Leonardo Navarro de Carvalho

Automorfismos genéricos de cubos com alças

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Programa de Pós–graduação em Matemática

Rio de Janeiro
Novembro de 2002

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Leonardo Navarro de Carvalho

Automorfismos genéricos de cubos com alças

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC–Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Matemática

Orientador: Prof. Paul A. Schweitzer
Co–Orientador: Prof. Ulrich Oertel

Rio de Janeiro
Novembro de 2002

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Leonardo Navarro de Carvalho

Automorfismos genéricos de cubos com alças

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC–Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Matemática. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Paul A. Schweitzer
Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Ulrich Oertel
Co–Orientador
Departamento de Matemática e Ciência da Computação — Rutgers University – Newark

Prof. Sebastião Firmo
Instituto de Matemática — UFF

Prof. Carlos Gutierrez
Departamento de Matemática — ICMC – USP

Prof. Derek Hacon
Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Rafael O. Ruggiero
Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Nicolau Corção Saldanha
Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Ney Augusto Dumont
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 01 de Novembro de 2002

Leonardo Navarro de Carvalho

Graduou-se em Matemática pela PUC-Rio em 1994, já manifestando interesse na área de topologia. Imediatamente ingressou no programa de Mestrado em Matemática do mesmo departamento, defendendo a dissertação "A estrutura das folheações de Lie" em 1996. Durante o doutorado direcionou sua pesquisa à área de Topologia em dimensão 3. Além da pesquisa, esteve envolvido com várias atividades de ensino em matemática, tanto em nível superior quanto em projetos de atualização de professores do nível secundário.

Ficha Catalográfica

Carvalho, Leonardo Navarro de

Automorfismos genéricos de cubos com alças/ Leonardo Navarro de Carvalho; orientador: Paul A. Schweitzer; co–orientador: Ulrich Oertel. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2002.

[10], 132 f: il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Topologia em dimensão três. 3. Cubos com alças. 4. Automorfismos. 5. Laminações. I. Schweitzer, Paul A.. II. Oertel, Ulrich. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Para meus pais.

Agradecimentos

Ao Paul, pela orientação e pelo apoio, paciência e confiança.

Ao Ulrich, por toda a energia investida.

À Carol, por tudo, tanto que não pode ser listado.

Aos meus pais, ao João e Cris, portos seguros incondicionais.

À Nina, cujo sorriso restaurou, tantas vezes, ânimos perdidos.

Aos meus amigos, me recebendo com calor e afeto no Brasil, me dando apoio e forças nos Estados Unidos.

A todos os professores do departamento, cuja dedicação e paixão determinaram muito da minha relação com a matemática.

À Coordenação de Pós do Departamento de Matemática da PUC-Rio.

À Creuza, Linda, Tereza, Kátia, Vera, Orlando, Otávio e Kleber, que fazem com que ainda me sinta em casa no departamento.

Ao pessoal da CCPG: Célia, Jorge, Miltinho e, em especial, ao Prof. Bergmann.

Ao CNPq, CAPES e PUC-Rio pelos auxílios e bolsas.

Ao Peter, cujo programa (e auxílio em seu uso) me poupou horas de trabalho manual.

Ao Departamento de Matemática e Ciência da Computação de Rutgers–Newark, pela hospitalidade durante o estágio.

Resumo

Carvalho, Leonardo Navarro de; Schweitzer, Paul A.; Oertel, Ulrich. **Automorfismos genéricos de cubos com alças**. Rio de Janeiro, 2002. 142p. Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Automorfismos genéricos de cubos com alças ("handlebodies") aparecem do estudo de classes the isotopia de automorfismos de variedades orientáveis de dimensão três. Automorfismos genéricos permanecem como uma das partes menos entendidas desse estudo.

Dado um automorfismo genérico de um cubo com alças, é conhecida uma forma de se construir uma laminação bidimensional que é invariante pelo automorfismo. A essa laminação se associa um fator de crescimento. É sabido que, no caso de tal fator de crescimento ser minimal – uma característica importante, pois mede a complexidade essencial do automorfismo – a laminação deve gozar de uma certa propriedade de incompressibilidade. Nessa tese mostramos que o processo de se achar uma laminação com tal propriedade é algorítmico. Por outro lado, mostramos que tal propriedade não garante que o respectivo fator de crescimento seja minimal. Propomos uma outra propriedade, tensão transversal, mais forte que incompressibilidade, que conjecturamos também ser condição necessária para que o fator de crescimento seja minimal. Provamos a conjectura em alguns casos.

Além dos resultados mencionados acima, desenvolvemos métodos para gerar automorfismos genéricos de cubos com alças, que usamos para apresentar alguma variedade de exemplos.

Palavras–chave

Topologia em dimensão 3; Difeomorfismos de variedades; Cubos com alças; Laminações; Difeomorfismos pseudo-Anosov.

Abstract

Carvalho, Leonardo Navarro de; Schweitzer, Paul A.; Oertel, Ulrich. **Generic automorphisms of handlebodies**. Rio de Janeiro, 2002. 142p. PhD. Thesis — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Generic automorphisms of handlebodies appear naturally in the study of isotopy classes of automophisms of orientable three-dimensional manifolds. Generic automorphisms remain as one of the least understood parts of this study.

Given a generic automorphism of a handlebody one can construct a bidimensional lamination that is invariant under the automorphism. There is a growth rate associated to this lamination. It is known that, when this growth rate is minimal among all possible choices (an important property, for it measures the essential complexity of the automorphism), the lamination must have a certain incompressibility property. On this thesis we show that the process of finding a lamination with such a property is algorithmic. On the other hand, we show that this said incompressibility property is not sufficient for the minimality of the growth rate. We propose a stronger property, which we called transverse tightness, and conjecture that it is a necessary condition for the growth rate to be minimal. We prove the conjecture in some particular cases.

In addition to the results mentioned above, we develop methods to generate generic automorphisms of handlebodies, which we use to present some variety of examples.

Keywords

Three-dimensional topology; Diffeomorphisms of manifolds; Handlebodies; Compression bodies; Laminations; Pseudo-Anosov diffeomorphisms.

Sumário

Lista de Figuras