

1 Introdução

1.1 Motivação e Objetivos

A modelagem de acidentes rodoviários, vide Tabela 1 e Apêndice A, depende da descrição precisa das tensões e deformações dinâmicas na estrutura veicular, informação indispensável para o cálculo das velocidades no momento da colisão.

Tabela 1 – Estatísticas envolvendo tipos de colisões diferentes.

Tipo de Acidente	Acidentes		Feridos		Mortos		Mortes / 100 acidentes
	Quantidade	%	Quantidade	%	Quantidade	%	
Colisão frontal	4.538	4,0	7.395	11,2	1.508	24,6	33,23
Atropelamento pedestre	3.996	3,6	3.581	5,4	1.170	19,1	29,28
Colisão lateral	19.118	17,0	9.323	14,1	600	9,8	3,14
Colisão traseira	27.124	24,1	9.710	14,7	550	9,0	2,03
Saída de pista	14.574	13,0	8.903	13,5	507	8,3	3,48
Colisão transversal	7.982	7,1	6.567	9,9	472	7,7	5,91
Capotamento	7.353	6,5	7.470	11,3	449	7,3	6,11
Outros	6.311	5,6	2.863	4,3	336	5,5	5,32
Colisão com objeto fixo	10.430	9,3	4.730	7,2	281	4,6	2,69
Tombamento	6.418	5,7	4.362	6,6	162	2,6	2,52
Atropelamento animais	3.479	3,1	812	1,2	54	0,9	1,55
Engavetamento	1.134	1,0	401	0,6	30	0,5	2,65
Total	112.457	100,0	66.117	100,0	6.119	100,0	5,44

Fonte: PRF/MJ, Coordenação Geral de Operações, Divisão de Planejamento Operacional, Núcleo de Estatística, Datatran 2004.

Visando compreender melhor o comportamento mecânico dinâmico dos materiais estruturais, os objetivos deste trabalho são:

1. Desenvolver e qualificar uma metodologia apropriada para a medição de propriedades mecânicas dinâmicas, verificando em particular a influência de diferentes estratégias de controle nos resultados dos ensaios dinâmicos de tração;
2. Verificar a influência da estratégia de medição das propriedades mecânicas na previsibilidade do comportamento de estruturas sujeitas a impactos;

3. Estabelecer uma sistemática para criação de um banco de dados experimental estatisticamente confiável, para assim poder qualificar os modelos propostos;
4. Desenvolver um procedimento para o ajuste global de curvas, para assim se estudar o efeito simultâneo de várias variáveis.

1.2

Estrutura da Tese

Esta tese está organizada em 7 capítulos, 3 apêndices e 1 anexo, a saber:

- *Capítulo 1 – Introdução:* Descreve a motivação, os objetivos e a estrutura da tese, e apresenta uma revisão comentada da literatura.
- *Capítulo 2 – Procedimentos para Ajuste e Tratamento Estatístico de Dados Experimentais:* Trata do ajuste global de dados e de critérios estatisticamente válidos para permitir a comparação entre as estratégias de controle dos ensaios de tração.
- *Capítulo 3 – Resultados dos Ensaios de Tração:* Apresenta resultados de testes de tração dinâmicos de vários materiais estruturais, numa abordagem exploratória da importância dos efeitos da taxa de carregamento nas propriedades mecânicas; e uma base de dados estatisticamente confiável de curvas tensão-deformação do aço AISI 1020 medidas sob taxas $d\varepsilon/dt = 10^{-4}$ -10/s.
- *Capítulo 4 – Ajuste de Modelos Mecânicos:* Avalia diversos modelos para descrever as propriedades dinâmicas medidas a partir da base de dados obtida no Capítulo 3, e do procedimento desenvolvido para ajustar modelos no Capítulo 2
- *Capítulo 5 – Simulação Numérica e Validação Experimental:* Avalia quantitativamente a influência dos modelos das propriedades dinâmicas na simulação numérica por elementos finitos de testes de impacto em pórticos.
- *Capítulo 6 – Conclusão e Sugestões para Trabalhos Futuros.*
- *Capítulo 7 – Bibliografia.*
- *Apêndices A, B e C:* Apresentam estudos complementares de interesse para trabalhos futuros
- *Anexo I:* Apresenta resultados das análises químicas e metalográfica.

1.3

Revisão da Literatura

A taxa de deformação pode influenciar de forma significativa as propriedades mecânicas de vários materiais estruturais. Os testes dinâmicos podem ser divididos em função da taxa como mostrado nas Tabelas 2 e 3.

Tabela 2: Classificação das técnicas de testes de acordo com a taxa de deformação, adaptado de Meyers (1994).

Métodos de Teste	Considerações Dinâmicas
Alta velocidade de impacto: 10^5 - $10^7/s$ – Explosivos – Impacto de placa normal – Laser pulsado – Chapa explodindo	Efeitos inerciais importantes Propagação de ondas de choque elastoplásticas
Dinâmica alta: 10^3 - $10^4/s$ – Teste de Taylor – Barra de Hopkinson – Anel de Expansão	
Dinâmica baixa: 10 - $10^2/s$ – Máquinas hidráulicas ou pneumáticas de alta velocidade	A ressonância mecânica no corpo de prova e na máquina é importante
Quase estático: 10^{-4} - $1/s$ – Máquinas hidráulicas, servo-hidráulicas ou de parafuso	Testes com velocidade do travessão superior constante
Fluência e relaxamento de tensões: 10^{-9} - $10^{-5}/s$ – Máquinas de parafuso ou de fluência	Resposta visco-plástica dos metais

Tabela 3: Classificação das técnicas de testes de acordo com a taxa de deformação, adaptado de Dieter (1981).

Taxas de deformação	Condição ou tipo de teste
10^{-8} - $10^{-5}/s$	Testes de fluência sob carga ou tensão constante
10^{-5} - $10^{-1}/s$	Testes de tração estática em máquinas hidráulicas ou de transmissão mecânica
10^{-1} - $10^2/s$	Testes dinâmicos de tração ou compressão
10^2 - $10^4/s$	Testes de alta velocidade usando barras de impacto (deve ser considerado o efeito de propagação de onda)
10^4 - $10^8/s$	Hipervelocidade de impacto usando canhões de gás ou projéteis explosivos (propagações de ondas de choque)

Portanto, a classificação dos ensaios mecânicos quanto à taxa de deformação não é unânime. Segundo Dieter (1981), a faixa destinada dos ensaios usuais em engenharia, denominados quase-estáticos, varia entre 10^{-5} e $10^{-1} s^{-1}$, já para Meyers (1994), estas taxas estão entre 10^{-4} e $1s^{-1}$. Estes ensaios fornecem a grande maioria de dados compilados em livros textos, manuais e artigos, que em geral não descrevem a metodologia de teste em detalhes. Nesta tese são usados resultados de ensaios de tração medidas sob taxas $d\varepsilon/dt = 10^{-4}$ - $10/s$, tendo em vista os cenários de colisão veicular (Chen *et al*, 2004).

A Fig. 1 ilustra o efeito da taxa de deformação na resistência mecânica do cobre (Dieter, 1981). O aumento da taxa provoca um aumento da resistência deste material, como descrito por modelos matemáticos estudados no Capítulo 4. A influência da

temperatura também é muito relevante, mas não é tratada nesta tese, pois em geral não afeta a modelagem dos acidentes veiculares.

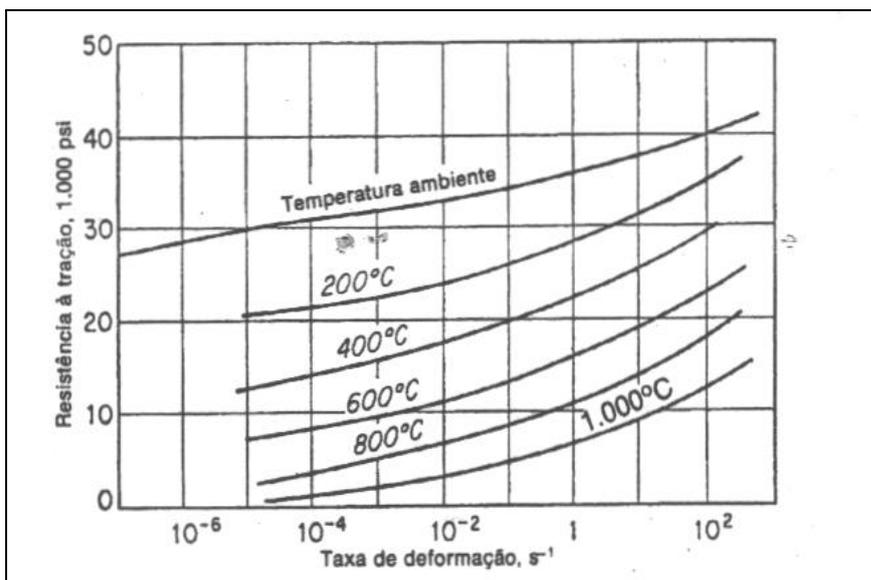


Figura 1 - Resistência à tração do Cu em função da taxa de deformação e da temperatura (Dieter, 1981).

O *National Research Council* publicou em 1978 o documento “Resposta de metais e estruturas metálicas ao carregamento dinâmico”, e dentre as suas recomendações, destacam-se:

- Existem equações e dados disponíveis, mas não confiáveis, para predição da resposta plástica dos materiais, principalmente em situações de descarregamento e recarregamento. Há uma forte necessidade de uma análise dinâmica adicional para acompanhar os testes sob altas taxas de deformação.
- O desenvolvimento de estruturas em escala vem sendo empregado em função do custo e tempo reduzido dos ensaios. Entretanto, o entendimento de como as falhas ocorrem, em função da geometria e do material, ainda é precário. Ressalta-se a dificuldade de obter uma similaridade completa, ou seja, semelhança geométrica, cinemática, dinâmica e constitutiva. Em determinados casos a análise pode não ser restrita ao período de comportamento elástico linear, e deve incluir o comportamento elasto-plástico.
- A padronização dos métodos de teste para medição do comportamento da curva tensão versus deformação a altas taxas de deformação deve ser considerada antes de usar estes dados em aplicações de projeto.

Portanto, existe uma preocupação de longa data no que se refere ao comportamento mecânico do material em situações envolvendo impacto.

1.3.1

Influência da máquina de teste nas propriedades mecânicas

Nos ensaios de tração, tanto o corpo de prova (CP) quanto a máquina de tração são carregados. As deformações do CP são elastoplásticas, mas a máquina de tração é projetada para se deformar somente no regime elástico. Mecanicamente este sistema pode ser considerado como duas molas em série. Portanto, uma máquina de tração sob controle de velocidade de carga constante impõe deslocamentos neste sistema dados por:

$$vt = \frac{P}{K} + \frac{\sigma L}{E} + \varepsilon_p L \quad (1)$$

onde v é a velocidade do travessão (m/s); t é o tempo (s); P é a carga aplicada (N); K é a rigidez da máquina (N/m); σ é a tensão (Pa); L é a base de medida do CP (m); E é o seu módulo de elasticidade (Pa); e ε_p é a deformação plástica (m/m) nele atuante.

A interação corpo de prova/máquina de teste tem grande influência na taxa de deformação. Se for eliminado o tempo da equação (1) pela introdução da taxa de tensão e de deformação $\dot{\sigma}$ e $\dot{\varepsilon}$, então, substituindo $P = \sigma A$, sendo A a área de seção transversal do CP, tem-se:

$$\frac{v}{L} = \frac{\dot{\sigma}}{E} \left(\frac{AE}{KL} + 1 \right) + \dot{\varepsilon}_p \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_p = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \dot{\varepsilon}_p \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{(vK/AE) + \dot{\varepsilon}_p}{(KL/AE) + 1} \quad (4)$$

Portanto, a taxa de deformação plástica obtida de uma curva carga×tempo numa máquina sob controle de velocidade de carga constante deve ser corrigida considerando a rigidez da máquina e a elasticidade do CP (Hamstad e Gillis, 1966 apud Dieter, 1981). Segundo Dieter (1981), as máquinas de teste comuns têm rigidez na faixa 7 a 22 MN/m, enquanto CP de aço típicos possuem uma rigidez da ordem de 200-400 MN/m. A rigidez de um CP de aço com 10 mm de diâmetro e 50 mm de comprimento e.g. é $AE/L \cong 320$ MN/m, muito maior do que a das máquinas de teste. No começo do teste de tração, a taxa de deformação plástica $\dot{\varepsilon}_p = 0$ e a velocidade do carregamento é v_0 , logo a equação (4) reduz-se a:

$$\dot{\varepsilon}_0 = \frac{v_0}{L} \left(1 + \frac{AE}{KL} \right) \quad (5)$$

enquanto que no limite de escoamento $\dot{\sigma}_1 = 0$, e $\dot{\epsilon}_1 = v_1/L$. Para se obter uma taxa de deformação constante do início do teste até o limite de escoamento, $\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}_1$, deve-se alterar a velocidade de carga da máquina do seu valor inicial v_0 para o valor no limite de escoamento v_1 por um fator:

$$\frac{v_0}{v_1} = 1 + \frac{AE}{KL} \quad (6)$$

Esse fator proporciona um aumento de 20x da velocidade durante a execução do ensaio, para um CP padrão de aço. Portanto, para manter uma taxa de deformação constante do início do teste até o limite de escoamento, são necessárias grandes mudanças na velocidade do carregamento imposto pela máquina de teste.

1.3.2

Aplicação do fator de correção de velocidade para alguns materiais

Uma simulação do fator de correção expresso em (6) foi feita considerando um CP de tração padronizado pela ABNT NBR 6892 (2002), ilustrado nas Figs. 2 e 3, para os seguintes materiais: aço carbono, alumínio, latão, titânio e magnésio, cujas propriedades mecânicas básicas estão na Tabela 4 (Juvinal e Marshek, 2000). Para garantir uma melhor qualidade nos resultados experimentais descritos adiante, os CP testados neste trabalho foram usinados num torno com controle numérico computadorizado (CNC), ilustrado na Fig. 4.

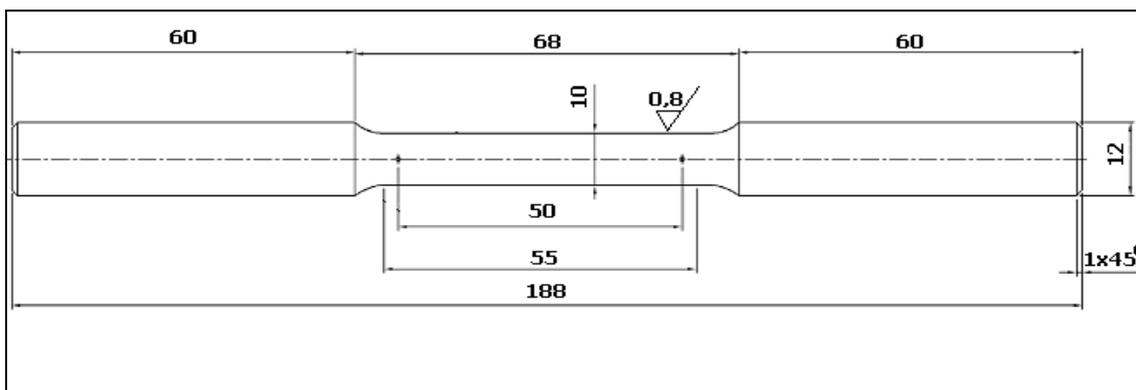


Figura 2 - Corpo de prova padrão ABNT NBR 6892 (2002).



Figura 3 - Corpo de prova padrão fabricado numa máquina CNC.

Tabela 4 - Propriedades físicas de metais comuns, adaptado de Juvinal e Marshek (2000)

Ligas	Módulo de elasticidade E (GPa)	Metais Puros	Módulo de elasticidade E (GPa)	Módulo de rigidez G (GPa)	Coef. de Poisson ν	Massa específica ρ (kg/m ³)
alumínio	68-73	Al	69	27	0,33	2800
latão	100-125	Cu	124	41	0,34	8700
Fe fundido	80-170	-	-	-	0,28	7200
magnésio	41-45	Mg	45	17	0,29	1800
níquel	190-235	Ni	214	79	0,31	8200
aços	190-210	Fe	200	79	0,29	7700
titânio	105-120	Ti	116	42	0,34	4400
zinco	43-96	Zn	80	21	0,25	6600

A Fig. 5 apresenta os fatores de correção de velocidade do travessão da máquina de tração para manter o CP com a taxa de deformação constante, conforme a equação (6). Considerando a faixa de rigidez das máquinas convencionais citada por Dieter (1981), para o alumínio o fator de correção varia de 4,5 até 17; para o aço de 8 a 47; para o latão de 6,5 a 25,6; para o titânio de 6,5 a 26,5; e para o magnésio de 2,2 a 11. Portanto, quanto maior a rigidez do CP, maior é a variação da velocidade do carregamento requerida para manter a taxa de deformação constante no CP.

Ensaio sob controle de velocidade do travessão foram feitos numa máquina Instron de parafuso para verificar o fator de correção de DIETER, vide Fig. 6. A Fig. 7 mostra um gráfico força versus deslocamento obtido durante o teste de um CP (aço AISI 1020, com diâmetro 10 mm) testado sob controle da velocidade do travessão da máquina de teste, mantida constante e igual a $v_t = 7,5$ mm/min durante o teste, vide Fig. 8.



Figura 4 - Máquina CNC usada para fabricar os CP testados neste trabalho.

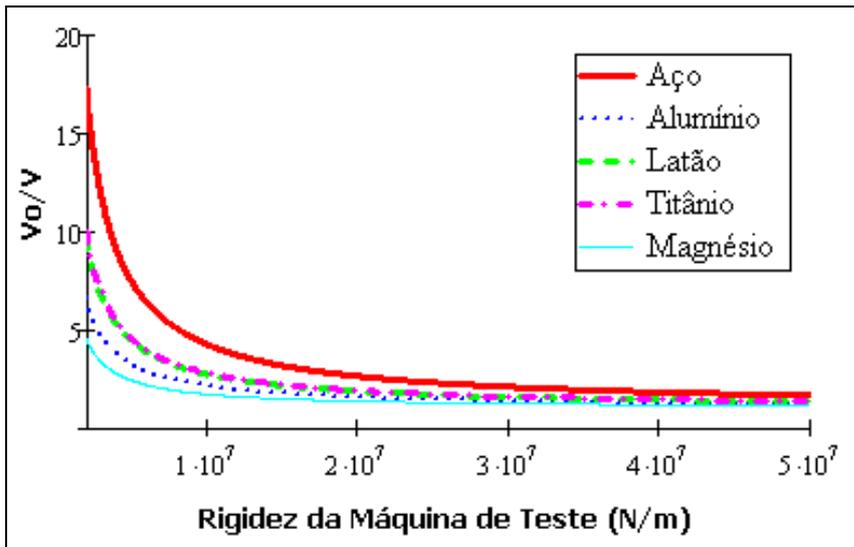


Figura 5 - Fator de correção de velocidade para vários materiais.



Figura 6 – Máquina Instron 5500 R e o CP de tração com uma bela fratura copo-cone.

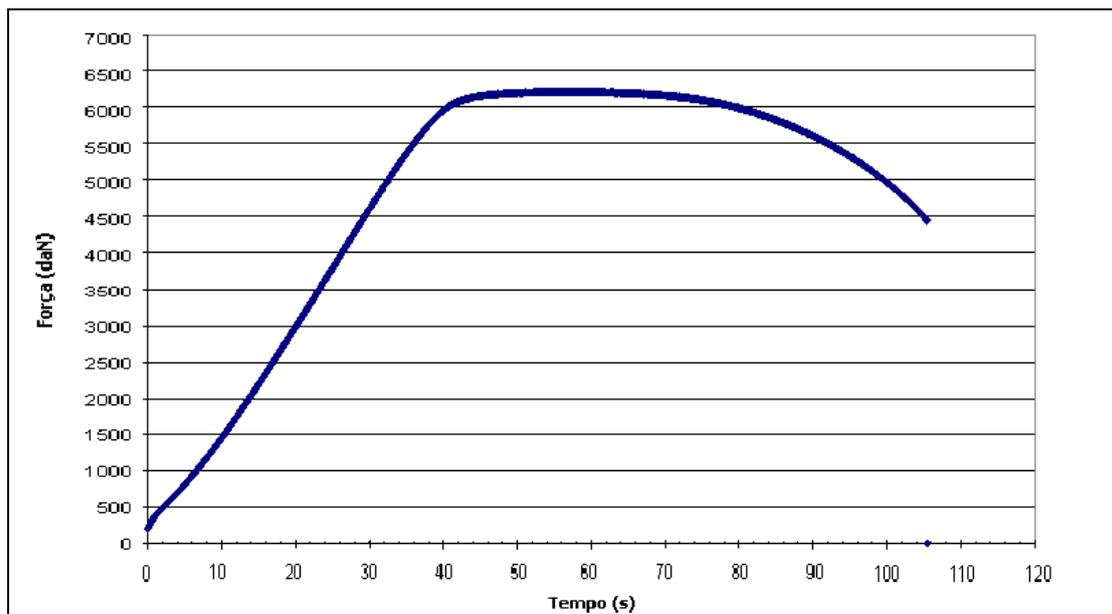


Figura 7 – Força versus tempo (sob controle de velocidade do travessão)

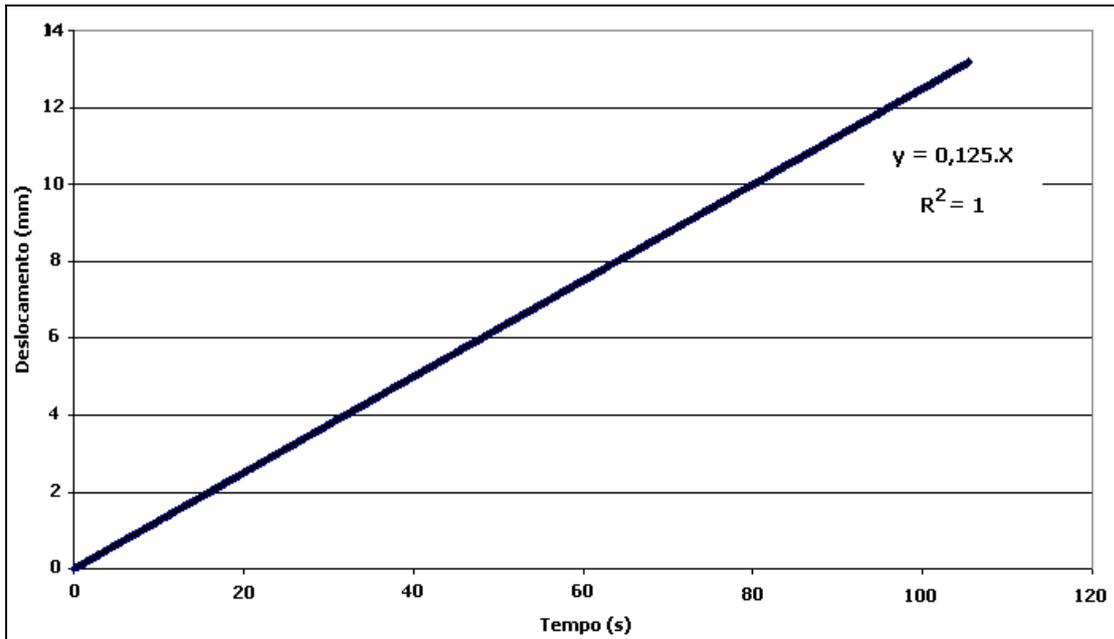


Figura 8 – Deslocamento do travessão versus tempo (sob controle de velocidade do travessão)

A taxa de deformação do ensaio ilustrado nas Fig. 8 e 10 pode ser estimada por $\dot{\epsilon} \cong v_t/L_0$ (Meyers, 1994), logo $\dot{\epsilon} \cong 7.5/50 \cdot 60 = 2.5 \cdot 10^{-3} s^{-1}$ e o tempo para atingir a carga máxima é de cerca de 50 segundos. Um segundo CP similar foi testado sob taxa de deformação constante $\dot{\epsilon} = 2.5 \cdot 10^{-3} s^{-1}$ (Fig. 9), controlada por um *clip-gage* fixo ao CP. A variação da velocidade do travessão neste caso chega a 19 vezes o valor da velocidade inicial de teste, vide Fig. 10, confirmando assim a ordem de grandeza das previsões da equação (6), vide Fig. 5.

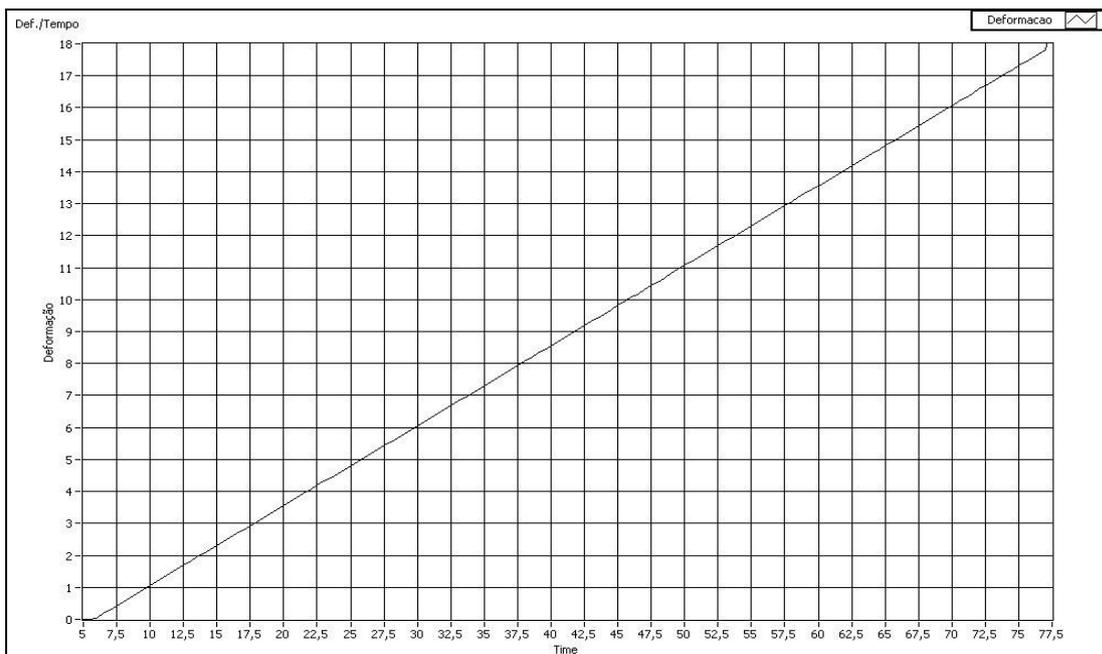


Figura 9 – Deformação do CP versus tempo (sob controle da taxa de deformação)

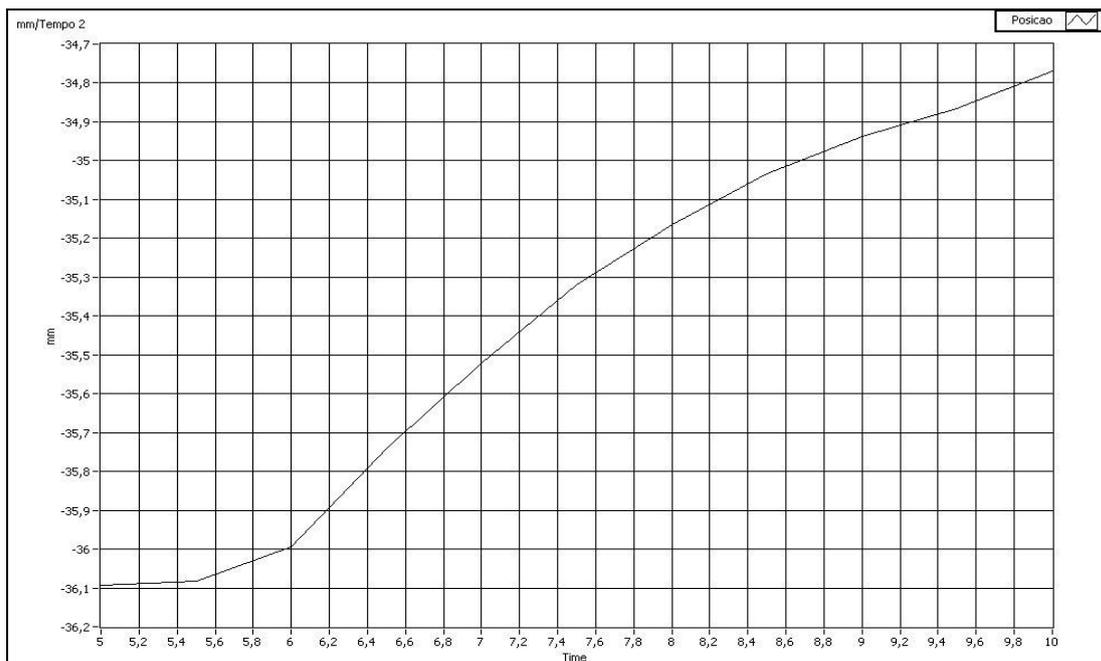


Figura 10 – Deslocamento do travessão *versus* tempo (sob controle da taxa de deformação).

Comparando estes resultados pode-se concluir que: (i) o tempo para atingir a carga máxima é cerca de 50 segundos sob controle da velocidade do travessão (Fig. 7), enquanto sob controle da taxa de deformação é de cerca de 5 segundos (Fig. 11); e (ii) sob controle da taxa de deformação a velocidade do travessão varia em até 19 vezes em relação ao seu valor nominal, logo neste ensaio (usual em engenharia) não se consegue obter uma taxa de deformação constante. No Capítulo 3 é feita uma avaliação experimental mais ampla para investigar este efeito.

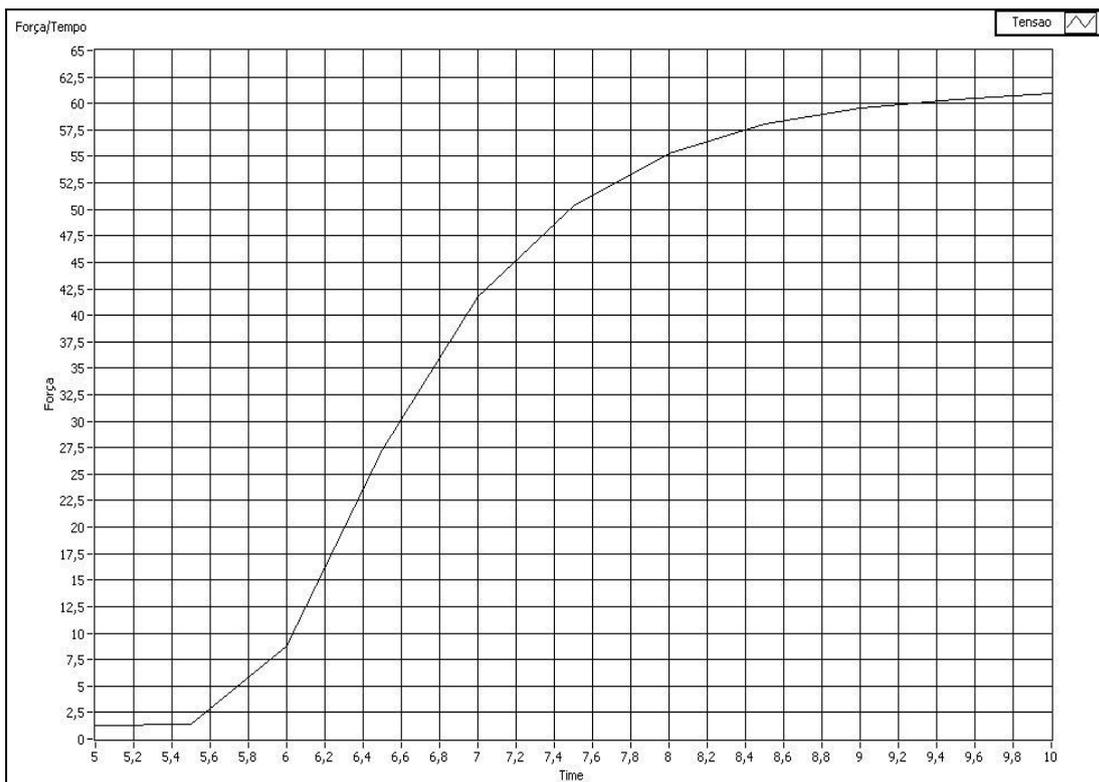


Figura 11 – Força versus tempo (sob controle da taxa de deformação).

1.3.3

Modelos constitutivos

Modelos devem descrever satisfatoriamente o comportamento esperado, e quando o fazem os mais simples são preferíveis frente aos mais complexos, seguindo o princípio da navalha de Occam (Magee, 1999). Modelos que relacionam tensão, deformação e taxa de deformação não são muito comuns na engenharia estrutural, pois os efeitos das taxas são em geral negligenciados quando se usam ligas estruturais metálicas na temperatura ambiente. Há vários modelos do tipo $\sigma = f(\varepsilon)$ para descrever o encruamento independente do tempo, por exemplo:

$$\sigma = S_E + \kappa \cdot (\varepsilon + S_E/E)^n \quad \text{Ludwik} \quad (7)$$

$$\sigma = C \cdot \varepsilon^n \quad \text{Hollomon} \quad (8)$$

$$\varepsilon = \sigma/E + (\sigma/H)^{1/h} \quad \text{Ramberg-Osgood} \quad (9)$$

Para considerar o efeito da taxa de deformação, pode-se somar à parcela do endurecimento por deformação a parcela relativa ao endurecimento provocado pela viscosidade (LANGRAND *et al*, 1999):

$$\sigma = f(\varepsilon) + g(\dot{\varepsilon}) \quad (10)$$

Uma função tipo $g(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ foi proposta por Sokolovsky-Marvern (*apud* LANGRAND *et al*, 1999):

$$g(\dot{\varepsilon}) = A \cdot \log(1 + B \cdot \dot{\varepsilon}) \quad (11)$$

Outra abordagem usa modelos reológicos para descrever o comportamento mecânico dos materiais, vide Fig. 12 (Dowling, 1993).

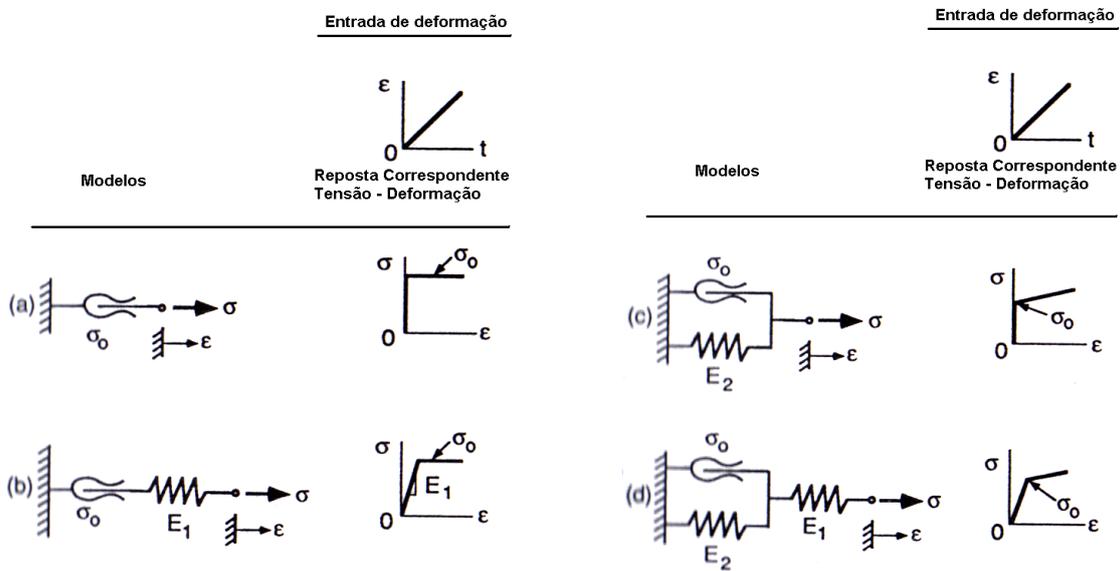


Figura 12: Modelos reológicos básicos para a deformação plástica: (a) Comportamento rígido perfeitamente plástico; (b) Comportamento elástico perfeitamente plástico; (c) Comportamento rígido com endurecimento linear; (d) Comportamento elástico com endurecimento linear.

A Fig. 13 mostra uma associação de molas lineares usada para simular um encruamento não-linear subdividindo-o em vários trechos lineares.

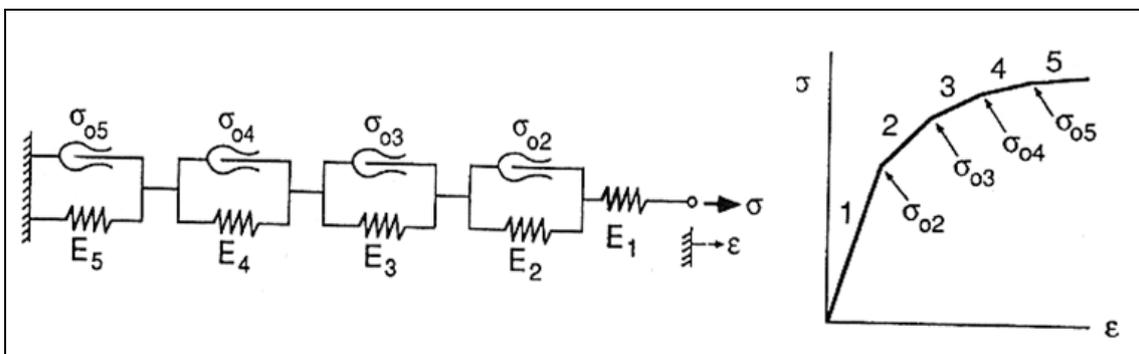


Figura 13 - Modelo reológico com resposta elástica e endurecimento não-linear

Na modelagem de colisões veiculares é bastante comum a utilização de modelos reológicos para simular o comportamento dos materiais estruturais (Rosemberg e Karnopp, 1990). Huang (2002) lista vários modelos comumente empregados em simulações computacionais. A Fig. 14 mostra os tipos básicos dos modelos que podem simular um comportamento viscoelástico através do uso de molas e amortecedores lineares.

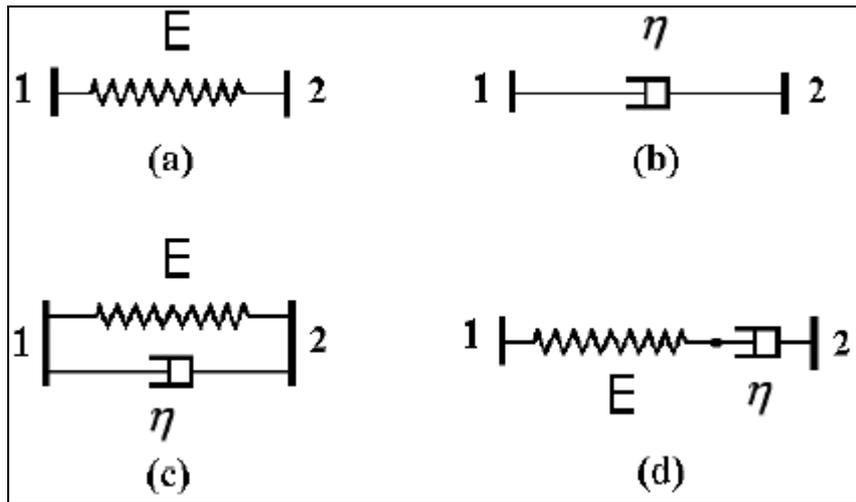


Figura 14: Representação simplificada dos elementos básicos e suas combinações: (a) mola (b) amortecedor (c) Kelvin-Voight (d) Maxwell

Para o modelo de uma mola em série com um amortecedor, denominado de modelo de Maxwell (Fig.14), tem-se:

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sigma_m(t) = \sigma_a(t) \quad (12)$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_a(t) \quad (13)$$

- Equações constitutivas:

$$\begin{aligned} \sigma_m(t) &= E \cdot \varepsilon_m(t) \\ \sigma_a(t) &= \eta \cdot \dot{\varepsilon}_a(t) \end{aligned} \quad (14)$$

- Equação diferencial:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \dot{\sigma}(t)/E + \sigma(t)/\eta \quad (15)$$

O modelo de Kelvin-Voight usa uma mola em paralelo com um amortecedor (Fig. 14):

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sigma_m(t) + \sigma_a(t) \quad (16)$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) = \varepsilon_a(t) \quad (17)$$

- Equações constitutivas:

$$\begin{aligned} \sigma_m(t) &= E \cdot \varepsilon_m(t) \\ \sigma_a(t) &= \eta \cdot \dot{\varepsilon}_a(t) \end{aligned} \quad (18)$$

- Equação diferencial:

$$\dot{\varepsilon}(t) + \frac{E \cdot \varepsilon(t)}{\eta} = \frac{\sigma(t)}{\eta} \quad (19)$$

No modelo conhecido como sólido linear padrão, Fig. 15, tem-se:

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sigma_{m1}(t) = \sigma_{m2}(t) + \sigma_a(t) \quad (20)$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{m1}(t) + \varepsilon_{m2}(t) \quad (21)$$

$$\varepsilon_{m2}(t) = \varepsilon_a(t)$$

- Equações constitutivas:

$$\sigma_{m1}(t) = E_1 \cdot \varepsilon_{m1}(t)$$

$$\sigma_{m2}(t) = E_2 \cdot \varepsilon_{m2}(t) \quad (22)$$

$$\sigma_a(t) = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_a(t)$$

- Equação diferencial:

$$\frac{\eta \cdot \dot{\sigma}(t)}{E_1} + \left(1 + \frac{E_2}{E_2}\right) \sigma(t) = \eta \cdot \dot{\varepsilon}(t) + E_2 \varepsilon(t) \quad (23)$$

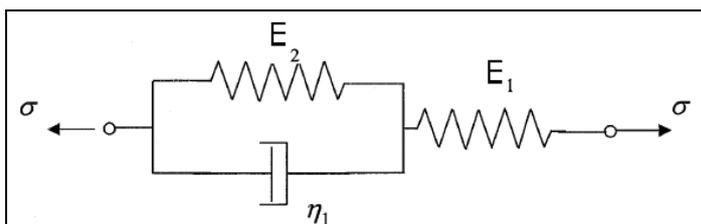


Figura 15 – Modelo de sólido padrão

O modelo viscoso com três parâmetros é apresentado na Fig. 16.

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sigma_{a2}(t) = \sigma_{m1}(t) + \sigma_{a1}(t) \quad (24)$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{m1}(t) + \varepsilon_{a2}(t) \quad (25)$$

$$\varepsilon_{a1}(t) = \varepsilon_{m1}(t)$$

- Equações constitutivas:

$$\sigma_{m1}(t) = E_1 \cdot \varepsilon_{m1}(t)$$

$$\sigma_{a1}(t) = \eta_1 \cdot \dot{\varepsilon}_{a1}(t) \quad (26)$$

$$\sigma_{a2}(t) = \eta_2 \cdot \dot{\varepsilon}_{a2}(t)$$

- Equação diferencial:

$$\dot{\varepsilon}_{a2}(t) = \left(\frac{E_1}{\eta_1}\right) \varepsilon_{m1}(t) + \left(\frac{\eta_1}{\eta_1}\right) \dot{\varepsilon}_{m1}(t) \quad (27)$$

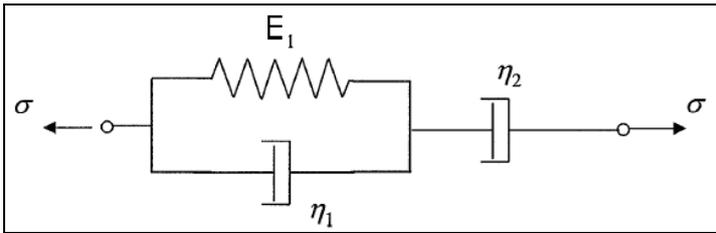


Figura 16 – Modelo viscoso com três parâmetros.

Para o modelo generalizado de Kelvin (Figura 17), tem-se:

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sigma_{m1}(t) + \sigma_{a1}(t) = \sigma_{m1}(t) + \sigma_{a1}(t) + \dots + \sigma_{mn}(t) + \sigma_{an}(t) \tag{28}$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) + \dots + \varepsilon_n(t) \tag{29}$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\dot{\sigma}_{mi}}{E_i} + \frac{\dot{\sigma}_{ai}}{\eta_i} \right)$$

- Equações constitutivas:

$$\begin{aligned} \sigma_{m1}(t) &= E_1 \cdot \varepsilon_{m1}(t) \\ &\dots \dots \dots \dots \\ \sigma_{mn}(t) &= E_n \cdot \varepsilon_{mn}(t) \\ \sigma_{a1}(t) &= \eta_1 \cdot \dot{\varepsilon}_{a1}(t) \\ &\dots \dots \dots \dots \\ \sigma_{an}(t) &= \eta_n \cdot \dot{\varepsilon}_{an}(t) \end{aligned} \tag{30}$$

- Equação diferencial de governo:

$$\sigma(t) = E_n \cdot \varepsilon_{mn}(t) + \eta_n \dot{\varepsilon}_{an}(t) \tag{31}$$

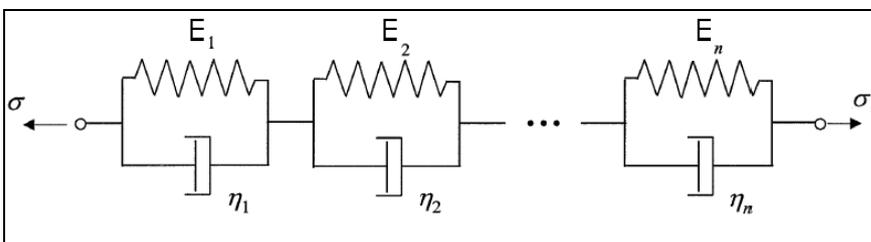


Figura 17 - Modelo generalizado de Kelvin.

Para o modelo generalizado de Maxwell (Figura 18), tem-se:

- Equação de equilíbrio:

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^{i=n} [\sigma_{mi}(t) + \sigma_{ai}(t)] \tag{32}$$

- Equação de compatibilidade:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{m1}(t) + \varepsilon_{a1}(t) = \varepsilon_{m2}(t) + \varepsilon_{a1}(t) + \dots + \varepsilon_{mn}(t) + \varepsilon_{an}(t) \quad (33)$$

- Equações constitutivas:

$$\begin{aligned} \sigma_{m1}(t) &= E_1 \cdot \varepsilon_{m1}(t) \\ &\dots \dots \dots \\ \sigma_{mn}(t) &= E_n \cdot \varepsilon_{mn}(t) \\ \sigma_{a1}(t) &= \eta_1 \cdot \dot{\varepsilon}_{a1}(t) \\ &\dots \dots \dots \\ \sigma_{an}(t) &= \eta_n \cdot \dot{\varepsilon}_{an}(t) \end{aligned} \quad (34)$$

- Equação diferencial de governo

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^{i=n} [E_i \varepsilon_{im}(t) + \eta_i \dot{\varepsilon}_{ia}(t)] \quad (35)$$

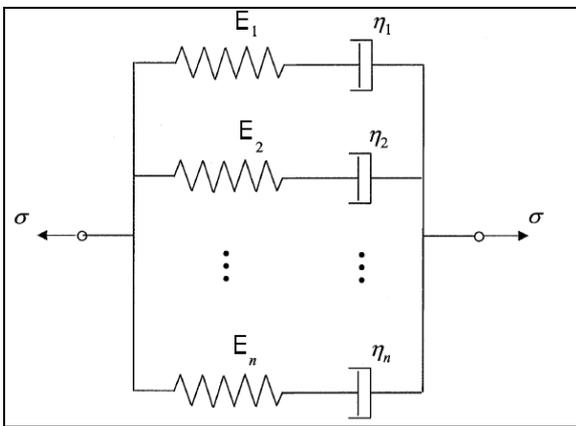


Figura 18 - Modelo generalizado de Maxwell.

1.3.4

Modelos Viscoelasto-Plásticos

Smerd *et al* (2005) usaram o modelo original de Johnson-Cook, J-C, (1983) expresso pela equação (36), para descrever o efeito da taxa de deformação nas propriedades mecânicas de uma liga de alumínio usada em aplicações automobilísticas.

$$\sigma = (A + B \cdot \varepsilon^n) \left(1 + C \cdot \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[1 - (T^*)^m \right] \quad (36)$$

na qual A , B , C , n , m são parâmetros experimentais, T^* é a temperatura homóloga, $T^* = T_{\text{trabalho}}/T_{\text{fusão}}$, e $\dot{\varepsilon}_0$ é uma taxa de deformação de referência. A Fig. 19 apresenta os resultados propostos pelo uso da referida equação e os obtidos experimentalmente, mostrando uma boa concordância entre eles.

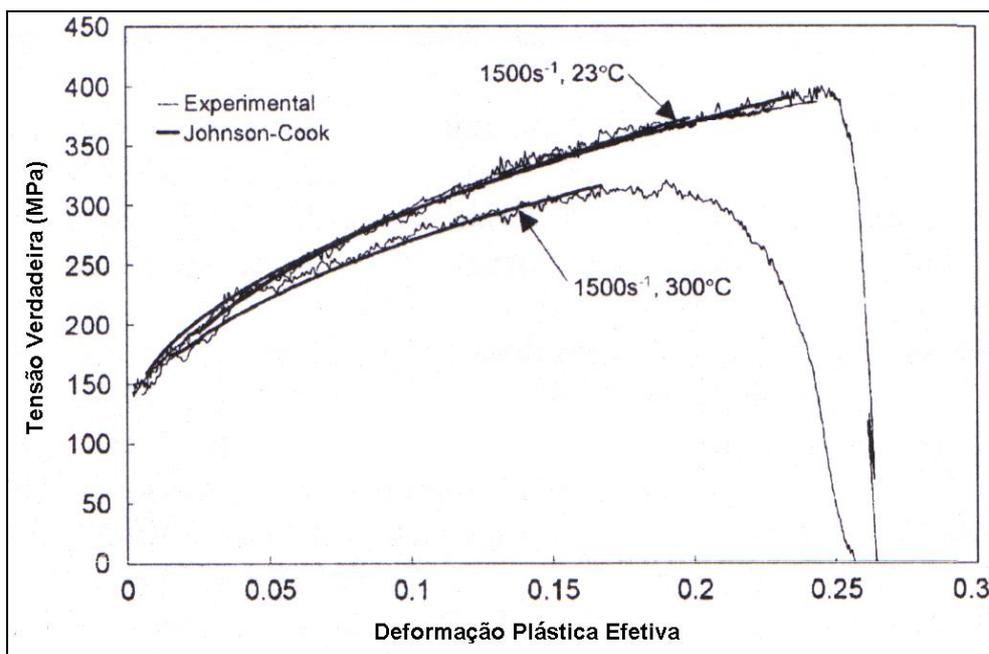


Figura 19 - Análise do comportamento dinâmico de um material

A Tabela 5 apresenta as constantes de J-C representativas para vários materiais [JONES,1997]. Vale ressaltar que estas constantes foram obtidas de modo local e para condição de taxa estimada por V/L_0 .

Um modelo modificado da equação de J-C para aplicações veiculares em *crashworthiness* (adequabilidade ao impacto) foi proposto por Kang *et al* (2004). Neste trabalho os autores afirmam que o ajuste proporcionado por esta nova equação é bem mais adequado que aquele obtido pela equação original de J-C, vide Tabela 6.

$$\sigma = (A + B \cdot \varepsilon^n) \cdot [1 + C_1 \ln(\dot{\varepsilon}) + C_2 (\ln(\dot{\varepsilon}))^2] \cdot [(1 + (T^*)^m)] \quad (37)$$

Na Tabela 6 as constantes constitutivas do material são determinadas de modo análogo ao da tabela 5, que lista constantes representativas da equação original de Johnson-Cook. A Fig. 20 apresenta uma comparação dos resultados obtidos pelo ajuste das duas equações, ou seja, a equação original e a sua expressão modificada.

Kamal e Wolf (1982) apresentam um estudo das deformações plásticas em uma colisão veicular, considerando grandes deslocamentos. A equação (38) apresenta a tensão (σ_d) como função da taxa de deformação ($\dot{\varepsilon}$):

$$\sigma_d = \sigma_0 [1 + (\dot{\varepsilon}/D)^{1/p}] \quad (38)$$

onde σ_0 é a tensão obtida num ensaio de tração quase-estático, e D e p parâmetros do material (em casos de aço de baixo carbono, por exemplo, $D = 40 \text{ s}^{-1}$ e $p = 2$).

Tabela 5 – Constantes Constitutivas para vários materiais ($\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$), [JONES, 1997].

Material	Descrição				Constantes constitutivas para $\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C \ln \epsilon^*][1 - T^{-m}]$				
	Dureza	Massa Específica (kg/m ³)	Calor Específico (J/kgK)	Temperatura de fusão (K)	A (MPa)	B (MPa)	n	C	m
Cobre OFHC	F-30	8960	383	1326	90	292	0,31	0,022	1,09
Bronze	F-67	8220	382	1189	112	202	0,42	0,009	1,68
Níquel 200	F-79	8900	446	1726	163	648	0,33	0,006	1,44
Ferro	F-72	7890	422	1811	172	380	0,32	0,060	0,22
Aço SAE 1006	F-84	7890	422	1811	320	272	0,36	0,022	1,00
Al 2024-T321	B-72	2770	872	772	262	426	0,34	0,012	1,00
Al 7039	B-76	2770	872	877	337	343	0,41	0,010	1,00
Aço SAE 4340	C-30	7830	477	1793	792	210	0,26	0,014	1,03
Aço SAE S-7	C-20	7720	477	1763	1239	477	0,18	0,012	1,00
Liga de W 0,07 Ni 0,03 Fe	C-47	17000	134	1723	1206	177	0,12	0,016	1,00
U – 0,72%Ti	C-42	18600	117	1473	1079	1120	0,22	0,007	1,00

Tabela 6 - Constantes Constitutivas para os materiais ensaiados (Kamal e Wolf, 1982)

Constante	Material 1	Material 2	Material 3
A (MPa)	208	214	221
B (MPa)	320	433	483
n	0,48	0,42	0,43
C	0,14	0,12	0,13
C₁	0,08	0,09	0,07
C₂	0,0062	0,0084	0,0072
m	0,31	0,22	0,26

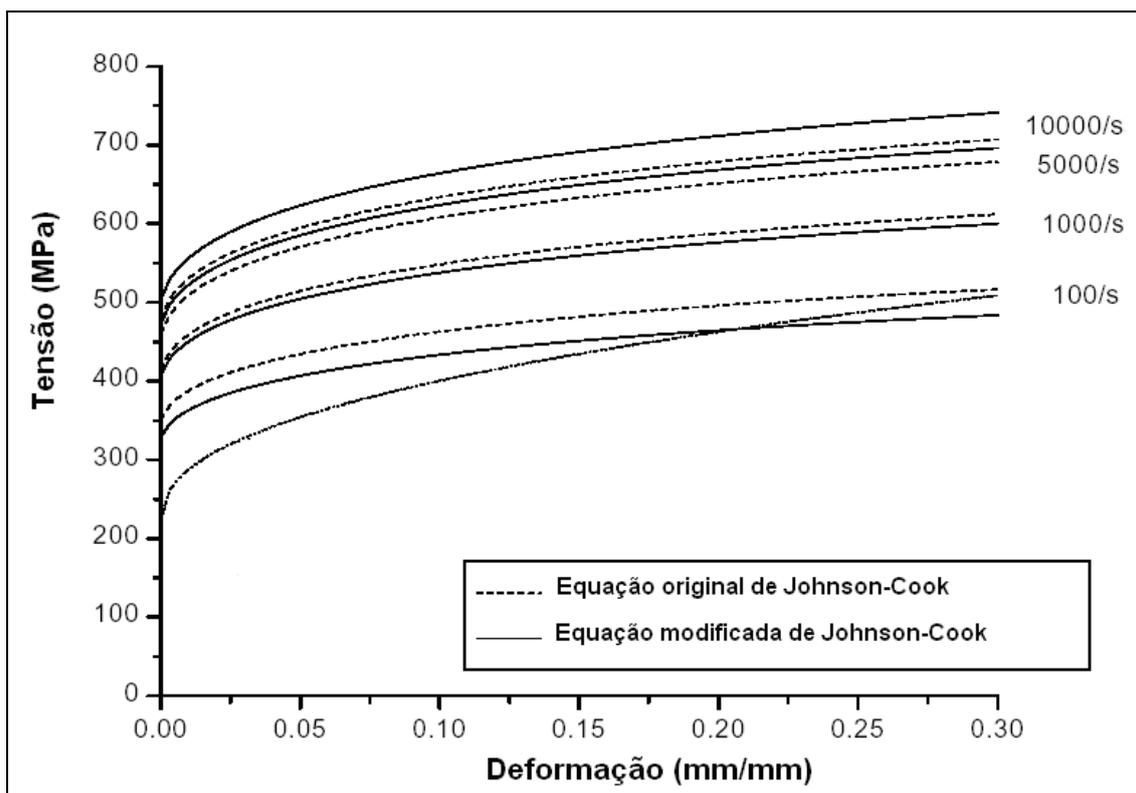


Figura 20 – Comparação dos modelos de J-C original e J-C modificado (Kang *et al*, 2004).

A Fig.21 relaciona a tensão e a deformação para o caso de um aço de baixo carbono, usado na indústria automobilística, conforme Alves e Jones (2002). Para este material tem-se um aumento de até 80% em seu limite de escoamento, variando-se a taxa de deformação. Esta relação é uma característica de cada material e só é possível sua obtenção por testes dinâmicos de tração.

Em estudos desenvolvidos na Ford por Chen *et al* (2004), referentes ao comportamento mecânico em um *Crash Test* (Teste de impacto contra uma barreira rígida), ficou comprovado que as taxas de deformações envolvidas em uma colisão veicular variam com a posição (geometria do veículo) e também do momento analisado, chegando a valores de 200 a 1000/s. Em seções centrais de um veículo, as taxas de deformações atingem valores da ordem de 10/s, enquanto regiões traseiras alcançam cerca de 0,10/s, ressaltando também que novas leis de comportamento mecânico do material devem ser desenvolvidas para se descrever esta dependência da taxa de deformação (Fig. 22).

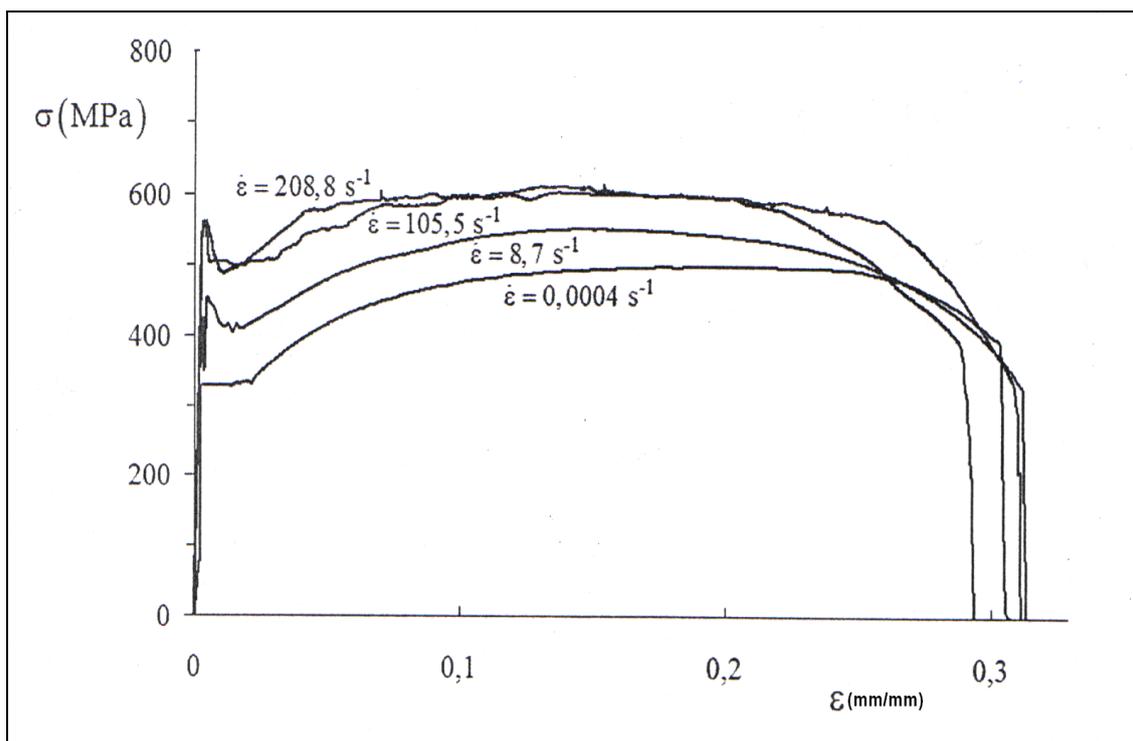


Figura 21 - Curvas σ - ϵ de um aço de baixo carbono (Alves e Jones, 2002)

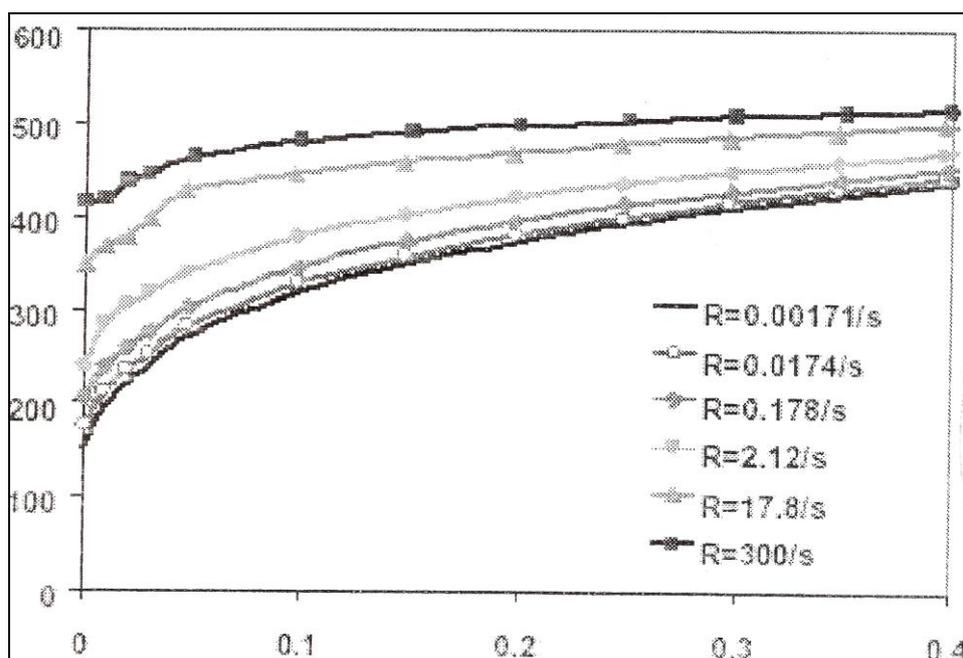


Figura 22 - Curva σ - ϵ para um aço de médio carbono (Chen *et al*, 2004)

Para se avaliar os efeitos provocados pela taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$) no valor do limite de escoamento, foram simuladas para valores de 10^{-4} a 10^2 /s o seu comportamento para alguns materiais: aço, alumínio, titânio e aço inoxidável, como ilustrado na Fig.23. Com estes resultados conclui-se que o alumínio é pouco sensível à taxa de deformação, já o titânio e o aço inox apresentam média influência e o aço sofre maior influência deste parâmetro, dentre estes materiais.

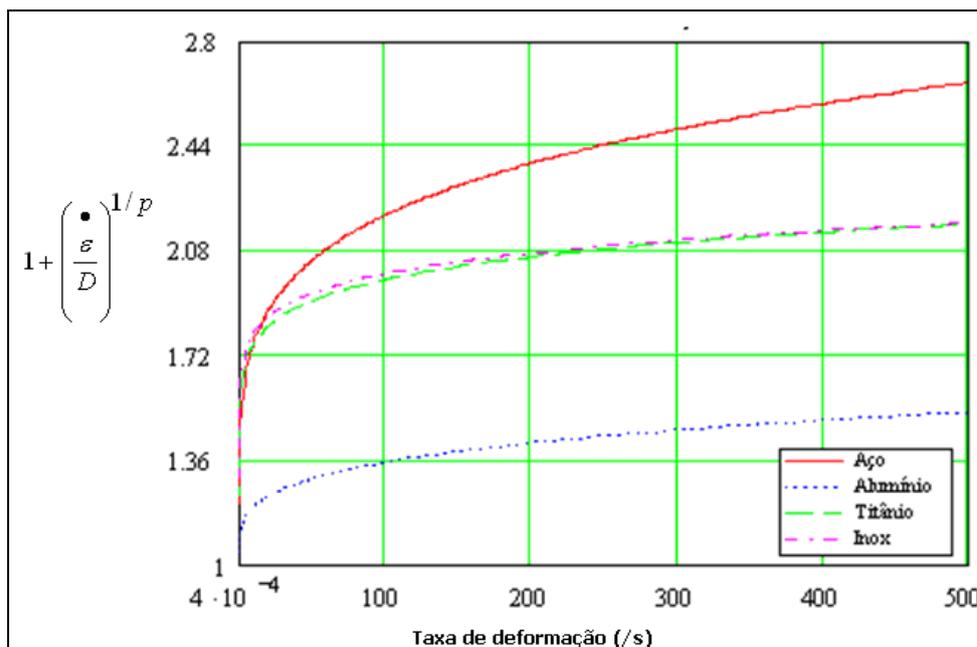


Figura 23 - Simulação do efeito da taxa de deformação na resistência ao escoamento de alguns materiais usuais em engenharia

YU *et al* (2009) propõe a equação (39) para o aço Dual Phase 600 (DP600), que possui grande aplicação na área automotiva. Foram realizados experimentos em aparatos não padronizados para a obtenção de curvas de tensão *versus* deformação em taxas variando de 0,0001 até 1600/s. Foram empregados Corpos de Prova (CPs) de diferentes tamanhos para estudar o efeito da taxa de deformação e não estipulou-se uma variação padrão de taxa de deformação, além de se considerar a determinação da taxa de deformação tendo como referência a velocidade de deslocamento. Conforme Silva e Mei (2006) deve ser empregado o mesmo CP para a avaliação correta das deformações e suas respectivas taxas.

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A. \left[1 + B. \left(\ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right)^m \right] + C.\varepsilon - D. \exp^{F.\varepsilon} \quad (39)$$

onde A , B , m , C , D , F são constantes do material, ε é deformação (m/m) e $\dot{\varepsilon}$ é a taxa de deformação (s^{-1}).

YAMAKAMA *et al* (2007) estuda a influência da taxa de carregamento no comportamento ao escoamento e à fratura de alguns tipos de plásticos, tal como o ABS (acrilonitrila-butadieno-estireno). Conforme o próprio texto do autor:

“A influência da velocidade de ensaio nas propriedades mecânicas em ensaios de tração é um tema pouco explorado, apesar de sua grande importância em aplicações científicas e tecnológicas. Os ensaios de impacto sob tração, ou seja, sob carregamento dinâmico, são uma importante ferramenta nos estudos de

umento da tenacidade, pois permite o estudo do comportamento dos materiais a altíssimas taxas de deformação e sua correlação com os ensaios quase-estáticos de tração”

OUTEIRO, UMBRELLO e SAOUBI (2007) estudaram a influência das constantes constitutivas da equação (36) do aço inoxidável AISI 316L para a previsão de forças de corte, tensões residuais e temperatura em uma operação de usinagem do tipo torneamento cilíndrico horizontal de um aço. As cinco constantes constitutivas deste material, apresentam variação de 40%. Com isto ressalta-se a importância do conhecimento detalhado das condições de recebimento do material, especialmente em relação à sua microestrutura.

Em RUSINEK *et al* (2008) é apresentada a modelagem do comportamento de um aço de alta resistência (TRIP 700), aplicado na indústria automotiva. Os ensaios foram realizados na faixa de $50 < d\varepsilon/dt < 300/s$, com controle de velocidade, estimando-se assim a taxa de deformação. Foram realizadas simulações do ensaio de tração via elementos finitos, sendo comparados com resultados do mesmo ensaio com *strain gauges* colados no CP. Conclui-se que a geometria do CP influencia na obtenção da taxa de deformação, podendo gerar erros de 20% na estimativa da taxa de deformação.

Em VEDANTAM *et al* (2005) o modelo de J-C foi usado para modelar o comportamento mecânico de um aço de médio carbono e do aço Dual Phase 590 (DP590), em uma faixa de $10^{-3} < d\varepsilon/dt < 1800/s$. As constantes do modelo foram obtidas empregando-se uma curva de ajustes locais para os ensaios realizados, e não de modo global. Foram comparadas constantes de ambos os aços, comprovando que o aço de médio carbono é mais sensível à variação da taxa de deformação que o DP590.

JONES (2010) apresenta contribuições relativas ao método de análise que podem ajudar a projetar um sistema estrutural seguro contra impactos provenientes de explosões e projéteis. Neste contexto, a capacidade de uma estrutura absorver o impacto é o ponto principal. Por exemplo, no caso de dutos que são projetados a partir das tensões atuantes, em geral, não são considerados efeitos dinâmicos no comportamento mecânico do material. É apresentada também a necessidade de obtenção de leis de similaridade contemplando os aspectos de comportamento dinâmico.

BUGELLI (2010) realizou simulações em elementos finitos de impacto lateral e frontal de veículos, sendo a malha feita cuidadosamente pelo programa HiperMesh. Foi estabelecido um programa de teste para se obter a curva σ - ε , com controle de velocidade (1,0 a 2,0 mm/min); e para taxas mais altas foi empregada a barra de Hopkinson (10^2 a 10^4 /s). Contudo, mesmo depois da obtenção das constantes dos modelos a partir dos dados colhidos, foi apresentada uma curva proveniente de um banco de dados, fornecida pela General Motors. Esta curva possui 5 taxas de deformação: 0,002;

0,009; 80; 520 /s, sendo apenas utilizado um CP para cada taxa. As constantes obtidas, a partir do banco de dados, foram ajustadas pelo método dos mínimos quadrados.

SILVEIRA *et al* (2010) realizou um estudo da utilização de digitalização 3D na correlação numérica e experimental de modos de deformação em testes de impacto. O programa empregado é o LS-DYNA, sendo simulada a colisão de algumas partes do automóvel, como o tanque de gasolina. Contudo o modelo que descreve o material é o de J-C com valores de suas constantes considerados como padrão. Por fim são comparados os resultados de simulação com os testes experimentais. Na conclusão é mencionado que:

“(...) dados mais precisos da curva tensão-deformação para diferentes taxas de deformação estão em fase de estudo junto a outras empresas e instituições de pesquisa.”

Desta forma fica evidente que mesmo com programas computacionalmente sofisticados, o resultado de uma simulação depende fortemente dos dados e correta modelagem da curva σ - ϵ .

Em MOLIN, KULAKOWSKI e RIBEIRO (2005) são mostrados resultados de resistência à compressão do concreto tendo como variáveis: temperatura, idade, relação água/aglomerante e teor de sílica. O trabalho discute as vantagens e desvantagens do uso de dados com o cuidado de se planejar um programa experimental, ressaltando que somente com dados confiáveis, do ponto de vista estatístico, é possível se comparar os modelos de previsão. A prática de se obter resultados sem fundamentação estatística pode comprometer a validade da modelagem.

Em ACH *et al* (2010) é mostrado a influência da taxa de deformação na obtenção de propriedades mecânicas do aço AISI 1020 pré-encruado. Foi empregado o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt para ajustar as curvas σ - ϵ para taxas no intervalo de $10^{-5} < d\epsilon/dt < 3 \text{ s}^{-1}$, obtendo assim as constantes de alguns modelos de comportamento mecânico.

Em SCHWER (2007) é apresentado uma qualificação de alguns modelos mecânicos, dentre eles: J-C(1983), Cowper-Symonds (1957) e Kang (2004), a partir de resultados de cada uma das taxas de deformação. A ferramenta de ajuste utilizada foi o método dos mínimos quadrados. As constantes de J-C foram ajustadas para o ensaio de tração quase estático e para o valor de $d\epsilon/dt = 1$, mostrando diferença da ordem de 40% na obtenção das constantes do material. É ressaltado no trabalho que para cada taxa de deformação, existem constantes específicas, não sendo assim gerais.

YONEDU e MORALES (2009) apresentam um estudo numérico e experimental de falha em vigas de aço sob condições de carregamento dinâmico. Para análise numérica as ferramentas utilizadas foram o LS-DYNA e o Abaqus. O estudo experimental foi feito com o emprego de um martelo de queda com velocidade de 5 m/s. As constantes do modelo J-C foram obtidas para o ensaio de tração quase estático e para a barra de Hopkinson e posteriormente selecionado um valor intermediário que melhor ajuste os modelo do material.

Portanto fica evidente que apesar de existem vários modelos para prever o comportamento mecânico do material, ainda não existe um procedimento estatisticamente confiável para a calibração das constantes, bem como a avaliação da capacidade de predição de cada um destes modelos.