3
Elementos de modelagem para o problema de controle de potência

Neste trabalho assume-se que a rede de comunicações é composta por uma coleção de enlaces constituídos por um par de unidades-rádio individualmente denominadas de transmissor e receptor, que operam em uma dentre diversas faixas de freqüências denominadas de *canais*. Na realidade é possível pensar que o enlace utiliza um recurso de comunicação que não necessariamente é uma faixa de freqüências. Pode ser uma janela de tempo, um comprimento de onda (no caso de redes ópticas) ou uma outra grandeza qualquer. Assim o termo canal será aqui indistintamente aplicado a qualquer uma destas situações. O termo canal ortogonal descreve a situação em que não ocorre interferência entre canais distintos.

Enlaces que ocupam o mesmo canal apresentam o fenômeno indesejável de interferência mútua (co-canal) e este é o único caso considerado neste trabalho. No caso específico de freqüências, enlaces em canais adjacentes podem se interferir devido à resposta dos filtros de entrada empregados. Entretanto este tipo particular de interferência não será aqui abordado.

Enlaces bidirecionais podem ser desmembrados em dois enlaces unidirecionais onde o transmissor de um é o receptor do outro e vice-versa. Do mesmo modo a comunicação entre duas unidades rádio que seja transmitida em vários passos pode ser desmembrada por seus múltiplos enlaces entre cada nó que compõe a rota de comunicação. Assim o esquema de descrição de cenário como definido acima é extremamente geral.

Assume-se que o sistema de comunicações é composto por uma coleção $\mathcal{L}$ de enlaces indexados pelos inteiros de 1 a L como abaixo:

$$\mathcal{L} = \{1, 2, 3, ..., L\} \tag{3.1}$$

De forma semelhante o conjunto de canais passíveis de utilização por estes enlaces formam uma coleção finita como descrita abaixo:

$$\mathbb{C} = \{1, 2, 3, ..., C\} \tag{3.2}$$

Considere o conjunto $\mathcal{L}^c$ de enlaces operando no canal *c.* A família de conjuntos $\{\mathcal{L}^c, c \in \mathbb{C}\}$ constitui uma partição de $\mathcal{L}$ e especifica a distribuição dos enlaces nos vários canais.

Estas alocações de canais são realizadas por algum tipo de algoritmo de alocação de recursos (AAR), e fundamentalmente são limitadas pelo nível de interferência que um enlace em um canal exerce em outro enlace que use o mesmo canal. Assim o AAR deverá evitar que na admissão de um novo usuário (e conseqüentemente a formação de um enlace) ao sistema, este enlace cause uma interferência excessiva nos outros que ocupam o mesmo canal. Para isso os níveis de interferência em todos os enlaces existentes serão determinados e assim se pretende propor esquemas de partição dos enlaces de modo a atender critérios de qualidade.

Define-se P_l como a potência transmitida no enlace $l \in \mathcal{L}$ e define-se como $G_{lk} > 0$ o ganho de potência entre o transmissor do enlace k e o receptor do enlace l. Conseqüentemente o produto $G_{lk}.P_k$ reflete a potência de interferência no enlace l induzida pelo enlace k $(\neq l)$, enquanto a potência de sinal desejado no receptor do enlace l é dada por $G_{ll}.P_l$. Como anteriormente mencionado, assume-se que os canais são perfeitamente ortogonais e por conseqüência a interferência de canal adjacente é nula.

Cada ganho de potência G_{lk} depende principalmente de fatores como a topologia o posicionamento dos enlaces *l e k* entre si, e dos vários espalhadores existentes no ambiente de comunicações. Este ganho de potência flutua estocasticamente no tempo e é susceptível a efeitos típicos de propagação tais como desvanecimento e sombreamento. A inclusão de um tratamento estocástico introduz um elevado nível de complexidade, porém não é significante para a abordagem aqui desenvolvida. Este problema é tratado por vários autores como Kandukuri e Boyd [55] que estudaram as variações estatísticas em um canal sujeito a desvanecimento Rayleigh. Assim utiliza-se neste trabalho um tratamento determinístico onde esta grandeza estocástica é substituída pelo seu valor médio, retirando assim as flutuações aleatórias ao longo da escala de tempo. Este nível médio é o valor que será usado para definir a "SINR" que o móvel está experimentando, que juntando com a informação de modulação (e das características particulares de cada equipamento) e da taxa de transmissão desejada, se obtêm uma probabilidade de erro. As flutuações estocásticas apenas alterariam o valor da probabilidade de erro, e a grosso modo bastaria aumentar a margem do enlace para corrigir os efeitos desta variação (uma abordagem mais aprofundada permite resultados que não impliquem um excesso de margem adicional).

O fenômeno de interferência entre enlaces pode ser caracterizado por meio de uma matriz quadrada G cujo elemento de coordenadas l,k é o ganho G_{lk} previamente definido.

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & . & . & G_{1L} \\ G_{21} & G_{22} & . & . & G_{2L} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ G_{L1} & G_{L2} & . & . & G_{LL} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

Tecnicamente não só os valores dos elementos da matriz são variantes no tempo, mas a sua dimensão também é dinâmica na medida em que enlaces são incorporados ou removidos ao sistema.

Será aqui entendido como parâmetro fundamental a que se pretende controlar, a SINR experimentada pelo enlace. Como existe uma relação entre a SINR, a taxa de transmissão de dados, e a probabilidade de erro, valores de interesse para esta taxa de transmissão e erro mínimo podem ser impostos pela exigência da SINR não ser inferior a um limiar γ. Alguns pares de taxa e probabilidade de erro foram expostos na tabela 2. Formalmente a seguinte inequação precisa ser atendida para cada um dos enlaces que compõem o sistema:

$$R_i = \frac{G_{ii}.P_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}.P_j + \eta_i} \geq \gamma_i \tag{3.4}$$

onde R_i é a SINR observada no enlace *i*, $i \in \{1,2,3,....,L\}$. P_i é a potência transmitida no enlace *i*, enquanto $\eta_i > 0$ é a potência média de ruído térmico no receptor do enlace i. A SINR descrita na expressão (3.4) pode ser reescrita como:

$$R_i = \frac{P_i}{\sum_{j \neq i} \frac{G_{ij}}{G_{ii}} P_j + \frac{\eta_i}{G_{ii}}} \tag{3.5}$$

onde o denominador da equação (3.5) pode ser visto como a interferência normalizada no receptor do enlace i.

A desigualdade (3.4), quando vista em conjunto para todos os enlaces, pode ser reescrita numa forma vetorial:

$$\left(\mathbf{I} - \mathbf{H}\right)\mathbf{P} \geq \mathbf{u} \tag{3.6}$$

onde $\mathbf{P} = (P_1, P_2, P_3, ..., P_L)$ é o vetor coluna das potências transmitidas onde cada elemento é positivo,

$$\mathbf{u} = \left(\frac{\gamma_1\eta_1}{G_{11}}, \frac{\gamma_2\eta_2}{G_{22}}, \frac{\gamma_3\eta_3}{G_{33}}, ..., \frac{\gamma_i\eta_i}{G_{ii}}, ..., \frac{\gamma_L\eta_L}{G_{LL}}\right) \tag{3.7}$$

é o vetor coluna não negativo que caracteriza as potências normalizadas de ruído, e **H** é uma matriz quadrada de dimensão L e diagonal nula cujos elementos são definidos por:

$$H_{ij} = \frac{\gamma_i G_{ij}}{G_{ii}} 1_{\{i \neq j\}} \tag{3.8}$$

A matriz **H** tem todos os seus elementos não negativos e assume-se que ela não possui linha e coluna de mesmo índice com elementos nulos. Caso contrário, o enlace em questão poderia ser removido uma vez que ele não interfere em nenhum outro enlace e nem é interferido por nenhum outro.

Existem vários tipos de problemas de interesse que poderiam ser formulados a partir da discussão acima. Vejamos alguns deles:

1. Sob que condições, em relação à matriz H, a inequação definida em (3.6) admite soluções não negativas para o vetor P ? Observe que se não existir solução positiva para este sistema, significa dizer que os enlaces envolvidos não podem compartilhar de um mesmo canal. Isto não significa dizer que caso haja solução positiva, exista uma que atenda a limitações de potência como será analisado abaixo.
2. Ainda em relação a inequação (3.6), se o vetor P sofrer restrições de valores (normalmente potência máxima e mínima), ou seja se ele tiver que pertencer a uma região bem definida do R^L, como descobrir se isso é possível. Em outras palavras, como resolver o problema anterior agora com a exigência do vetor P pertencer a subconjunto abaixo definido:

$$\Omega = \left\{ \underline{x} \in \mathbb{R}^L \text{ tais que } x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \text{ p/todo } i \in \mathcal{L} \right\}$$

3. Dado um conjunto de enlaces $\mathcal{L}$, como particioná-lo de modo a que cada elemento da partição seja viável no sentido do problema 1 acima definido. Este problema será a base para outros que se seguirão. Um a solução para este problema que seja computacionalmente eficiente poderá permitir que outros problemas mais complexos possam ter solução factível sob o ponto de vista prático.

4. É possível achar uma partição viável no sentido de 3. que tenha o menor número de elementos ? A solução deste problema é conhecida como *alocação ótima de canais*, pois revela o número mínimo necessário de canais que atendam um conjunto de enlaces com requisitos de qualidade. Embora a solução deste problema não seja de elevado valor prático, ela é uma excelente referência quando se deseja avaliar estratégias sub-ótimas ou heurísticas. A distância destas soluções à solução ótima é um bom indicador da qualidade dos procedimentos sub-ótimos.
5. É possível achar uma partição viável no sentido de 3. que caracterize uma situação de mínima potência ? A solução para este problema é conhecida com a de *mínima potência máxima*, pois ela descreve a situação onde a potência no enlace de maior consumo é minimizada. Isto significa dizer que qualquer outra solução viável no sentido do problema 3, terá algum enlace que consuma mais potência do que a obtida neste problema.
6. É possível achar algoritmos sub-ótimos, mas de esforço computacional reduzido que resolvam os problemas acima? Os problemas anteriores possuem uma característica comum de apresentar um grau elevado de esforço computacional. Assim o relaxamento de algumas condições associadas ao problema pode produzir uma grande redução neste esforço computacional.
7. Levando em conta que problemas de otimização correm o risco de gerar soluções ótimas locais, como usar novos paradigmas para tentar buscar soluções ótimas globais? Métodos convencionais de otimização, assim como métodos de natureza gulosa (buscam sempre o ganho máximo a cada instante, o que pode não levar ao máximo ou mínimo global), são métodos que produzem soluções ótimas ou sub-ótimas locais até porque grande parte das funções objetivo destes problemas são multimodais. Surge então espaço para que sejam investigadas algumas heurísticas baseadas em técnicas evolucionais que tentam produzir soluções que escapem dos poços de atração de mínimos locais.

Esta é a coleção de problemas que serão detalhados em capítulos subseqüentes e que compõem os estudos realizados durante a execução da presente tese. Pretende-se apresentar uma solução para cada um destes problemas sendo que algumas destas, até onde a pesquisa do autor pôde ser feita, contém elementos de inovação e são vantajosas sobre o aspecto de eficiência computacional.