4 Descrição do Modelo Computacional

4.1. Introdução

Os efeitos da exposição de folhelhos a fluidos salinos, observados em ensaios de laboratório, têm probabilidade de ocorrer também no poço. O modelo aqui apresentado foi desenvolvido para a geometria de poço, com o propósito de ilustrar as conseqüências na estabilidade.

Até hoje, vários modelos elastoplásticos têm sido desenvolvidos. Eles podem estar baseados em um ou dois (ou ainda mais) potenciais plásticos, podem ter leis de fluxo associadas ou não associadas, podem incluir endurecimento e/ou amolecimento. Em geral, os resultados obtidos não podem ser interpretados como ruptura da rocha, mas permitem representar melhor o seu comportamento. O desafio está na escolha apropriada tanto do modelo quanto dos dados para abastecê-lo pois a confiabilidade da análise de estabilidade está diretamente ligada ao modelo constitutivo do comportamento do material. No presente capítulo, são apresentados o modelo elastoplástico e a formulação utilizados neste trabalho.

4.2. Modelo Constitutivo

Os folhelhos, quando submetidos a altos níveis de tensões, podem sofrer deformações irreversíveis antes de alcançar a ruptura. Este comportamento é chamado de plástico e é geralmente modelado através de leis constitutivas elastoplásticas, cujas equações avaliam estas alterações do material.

As rochas normalmente contêm fissuras ou defeitos similares de vários tamanhos e diferentes orientações. O deslizamento das superfícies das fissuras, pela ação de uma tensão cisalhante (Figura 4. 1), traz como conseqüência a abertura delas e o aumento no volume do material, fenômeno conhecido como dilatância.



Figura 4. 1 – Deslizamento de fissuras em rocha (Vermeer & de Borst, 1984)

O comportamento de rochas em ensaios de compressão triaxial, é similar ao comportamento do concreto e das areias densas. Assumindo uma relação linear entre a expansão volumétrica e a deformação axial (Figura 4. 2), é possível o cálculo do ângulo de dilatância (ψ) por:

$$\Psi = sen - 1 \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{v}^{p}}{-2\dot{\varepsilon}_{l}^{p} + \dot{\varepsilon}_{v}^{p}} \right)$$
(4.1)

$$\dot{\mathcal{E}}_{v} = \dot{\mathcal{E}}_{1} + \dot{\mathcal{E}}_{2} + \dot{\mathcal{E}}_{3} \tag{4.2}$$

onde $\dot{\epsilon}_{\nu}^{p}$ é a derivada no tempo da expansão volumétrica plástica e $\dot{\epsilon}_{l}^{p}$ é a derivada no tempo da deformação axial plástica. Aplicando na eq. (4.1) valores das curvas de deformação axial-deformação volumétrica obtidas a partir de ensaios triaxiais em rochas, têm sido obtidos valores de ângulo de dilatância entre 12° e 20° e valores nulos para pressões confinantes extremamente altas.



Figura 4. 2 – Idealização bi-linear do ensaio triaxial (Vermeer & de Borst, 1984)

A plasticidade é aplicável para uma variedade de rochas, condições de tensão e temperatura limitadas. Quatro elementos compõem esta teoria:

- *Deformações plásticas*. A deformação total consiste de uma parcela elástica (recuperável) e uma parcela plástica (não recuperável):

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \tag{4.3}$$

- Superfície de escoamento. Define a superfície no espaço de tensões para a qual o fluxo plástico inicia.
- *Lei de fluxo*. Descreve o quanto as deformações plásticas se desenvolvem para um estado de tensões.
- *Lei de endurecimento*. Descreve como a função de escoamento é modificada durante o fluxo plástico.

A superficie de plastificação ou escoamento (denominada de f) é geralmente utilizada para diferenciar estados plásticos de estados elásticos. Para um estado de escoamento, o elemento precisa estar em um estado plástico (f = 0) e permanecer em um estado plástico ($\dot{f} = 0$), do contrário, a taxa de deformação plástica desaparece. Portanto,

$$\dot{\varepsilon}^{p} = 0$$
 para $f < 0$ ou $(f < 0 \text{ e} f = 0)$ (4.4)

do contrário ele está plastificando. A primeira condição refere-se a um elemento em estado plástico, enquanto a segunda condição está relacionada a um elemento que passa de um estado plástico para um estado elástico (descarregamento).



Figura 4.3 - Superfície de escoamento plástico com lei de fluxo associada

A função *f* pode ser descrita por:

$$f(\boldsymbol{\sigma}_{ii}, \boldsymbol{\varepsilon}_{ii}^{p}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \tag{4.5}$$

onde σ_{ij} representa o estado de tensão, ε_{ij}^{p} é o tensor das deformações plásticas e κ é um parâmetro de enrijecimento. No caso do material elástico-perfeitamenteplástico (o qual, depois de uma fase elástica, deforma para uma taxa constante de tensão como mostrado na Figura 4. 2), a função *f* torna-se independente deste último parâmetro, de maneira que os pontos no interior da superfície permanecem no estado elástico, enquanto os pontos sobre a superfície se encontram no estado plástico. Classicamente, a teoria da plasticidade utiliza a lei de fluxo associada, na qual os incrementos de deformação plástica ($d\epsilon^p$) são normais à superfície de plastificação ou escoamento (Figura 4. 3):

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$$
 para $i, j = 1, 2, 3$ (4.6)

Para rochas, concreto e areia densa a condição de normalidade entre o vetor de deformações plásticas e a superfície de escoamento nem sempre é obedecida. Experimentalmente, a dilatância observada contrasta com aquela prevista pela regra de fluxo associada, onde a expansão volumétrica é superestimada (Vermeer & de Borst, 1984). Então, para uma melhor modelagem da dilatância, deve ser utilizada uma lei de fluxo não associada, na qual o vetor de deformações plásticas é normal a uma nova superfície, denominada de superfície de potencial plástico, definida pela função g,

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$
 para $i, j = 1, 2, 3$ (4.7)

onde λ é um escalar, positivo para carregamento plástico (f = 0 e $\dot{f} = 0$) e nulo para carregamento elástico e descarregamento. Para esta lei de fluxo, a função de potencial plástico está definida por:

$$g(\sigma_{ii}, \mathcal{E}_{ii}^{p}, \kappa) = 0 \tag{4.8}$$

que no caso do material elástico-perfeitamente-plástico vem sendo

$$g(\sigma_{ii}, \mathcal{E}_{ii}^p) = 0 \tag{4.9}$$

4.3. Critério de Ruptura de Mohr-Coulomb

Através da escolha de formas específicas da função f, vários critérios de ruptura são obtidos. O critério de ruptura de Mohr-Coulomb é conhecido como o mais simples; como mostrado na Figura 4. 4, este consiste de uma envoltória de ruptura linear tangente ao círculo de Mohr representando combinações críticas de tensões principais. Essas retas são obtidas em laboratório através de ensaios triaxiais. O critério estabelece uma relação entre as tensões normais e cisalhantes:

$$\tau = c - \sigma \tan \phi \tag{4.10}$$

onde τ é a tensão de cisalhamento no plano de ruptura, σ é a tensão normal à superfície de ruptura, ϕ o ângulo de atrito interno e c é a coesão. Situações envolvendo tensões de compressão são mais usuais em problemas geotécnicos do que tensões de tração, daí a adoção das tensões de compressão como positivas na convenção de sinais. No modelo aplicado, a convenção assumida é contrária da anteriormente mencionada, o que justifica o sinal negativo para σ adotado na eq. (4.10).

Em termos das tensões principais o critério de Mohr-Coulomb pode ser escrito como:

$$f = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1) + \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \sin\phi - c\cos\phi = 0$$
 (4.11)

e de maneira similar a função de potencial plástico como:

$$g = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1) + \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \operatorname{sen} \psi + \operatorname{constante} = 0$$
 (4.12)

onde ψ é o ângulo de dilatância.



Figura 4. 4 – Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb no espaço au– σ

4.4. Modelos Matemáticos Usados

O comportamento do folhelho está definido por uma complexa combinação de processos mecânicos, hidráulicos, químicos, térmicos e elétricos durante a perfuração. Embora tenham sido reconhecidos os gradientes de potencial térmico e elétrico como geradores de fluxo de água em folhelhos (Mitchel, 1996; van Oort *et al.*, 1996), no modelo aplicado é considerado apenas o acoplamento do comportamento hidráulico, químico e mecânico, como apresentado na Figura 4. 5.



Figura 4. 5 – Acoplamento mecânico-hídro-químico (Frydman e da Fontoura, 1999)

Os mecanismos possíveis da interação folhelho-fluido de perfuração podem ser expressos através dos princípios do fenômeno de condução em um meio poroso. A Tabela 4. 1 apresenta as relações entre os componentes do fluxo e as forças de condução que resultam nos mecanismos de transporte.

	Fenômeno Fluxo	Gradiente Hidráulico, ⊽p	Gradiente Químico, ∇m	Gradiente de Temperatura, ⊽T	Gradiente Elétrico, ∇E
	Fluido (água)	Condutividade Hidráulica (Lei de Darcy)	Osmose	Termo-Osmose	Eletro-Osmose
	Soluto (íon)	Advecção	Difusão (Lei de Fick)	Termo-Difusão	Eletro-Forese
	Calor	Transferência de Calor Isotérmica	Efeito Dufour	Condutividade Térmica (Lei de Fourier)	Efeito Peltier
_	Corrente	Corrente de Calor	Difusão de Corrente	Termo- Eletricidade (Efeito Seebeck)	Condutividade Elétrica (Lei de Ohm)

Tabela 4. 1- Fluxo e forças de transporte em meios porosos (Mitchel, 1993)

O princípio usado no modelo empregado como ferramenta de análise é uma extensão da teoria da poroelasticidade de Biot (1941), tomada como base para o desenvolvimento das equações que descrevem o comportamento hidro-mecânico do material. Esta teoria considera a fase sólida como um esqueleto poroso com os vazios preenchidos por fluido que circula livremente. O fluido é assumido como monofásico.

A solução numérica desenvolvida é formulada através das equações de conservação de fluido e massa de soluto e das equações de equilíbrio. As leis básicas que representam o sistema poroso com movimento simultâneo de fluido e íons são descritas a seguir.

4.4.1. Equações de Transporte

A rocha saturada pode ser tomada como uma matriz sólida e vazios. A princípio, o espaço vazio está completamente preenchido pelo fluido o qual pode se movimentar livremente através dos poros conectados, ou porosidade efetiva

(Coussy, 1995). Por outro lado, o folhelho tem uma componente de espaço de poros fechados que impede a passagem da água, e que corresponde às moléculas do fluido atraídas pela superfície sólida.

As equações de transporte de fluido completas são obtidas adicionando as componentes de advecção e difusão para o transporte de soluto; e a equação de Darcy e fluxo osmótico químico para o transporte de fluido:

$$\mathbf{j}_{f} = -\rho \left[\frac{\mathbf{k}}{\mu} \nabla (p + \rho g h) \right] + \rho_{w} \left[\frac{\mathbf{k}}{\mu} \frac{RT}{M_{s}} r n_{i} \nabla C \right]$$
(4.13)

$$\mathbf{j} = C \,\mathbf{q} - \mathbf{D} \,\nabla C \tag{4.14}$$

Na eq. (4.13), \mathbf{j}_f representa o vetor de fluxo de massa de fluido que corresponde à massa de fluido percorrendo por unidade de volume através de uma área unitária. O primeiro termo corresponde à lei de Darcy, que descreve o fluxo de fluido considerando o efeito do gradiente da pressão de poro, onde g é a aceleração da gravidade, p a pressão de poro, \mathbf{k} o tensor de permeabilidade intrínseca do meio poroso e h a elevação do ponto com respeito a um nível de referência (na direção de g). A segunda componente refere-se ao efeito osmótico, e corresponde ao movimento do solvente na direção do aumento da concentração. Aqui T é a temperatura absoluta, R a constante dos gases (R = 8,314 J K⁻¹ mol⁻¹), C é a concentração de massa absoluta, M_s a massa molar do soluto, n_i o número de partículas formadas após dissociação do sal.

O folhelho, por se comportar como membrana semipermeável não perfeita (Sherwood, 1994; Simpson & Dearing, 2000; van Oort, 1994), gera uma pressão osmótica menor do que a prevista teoricamente. O fluxo osmótico é corrigido através do coeficiente r, o qual, multiplicado pelo n_i resulta no coeficiente de reflexão α encontrado na literatura (Heidug & Wong, 1996; Mikulecky, 1997).

Na eq. (4.14), o vetor de densidade de fluxo de massa do sal fluindo por unidade de tempo esta representado por **j**, **q** é a velocidade de percolação de Darcy e **D** é o tensor de difusividade que no programa contém termos de dispersão e difusão.

4.4.2. Equação de Continuidade de Massa do Sal

A equação de continuidade de massa do soluto é obtida através da conservação de massa do sal sobre um volume elementar representativo como uma extensão da segunda lei de Fick. Na Figura 4. 6, \mathbf{j}_r representa o fluxo de massa de soluto, o qual, devido à fase sólida estar se movimentando, aparece em função da massa da partícula e de sua velocidade:

$$\mathbf{j}_r = \mathbf{q} \, C - \mathbf{D} \, \nabla C + \, \eta \, \mathbf{v}_s \, C \tag{4.15}$$

com \mathbf{v}_s como sendo a velocidade da fase sólida, relacionada com a deformação na forma:

$$\nabla^T \mathbf{v}_{s} = \mathbf{m}^T \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$
(4.16)

A conservação de massa da partícula no volume elementar *dx dy dz* obedece a:

$$Massa \ acumulada = \begin{pmatrix} quantidade \ de \\ sal \ que \ entra \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} quantidade \ de \\ sal \ que \ sai \end{pmatrix}$$
(4. 17)

As reações e/ou adsorção no folhelho estão consideradas através do fator de retardamento R_d , o qual representa a diminuição da velocidade do soluto devido à adsorção de íons, e é dependente do tipo de soluto, tipo de rocha e os seus constituintes, além da composição química do fluido nos poros. Este termo produz um efeito que equivale à redução da velocidade do fluido no meio poroso. Assim, a equação de continuidade é formulada como:

$$\frac{\partial(\phi C)}{\partial t} = -\frac{1}{R_d} \nabla^T (C \mathbf{q}) + \frac{1}{R_d} \nabla^T (\mathbf{D} \nabla C) - \frac{1}{R_d} \phi \mathbf{m} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$
(4.18)



Figura 4. 6 – Conservação da massa da partícula unidimensional em um volume elementar representativo (Frydman e da Fontoura, 1999)

4.4.3. Equação de Continuidade de Fluxo Monofásico

Considera a conservação de massa de um fluido compressível sobre um volume elementar representativo. Como a fase sólida está se movimentando, esta formulação está expressa em função das velocidades do fluido e da fase sólida, como segue:

$$\nabla^{T} \left(\mathbf{j}_{f} + \phi \, \rho \, \mathbf{v}_{s} \right) + \frac{\partial m}{\partial t} = 0 \tag{4.19}$$

Nesta equação, $\partial m/\partial t$ corresponde à taxa de variação de massa de fluido percorrendo livremente o meio poroso, a qual, seguindo a definição de porosidade conectada poder ser expressa por:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \phi$$
(4.20)

cujo primeiro termo envolve a variação de massa devido a mudança do volume e o segundo termo equivale à variação de densidade de massa de fluido com o tempo. Através da equação de densidade de massa de fluido (eq. 4.13) e a equação de velocidade da matriz rochosa (eq. 4.16), a conservação de massa para a fase fluida é expressa como:

$$\nabla^{T} \left[-\rho \frac{k}{\mu} \nabla (p + \rho g h) + \rho_{w} \frac{k}{\mu} \frac{RT}{M_{w}} r n_{i} \nabla C \right] + \phi \rho \mathbf{m}^{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad (4.21)$$

4.4.4. Comportamento Mecânico da Rocha

No modelo, a tensão efetiva exerce o controle do comportamento do meio poroso. A tensão efetiva considerando um comportamento não linear e reproduzindo a forma generalizada do coeficiente de Biot na forma de vetor (Carrol, 1979) é expressa por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' - \left[\mathbf{m} - \frac{\mathbf{D}_s \mathbf{m}}{3K_s} \right] \boldsymbol{p}$$
(4. 22)

onde para o caso tridimensional $\sigma \in \sigma'$ são vetores 6x1 descrevendo os incrementos de tensão, \mathbf{D}_S é a matriz secante constitutiva que relaciona tensão com deformação, K_S é o módulo de rigidez secante da fase sólida e **m** é o vetor 6x1 que contém elementos iguais a um para tensões normais e zero para tensões cisalhantes.

A deformação do esqueleto sólido é independente da pressão de poros e portanto pode ser escrita pela seguinte relação constitutiva:

$$\sigma' = \mathbf{D}_{s}(\varepsilon - \varepsilon_{s}) + \sigma'_{o} \tag{4.23}$$

que de maneira incremental seria

$$d\sigma' = \mathbf{D}_{\tau} (d\varepsilon - d\varepsilon_s) \tag{4.24}$$

onde $d\varepsilon_s$ representa o incremento de deformação devido ao aumento de volume pela absorção de água (*swelling*). A matriz constitutiva **D** é dependente do nível e

da trajetória de tensões. Como a matriz **D** relaciona tensões efetivas com deformações, os parâmetros elásticos (E, ν) são obtidos em condições drenadas.

Baseado nas formulações de Heidug & Wong (1996) em paralelo com aquelas de Sherwood (1993), o modelo constitutivo para as deformações devidas ao expansão aparece expresso como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s = -w_2 \frac{RT}{M_s} \mathbf{m} \ln a_s \tag{4.25}$$

$$d\varepsilon_s = -w_2 \frac{RT}{M_s} \frac{1}{C} \mathbf{m} \, dC \tag{4.26}$$

onde w_2 aparece como função dos fatores de acoplamento eletroquímico do soluto (w_S) e do solvente (w_D) , e a densidade de massa do solvente (ρ_S) e do soluto (ρ_D) .

Finalmente, a equação de tensão total acoplada resulta em

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{s} \,\boldsymbol{\varepsilon} - \left[\mathbf{m} - \frac{\mathbf{D}_{s} \mathbf{m}}{3K_{s}}\right] \boldsymbol{p} + w_{2} \frac{RT}{M_{s}} \,\mathbf{m} \ln a_{s} + \boldsymbol{\sigma}'_{o} \qquad (4.27)$$

que de maneira incremental seria

$$d\sigma = \mathbf{D}_T \, d\varepsilon - \left[\mathbf{m} - \frac{\mathbf{D}_T \mathbf{m}}{3K_T}\right] dp + w_2 \frac{RT}{M_s} \mathbf{m} \frac{dC}{C}$$
(4.28)