# 7 Bibliografia

ACH R.S., CASTRO NETO, J., NÓBREGA, M.J.R., CASTRO, J.T.P., SPERANZA NETO, M. Influência da Taxa de Deformação nas Curvas Tensão Deformação de um aço 1020 pré-encruado.65º Congresso Anual da ABM, 2010.

ALVES M., JONES, N., Failure of beams using damage mechanics: Part II - application. International Journal of Impact Engineering, 2002.

ALVES, G.T., Avaliação da absorção de energia de impacto. Uma abordagem baseada em testes em estruturas similares, Dissertação de Mestrado. PUC-Rio. 2009.

ALVES, M., Impacto em Vigas. USP, 2004.

ANSYS/LSDYNA. User's Manual, 1995.

ASHBY, M. e JONES, D.R.H., **Engenharia de Materiais.** Rio de Janeiro: Campus, 2007.

ASTM E8M-04. Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials.2004.

BACKAITIS, S.H., MERTZ, H.J., **HYBRID III: The First Human- Like Crash Test Dummy**. Vols 1 e 2. SAE,1994.

BARCELOS, C.A.Z., ANDRADE, E.X.L. e BOAVENTURA, M., **Problemas Inversos em Transferência Radiativa - Uma Formulação Implícita**. Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional. ISSN 2175-3385, Volume 41, 2009.

BUGELLI,E.,B, Modelos de Falha em Análise Numérica de Estrutura Veicular submetida a Impacto de Baixa Velocidade, Dissertação de Mestrado, USP, 2010.

CARNEIRO, F. L., **Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos**, Rio de Janeiro: UFRJ, 1992.

CASTRO, J.T.P.; MEGGIOLARO, M.A. Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço: Volume II - Propagação de Trincas, Efeitos Térmicos e Estocásticos, ISBN 1449514707, CreateSpace 2009. Certificado de Relatório de Ensaio de Análise Química Nº 09020394 (aço SAE 1020). Emitido pela Tork. Fevereiro de 2009.

CHEN, Y., CRAIG, C., TYAN, T., LAYA, J. and CHENG, J., Finite Element Modeling of the Frame for Body-on-Frame Vehicles: Part II-Full Vehicle Crash. SAE International.2004.

COWPER, G.R., SYMONDS, P.S., **Strain hardening and strain-rate** effects in the impact loading of cantilever beams, Brown University Division of Applied Mathematics Report No. 28, 1957.

DALLY, J.; RILEY, W., **Experimental Stress Analysis,** New York: McGraw-Hill, 1991.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. Anuário Estatístico das Rodovias Federais 2007. Brasília, 2007. 570p. Disponível em: <http://www.dnit.gov.br/rodovias/operacoes-rodoviarias/estatisticas-deacidentes/anuario-2007.pdf>. Acesso em nov. 2009

DIETER, G.E., Metalurgia Mecânica, editora Guanabara Dois, 1981.

DOWLING, N., **Mechanical Behavior of Materials**, New Jersey: Prentice Hall, 1993.

FIALHO, A. A., **Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE,** São Paulo, Érica, 2002.

\_\_\_\_\_, Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE: Análise Dinâmica, São Paulo, Érica, 2005.

GERE, J.M., Mecânica dos Materiais. Thomson, 2003.

HOLLOMON, H.L., The mechanical equation of state, Trans. AIME, 71, pp. 535-545, 1945

HOLMAN, J.P., **Experimental Methods for Engineers**. McGRAW-HILL, 1994.

HUANG, M., Vehicle Crash Mechanics. CRC Press, 2002.

JOHNSON G.R., COOK, W.H.A., A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, in Proceedings of 7th Int. Symp. On Ballistics, pp. 541-547, 1983

JONES, N., **Inelastic response of structures due to large impact and blast loadings**. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2010.

JUVINAL, R.; MARSHEK, K., Fundamentals of Machine Component **Design**, Wiley, 2000.

K. VEDANTAM, D. BAJAJ, N.S. BRAR, S. HILL . Johnson-Cook Strength Models for Mild and DP 590 Steels, 14th International Conference on Shock Compression of Condensed Matter, Baltimore, MD, USA.2005.

KAMAL,M.M., WOLF Jr.,J.A., **Modern Automotive Structural Analysis**. New York. Van Nostrand Reinhold Company,1982.

KANG, W.J.; CHO, S.S; HUH, H.; CHUNG, D.T. **Modified Johnson-Cook model for vehicle body crashworthiness simulation.** International Journal of Vehicle Design, Volume 21, Numbers 4-5, 21 October 2004, pp. 424-435.

LANGRAND, B.; GEOFFROY, P., PETINIOT.J., FABIS, J., MARKIEWICZ, E., DRAZETIC, P., Identification technique of constitutive model parameters for crashworthiness modelling, Aerospace Science and Technology, 4, pp. 215-227, 1999.

LUDWIK, P., Elemente der Tecnologischen, Springer, Berlin, 1909.

MAGEE, B. História da filosofia. 3ª ed., São Paulo, Loyola, 1999.

MEYERS, M.A., Dynamic Behavior of Materials. J. Wiley, 1994.

MOLIN, D.C.C.D., KUKAKOWSKI, M.P., RIBEIRO, J.L.D., Contribuições ao planejamento de experimentos em projetos de pesquisa de engenharia civil. Ambiente Construído, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 37-49, abr./jun. ,2005.

MONTGOMERY, D. C., RUNGER, GEORGE, C., Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros, Editora:LTC, 2003.

NBR 6892 da Associação Brasileira de Normas Técnicas Materiais metálicos - Ensaio de tração à temperatura ambiente. 2002.

NITZ, M. E GALHA, J.R., **Calcule com o Mathcad**, Versão 11, Editora. Érica, São Paulo, 2003.

NORMAN, J., Structural Impact. Cambridge University Press, 1997.

OSHIRO, R.E., **Estudo de impacto em perfis abertos**. Monografia. USP, 2001.

OSHIRO, R.E., Leis de Similaridade Aplicadas a Estruturas sob Impacto. Dissertação de Mestrado. USP, 2004.

OUTEIRO J.C., UMBRELLO, D., SAOUBI, R.M., **Experimental and Numerical Modeling of the Residual Stresses Induced in Orthogonal Cutting of AISI 316L Steel**, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 46, pp. 1786–1794, 2007.

PEIXINHO, N.R.M., Study of Visco-plasticity models for the prevision of mechanical behaviour of high strengh steels subjected to impact.Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade do Minho. Portugal, 2004

**Response of Metals and Metallic Structures to Dynamic Loading. National Research Council** – National Academic Science. Washington.1978.

RONALD, A.M., JOHNSON, K.N. - 8<sup>th</sup> ASME Symposium on Crashworthiness, Occupant Protection and Biomechanics in Transportation.1999.

ROSENBERG, R.C. e KARNOPP, D.C., Introduction to Physical Dynamics, McGraw Hill, 1990.

RUSINEK A, CHERIGUENE R, KLEPACZKO J R, BÄUMER A, LAROUR P, **Dynamic behaviour of high-strength sheet steel in dynamic tension: experimental and numerical analyses**, Journal Strain Analysis, Vol. 43, 2008.

SCHWER,L., **Optional Strain-Rate Forms for the Johnson Cook Constitutive Model and the Role of the Parameter Epsilon\_0**. 6th European LS-DYNA Users' Conference, 2007.

SEIFFERT, U. E WECH, L., **Automotive Safety Handbook.** Society of Automotive Engineers, Inc. 2003.

SILVA, A.L.C., e MEI, P.R., **Aços e ligas especiais**. 2<sup>a</sup> edição. Editoria Edgard Blucher. 2006.

SILVEIRA, M.E., SAMESIMA, F.T., PASSOS, F.M., DARES, J.A., Utilização de Técnicas de Digitalização 3D na Correlação Numérica e Experimental dos Modos de Deformação em Testes de Impacto. Nono Simpósio de Mecânica Computacional da Universidade Federal de São João Del-Rei – MG. Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia, 2010.

SMERD, R., WINKLER, S., SALISBURY,C., WORSWINK, LLOYD,D., FINN,M., **High strain rate tensile testing of automotive aluminum alloy sheet**. International Journal of Impact Engineering.2005.

SOUZA, S.A., Ensaio Mecânico de Materiais Metálicos: Fundamentos Teóricos e Práticos. São Paulo, Edgard Blucher, 1990.

WILLIAM, C., **Ciência e Engenharia dos Materiais - uma Introdução**, Rio de Janeiro, LTC, 2002.

YAMAKAMA, R.S., CORREA, C.A.F., JÚNIOR, E.H., **A influência da taxa de carregamento no comportamento de escoamento e de fratura em ABS/SAN**. 5° CBPo1, Águas de Lindóia, Anais, p. 502, 2007.

YONEDA, A.Y., MORALES, E.M., Estudo Numérico e Experimental de Falha em Vigas de Aço sob Condições de Impacto. Projeto Final. USP, 2009.

YU, H.,GUO Y., ZHANG K.,LAI X., Constitutive model on the description of plastic behavior of DP600 steel at strain rate from  $10^{-4}$  to  $10^3$  s<sup>-1</sup>. Computational Materials Science. 2009, pages 36-41.

# APÊNDICE A Modelagem de Acidentes Veiculares

# A.1 Introdução

Uma colisão veicular pode ser subdividida em duas fases distintas a saber: a fase de carregamento, que ocorre até atingir o máximo valor de força aplicado entre as partes, e a fase de descarregamento, que se inicia imediatamente após a fase de carregamento, sendo caracterizada pelo deslocamento residual da colisão, devido a fase plástica do material, em conjunto com a diminuição gradual da força entre os veículos (HUANG,2002).

A Fig. A.1 apresenta as curvas de carregamento e descarregamento para o veículo # 1 (passivo) e o veículo #2 (ativo). A fase de carregamento é definida pela equação (1).

$$F = kD^{n} \tag{1}$$

Na qual F é a força (lbf,N), n e k são constantes e D é o deslocamento (polegada, m).

A fase de descarregamento é dada por uma inclinação constante ( $k_1$ ' e  $k_2$ '), para o veículo 1 e 2 respectivamente.



Figura A.1 – Fases de carregamento e descarregamento de dois veículos. Fonte: Adaptado de HUANG (2002).

Neste tipo de abordagem o modelo empregado do material é o plástico não linear, conforme DOWLING (1993) e descrito no Capítulo 1.

# A.2

### Fase de carregamento.

O sistema físico no estudo específico aqui apresentado é ilustrado na Fig. A.2, consistindo de dois veículos de geometria, massa e material distintos, colidindo frontalmente. Justifica-se este tipo colisão (frontal), tendo em vista que grande parte dos cenários acidentais a envolvem (DNIT, 2007).



Figura A.2 – Exemplo da colisão frontal de dois veículos.

Sendo conhecido o deslocamento total D e as constantes k ( $k_1 e k_2$ ) e n ( $n_1 e n_2$ ) pode-se determinar o deslocamento de cada um dos veículos ( $D_1 e D_2$ ) e a força de impacto, através das seguintes equações:

Para o veículo #1

$$F_1 = k_1 D_1^{n_1} \tag{2}$$

Para o veículo #2

$$F_2 = k_2 D_2^{n_2}$$
(3)

O deslocamento total na fase de carregamento é expresso por:

$$D = D_1 + D_2 \tag{4}$$

Então aplicando (2) e (3) em (4) vem:

$$D = \left(\frac{F_1}{K_1}\right)^{1/n_1} + \left(\frac{F_2}{K_2}\right)^{1/n_2}$$
(5)

Ou ainda:

$$0 = \left(\frac{F_1}{K_1}\right)^{1/n_1} + \left(\frac{F_2}{K_2}\right)^{1/n_2} - D$$
(6)

Sendo, portanto f dado por:

$$f = \left(\frac{F_1}{K_1}\right)^{\frac{1}{n_1}} + \left(\frac{F_2}{K_2}\right)^{\frac{1}{n_2}} - D$$
(7)

Derivando a expressão (7) em função de F, tem-se:

$$\frac{df}{dF} = \frac{1}{n_1} \frac{F_1^{(\gamma_{n_1}-1)}}{k_1^{\gamma_{n_1}}} + \frac{1}{n_2} \frac{F_1^{(\gamma_{n_2}-1)}}{k_2^{\gamma_{n_2}}}$$
(8)

Considerando  $F_1 = F_2 = F$ , e após algumas manipulações algébricas, vem:

$$F = \left\{ -\frac{n_1}{n_2} \left( \frac{k_1^{1/n_1}}{k_2^{1/n_2}} \right) \right\}^{\frac{1}{\left( \frac{1}{n_2} - n_1 \right)}}$$
(9)

Sendo *F*, portanto função de parâmetros de material e sua geometria. Para o cálculo dos deslocamentos individuais dos veículos, utiliza-se (2) e (3) em (9) gerando (10) e (11):

$$D_{1} = \left(\frac{F_{1}}{k_{1}}\right)^{1/n_{1}} = \left(\frac{\left\{-\frac{n_{1}}{n_{2}}\left(\frac{k_{1}^{1/n_{1}}}{k_{2}^{1/n_{2}}}\right)\right\}^{1/(\frac{1}{n_{2}}-\frac{1}{n_{1}})}{k_{1}}\right)^{1/n_{1}}$$
(10)

$$D_{2} = \left(\frac{F_{2}}{k_{2}}\right)^{1/n_{1}} = \left(\frac{\left\{-\frac{n_{1}}{n_{2}}\left(\frac{k_{1}^{1/n_{1}}}{k_{2}^{1/n_{2}}}\right)\right\}^{1/\left(\frac{1}{n_{2}}-n_{1}\right)}}{k_{2}}\right)^{1/n_{1}}$$
(11)

Com este exemplo, fundamentado em HUANG (2002), conclui-se que é possível se conhecer quais os deslocamentos em cada um dos veículos (#1 e #2), sendo disponibilizadas as informações referentes ao comportamento mecânico em uma colisão, expresso pela equação (1) e ilustrado pela Fig. A.2. A força de impacto também foi expressa como função da geometria e do material empregados.

# A.3

## Fase de descarregamento.

As condições iniciais da simulação da fase de descarregamento são as condições finais da fase de carregamento. A força e os deslocamentos das duas molas dependem do deslocamento total e da rigidez no descarregamento das duas molas (Fig. A.3). O método para executar o descarregamento é descrito a seguir.



Figura A.3 – Fases de carregamento e descarregamento de dois veículos. Fonte: Adaptado de HUANG (2002).

Na Fig. 3 identificamos os seguintes parâmetros:  $F_{max}$  é a força máxima na fase de carregamento (lbf,N),  $D_{1max}$ ,  $D_{2max}$  é o deslocamento máximo das molas 1 e 2 respectivamente (polegada,m), F' é a força no descarregamento (lbf,N),  $k'_1, k'_2$  é a rigidez das molas no descarregamento molas 1 e 2 respectivamente (lbf/polegada, N/m),  $D'_1, D'_2$  é o deslocamento individual das molas no descarregamento, molas 1 e 2 respectivamente (polegada, m),  $P_1, P_2$  é o deslocamento permanente nas molas 1 e 2 respectivamente (polegada,m)

De modo análogo ao caso anterior, a sistemática emprega é repetida no descarregamento, ou seja:

Para o veículo #1:

$$k_{1}^{\prime} = \frac{F_{max}}{D_{1max} - P_{1}} \tag{12}$$

$$P_{1} = D_{1max} - \frac{F_{max}}{k_{1}}$$
(13)

Para o veículo #2:

$$k_{2}^{\prime} = \frac{F_{max}}{D_{2\,max} - P_{2}} \tag{14}$$

$$P_2 = D_{2\max} - \frac{F_{\max}}{k_2} \tag{15}$$

Sendo conhecidos os valores de  $k_1^i$ ,  $k_2^i$  e  $D_t$ , tem-se os seguinte sistema de equações :

$$(D_1' - P_1)k_1' = F'$$
(16)

$$(D_2' - P_2)k_2' = F'$$
(17)

$$D_{1}' + D_{2}' = D_{t}$$
(18)

Resolvendo o sistema acima, vem:

$$D_{2'} = \left(\frac{k'_{1}}{k_{1'} + k_{2'}}\right) D_{t} - \left(\frac{k'_{1}}{k_{1'} + k_{2'}}\right) P_{1} + \left(\frac{k'_{2}}{k_{1'} + k_{2'}}\right) P_{2}$$
(19)

Sendo  $F' \in D_1$ 'calculado como se segue.

$$D_{1}' = D_{t}' - D_{2}' \tag{20}$$

$$F' = (D_1' - P_1)k_1'$$
(21)

## A.4

# Estudo de Caso: Reconstituição de Acidentes Veiculares:

As fórmulas para descrever a curva de energia para os modelos de veículos NTHSA MDB e Merkur são obtidas por aproximações experimentais, conforme Fig. A.4, relacionado a força no impacto e o deslocamento correspondente.

NTHSA MDB:

$$F_{1} = 29,86D_{1}^{0,47} \tag{22}$$

Merkur:

$$F_2 = 21,50D_2^{0,44} \tag{23}$$



Figura A.4 – Ajuste da curva aos dados experimentais de uma colisão veicular Fonte: Adaptado de HUANG (2002)



A Fig. A.5 ilustra o comportamento mecânico dos dois veículos em estudo (#1 e #2).

Figura A.5 – Comparação das curvas dos veículos utilizados na simulação da colisão

Considerando dois veículos (#1 e #2), tem-se:

Para o veículo #1:

A energia total é dada pela expressão (24)

$$E_{1} = \int F_{1} dx_{1} = \int_{0}^{D_{1} max} k_{1} x^{n_{1}} = \frac{k_{1}}{n_{1} + 1} D_{imax}^{n_{1} + 1}$$
(24)

Igualando a energia  $E_1$  a energia absorvida pela colisão de um veículo contra uma barreira fixa, tem-se:

$$E_{1} = \frac{1}{2} m_{1} v_{1}^{2} \therefore v_{1} = \sqrt{\frac{2E_{1}}{m_{1}}}$$
(25)

De modo análogo tem-se para o veículo #2:

$$E_{2} = \int F_{2} dx_{2} = \int_{0}^{D_{2} max} k_{2} x^{n_{2}} = \frac{k_{2}}{n_{2} + 1} D_{2max}^{n_{2} + 1}$$
(26)

$$E_{2} = \frac{1}{2} m_{2} v_{2}^{2} \therefore v_{2} = \sqrt{\frac{2E_{2}}{m_{2}}}$$
(27)

Para exemplificar o uso das equações, será apresentado um estudo de caso de uma colisão contra uma barreira rígida.

De modo a aplicar as equações supracitadas, será apresentado neste tópico dois procedimentos de cálculo, a saber:

- 1. Procedimento para obtenção de velocidade de impacto e energia absorvida contra uma barreira rígida, conforme HUANG (2002) e
- Procedimento matemático desenvolvido neste trabalho para obtenção das incertezas referentes ao item anterior, ou seja, uma sistemática para o cálculo dos valores de incerteza, tanto para a velocidade, quanto para a energia de absorção.

Sendo considerados como dados da colisão:

 $D_1 = 32,7$  polegadas  $k_1 = 21.500 lbf / in$  m = 8,86 lbmDeseja-se conhecer:

- 1. Velocidade de impacto contra a barreira rígida (km/h)
- 2. Energia absorvida
- A incerteza de cada uma das grandezas acima. Aplicando a equação (24)

$$E_{1} = \frac{k_{1}}{n_{1} + 1} D_{imax}^{n_{1} + 1} = \frac{21500}{1,44} 32,7^{1,44} = 2,26.10^{6} \, lb \, f.in = 254 J$$
(28)

Aplicando (28) em (15).

$$V_1 = \sqrt{\frac{2E_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{2.2,26.10^6}{8,86}} \cong 715 \text{ pol} / \text{s} \cong 66 \text{ km} / \text{h}$$
 (29)

Sendo, portanto possível se estabelecer uma relação com a conseqüência (deslocamentos) e suas causas (velocidade e energia).

Entretanto a literatura específica não traz notícias de uma análise de incertezas associadas a estes valores, quer de velocidade, quer de energia em uma colisão. Vale a pena ressaltar que em função de faixa de valores encontrada, que pode ser calculado pelo procedimento aqui apresentado, a aplicabilidade de sanções penais, como multas e eventuais condenações são

utilizadas em sentenças judiciais e/ou administrativas, sendo desta maneira notória a confiabilidade obtida nestes valores.

Uma abordagem para análise de incertezas foi proposta por KLINE e MCCLINTICK (1953), conforme HOLMAN (1994), através das equações (30) e (31).

$$R = R(x_1, x_2, ..., x_n)$$
(30)

$$\boldsymbol{w}_{r} = \left[ \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{1}} \delta \boldsymbol{x}_{1} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{2}} \delta \boldsymbol{x}_{2} \right)^{2} + \dots + \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{n}} \delta \boldsymbol{x}_{n} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(31)

Na qual R é a variável dependente a ser calculada;  $x_1$ ,  $x_2$ ,...,  $x_n$  são as variáveis independentes a serem medidas;  $\delta x_1$ ,  $\delta x_2$ ,...,  $\delta x_n$  são as incertezas de cada um dos instrumentos de medição e  $w_r$  é a incerteza total.

Para a energia de impacto tem-se a Equação (32).

$$E = \left(\frac{K}{n+1}\right) D^{n+1}$$
(32)

Aplicando a expressão de KLINE e MCCLINTICK (1953) tem-se a Equação (33)

$$\delta E = \left[ \left( \frac{\partial E}{\partial K} \delta K \right)^2 + \left( \frac{\partial E}{\partial n} \delta n \right)^2 + \left( \frac{\partial E}{\partial D} \delta D \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(33)

Derivando e substituindo (32) em (33), tem-se:

$$\delta \boldsymbol{E} = \left[ \left( \frac{1}{(n+1)} \boldsymbol{D}^{n+1} \delta \boldsymbol{K} \right)^2 + \left( \boldsymbol{K} \boldsymbol{D}^n - \frac{\boldsymbol{K} \boldsymbol{D}^{n+1}}{(n+1)^2} \delta \boldsymbol{n} \right)^2 + \left( \boldsymbol{K} \boldsymbol{D}^n \delta \boldsymbol{D} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(34)

Aplicando os valores do exemplo numérico da colisão frontal contra uma barreira rígida em (33), e adotando as seguintes incertezas expressas na Tabela A1:

Parâmetro	Notação das incertezas	Estimativa da incerteza
Rigidez	δΚ	10%
Termo do expoente	δη	10%
Deslocamento	δD	5%
Massa	δm	5%

Tem-se:

 $\delta E$  = 237,8 lbf.in

Aplicando o mesmo procedimento descrito anteriormente para a velocidade, tem-se (35):

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$
(35)

tem-se a equação (36)

$$\delta \mathbf{v} = \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial E} \,\delta E \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial m} \,\delta m \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{36}$$

Aplicando (35) em (36) tem-se:

$$\delta \mathbf{v} = \left[ \left( \sqrt{\frac{1}{Em}} \delta E \right)^2 + \left( -\sqrt{\frac{E}{m^3}} \delta m \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(37)

Aplicando os valores já obtidos para  $\delta E \in \delta m$ , vem:

 $\delta v = 25,3 \text{ pol/segundo} = 4,6 \text{ km/h}$ 

Na avaliação de forcas envolvidas no impacto também é possível abordagem analítica similar.

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}.\boldsymbol{D}^n \tag{38}$$

A incerteza da força é dada pela Equação (39)

$$\delta F = \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial K} \delta K \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial D} \delta D \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial n} \delta n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(39)

Aplicando (34) em (35) tem-se:

$$\delta F = \left[ \left( D^n \delta K \right)^2 + \left( n K D^{n-1} \delta D \right)^2 + \left( K D^n \ln(n) \delta n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(40)

Aplicando os valores já obtidos para  $\delta E$  e  $\delta m$ , vem:

 $\delta F = 10,6 \, lbf$ 

## A.5

# Análise dos Resultados - Análise de Incertezas da Força.

Para o caso de análise de incerteza da força ( $\delta$ F) aplicada em uma colisão veicular, observa-se por meio da equação (31) que o fator majoritário é o relativo a parcela referente a rigidez, sendo responsável por 88% desta.

A Fig. A.6 apresenta a concordância dos resultados obtidos pela expressão completa (40), designada de erroF(pk) e a simplificada desprezandose os demais termos (ou seja mantendo somente a rigidez como fonte de erro), expresso por erroF1(pk).



Figura A.6 – Influência da rigidez na determinação da incerteza da força em uma colisão veicular

A Fig. A.7 mostra que a partir de 10% de incerteza na determinação da rigidez, ela se torna majoritária, com erros cada vez menores quanto comparados com a equação completa (40). Incertezas menores que 10% para valores de incerteza de rigidez devem ser consideradas a equação na sua forma completa (40) na determinação da incerteza total da força.



Figura A.7 – Erro na determinação da incerteza da força como função somente da incerteza da rigidez.

### A.6

## Análise dos Resultados - Análise de Incertezas da Energia

Na determinação da incerteza da Energia ( $\delta E$ ) o fator de maior relevância também se mostrou como a incerteza de rigidez para o caso em estudo, com 90% de influência. A Fig. A.8 ilustra a excelente concordância dos resultados previstos pela aplicação completa (40) e aqueles previstos somente quando se avalia a incerteza da energia somente como função da incerteza da rigidez.



Figura A.8 – Influência da rigidez na determinação da incerteza da energia em uma colisão veicular.

A Fig. A.9 apresenta o critério para qual a incerteza da rigidez é majoritária. De acordo com esta figura a partir de 10% de incerteza no valor da determinação de rigidez ela não afeta a incerteza significativamente no valor da incerteza da Energia (E). Abaixo de 10% do valor de incerteza da rigidez, o valor da incerteza da Energia (E) aumenta consideravelmente.



Figura A.9 – Erro na determinação da incerteza da energia como função somente da incerteza da rigidez.

## A.7

### Análise dos Resultados - Análise de Incertezas da Velocidade

Em relação ao cálculo da incerteza da velocidade ( $\delta v$ ) o fator de maior relevância (99%) é a incerteza da massa, conforme observado na Fig. A.10.



Figura A.10 – Influência da rigidez na determinação da velocidade da força em uma colisão veicular.

O erro relativo a previsão somente com o parâmetro referente a massa (m) é notório para valores inferiores a 0,05% de incerteza para a massa. Sendo interpretado como: para valores superiores a 0,05% de erro na massa, ela se torna o paramento fundamental no cálculo da incerteza total da velocidade de colisão. (Figura A.11)



Figura A.11 – Erro na determinação da incerteza da velocidade como função somente da incerteza da massa.

# APÊNDICE B Similaridade Aplicada ao Impacto.

## B.1 Similaridade Aplicada ao Impacto

A primeira exigência para o uso adequado da similaridade dos modelos físicos é que haja similaridade geométrica entre protótipo e modelo, portanto, tem-se a Equação (B.1):

$$\beta = \frac{L_m}{L_p} \tag{B.1}$$

Onde  $\beta$  é o fator de escala geométrica;  $L_m$  é a o comprimento linear do modelo (m) e

 $L_p$  – Comprimento linear do protótipo (m).

Como em geral o modelo é menor que o protótipo, o fator de escala  $\beta$  é menor que a unidade. Como conseqüência direta da Equação (B.1), pode-se relacionar as massas entre modelo e protótipo pela massa especifica, através da Equação (B.2),

$$\rho = \frac{m}{v} \tag{B.2}$$

Sendo modelo e protótipo confeccionados do mesmo material ( $\rho_m = \rho_p$ ), tem-se a relação entre as massas do modelo e protótipo, através da Equação (B.3):

$$\frac{m_m}{m_p} = \frac{\rho_m . L_{1m} . L_{2m} . L_{3m}}{\rho_p . L_{1p} . L_{2p} . L_{3p}} = \frac{L_{1m} . L_{2m} . L_{3m}}{L_{1p} . L_{2p} . L_{3p}}$$
(B.3)

Onde  $\rho_m$  é a massa específica do modelo (kg/m<sup>3</sup>);  $\rho_p$  é a massa específica do protótipo (kg/m<sup>3</sup>);  $m_m$  é a massa do modelo (kg);  $m_p$  é a massa do protótipo (kg);  $L_{1m}$ ,  $L_{2m}$  e  $L_{3m}$  são os comprimentos lineares do modelo (m) e  $L_{1p}$ ,  $L_{2p}$  e  $L_{3p}$  são comprimentos lineares do protótipo (m)

Aplicando a Equação (B.2) na Equação (B.3), tem-se.

$$\frac{m_m}{m_p} = \beta^3 \tag{B.4}$$

significando que a relação entre as massas do modelo e protótipo é o cubo da escala geométrica.

Para deformações no regime elástico, tem-se a Equação (B.5),

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$
 (B.5)

onde  $\varepsilon$  é a deformação (m/m);  $\delta$  é o deslocamento (m); L é o comprimento inicial (m);

Estabelecendo uma relação entre as deformações do modelo ( $\epsilon_m$ ) e protótipo ( $\epsilon_p$ ) tem-se a Equação (B.6),

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p} = \frac{\delta_m / L_m}{\delta_p / L_p} = \frac{\delta_m}{L_m} \cdot \frac{L_p}{\delta_p} = 1$$
(B.6)

significando que as deformações ocorridas entre protótipo e modelo são iguais. De modo análogo, para o regime elástico, tem-se a lei de Hooke (B.7),

$$\sigma = E.\varepsilon$$
(B.7)

1 /

Onde  $\sigma$  é a tensão (Pa) e *E* é o módulo de elasticidade (Pa).

A relação do tempo de propagação de ondas elásticas, entre modelo e protótipo é mostrada na Equação (B.8),

$$\frac{t_m}{t_p} = \frac{\frac{L_m}{C_m}}{\frac{L_p}{C_p}} = \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{C_p}{C_m} = \frac{L_m}{L_p}$$
(B.8)

Portanto:

$$t_m = \beta . t_p \tag{B.9}$$

Nota-se que o tempo no modelo é escalonado do fator  $\beta$  em relação ao protótipo, onde *C* é a velocidade de propagação da onda. Para o cálculo da relação da velocidade do modelo ( $v_m$ ) e do protótipo ( $v_p$ ), tem-se a Equação (B.10),

$$\frac{v_m}{v_p} = \frac{\frac{\delta_m}{t_m}}{\frac{\delta_p}{t_p}} = \frac{\delta_m}{t_m} \cdot \frac{t_p}{\delta_p} = 1$$
(B.10)

De acordo com a Equação (B.10) conclui-se que as velocidades do modelo e protótipo devem ser iguais. Outra importante grandeza a ser determinada é a taxa de deformação ( $\dot{\varepsilon}$ ), expressa em s<sup>-1</sup> no Sistema Internacional de unidades (SI), dada por

$$\frac{\dot{\varepsilon}_m}{\dot{\varepsilon}_p} = \frac{\frac{V_m}{L_m}}{\frac{V_p}{L_p}} = \frac{V_m}{V_p} \cdot \frac{L_p}{L_m} = \frac{1}{\beta}$$
(B.11)

portanto, tem-se a Equação (B.12)

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{\beta} \cdot \dot{\varepsilon}_p \tag{B.12}$$

A relação entre aceleração do modelo e protótipo é dada pela Equação (B.13),

$$\frac{A_m}{A_p} = \frac{\frac{v_m}{t_m}}{\frac{v_p}{t_p}} = \frac{v_m}{v_p} \cdot \frac{t_p}{t_m} = \frac{1}{\beta}$$
(B.13)

ou

$$A_m = \frac{1}{\beta} . A_p \tag{B.14}$$

### B.2 Base de impacto

Para o uso da teoria da similaridade em estruturas submetidas à impactos adota-se normalmente uma base mais conveniente para a abordagem desse problema, e então deve-se re-escrever as variáveis relacionadas ao impacto, listadas anteriormente, em função de:

- Massa de impacto G
- Tensão dinâmica σ<sub>d</sub>
- Velocidade de impacto V<sub>o</sub>

Aplicando o Teorema  $\Pi$  de Vaschy - Buckingham, segundo CARNEIRO (1996), tem-se:

$$A = V_o^a \, \mathcal{J}_o^b \, \mathcal{G}^c \tag{B.15}$$

Portanto segue-se a obtenção dos expoentes da base de impacto, conforme Equação (B.15) na base MLT, dada por

$$L^{1}.T^{-2} = L^{a}.T^{-a}.M^{b}.L^{-b}.T^{-2b}.M^{c}$$
(B.16)

Resolvendo este sistema de equações algébricas e lineares, obtém-se (B.17)

$$a = \frac{4}{3} \quad b = \frac{1}{3} \quad c = -\frac{1}{3}$$
 (B.17)

Deste modo, reescreve-se a aceleração do sistema em função da base de impacto, conforme a Equação (B.18)

$$\boldsymbol{A} = \left(\frac{V_o^4 \cdot \sigma_d}{G}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{B.18}$$

Outra variável relevante no estudo de impacto é a taxa de deformação, dada pela Equação (B.19)

$$\dot{\varepsilon} = V_o^a . \sigma_d^b . G^c \tag{B.19}$$

Sendo:

$$T^{-1} = L^{a} . T^{-a} . M^{b} . L^{-b} . T^{-2b} . M^{c}$$
(B.20)

Então:

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{V_o \cdot \sigma_d}{G}\right)^{\frac{1}{3}}$$
(B.21)

Resolvendo este sistema de equações algébricas e lineares, obtém-se (B.22)

$$a = \frac{1}{3} \ b = \frac{1}{3} \ c = -\frac{1}{3}$$
 (B.22)

Em relação ao deslocamento ( $\delta$ ) escrito na base de impacto, tem-se a Equação (B.23):

$$\delta = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c \tag{B.23}$$

Sendo:

$$L^{1} = L^{a} . T^{-a} . M^{b} . L^{-b} . T^{-2b} . M^{c}$$
(B.24)

Então:

$$a = \frac{2}{3}$$
  $b = \frac{-1}{3}$   $c = \frac{1}{3}$  (B.25)

e finalmente

$$\delta = \left(\frac{V_o^2 \cdot G}{\sigma_d}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{B.26}$$

A variável tempo se apresenta na forma da base de impacto, conforme a Equação (B.27),

$$\mathcal{T} = V_o^a \, . \sigma_d^b \, . \mathbf{G}^c \tag{B.27}$$

Onde:

$$T^{1} = L^{a} . T^{-a} . M^{b} . L^{-b} . T^{-2b} . M^{c}$$
(B.28)

Resolvendo o sistema da Equação (B.28) tem-se a Equação (B.29)

$$a = -\frac{1}{3}$$
  $b = -\frac{1}{3}$   $c = \frac{1}{3}$  (B.29)

$$T = \left(\frac{G}{V_o.\sigma_d}\right)^{\frac{1}{3}}$$
(B.30)

Para a tensão atuante escrita na base de impacto, obtém-se a Equação (B.31)

$$\sigma = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c \tag{B.31}$$

ou

$$M^{1}.L^{-1}.T^{1} = L^{a}.T^{-a}.M^{b}.L^{-b}.T^{-2b}.M^{c}$$
(B.32)

levando à:

$$a = 0$$
  $b = 1$   $c = 0$  (B.33)

e finalmente:

$$\sigma = \sigma_d \tag{B.34}$$

Para o caso de uma colisão veicular, onde as taxas de deformações são altas, pode-se utilizar a equação de Cowper- Symonds apud KAMAL e WOLF Jr (1982),

$$\sigma_{d} = \sigma_{o} \left[ 1 + \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{\frac{1}{p}} \right]$$
(B.35)

$$\frac{\sigma_{dm}}{\sigma_{dp}} = \frac{\sigma_{om} \left[ 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_m}{D_m}\right)^{\frac{1}{p_m}} \right]}{\sigma_{op} \left[ 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{D_p}\right)^{\frac{1}{p_p}} \right]}$$
(B.36)

Sendo o modelo e o protótipo de mesmo material, obtém-se (B.37),

$$\sigma_{dm} = \sigma_{dp} \left\{ \frac{\sigma_o \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\beta . D_p} \right)^{\frac{1}{p}} \right]}{\sigma_o \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{D_p} \right)^{\frac{1}{p}} \right]} \right\}$$
(B.37)

ficando evidente a impossibilidade do tratamento do escalonamento direto das tensões dinâmicas ocorridas no material, em função da taxa de deformação.

Os resultados obtidos anteriormente estão consolidados na Tabela B.1.

vari	áveis	A	Т	δ	• E	σ
	Vo	4/3	-1/3	2/3	1/3	0
oase	$\sigma_{\sf d}$	1/3	-1/3	-1/3	1/3	1
	G	-1/3	1/3	1/3	-1/3	0

Tabela B.1– Grandezas físicas envolvidas em uma colisão.

# B.3

### Números adimensionais

O próximo passo é a obtenção dos números adimensionais ∏ para a Tabela B.1. Seguindo o procedimento de acordo com CARNEIRO (1996) e OSHIRO (2001) tem-se:

$$\Pi_{1} = \frac{A^{3}.G}{V_{0}^{4}.\sigma_{d}}$$
(B.38)

$$\Pi_2 = \frac{T^3 \mathcal{N}_0 \mathcal{I}_d}{G} \tag{B.39}$$

$$\Pi_3 = \frac{\delta^3 \cdot \sigma_d}{G \cdot V^2} \tag{B.40}$$

$$\Pi_4 = \dot{\varepsilon} \left( \frac{\mathsf{G}}{\mathsf{V}_o \cdot \sigma_d} \right)^{1/3} \tag{B.41}$$

$$\Pi_5 = \frac{\sigma}{\sigma_d} \tag{B.42}$$

Estabelecendo a relação entre modelo e protótipo para cada uma das equações acima, relacionado os termos  $\Pi_3$ , tem-se:

$$\frac{\Pi_{3m}}{\Pi_{3p}} = \frac{\beta^3 \cdot \beta_{\sigma d}}{\beta_G \beta_{vo}^2} \tag{B.43}$$

$$\beta_{\sigma d} = \beta_{vo}^2 \tag{B.44}$$

e portanto a escala de tensão é a escala de velocidade ao quadrado. Relacionado os termos  $\Pi_1$ , tem-se:

$$\frac{\Pi_{1m}}{\Pi_{1p}} = \frac{\beta_A^3 \cdot \beta_G}{\beta^3} \tag{B.45}$$

$$\beta_A = \frac{\beta_{vo}^2}{\beta} \tag{B.46}$$

e sendo assim, a escala de aceleração é a razão entre a escala de velocidade ao quadrado e a geométrica. Relacionado os termos  $\Pi_2$ , tem-se:

$$\frac{\Pi_{2m}}{\Pi_{2p}} = \frac{\beta_T^3 \cdot \beta_{\sigma d} \cdot \beta_{vo}}{\beta_G}$$
(B.47)

$$\beta_{T} = \frac{\beta}{\beta_{vo}} \tag{B.48}$$

e então, a escala de tempo é uma relação entre a escala geométrica e de velocidade. Relacionado os termos  $\Pi_4$ , tem-se:

$$\frac{\Pi_{4m}}{\Pi_{4p}} = \beta_{e} \left( \frac{\beta_{G}}{\beta_{od}} \beta_{vo} \right)^{1/3}$$
(B.49)

$$\beta_{\varepsilon} = \frac{\beta}{\beta_{\tau}}$$
(B.50)

e a escala da taxa de deformação é uma relação entre a escala geométrica e a de tempo. Relacionado os termos  $\Pi_5$ , tem-se:

$$\frac{\Pi_{5m}}{\Pi_{5p}} = \frac{\beta_{\sigma}}{\beta_{\sigma d}}$$
(B.51)
$$\beta_{\sigma} = \beta_{\sigma d}$$

(B.52)

e finalmente a tensão real igual à tensão dinâmica no material.

B.4

Exemplo de aplicação

Um exemplo simples é feito para aplicar as equações tratadas até este momento. Considere que foi fixado na extremidade de uma máquina de ensaio Charpy um componente veicular ou um *chassi* em escala, conforme mostrado na Fig. B.1. O ensaio é executado liberando o corpo da posição 1 até atingir a posição 2.

Para o caso em estudo são adotadas as seguintes hipóteses:

- ✓ A velocidade é horizontal e linear na posição 2.
- ✓ A escala geométrica é  $\beta$  = 1/4
- ✓ O material da estrutura é o aço doce, com D = 40 e p = 5, tanto para o modelo, quanto para o protótipo.
- ✓ Três diferentes taxas de deformação (*ἐ*) foram consideradas para simulação: 0,0004 ; 8,7 e 208,8.



Figura B.1 – Esquema de uma máquina Charpy.

Aplicando o princípio de conservação de energia, tem-se:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \tag{B.53}$$

Então:

$$v = \sqrt{2.g.h} = 5.6m/s$$
 (B.54)

e portanto a velocidade máxima em que o componente passa pela posição 2 é de 5,6 m/s.

A Tabela B.2 apresenta a influência da taxa de deformação nas escalas de tensão, velocidade, aceleração, tempo e taxa de deformação. A referida tabela foi construída de acordo com as Equações (B.37) até (B.50), através dos seguintes passos:

- 1. Escolher uma das taxas de deformação e calcular  $\beta_{\sigma}$ , pela equação (B.37)
- 2. Calcular  $\beta_V$  pela Equação (B.44)
- 3. Calcular  $\beta_A$  e  $\beta_T$  pelas Equações (B.46) e (B.48)
- 4. Calcular  $\beta_{\bullet}$  pela Equação (B.50)

Taxa de Deformação /	$eta_{\sigma d}$	$\beta_{ m v}$	$eta_{A}$	$\beta_{T}$	$eta_arepsilon$
Escalas					
0,0004	1,019	1,014	4,116	0,246	1,010
8,7	1,136	1,066	4,542	0,235	1,066
208,8	1,186	1,089	4,744	0,230	1,089
Erro (%)	16,3	7,93	15,25	6,95	7,82

Tabela B.2 – Influência da taxa de deformação nas escalas

Pela análise da Tabela B.2 conclui-se que a escala entre modelo e protótipo não é apenas geométrica ou cinemática. Assim é necessário conhecer o comportamento dinâmico do material, quando está sujeito a taxas de deformações distintas, como o caso de uma colisão veicular e/ou reconstituição de acidentes. Nota-se, por exemplo, que a escala de velocidade sofre um erro de 7,93% no resultado teórico, caso se desconsidere a "correção", de forma adequada, desta variável pela teoria da similaridade dinâmica.

O gráfico da Fig. B.2 apresenta o comportamento da escala de tensão em relação à taxa de deformação, para um aço doce. Observa-se que para pequenos valores de taxa de deformação este valor é unitário, conforme Equação (B.34) já demonstrada. Entretanto para valores da ordem de 208,8 <sup>s-1</sup> obtem-se cerca de 18% de distorção nos resultados previstos pela teoria da similaridade para a escala de tensão.



Figura B.2 – Escala de tensão versus taxa de deformação.

Na Fig. B.3 apresenta-se a evolução da escala de tensão em função da escala geométrica, na qual verifica-se que para valores de comprimento do modelo próximos ao do protótipo a escala de tensão é unitária. Porém, para modelos reduzidos ( $\beta$ <1) o valor da escala geométrica se aproxima da ordem de 13,7% para uma escala geométrica 1/100 (ou seja, o modelo 100x menor que o protótipo).



Figura B.3 – Escala de tensão versus escala geométrica.

#### Análise de Incerteza nos Modelos em Escala

Em todo trabalho de caráter experimental é extremamente importante o reconhecimento das variáveis a serem medidas, o estabelecimento de qual estratégia será empregada para realizar as medições, além de analisar todas as questões metrológicas necessárias para o sucesso do experimento. Aliado a isto ainda é relevante as questões relacionadas à viabilidade da medição em função do investimento que se torna necessário.

Tendo em vista a necessidade em se planejar um experimento em que seja possível medir com a exatidão desejada, sem inviabilizar o projeto experimental, é de fundamental interesse avaliar as incertezas deste experimento, ainda na fase do projeto deste experimento. Portanto é possível selecionar os instrumentos necessários para se trabalhar com uma incerteza razoável sem comprometer os resultados, uma vez que estes resultados servirão de base para comparações entre vários procedimentos de modelagem e simulação de sistemas físicos de interesse da engenharia veicular.

Uma abordagem para análise de incertezas foi proposta por KLINE e MCCLINTICK (1953) através das Equações (B.55) e (B.56),

$$R = R(x_1, x_2, ..., x_n)$$
(B.55)

$$\boldsymbol{W}_{r} = \left[ \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{1}} \delta \boldsymbol{x}_{1} \right)^{2} + \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{2}} \delta \boldsymbol{x}_{2} \right)^{2} + \dots + \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{x}_{n}} \delta \boldsymbol{x}_{n} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(B.56)

Onde *R* é a variável dependente a ser calculada;  $x_1$ ,  $x_2$ ,...,  $x_n$  são variáveis independentes a serem medidas;  $\delta x_1$ ,  $\delta x_2$ ,...,  $\delta x_n$  são incertezas de cada um dos instrumentos de medição e  $w_r$  é a incerteza total.

Para um exemplo típico de analise de incerteza, a Equação (B.57) apresenta uma relação entre a aceleração e as variáveis comuns em impacto, como a velocidade, tensão e massa de impacto. Aplicando Equação (B.56) proposta por KLINE e MCCLINTICK (1953), conforme HOLMAN (1997), na Equação (B.57):

$$\boldsymbol{A} = \left(\frac{\boldsymbol{V}_o^4.\boldsymbol{\sigma}_d}{\boldsymbol{G}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{B.57}$$

tem-se a Equação (B.58)

167

$$\delta \mathbf{A} = \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial V_o} \,\delta \,V_o \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \sigma_d} \,\delta \sigma_d \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{G}} \,\delta \,\mathbf{G} \,\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{B.58}$$

que resolvida leva à Equação (B.59)

$$\delta A = \frac{1}{3} \left[ 16 \left( \frac{V_o \cdot \sigma_d}{G} \, \delta \, V_o \right)^{2/3} + \left( \frac{V_o^4}{G \cdot \sigma_d^2} \, \delta \sigma_d \right)^{2/3} + \left( \frac{V_o^4 \cdot \sigma_d}{G^4} \, \delta G \right)^{2/3} \right]^{\frac{1}{2}}$$
B.59)

Portanto para se avaliar a aceleração, a variável que influencia de modo majoritário o resultado é a velocidade. A incerteza total depende desta "parcela" na equação de KLINE e MCCLINTICK (1953), possibilitando desta forma projetar de forma eficiente o experimento, não sendo necessário se investir muito nas demais parcelas, referentes à incerteza da tensão e da massa.

# APÊNDICE C Programas desenvolvidos

# C.1 Programação em Mathcad

Segue abaixo o código elaborado em mathcad R13 para o ajuste de dados pelo método L-M. As linhas de comando estão comentadas para facilitar o entendimento.

324.9816376 0.22081*5* 0.0002187

pso11 =

ensaios :=

2 - Definições e arrumação dos dados experimentais em formato matricial

z - Denniç	oes e ar		tos dados ex		n iormato matricia	•
100	- 0.000	<u>1 =. 00</u>	taxare	1.0.01		
		0		1	2	3
	1		3.97·10·3	0.145241 0.147116	297.4981680000002 300.00215600000001	0.205183
ensaios =	2	9	9.97-10-3	0.14899	302.32475099999999	0.207249
	3		3.97·10·3	0.150858	304.470843	0.208212
	5		3.97-10-3	0.154673	308.18550499999998	0.210017
	6	9	3.97-10-3	0.156583	309.75767400000001	0.210868
i - 0.1	74000		númarae d	la linhae		
1.= 0,1.	76283		numeros u	e mmas		
$taxa_i :=$	ensaios <sub>i</sub>	o gi =	ensaios <sub>i, 1</sub>	o,	$:= ensaios_{i,2}$	
					<u> </u>	
taxai	=	6	s <sub>i</sub> =	Γ	297.498168	
9.97-1	10-3		0.145241		300.002156	
9.97-1	10-3	E	0.14899		302.324751	
9.97-1	10-3	-	0.150858	F	306.426572	
9.97-1	10-3		0.154673		308.185505	
		L				
3 - Linear	izacão de	e J-C				
				( +		
% f - ln(c)	50) + In[	$1 + B (\varepsilon -$	$\cdot \varepsilon 0)^{n} + \ln[$	$1 + C \ln \left( \frac{\tan 2}{\tan 2} \right)$		
				taxa		
4- Calculo serem aiu	∍dasderi ıstadas	vadas par	ciais em rela	cao as consta	ntes a	
₫_1n[1_±	B.(e = 4	•∩) <sup>n</sup> ]				
$\frac{1}{dB}$ mL1 +	2.12 - 8	·~/ _				
$\frac{d}{\ln \left[1 + \frac{1}{2}\right]}$	в.(е – е	<b>n</b> (0:				
dn	2 (0 - 0	~/ _				
	<i>.</i> .					
$\frac{d}{d} \ln \left( 1 + \right)$	$-C \ln \left[ -\frac{r}{r} \right]$	$\frac{2 \operatorname{axa}}{2 \operatorname{axa}}$				
ac (	ta	xaret //				
5- Calculo	da Matri	iz do Jacol	biano ?			
B := 330	<u></u>	= 0.008	n := 0.23	chute inicial -		log taxai
j := 02						taxaref)
-						$J_{1_{i,2}} := \frac{\log(e)}{1 + \log(e)}$
(ε	$(i - \epsilon 0)^n$		B-(	(n) $(\varepsilon_i - \varepsilon_0)^n$	-1	log taxa
,0 :=		n	1	$+ B \cdot (\varepsilon_i - \varepsilon_i^{0})^{i}$	a	1 + C. taxar
1 + B	$\cdot(\varepsilon_i - \varepsilon_0)$	<u>)</u>		<u> </u>		log(e)
i. o. =	7	T1; 1 =				
60586-10-3	Г	1.576131	1	$J_{1,2} =$		
61004-10-3	-	1.5560647	1	0045812-10	-3	
61415-10-3	ŀ	1.5365134	-	0045812-10	-3	
62221.10-3	ŀ	1.4986826	1	0045812-10	-3	
	-		-			
-Matriz Jac	obiano					
1 =	0	1	2			
0 0	160586-10-3	3 1.57613	31 0045812-10-3	3		
Erro et						
	-					
					[[ [ 10g[-	taxai
	1	( )>	. Г	പപി	1  og 1 + C	taxaref /
$1_i := \frac{\log(\sigma)}{\sigma}$	$\frac{i}{\underline{1}} = \left  \left( \frac{1}{\underline{2}} \right) \right $	$\frac{g(\sigma_0)}{2}$ +	$\frac{\log \left[1 + B\right]}{\log \left[1 + B\right]}$	$[\varepsilon_i - \varepsilon_0]^{-1}$ +		<u>pg(e) /</u>
* log(e	o EC i	log(e) /	log	(e)	(( log(e)	<u></u>
	3353807					
1 0	3408259					
2 0	.3456404					
$1 := (\mathbf{I}1^T \cdot \mathbf{J})$	$1 \pm 1$ iden	$(1)^{-1}$	$(\mathbf{J}1^{\mathrm{T}})$ (et1)			
			(01 ) (011)			
(	2624					
1 -5.018	3024					
1 =   -0.009	2185					
√-0.008	2187 J					
(P						
	1					
,011 .=   n	+ q1					
LC.	)					

# ANEXO I

# I.1 Análise química e metalográfica

São apresentados os resultados de análise química de todos os materiais empregados no Capítulo 4 do trabalho, bem como a micrografia do aço SAE 1020.

#### RELATÓRIO DE ENSAIO Nº:09020393 AQSP

Empresa interessada: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO Rua Marquês de São Vicente, nº 225 – Gávea / RJ Pedido de ensaio : 214871

Natureza do trabalho : ANÁLISE QUÍMICA

Indicações fornecidas pelo interessado sobre o material ensaiado:

QUANTIDADE.....: 01 Amostra de Latão IDENTIFICAÇÃO.....: CP 01

> RESULTADOS OBTIDOS COMPOSIÇÃO QUÍMICA (%)

Cobre	(Cu)	61,63
Manganês	(Mn)	<0,01
Fósforo	(P)	0,010
Chumbo	(Pb)	2,92
Estanho	(Sn)	0,10
Zinco	(Zn)	35,10
Ferro	(Fe)	0,14
Alumínio	(Al)	<0,01

Procedimentos Tork: séries P-200 e P-300.

Normas de Referências: ASTM E 30, ed.80 / E 663, ed.78.

Local e Data dos Ensaios: São Páulo, 19 de Fevereiro de 2009, Emissão do relatório: Rio de Janeiro, 19 de Fevereiro de 2009. Maria Coorde Mendes do Silva Garente Jacnico do Laboratorio Montante previa autorização do laboratorio emiente. Roj 1-8 e.1 TORK Controle Tecnológico de Materiais Ltda. SP - Rua Cruzeiro, 415 a 423 - CEP 01137-000 - Tel/Fax: (11) 3392-3902 - e-mail: torkiæ/laboratorios-tork.com.br RJ - Rua Leopoldino de Oliveira,392 - Turiaçu - CEP 21360-060 - Tel./Fax: (21) 2454-9599 /-3830-0011

.

Figura I.1- Análise química do latão

Fl. 1/1

TORK

SISTEMA DA QUALIDADE CONFORME

ISO 9001

= TORK =RELATÓRIO DE ENSAIO Nº:09020391 AQSP Fl. 1/1 Empresa interessada: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO Rua Marquês de São Vicente, nº 225 - Gávea / RJ TORK Pedido de ensaio : 214871 Natureza do trabalho : ANÁLISE QUÍMICA ISO 900 Indicações fornecidas pelo interessado sobre o material ensaiado: QUANTIDADE. .....: 01 Amostra de Alumínio nº 1 IDENTIFICAÇÃO..... .....: CP 01 **RESULTADOS OBTIDOS COMPOSIÇÃO QUÍMICA (%)** Silício (Si) 0,78 Ferro (Fe) 0,194 Cobre (Cu) 0,049 Manganês (Mn) 0,453 Magnésio (Mg) 0,59 Cromo (Cr) 0,030 Níquel <0,0010 (Ni) Zinco (Zn) (Ti) 0.018 Titânio 0,026 Prata (Ag) (B) <0,0001 Boro 0,0064 Berílio (Be) <0,0001 Bismuto (Bi) <0,0010 Cálcio (Ca) 0,0005 <0,0001 <0,0010 <0,0002 Cádmio (Cd) Cobalto (Co) (Li) (Na) Lítio <0,0001 Sódio Fósforo (P) 0,0020 Chumbo (Pb) <0,0005 Estanho (Sn) 0,0037 (Sr) (V) Estrôncio <0,0001 Vanádio 0,0056 Zircônio (Zr) 0,0003 (AI) Aluminio 97.8

Procedimentos Tork: séries P-200 e P-300.

Normas de Referências: ASTM E 327, ed. 94.

Local e Data dos Ensaios: São Paulo, 18 de Fevereiro de 2009. Emissão do relatório: Rio de/aneiro, 18 de Fevereiro de 2009.

uch Moria

Os resultados apresentados no presente documento têm significação restrita e se aplicam somente ao objeto ensaiado ou calibrado. A sua reprodução, total ou parcial, só poderá ser feita mediante prévia autorização do laboratório emitente.

TORK Controle Tecnológiço de Materiais Ltda. SP - Rua Cruzeiro, 415 a 423 - CEP 01137-000 - Tel./Fax: (11) 3392-3902 - e-mail: tork@laboratorios-tork.com.br RJ - Rua Leopoldino de Oliveira,392 - Turiaçu - CEP 21360-060 - Tel./Fax: (21) 2454-9599 #3830-0011

Figura I.2- Análise química do alumínio

#### 

#### RESULTADOS OBTIDOS COMPOSIÇÃO QUÍMICA (%)

Carbono	(C)	0,040
Silício	(Si)	0,53
Manganês	(Mn)	1,60
Fósforo	(P)	0,058
Enxofre	(S)	0,023
Cromo	(Cr)	18,82
Víquel	(Ni)	7.73
Molibdênio	(Mo)	0.275
Aluminio	(Al)	0,011
Cobre	(Cu)	0.66
Cobalto	(Co)	0,141
litânio	(Ti)	0,0053
lióbio	(Nb)	0,020
/anádio	(V)	0.075
l'unqstênio	(W)	0,065
Chumbo	(Pb)	0.013
Boro	(B)	0.0015
Estanho	(Sn)	0,015
Arsênio	(As)	0.0093
Bismuto	(Bi)	<0.0015
Cálcio	(Ca)	0,0024
erro	(Fe)	69,9

Procedimentos Tork: séries P-200 e P-300. Normas de Referências: ASTM E 327, ed. 94. Local e Data dos Ensaios: São Paulo, 18 de Fevereiro de 2009. Emissão do relatório: Rio de Janeiro, 18 de Fevereiro de 2009. Maria Courde Mendes da Silva Gerenta Jeonido do Laboratorio Consentados apresentados no presente documento tem significação restrita e se aplicam someme ao objeto ensaindo ou calibrado. A sua reprodução, total ou parcial, só poderá ser feia Rotane Mendes da Silva Gerenta Jeonido do Laboratorio Maria Courde da Manciela da Silva Barante Jeonido do Laboratorio Rota Courde Tecnológico de Materiais Ltda. Sa - Sua Cruzeiro, 415 a 423 - CEP 01137-000 - Tel/Fax: (11) 3392-3902 - e-mail: tork@laboratorios-tork.com.br RJ - Rua Leopoldino de Oliveira,392 - Turiaçu - CEP 21360-060 - Tel/Fax: (21) 2451-9599 / 3830-0011

Figura I.3- Análise química do aço inoxidável 304

= TORK =	
RELATÓRIO DE ENSAIO Nº:09020394 AQSP	Fl. 1/1
Empresa interessada: <b>PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO</b> Rua Marquês de São Vicente, nº 225 – Gávea / RJ	TODK
Pedido de ensaio : 214871	TURN
Natureza do trabalho : ANÁLISE QUÍMICA	SISTEMA DA QUALIDADE CONFORME
Indicações fornecidas pelo interessado sobre o material ensaiado:	ISO 9001
QUANTIDADE: 01 Amostra de Aço 1020 IDENTIFICAÇÃO: CP 04	
RESULTADOS OBTIDOS COMPOSIÇÃO OUMICA (%)	

Carbono	(C)	0.225	
Silício	(Si)	0 143	
Manganês	(Mn)	0.489	
Fósforo	(P)	0.023	
Enxofre	(S)	0.022	
Cromo	(Cr)	0.061	
Níquel	(Ni)	0.040	
Molibdênio	(Mo)	0.0045	
Alumínio	(AD	0.0024	
Cobre	(Cu)	0.136	
Cobalto	(Co)	< 0.0015	
Titânio	(Ti)	0.0016	
Nióbio	(Nb)	< 0.0030	
Vanádio	(V)	< 0.0010	
Tungstênio	(W)	0.021	
Chumbo	(Pb)	0.021	
Boro	(B)	< 0.0005	
Estanho	(Sn)	0,012	
Zinco	(Zn)	<0.0020	
Arsênio	(As)	0.0047	
Bismuto	(Bi)	< 0.0020	
Cálcio	(Ca)	0,0023	
Cério	(Ce)	<0.0030	
Zircônio	(Zr)	<0.0015	
Lantânio	(La)	<0,0010	
Ferro	(Fe)	98.8	

Procedimentos Tork: séries P-200 e P-300.

Normas de Referências: ASTM E 327, ed. 94.

Local e Data dos Ensaios: São Paulo, 18 de Fevereiro de 2009. Emissão do relatório: Rio de Janeiro, 18 de Fevereiro de 2009.

> da Silva Mar

Os resultados apresentados no presente documento têm significação restrita e se aplicam mediante prévia autorização do laboratório emitente. RAQ.1 - Rev.3 TORK Controle Tecnológico de Materiais Ltda.
SP - Rua Cruzeiro, 415 a 423 - CEP 01137-000 - Tel./Fax: (11) 3392-3902 - e-mail: tork@laboratorios-tork.com.br RJ - Rua Leopoldino de Oliveira,392 - Turiaçu - CEP 21360-060 - Tel./Fax: (21) 2454-9599 /#830-0011

Figura I.4– Análise química do aço AISI 1020

# = TORK =

#### RELATÓRIO DE ENSAIO Nº:09020396 AQSP

Empresa interessada: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO Rua Marquês de São Vicente, nº 225 – Gávea / RJ

Pedido de ensaio : 214871

#### Natureza do trabalho : ANÁLISE QUÍMICA

Indicações fornecidas pelo interessado sobre o material ensaiado:

QUANTIDADE	01 Amostra de Aco 4340
IDENTIFICAÇÃO:	CP 11

#### RESULTADOS OBTIDOS COMPOSIÇÃO QUÍMICA (%)

Carbono	(C)	0.387
Silício	(Si)	0.259
Manganês	(Mn)	0.68
Fósforo	(P)	0.042
Enxofre	(S)	0.021
Cromo	(Cr)	0.76
Níquel	(Ni)	1.70
Molibdênio	(Mo)	0.225
Alumínio	(AI)	0.010
Cobre	(Cu)	0.220
Cobalto	(Co)	0.0084
Fitânio	(Ti)	0.0028
Nióbio	(Nb)	0.0045
Vanádio	(V)	0.0051
Fungstênio	(W)	0.022
Chumbo	(Pb)	0.019
Boro	(B)	<0.0005
Estanho	(Sn)	0.025
Zinco	(Zn)	< 0.0020
Arsênio	(As)	0.0049
Bismuto	(Bi)	0.0030
Cálcio	(Ca)	0.0009
Cério	(Ce)	< 0.0030
lircônio	(Zr)	0.0021
antânio	(La)	< 0.0010
erro	(Fe)	95.6

Procedimentos Tork: séries P-200 e P-300.

Normas de Referências: ASTM E 327, ed. 94.

Local e Data dos Ensaios: São Paulo, 18 de Fevereiro de 2009. Emissão do relatório: Rio de Janeiro, 18 de Fevereiro de 2009.

> Maria Ceclija Mendes da Silva Gerente Jecnico do Laboratório

Os resultados apresentados no presente documento têm significação restrita e se aplicam somente ao objeto ensaiado ou calibrado. A sua reprodução, total ou parcial, só poderá ser feita mediante prévia autorização do laboratório emitente.

Rec.J TORK Controle Tecnológico de Materiais Ltda. SP - Rua Cruzeiro, 415 a 423 - CEP 01137-000 - Tel/Fax: (11) 3392-3902 - e-mail: tork@laboratorios-tork.com.br RJ - Rua Leopoldino de Oliveira,392 - Turiaçu - CEP 21360-060 - Tel/Fax: (21) 2451-9599 / 3830-0011

Figura I.5– Análise química do aço AISI 4340

Fl. 1/1

TORK

SO 900





Figura I.6 – Micrografia do aço AISI 1020

µm 800x

12