  $F_{mp}^{Rd}$ . Portanto, torna-se interessante descrever os critérios de resistência que os esforços devem satisfazer, para todas as componentes:

$$\sum_{i=m}^{p} F_{i} \leq F_{mp}^{Rd\,\alpha} \qquad m=1,...,p \quad e \quad p=m,\,m+1,...,n \tag{2.34}$$

onde  $F_{mp}^{Rd\,\alpha}$  é a resistência de grupo incluindo as linhas m a p para a componente  $\alpha$ . Nos casos onde m é igual a p,  $F_{mp}^{Rd\,\alpha}$  nada mais é do que a resistência individual da linha m para a componente  $\alpha$ .

Este critério pode ser escrito para cada uma das componentes  $\alpha$  e podese perceber então que, esta componente  $\alpha$ , para a qual  $F_{mp}^{Rd\alpha}$  é mínima é que vai definir a resistência de grupo [m,p], sendo denominada  $F_{mp}^{Rd}$ . Esta situação é representada na Figura 2.16 para uma ligação com três linhas de parafusos numerados de 1 a 3. Esta representação omite as linhas em compressão (superior e inferior) pois estas não interagem com as linhas em tração, não intervindo na definição dos grupos.



Figura 2.16 – Interação entre três linhas de parafusos e definição de Fi<sup>Rd</sup>

Na verdade, o gráfico apresentado pode representar a interação entre três linhas de parafusos quaisquer numeradas r, s e t para uma ligação com n linhas. De fato, esta representação dos esforços nas três linhas é uma representação gráfica de um "*hiperplano*" particular definido pela eq. abaixo,

$$F_i = \alpha_i \text{ para } \forall i \ i \neq r, s, t$$
 (2.35)

Partindo das equações de equilíbrio e dos critérios de ruína, aos quais as linhas consideradas devem satisfazer, a aplicação passo a passo do teorema estático fornece o teorema apresentado a seguir:

"O critério de interação entre o momento fletor (*M*) e o esforço axial (*N*) na ruína é descrito por um conjunto de 2 n segmentos de reta paralelos 2 a 2, cuja inclinação é sucessivamente o braço de alavanca ( $h_k$ ) das n linhas e, ao longo destes segmentos, a força ( $F_k$ ) varia entre 0 e a máxima resistência da linha, definindo-se assim, dois pontos do segmento."

Conforme mencionado anteriormente, é apresentado no Anexo A uma descrição completa deste modelo.

# 2.4.4 Pesquisas de Luís Silva e Ana Coelho [12]

Silva e Coelho propuseram um modelo equivalente onde cada mola nãolinear foi substituída por duas molas elásticas equivalentes utilizando-se uma formulação de energia e uma análise de estabilidade pós-limite. Este modelo analítico foi aplicado a uma ligação soldada extraída do banco de dados SERICON II (Klein 105.010) [13] apresentada na Figura 2.17.



Figura 2.17 – Ligação viga-coluna soldada com respectivo modelo de molas [12]

Seguindo as recomendações existentes no Eurocode 3 [8-9], a ligação foi caracterizada através do modelo mecânico acima cujas molas têm o comportamento bi-linear apresentado e, posteriormente, substituído por um modelo elástico equivalente com quatro graus de liberdade conforme apresentado na Figura 2.18:

- q<sub>1</sub> = φ = rotação total da ligação;
- q<sub>2</sub> = rotação das barras rígidas de comprimento L<sub>c</sub> (mola comprimida);
- q<sub>3</sub> = rotação das barras rígidas de comprimento L<sub>t</sub> (mola tracionada);
- L<sub>1</sub> = ponto de aplicação do esforço axial.

Vale ressaltar que as duas molas da região em compressão são substituídas por uma única mola utilizando a equação para associação de molas em série apresentada anteriormente.



Figura 2.18 – Caracterização do comportamento das componentes [12]

A única comparação com resultado experimental realizada foi a curva momento versus rotação para a ligação submetida apenas a momento fletor que pode ser observada na Figura 2.22 apresentando resultados satisfatórios.



Figura 2.19 – Curva momento versus rotação – modelo e experimental

Finalmente, são apresentadas as curvas momento *versus* rotação para três níveis diferentes de esforço axial de compressão aplicado, iguais a 5, 10 e 20% da resistência plástica da viga, respectivamente - Figura 2.23.



Figura 2.20 – Curvas momento versus rotação com esforço axial de compressão

# 2.4.5 Pesquisas de Frantisek Wald [14,15]

Finalmente, Wald realizou alguns ensaios de ligações viga-coluna e ligações de emendas de vigas submetidas a esforços axiais de compressão e momento fletor. Na Figura 2.21, são apresentados os modos de ruína para cada tipo de ensaio. Pode-se perceber que para os ensaios de ligações viga-coluna com placa de extremidade, a ruptura ocorreu pela compressão da alma da coluna. Já para os ensaios de emendas de vigas, a ruptura ocorreu pela compressão da mesa da viga. A configuração dos ensaios com o sistema de aplicação de carga pode ser observado na Figura 2.22.



(a) placa de extremidade estendida



(b) emenda de vigas

Figura 2.21 – Ensaios realizados por Wald [14]



(a) placa de extremidade estendida (SN1000)



(b) emenda de vigas (NN1000)

Figura 2.22 – Configuração dos ensaios realizados por Wald [14]

É importante ressaltar que se deve distinguir entre carregamento proporcional e não-proporcional. Para o primeiro caso, a rigidez inicial é menor do que para o segundo. Isto ocorre devido a presença do esforço axial máximo que solicita a ligação desde o início do ensaio mantendo a placa de extremidade em contato com a mesa da coluna, mesmo para valores baixos de momento fletor onde apenas as componentes em compressão contribuem para a deformação da ligação. Um exemplo desta diferença pode ser observada na Figura 2.23.



Figura 2.23 – Curva de comparação entre tipos de carregamentos

## 2.4.5.1

#### Modelo de Cálculo Proposto

O modelo proposto para avaliação da resistência a flexão e a rigidez inicial da ligação leva em consideração a área das mesas da viga, negligenciando-se a parcela da alma da viga. Assume-se que as forças de compressão, F<sub>c.b.Rd</sub> e F<sub>ctl.Rd</sub>, atuam no centro de compressão situado na linha média da mesa comprimida da viga e a força de tração, F<sub>t.Rd</sub>, na linha de parafusos, Figura 2.24(a). No caso de existir duas ou mais linhas de parafusos, a resistência da zona tracionada é obtida através da força resultante destas linhas de parafusos, Figura 2.24(b). Para efeitos de simplificação, este modelo considera apenas o caso de carregamento proporcional.

Utilizando-se as equações de equilíbrio e observando-se a figura anterior, obtém-se as equações para o cálculo das forças de compressão e de tração, lembrando ainda que, a excentricidade e =  $M_{Sd} / N_{Sd} \le -z_c$ .

$$\frac{M_{Sd}}{z} + \frac{N_{Sd} \cdot z_{c}}{z} \le F_{t}$$
 (2.36)

$$\frac{M_{Sd}}{z} - \frac{N_{Sd} \cdot z_{t}}{z} \le -F_{c}$$
 (2.37)





Figura 2.24 – Consideração sobre a área efetiva das mesas comprimidas, Wald [14]

Como e =  $M_{Sd}$  /  $N_{Sd}$  =  $M_{Rd}$  /  $N_{Rd}$  que é igual a uma constante para carregamentos proporcionais, as duas equações anteriores podem ser reescritas e, assim, tem-se a equação para o momento fletor resistente da ligação, apresentada a seguir.

$$M_{Rd} = minimo\left\{\frac{F_{t} \cdot z}{\frac{z_{c}}{e} + 1}; \frac{F_{c} \cdot z}{1 - \frac{z_{t,l}}{e}}\right\}$$
(2.38)

Quando a excentricidade é maior do que o braço de alavanca da força de compressão, não há força de tração nas linhas de parafusos mas, ambas as partes da ligação encontram-se em compressão. Neste caso, a equação anterior precisa ser reescrita.

$$M_{Rd} = minimo \left\{ \frac{-F_{c.t} \cdot z}{\frac{z_{c.b}}{e} + 1}; \frac{-F_{c.b} \cdot z}{\frac{z_{c.t}}{e} - 1} \right\}$$
(2.39)

A rigidez rotacional da ligação é baseada na deformação das componentes conforme discutido nas seções anteriores. A deformação elástica das componentes em tração e em compressão, ver Figura 2.25, pode ser expressa como,

$$\delta_{t,l} = \frac{\frac{M_{Sd}}{z} + \frac{N_{Sd} \cdot z_{c}}{z}}{E \cdot k_{t}} = \frac{M_{Sd} + N_{Sd} \cdot z_{c}}{E \cdot z \cdot k_{t}}$$
(2.40)

$$\delta_{c.r} = \frac{\frac{M_{Sd}}{z} - \frac{N_{Sd} \cdot z_{t}}{z}}{E \cdot k_{c.r}} = \frac{M_{Sd} - N_{Sd} \cdot z_{t}}{k_{c}}$$
(2.41)



Figura 2.25 – Modelo mecânico da placa de extremidade, Wald [14]

E a rotação da ligação também é calculada considerando-se a deformação das componentes, eq. 2.42.

$$\phi = \frac{\delta_{t} + \delta_{c}}{z} = \frac{1}{E \cdot z^{2}} \left( \frac{M_{Sd} + N_{Sd} \cdot z_{c}}{k_{t}} + \frac{M_{Sd} - N_{Sd} \cdot z_{t}}{k_{c}} \right)$$
(2.42)

E para a rigidez inicial da ligação, tem-se,

$$S_{j,ini} = \frac{M_{Sd}}{M_{Sd} + N_{Sd} \cdot e_0} \cdot \frac{E \cdot z^2}{\left(\frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_t}\right)} = \frac{e}{e + e_0} \frac{E z^2}{\sum \frac{1}{k}}$$
(2.43)

onde a excentricidade e<sub>0</sub> é dada pela equação a seguir.

$$e_{0} = \frac{z_{c} \cdot k_{c} - z_{t} \cdot k_{t}}{k_{c} + k_{t}}$$
(2.44)

A parte não-linear da curva momento *versus* rotação pode ser modelada introduzindo-se um fator de forma  $\mu$ , que depende da razão  $\gamma$  que relaciona a forças atuantes na ligação.

$$\mu = (1,5\gamma)^{2,7} \ge 1$$
 (2.45)

Assumindo-se que os braços de alavanca  $z_t$  e  $z_c$  das forças de tração e compressão, respectivamente, são iguais a h/2, ou seja, metade da altura da viga considerada na ligação, o fator  $\gamma$  pode ser definido como:

$$\gamma = \frac{M_{Sd} + 0.5 \cdot h \cdot N_{Sd}}{M_{Rd} + 0.5 \cdot h \cdot N_{Rd}}$$
(2.46)

Substituindo o valor da excentricidade e, pode-se simplificar a equação anterior.

$$\gamma = \frac{e + \frac{h}{2}}{\left(\frac{M_{Rd}}{M_{Sd}}\right) \cdot e + \frac{h}{2}}$$
(2.47)

Finalmente, usado-se o fator µ descrito anteriormente, pode-se obter a curva momento *versus* rotação da ligação submetida a carregamento proporcional através da seguinte equação,

$$S_{j} = \frac{e}{e + e_{0}} \frac{E \cdot z^{2}}{\mu \sum \frac{1}{k}}$$
(2.48)

A Figura 2.26 apresenta as curvas momento *versus* rotação para os dois ensaios de ligações viga-coluna com placa de extremidade. Nestes ensaios SN, o número caracteriza a excentricidade aplicada entre M e N. Não se apresenta aqui a comparação entre os resultados experimentais e o modelo proposto tendo em vista que as curvas apresentadas abaixo, obtidas no referido artigo [14] que serviu de referência para esta análise e as existentes na página do autor na internet [16], são diferentes das apresentadas.



Figura 2.26 – Curvas momento versus rotação – ensaios SN, Wald [14]

Neste capítulo foram apresentadas algumas considerações sobre ligações viga-coluna, além do Método das Componentes utilizado nos códigos europeus para dimensionamento de ligações em estruturas de aço. Uma descrição dos trabalhos existentes na área de ligações viga-coluna submetidas a momento fletor e esforço axial também foi efetuada. O próximo capítulo conterá a descrição dos ensaios experimentais realizados.