

### 3

## Modelagem com o método dos elementos finitos (MEF)

A complexidade do processo de corte faz com que os modelos analíticos não sejam capazes de capturar todos os detalhes necessários para a previsão quantitativa satisfatória do estado de tensões e das temperaturas (quando envolvida a parte térmica no problema) geradas no processo de perfuração na rocha e na ferramenta de corte, assim, em geral estes modelos não possuem a capacidade de permitir o entendimento dos parâmetros envolvidos no processo de corte. O método dos elementos finitos é uma ferramenta matemática que pretende dar solução a problemas contínuos fazendo uma transformação ao domínio discreto. Assim, o contínuo é subdividido em um número finito de partes, chamado de elementos, cujo comportamento é definido por um número também finito de parâmetros, que são associados a cada elemento. Os elementos são definidos no espaço através de seus nós, que são pontos de união entre dois ou mais elementos adjacentes. A solução global do modelo analisado é obtida no domínio discreto fazendo uma montagem das soluções dos elementos. Neste trabalho o programa de elementos finitos Abaqus foi utilizado para a simulação numérica do problema de corte em rocha. O programa Abaqus é um poderoso programa de análise numérica para aplicações de engenharia. O programa possui uma extensa biblioteca de elementos que podem modelar praticamente qualquer geometria. O programa possui ainda uma extensa lista de leis constitutivas, que possibilita a simulação do comportamento da maioria dos materiais típicos de engenharia, tais como: metais, borracha, polímeros, materiais compósitos, concreto reforçado, espumas e materiais geotécnicos. O programa foi concebido como uma ferramenta de simulação de propósito geral, assim, pode ser utilizado no estudo de diversos problemas, como: a transferência de calor, difusão de massa, acústica, mecânica dos solos e dinâmica dos fluidos.

### 3.1

#### Detalhamento das variáveis envolvidas no processo de corte:

O processo de corte de rocha é um problema dinâmico no qual estão envolvidas muitas variáveis que fazem com que a solução do problema não seja trivial. O problema apresenta algumas características, tais como: grandes deformações, alta taxa de deformação, contato entre partes, dependência da discretização da malha de elementos finitos, grandes distorções da malha, modelo constitutivo especial. A figura 33 apresenta as variáveis envolvidas no desenvolvimento de um modelo de corte FEM.

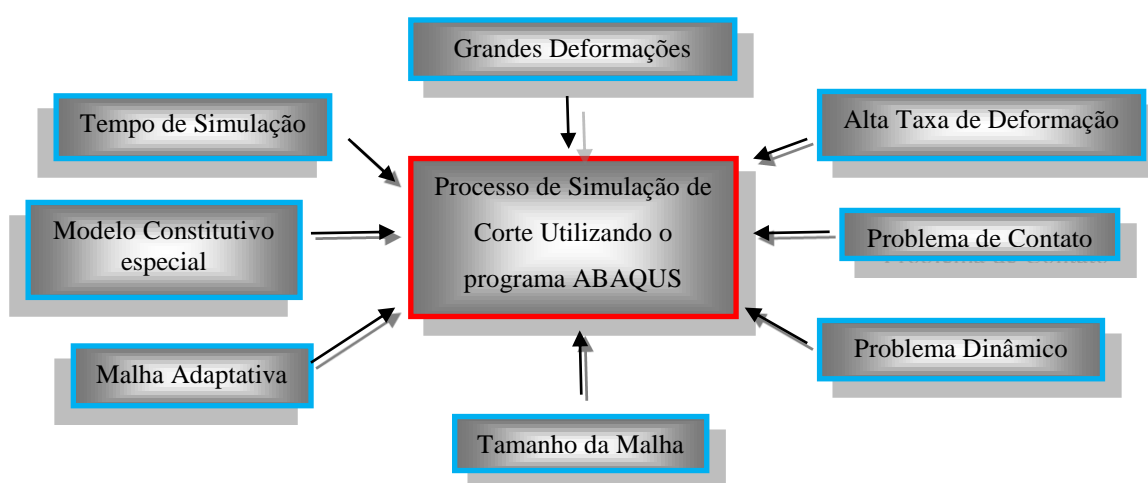


Figura 1: Principais variáveis envolvidas no processo de simulação de corte utilizando o programa Abaqus.

Como foi visto no capítulo de revisão bibliográfica, na literatura é encontrado um grande número de trabalhos que apresentam a utilização de simulações numéricas baseadas no MEF para a solução do processo de corte, que consideram alta taxa de deformação resultante do ensaio de single cutter.

Neste trabalho, o processo de simulação numérica de corte foi iniciado com o estudo de corte em metais, pois este tema apresenta uma grande quantidade de referências, principalmente aquelas que usam o programa Abaqus. Assim que todas as variáveis envolvidas no processo de corte (Figura 33) foram mapeadas, implementadas e resolvidas para o problema de corte em metais, o estudo foi direcionado para simulação numérica de corte em rocha, apenas modificando a

relação constitutiva, que considera a influência do estado de tensão, taxa de deformação e pressão de confinamento.

### 3.2

#### **Método de solução das equações e não linearidade:**

A solução da integração no tempo no MEF é obtida através de uma integração explícita ou implícita. A simplicidade do método de integração temporal explícita faz com que ela seja utilizada para resolver problemas transientes em que pequenos tamanhos de passo de tempo são aceitáveis.

No método explícito não é necessário a solução de um sistema de equações lineares em cada passo de tempo. Em geral, os métodos explícitos requerem menos tempo de computação que os métodos implícitos, mas muitas vezes têm o problema de ser condicionalmente estáveis, assim requer primeiro, avaliar o intervalo de tempo máximo para que a computação seja numericamente estável.

No programa Abaqus, o solver que considera a integração temporal explícita de um problema transiente é chamado de Abaqus/Explicit.

Em análises de tensões, o comportamento não linear pode ser atribuído a três fontes: i) do material, quando as leis constitutivas do material são não lineares, ii) do contorno, nas situações em que as condições de contorno mudam durante a análise e iii) geométricas, quando levadas em conta as mudanças na geometria do modelo durante a análise.

No Abaqus/Explicit a não linearidade geométrica é levada em conta por padrão, sem a necessidade de acioná-la, enquanto que uma simulação empregando o Abaqus/Standard (formulação implícita) necessita da introdução do comando `ngeom`.

### 3.3

#### **Descrição do movimento**

A descrição do movimento pode ser implementada através de três formulações: Lagrangiana, Euleriana e Lagrangiana- Euleriana Arbitrária (ALE).

### 3.3.1 Formulação Lagrangiana:

A formulação Lagrangiana (Figura 34) supõe que a malha de elementos finitos está fixa ao material e acompanha sua deformação. A formulação apresenta as seguintes vantagens para simulação de corte: a geometria dos chips é o resultado da simulação e fornece possibilidades para simular processos transientes e formação de chips descontínuos. No entanto, a distorção dos elementos tem sido motivo de preocupação e limitou a análise com esta formulação, porém o surgimento de técnicas de malhas pré-distorcidas ou técnicas de re-meshing têm sido utilizadas para minimizar o problema.

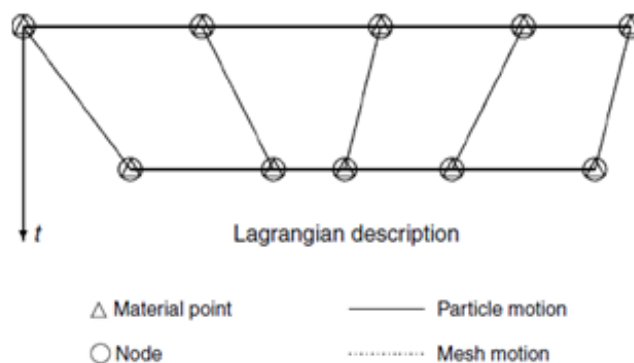


Figura 22: Exemplo do comportamento da malha na formulação Lagrangiana J. Donea et al. (Encyclopedia of Computational Mechanics, Vol. 1)

As vantagens e desvantagens da formulação Lagrangiana são:

Vantagens:

- Possibilita a simulação de fraturas, fracionamento do material e desenvolvimento de chips seguímentados.
- Não há necessidade de definir uma geometria prévia do chip.
- Permite o acompanhamento de superfícies livres e interfaces entre diferentes materiais.
- A formulação possibilita a implementação de leis constitutivas dependentes da história de tensões.

Desvantagens:

- A instabilidade numérica provocada por distorções locais da malha, devido às cargas altamente concentradas, especialmente em análises com altas taxas de deformação.
- Alto custo computacional e perda de precisão quando o esquema de re-meshing são implementados para reduzir as distorções da malha.
- Distorção excessiva dos elementos causada pela alta deformação nas zonas de cisalhamento.

### 3.3.2

#### Formulação Euleriana:

Na formulação Euleriana (Figura 35), a malha é fixa no espaço e o material flui através das faces do elemento, permitindo grandes deformações sem causar problemas numéricos. Além disso, esta estratégia não é afetada pela distorção do elemento e permite a simulação de processos estacionários. Contudo, as abordagens Eulerianas não conseguem avaliar a separação dos. A formulação também exige o prévio conhecimento da geometria do chip e do comprimento de contato ferramenta-chip, restringindo a área de aplicação. A fim de superar estes problemas, vários autores têm adotado procedimentos iterativos para ajustar a geometria e o comprimento de contato ferramenta-chip. Contudo, assim como a formulação Lagrangeana, existem algumas vantagens e desvantagens (algumas delas graves para nosso modelo que tornam a formulação menos interessante).

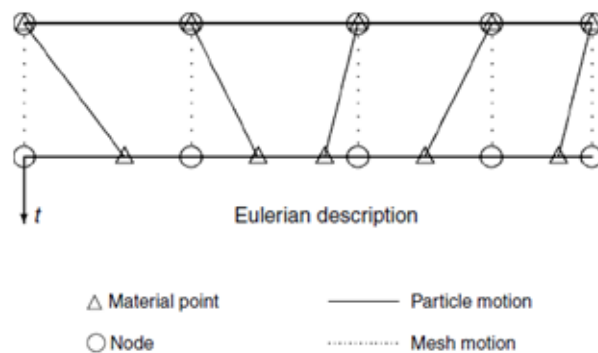


Figura 33: Exemplo do comportamento da malha na formulação Euleriana J. Donea et al (Encyclopedia of Computational Mechanics, Vol. 1)

Vantagens:

- Grandes deformações não provocam problemas numéricos.
- Usando condição de fluxo de fronteira, apenas uma pequena região em torno da ferramenta é necessária para a modelagem.
- A formulação necessita de um menor número de elementos, que reduz o tempo de análise.

Desvantagens:

- A geometria do chip deve ser conhecida desde o início.
- A formação de fraturas não pode ser simulada nesta formulação.

### 3.3.3

#### **Formulação ALE (Lagrangiana Euleriana Arbitraria):**

Em uma tentativa de combinar as vantagens de ambas as formulações, Lagrangiana e Euleriana, uma abordagem mista, conhecida como Lagrangiana - Euleriana Arbitraria (ALE) foi proposta para modelar o problema de grandes deformações que resultam em distorções indesejáveis nos elementos. Este método aplica passos Lagrangianos e Eulerianos sequencialmente e usa o operador chamado split (operador de divisão), apresentado na Figura 36.

A primeira etapa pressupõe que a malha segue o fluxo de materiais, apresentando-se como em um problema Lagrangiano, que é resolvido para os deslocamentos, posteriormente, o sistema de referência é movido (a malha é reposicionada) e um problema de advecção é resolvido (passo Euleriano) para as velocidades. Embora o método ALE consiga reduzir o problema de distorção dos elementos, característicos de abordagens de Lagrange, um cuidadoso tratamento numérico dos termos de advecção é necessário.

No programa Abaqus está implementado a formulação ALE que possibilita o controle da distorção dos elementos nos casos em que grandes deformações ou perda de material ocorrem.

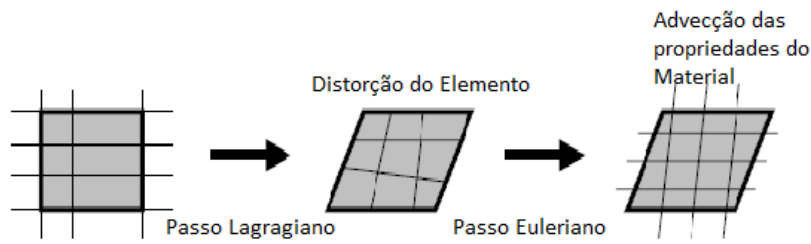


Figura 44: O operador ALE. (Shekhar, 2009).

A formulação ALE no Abaqus/Explicit pode:

- Ser usado para analisar os problemas de Lagrange e Euleriano. Portanto, a formulação ALE pode funcionar como um método Lagrangiano com técnicas de adaptabilidade de malha.
- Ser usado como uma ferramenta de adaptação contínua para os problemas submetidos à análise transiente de grandes deformações (como o impacto dinâmico e penetração).
- Ser usado como uma técnica de solução para o modelo de processos de estado estacionário (como extrusão ou laminação).
- Ser usado como uma ferramenta para analisar a fase transiente em um processo de estado estacionário.
- Ser usado em processos dinâmicos explícitos (incluindo análise térmica adiabática) e procedimentos totalmente acoplados tensão – térmicos.

Vários trabalhos na literatura indicam a utilização da formulação ALE para garantir o controle da distorção da malha de elementos finitos. Portanto, todos os modelos de corte em metais foram elaborados considerando a formulação ALE.

### 3.4

#### Problema de contato:

Nos modelos de corte em metais com profundidade de corte constante, a superfície de corte foi pré-estabelecida e limitada por superfícies de contato, onde a ferramenta corta/empurra o material da peça. No programa Abaqus está implementada a ferramenta \*CONTACT PAIR que considera a interação entre

superfícies, e no caso deste trabalho, a superfície cortada da peça e a face da ferramenta. O plano de corte é discretizado por um conjunto de elementos que são retirados da malha à medida que atingem o dano. Assim, os modelos com profundidade de corte constante e superfície de corte pré-estabelecida foram chamamos de modelos de *superfícies fixas*, mostrada na figura 37.

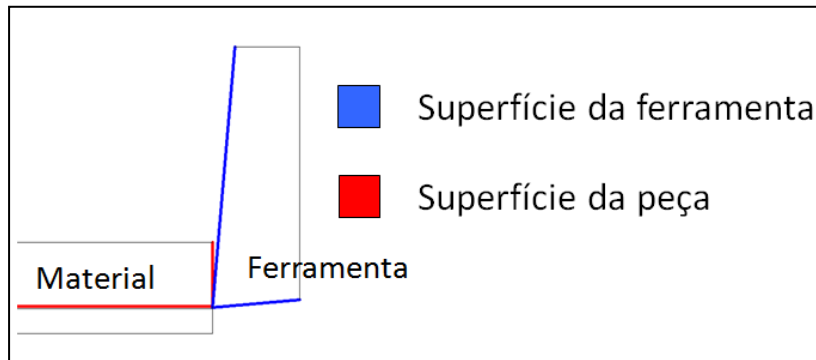


Figura 5.5: Modelo de superfícies fixas que apresenta as duas superfícies de contato pré-definidas durante o processo de corte.

O modelo de superfícies fixas não apresenta perda de material, pois apenas uma pequena faixa de elementos é retirada da malha durante a simulação.

Para eliminar a restrição de superfícies de contato pré-estabelecidas, foi adotado um modelo de *erosão*, em que novas superfícies de contato são criadas, na face livre da peça, à medida que elementos são retirados da malha, quando estes alcançam o dano.

A Figura 38 mostra a região da peça, onde novas superfícies são criadas quando elementos são retirados da malha.

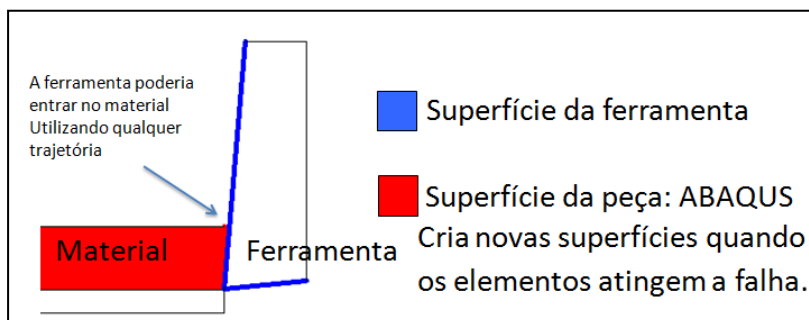


Figura 66: Modelo com erosão que apresenta a superfície da ferramenta e o domínio da peça, onde superfícies de contato são criadas na face livre.



Durante o processo de corte em rocha, a ferramenta de corte apresenta movimentos na direção horizontal e vertical, portanto torna-se impraticável a utilização do modelo de superfícies fixas, a alternativa encontrada foi empregar o modelo de erosão. No estudo do corte em rocha utilizando o modelo de erosão, as distorções nos elementos foram pequenas, portanto foi utilizada a formulação Lagrangiana para considerar o efeito das grandes deformações.

A Figura 39 (a) mostra uma malha de elementos finitos antes da retirada dos elementos e a Figura 39 (b), após a retirada dos elementos que atingiram o dano, onde novas superfícies de contato são definidas.

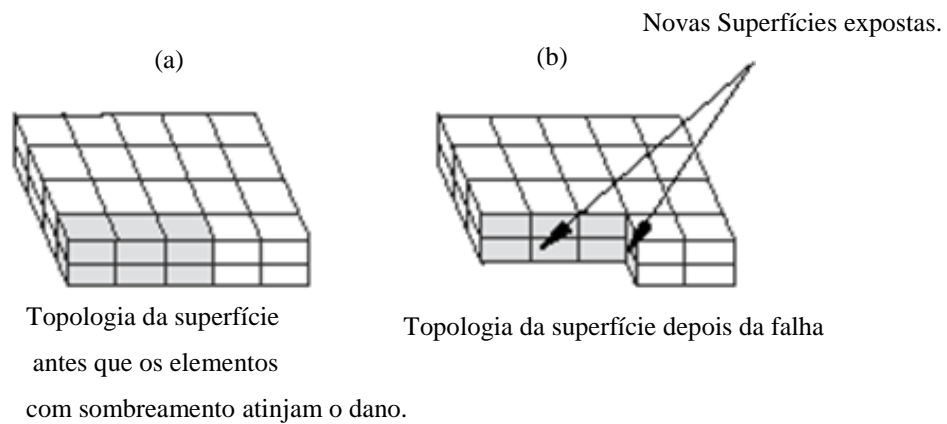


Figura 7: Topologia de uma superfície de contato do tipo erosão (Abaqus, 2010).

### 3.5 Modelos constitutivos utilizados e lei de dano:

As propriedades físicas do material da amostra e/ou peça são de fundamental importância para a correta simulação do processo de corte o que inclui a capacidade do modelo de simular a formação das lascas ou cavacos (chips) gerados durante o corte, a distribuição das tensões, o cálculo adequado das forças, a distribuição da temperatura se é levada em conta no processo, os processos de dano e falha no material e em resumo todas as características próprias do material e seu comportamento durante a simulação do processo de corte.

O modelo constitutivo de corte em metal empregado neste trabalho foi o modelo de plasticidade de Johnson & Cook.

### 3.5.1 Modelo de Johnson & Cook

O modelo de plasticidade Johnson-Cook é um modelo particularmente adequado para problemas que envolvem alta taxa de deformação de metais.

As principais características do modelo de Johnson & Cook são:

- É um tipo particular do modelo de plasticidade Mises com formas de análise do endurecimento e dependência da taxa de deformação (como é requerido no problema de corte).
- É adequado para alta taxa de deformação de muitos materiais, incluindo a maioria dos metais.
- É tipicamente utilizado em simulações dinâmicas transientes adiabáticas.
- Pode usar o modelo de dano dinâmico de Johnson-Cook disponível no Abaqus/Explicit.
- Pode ser utilizado junto com os modelos de dano progressivo especificando diferentes critérios de início e evolução do dano, o que permite uma degradação suavizada da rigidez do material e a remoção de elementos que atingem o dano da malha de elementos finitos.

Uma superfície de Mises com fluxo associado é usada no modelo de plasticidade de Johnson-Cook.

O endurecimento de Johnson-Cook é um tipo particular de endurecimento isotrópico, onde a tensão de escoamento estática é assumida como sendo da forma:

$$\sigma^0 = \left[ A + B \left( \overline{\varepsilon}^{pl} \right)^n \right] \left[ 1 - \hat{\theta}^m \right] \quad (1)$$

Onde  $\overline{\varepsilon}^{pl}$  é a deformação plástica equivalente,  $A$ ,  $B$ ,  $n$  e  $m$  são parâmetros do material, medidos na/ou abaixo da temperatura de transição,

$\theta_{transição}$ , e  $\hat{\theta}$  é a temperatura não-dimensional que é definida por

$$\hat{\theta} \equiv \begin{cases} 0 & \text{para } \theta < \theta_{\text{transição}} \\ (\theta - \theta_{\text{transição}}) / (\theta_{\text{fusão}} - \theta_{\text{transição}}) & \text{para } \theta_{\text{transição}} < \theta < \theta_{\text{fusão}} \\ 1 & \text{para } \theta > \theta_{\text{fusão}} \end{cases} \quad (2)$$

Onde  $\theta$  é a temperatura atual,  $\theta_{\text{fusão}}$  é a temperatura de fusão do material e  $\theta_{\text{transição}}$  é a temperatura de transição definida como aquela abaixo da qual não há nenhuma dependência da temperatura.

Os parâmetros do material são então medidos na/ou abaixo dessa temperatura. Quando  $\theta \geq \theta_{\text{fusão}}$ , o material entra em fusão e seu comportamento é de um fluido, então ele não tem resistência ao cisalhamento.

O modelo de Johnson & Cook pode depender da taxa de deformação, assim quando a lei assume esta dependência, temos:

$$\bar{\sigma} = \sigma^0(\bar{\varepsilon}^{pl}, \theta) R(\dot{\varepsilon}^{pl}) \quad (3)$$

e

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\varepsilon}_0 \exp\left[\frac{1}{C}(R-1)\right] \quad \text{para } \bar{\sigma} \geq \sigma^0 \quad (4)$$

onde:

$\bar{\sigma}$       tensão de escoamento a uma taxa de deformação diferente de zero

$\dot{\varepsilon}^{pl}$       taxa de deformação plástica equivalente.

$\dot{\varepsilon}_0$  e  $C$       parâmetros do material medidos na/ou baixo da temperatura de transição  $\theta_{\text{transição}}$ .

$\sigma^0(\bar{\varepsilon}^{pl}, \theta)$       tensão de escoamento estática

$R(\dot{\varepsilon}^{-pl})$  razão da tensão de escoamento na taxa de deformação diferente de zero para a tensão de escoamento estática (assim que  $R(\dot{\varepsilon}_0) = 1.0$ )

A tensão de escoamento é então expressa como:

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B \left( \dot{\varepsilon}^{-pl} \right)^n \right] \left[ 1 + C \operatorname{Ln} \left( \frac{\dot{\varepsilon}^{-pl}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \left[ 1 - \theta \right]^m \quad (5)$$

Que pode ser reescrita como:

$$\bar{\sigma} = \left[ A + B \left( \dot{\varepsilon}^{-pl} \right)^n \right] \left[ 1 + C \operatorname{Ln} \left( \frac{\dot{\varepsilon}^{-pl}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{\theta - \theta_{transição}}{\theta_{fusão} - \theta_{transição}} \right)^m \right] \quad (6)$$

Onde os valores de  $C$  e  $\dot{\varepsilon}_0$  devem ser fornecidos pelo usuário para definir a dependência da taxa.

### 3.5.2 Modelo de Drucker-Prager

Na simulação de corte em rocha através do programa Abaqus, o modelo de plasticidade de Drucker-Prager foi utilizado para considerar a não linearidade do material.

O modelo de Drucker-Prager com critério exponencial (\*DRUCKER PRAGER, shear criterion=critério) foi escolhido para definir a superfície de escoamento, sendo que os critérios linear e hiperbólico também estão implementados, porém não foram empregados. O modelo também possui uma lei de endurecimento (\*DRUCKER PRAGER HARDENING).

No Abaqus, o modelo constitutivo de Drucker-Prager tem a seguintes características:

- É utilizado na modelagem de materiais friccionais, solos granulares e rochas que tem dependência da pressão na sua resistência (A resistência do material é dependente da pressão de confinamento).
- Utilizado na modelagem de materiais com limite de escoamento a compressão maior que a tração.
- Permite ao material ter endurecimento (hardening) ou amolecimento (softening) isotropicamente.
- Permite a mudança do volume em comportamento inelástico.
- Pode ser definido sensível a taxa de deformação. (Como é necessário no problema de corte).
- Pode ser utilizado junto com o modelo elástico.
- Pode utilizar modelos de dano progressivo para assim especificar diferentes critérios de iniciação e evolução do dano, que permitem a queda gradual da rigidez do material e a remoção de elementos do modelo.

O critério de tensões nestes modelos esta baseado numa superfície no plano meridional. Esta superfície pode ser linear, hiperbólica ou de uma forma exponencial geral.

Os invariantes de tensão do modelo de Drucker-Prager são

Pressão equivalente:

$$p = -\frac{1}{3} \text{trace}(\sigma) \quad (7)$$

e tensão equivalente de Mises:

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} (S : S)} \quad (8)$$

onde S é a tensão desviadora, definida como:

$$S = \sigma + pI \quad (9)$$

Além disso, o modelo linear também usa o terceiro invariante de tensão desviadora.

$$r = \left(\frac{9}{2} S : S : S\right)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

O modelo linear (Figura 40) (\*DRUCKER PRAGER, shear criterion= Linear) permite uma superfície de escoamento não-circular no plano  $\Pi$ , que pode ser ajustada com diferentes valores de escoamento de ensaios triaxiais, a compressão ou a tração. Os dados de entrada definem a forma das superfícies nos planos, este modelo não tem muita correspondência com o modelo de Mohr-Coulomb.

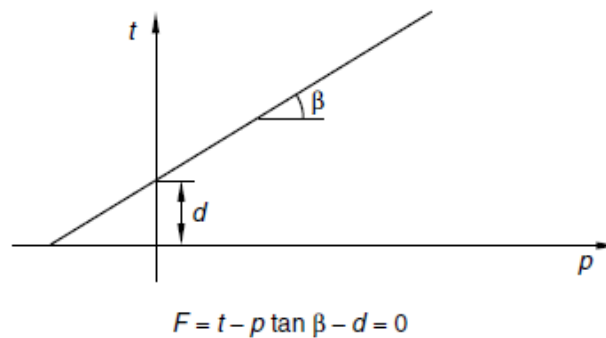


Figura 8 Modelo Linear Drucker-Prager (Abaqus, 2010).

onde o critério de escoamento no modelo linear é definido como:

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (11)$$

e:

$$t = \frac{1}{2} q \left[ 1 + \frac{1}{K} - \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (12)$$

$\beta(\theta, f_i)$	Inclinação da superfície de escoamento linear no plano de tensão p-t, é comumente referido como o ângulo de atrito do material.
$d$	Coesão do material.
$K(\theta, f_i)$	Relação entre a tensão de escoamento em tração triaxial e tensão de escoamento em compressão triaxial, portanto controla a dependência da superfície de escoamento sobre o valor da tensão principal intermediária.

Quando o endurecimento (hardening) é definido pela compressão uniaxial, o critério linear restringe que  $\tan \beta > 3$ , ou seja,  $\beta > 71.5^\circ$ . Assim mesmo, quando  $K=1$ ,  $t=q$ , o que faz que a superfície de escoamento em um círculo no plano  $\Pi$ .

O modelo hiperbólico (Figura 41) (\*DRUCKER PRAGER, SHEAR CRITERION=HYPERBOLIC) e o exponencial (Figura 42) (\*DRUCKER PRAGER, SHEAR CRITERION=EXPONENT FORM, TEST DATA) utilizam uma superfície circular de Von Mises no plano  $\Pi$ , no plano meridional os dois modelos têm um comportamento hiperbólico que em geral, significa que não tem fluxo associado.

O critério de escoamento no modelo hiperbólico é da forma:

$$F = \sqrt{l_0^2 + q^2} - p \tan \beta - d' = 0 \quad (13)$$

e:

$$l_0 = d' \Big|_0 - p_t \Big|_0 \tan \beta \quad (14)$$

$p_t \Big _0$	Resistência hidrostática inicial a tração do material.
$d'(\bar{\sigma})$	Parâmetro de endurecimento.
$d' \Big _0$	Valor inicial de $d'$ .
$\beta(\theta, f_i)$	Ângulo de atrito medido com alta pressão de confinamento.

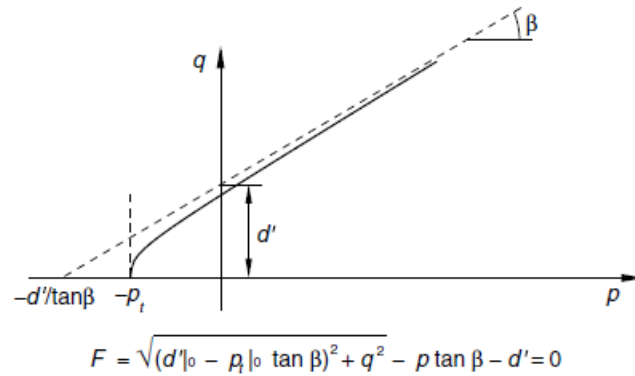


Figura 9 Modelo hiperbólico Drucker-Prager (ABAQUS, 2010).

O modelo exponencial fornece o critério de escoamento mais geral para este tipo de problemas. A função escoamento pode ser reescrita como:

$$F = aq^b - p - p_t = 0 \quad (15)$$

onde:

$a(\theta, f_i)$ e $b(\theta, f_i)$	Parâmetros do material independentes da deformação plástica.
$p_t(\bar{\sigma})$	Parâmetro de endurecimento que representa a resistência à tração do material.

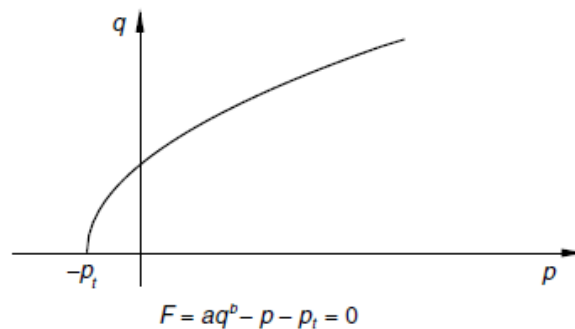


Figura 10 Modelo exponencial Drucker-Prager (ABAQUS, 2010).



O modelo ideal para uma análise depende muito do tipo de problema, do material, dos dados disponíveis para a calibração do modelo, da faixa de pressões, etc.

Para rochas, os dados mais comuns são um conjunto de dados de ensaios triaxiais submetidos a diferentes pressões de confinamento, ou dados calibrados em termos de coesão e ângulo de atrito e algumas vezes o valor da resistência à tração.

Com os dados dos ensaios triaxiais, o modelo pode ser calibrado diretamente usando a função \*TRIAXIAL TEST DATA.

Tabela 3.1: Tensão Equivalente utilizada no modelo constitutivo de Drucker-Prager no Abaqus

$\bar{\sigma} = \sigma_c(\overline{\varepsilon}^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$	Se o endurecimento é definido pela tensão de escoamento a compressão $\sigma_c$
$\bar{\sigma} = \sigma_t(\overline{\varepsilon}^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$	Se o endurecimento é definido pela tensão de escoamento a tração $\sigma_t$
$\bar{\sigma} = d(\overline{\varepsilon}^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$	Se o endurecimento é definido pela coesão, d.

onde  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  é a taxa de deformação plástica equivalente definida para o modelo linear de Drucker & Prager, como:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \left| \dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \right| \quad \text{Se o endurecimento é definido em compressão uniaxial.}$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad \text{Se o endurecimento é definido em tração uniaxial.}$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\gamma}^{pl} / \sqrt{3} \quad \text{Se o endurecimento é definido em cisalhamento puro.}$$

A deformação plástica equivalente é definida para os modelos exponencial e hiperbólico do modelo Drucker & Prager, como:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \frac{\sigma : \dot{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\sigma}} \quad (16)$$

E a tensão equivalente  $\bar{\sigma}$ , em todos os modelos é função de:

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{pl} dt \quad \text{Deformação plástica equivalente.}$$

$$\theta \quad \text{Temperatura.}$$

$$f_i, i = 1, 2, 3, \dots \quad \text{Variáveis de campo predefinidas.}$$

Assim, a tensão de escoamento  $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^{pl}, \dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$  inclui o endurecimento, bem como os efeitos dependentes da taxa. Os dados do material podem ser introduzidos numa tabela ou pela correlação das relações estáticas com base nos índices de escoamento. A dependência da taxa como é descrita no manual de Abaqus é adequada para eventos moderados ou de alta velocidade.

Quando o modelo de Drucker-Prager é utilizado, o programa Abaqus permite prescrever endurecimento inicial pela definição da deformação plástica equivalente inicial. A definição da deformação plástica equivalente inicial no modelo pode ser inserida como:

Por meio de uma tabela de dados (\*DRUCKER PRAGER HARDENING, RATE= $\dot{\varepsilon}^{pl}$ ), assim, os dados dos ensaios são inseridos nas tabelas de valores de tensão de escoamento versus deformação plástica equivalente em diferentes taxas de deformação plástica equivalente; uma tabela por taxa de deformação. Os dados de ensaios a compressão são mais comumente disponíveis para materiais geológicos, como rochas.

Alternativamente, a taxa de deformação pode ser assumido separadamente (\*RATE DEPENDENT), de modo que a dependência tensão-deformação é semelhante em todas as taxas de deformação.

$$\bar{\sigma} = \sigma^0(\bar{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i) R(\dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i) \quad (17)$$

onde  $\sigma^0(\bar{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$  é o comportamento estático tensão–deformação e  $R(\dot{\varepsilon}^{pl}, \theta, f_i)$  é a razão (ratio) da tensão de escoamento a uma taxa diferente de zero da tensão de escoamento. De modo que  $R(0, \theta, f_i) = 1.0$ .

O programa Abaqus oferece dois métodos para achar  $R$ . Especificando uma lei de potencias de sobre-tensão (overstress) que é a configuração padrão (fornecendo os parâmetros  $D$  e  $n$ ) ou pela definição da variável  $R$  diretamente como função tabular de  $\dot{\varepsilon}^{pl}$  (\*RATE DEPENDENT, TYPE=YIELD RATIO). Assim,  $R$  é introduzido diretamente como uma função tabular da taxa de deformação plástica equivalente  $\dot{\varepsilon}^{pl}$ , temperatura  $\theta$  e outras variáveis  $f_i$ . O valor de  $R$  é dado por  $R = \bar{\sigma} / \sigma^0$ .

### 3.6

#### **Modelos de dano e critérios de dano no modelo constitutivo de Johnson & Cook e de Drucker-Prager:**

O programa Abaqus/Explicit fornece um modelo de ruptura dinâmico para o modelo de plasticidade Johnson-Cook, que é apropriado apenas para alta taxa de deformação de metais. Igualmente, modelos de ruptura e dano progressivo podem ser empregados no programa Abaqus para a simulação da perda gradual da rigidez do material (o que pode levar a uma simulação mais real). Os dois modelos de ruptura podem ser empregados no modelo de plasticidade de Johnson-Cook, junto com diferentes critérios de início de dano disponíveis no ABAQUS.

No caso de corte em rocha, o modelo de plasticidade de Drucker-Prager, permite apenas a utilização de um modelo de dano progressivo (início e evolução do dano).

### 3.6.1 Modelos de ruptura dinâmico

O modelo de ruptura de Johnson-Cook (\*SHEAR FAILURE, TYPE=JOHNSON COOK) é baseado no valor da deformação plástica equivalente nos pontos de integração do elemento; assim, a ruptura ocorre quando o parâmetro de dano é superior a 1. O parâmetro de dano,  $w$  (alguns autores empregam  $D$ ), é definido como:

$$w = \sum \left( \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^{-pl}}{\bar{\varepsilon}_f^{-pl}} \right) \quad (18)$$

onde  $\Delta \bar{\varepsilon}^{-pl}$  é o incremento de deformação plástica equivalente,  $\bar{\varepsilon}_f^{-pl}$  é a deformação plástica quando acontece a ruptura, e a soma é realizada em todos os incrementos da análise. A deformação quando a ruptura ocorre  $\bar{\varepsilon}_f^{-pl}$ , assume-se dependente da taxa adimensional de deformação plástica  $\dot{\bar{\varepsilon}}^{-pl} / \dot{\varepsilon}_0$ , da razão adimensional de tensão  $p/q$ , onde  $p$  é a tensão equivalente, de  $q$  a tensão de Misses e da temperatura adimensional  $\hat{\theta} = (\theta - \theta_{transição}) / (\theta_{fusão} - \theta_{transição})$ , que foi definida no início pelo modelo de endurecimento de Johnson & Cook. A dependência de  $\bar{\varepsilon}_f^{-pl}$  é assumida separável e é definida pela seguinte relação:

$$\bar{\varepsilon}_f^{-pl} = \left[ d_1 + d_2 \exp\left(d_3 \frac{p}{q}\right) \right] \left[ 1 + d_4 \operatorname{Ln} \left[ \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{-pl}}{\dot{\varepsilon}_0} \right] \right] \left( 1 + d_5 \frac{\theta - \theta_{transição}}{\theta_{fusão} - \theta_{transição}} \right) \quad (19)$$

onde  $d_1 - d_5$  são parâmetros de ruptura medidos na/ou abaixo da temperatura de transição,  $\theta_{transição}$  e  $\dot{\varepsilon}_0$  é a taxa de deformação de referência. Os valores de  $d_1 - d_5$  são fornecidos pelo usuário quando é definido o modelo de ruptura dinâmica de Johnson-Cook.

Quando este critério de ruptura é alcançado, as componentes de tensão desviadora são fixadas em zero para o resto da análise. Dependendo da escolha feita, a tensão equivalente também pode ser definida como zero para o resto da análise (se este for o caso, deve-se especificar retirar o elemento, e então o elemento será retirado da malha ELEMENT DELETION=YES or NO) ou pode ser obrigado a permanecer sob compressão para o resto do cálculo (se este for o caso, deve-se optar por não utilizar a eliminação do elemento). Contudo, por padrão, os elementos que satisfazem o critério de ruptura são eliminados.

### 3.6.2 Modelos de dano progressiva

O modelo de plasticidade Johnson-Cook pode ser usado em conjunto com o modelo de dano progressivo, este recurso permite a especificação de um ou mais critérios de iniciação do dano (\*DAMAGE INITIATION, CRITERION=criterion 1), incluindo o critério de Johnson-Cook (utilizado nosso trabalho), dano dúctil (também usado) e o critério de dano por cisalhamento, entre outros.

A lei de início do dano de Johnson-Cook cumpre o mesmo princípio apresentado nas equações 18 e 19 do modelo de ruptura dinâmico.

Após o início do dano, a rigidez do material é reduzida progressivamente, de acordo com a entrada especificada na evolução do dano, diferente do modelo de ruptura dinâmico de Johnson-Cook, onde a rigidez é reduzida imediatamente.

A lei de evolução do dano (\*DAMAGE EVOLUTION) descreve a variação da redução de rigidez do material, uma vez que o critério de iniciação tenha sido atingido. Para o dano em metais dúcteis o programa Abaqus assume que a degradação da rigidez associada a cada mecanismo de falha ativa pode ser modelada utilizando uma variável de dano escalar,  $d_i (i \in N_{act})$ , onde  $N_{act}$  representa o conjunto de mecanismos ativos. Durante a análise, o tensor de tensões do material é dado pela equação escalar de dano.

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma} \quad (20)$$

onde  $D$  é a variável de dano global e  $\bar{\sigma}$  é a tensão não danificada do tensor de tensões calculado no incremento atual. Assim,  $\bar{\sigma}$  são as tensões que existem no material, na ausência de dano. O material perde sua capacidade de carga quando  $D = 1$ .

A variável de dano global  $D$ , capta o efeito combinado de todos os mecanismos de dano ativos e é calculada em função das variáveis de danos individuais  $d_i$ , de acordo com uma regra especificada pelo usuário.

Nas simulações realizadas, o critério de evolução do dano utilizado foi do tipo deslocamento (\*DAMAGE EVOLUTION, TYPE=DISPLACEMENT) assim, uma vez que o critério de iniciação de dano foi atingido, o deslocamento plástico efetivo,  $\bar{u}^{pl}$  é definido pela equação de evolução:

$$\dot{\bar{u}}^{pl} = L \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \quad (21)$$

onde  $L$  é o comprimento característico do elemento.

A evolução da variável de dano com o deslocamento plástico relativo pode ser especificada na forma de tabelas, na forma linear ou exponencial. O dano instantânea irá ocorrer se o deslocamento plástico no momento da falha,  $\bar{u}_f^{pl}$  é especificado como zero (0), no entanto, esta opção não é recomendada e deve ser usada com cuidado, pois causa uma queda repentina das tensões no material que pode levar a instabilidades dinâmicas.

Os gráficos seguintes apresentam os diferentes tipos de evolução do dano segundo o critério de deslocamento; na simulação foi empregado um modelo de evolução do dano tipo deslocamento linear.

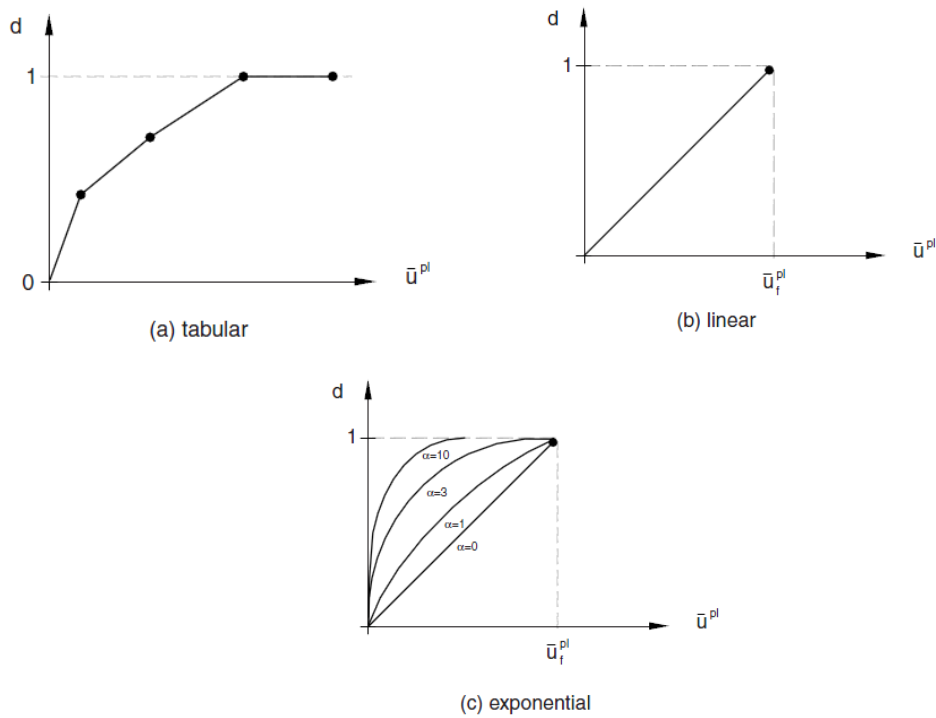


Figura 11.11: Diferentes definições da evolução do dano com base no deslocamento plástico: (a) tabular, (b) linear e (c) exponencial (ABAQUS, 2010).

Assumindo que existe uma evolução linear da variável de dano com respeito ao deslocamento plástico efetivo, como e mostrado na Figura 43 (b), é possível especificar o deslocamento plástico efetivo ( $\bar{u}_f^{pl}$ ) no ponto de dano (degradação completa). Assim, a variável de dano aumenta de acordo com:

$$\dot{d} = \frac{L \dot{\varepsilon}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} = \frac{\dot{u}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} \quad (22)$$

Esta definição garante que quando o deslocamento plástico efetivo atinge o valor  $\bar{u}^{pl} = \bar{u}_f^{pl}$ , a rigidez do material será totalmente degradada ( $d = 1$ ). A lei de evolução linear de dano define uma resposta de amolecimento tensão – deformação verdadeiramente linear somente se a resposta efetiva do material é perfeitamente plástica (tensão de escoamento constante) após o início do dano.

A Figura 44 ilustra o comportamento tensão-deformação característico de um material submetido ao dano. No contexto de um material elásto-plástico com endurecimento isotrópico, o dano se manifesta de duas formas: amolecimento da tensão de escoamento e degradação da elasticidade.

A curva sólida (preta) na figura 44 representa a resposta tensão-deformação de um material submetido ao dano (quando o material atinge certos valores de tensão e deformação, inicia-se o dano e posteriormente com a evolução do mesmo, a rigidez é degradada até não suportar mais tensões e deformação), enquanto a curva tracejada (preta) é a resposta na ausência de dano (ou seja, o material não apresenta início e evolução do dano). A resposta do material com dano é dependente das dimensões dos elementos, assim que, a dependência dos resultados com respeito a malha deve ser minimizada

Na figura 44  $\sigma_{y0}$  e  $\bar{\epsilon}_0^{pl}$  são a tensão de escoamento e a deformação plástica equivalente no início do dano, e  $\bar{\epsilon}_f^{pl}$  é a deformação plástica equivalente na falha, ou seja, quando a variável de dano global atinge o valor  $D = 1$ .

O valor da deformação plástica equivalente na falha  $\bar{\epsilon}_f^{pl}$ , depende do comprimento característico do elemento e não pode ser usado como um parâmetro do material para a especificação da lei de evolução do dano.

Na figura 44 pode-se observar que o modelo de ruptura dinâmico é semelhante a um modelo de dano progressivo, no qual o deslocamento plástico no momento da falha  $\bar{u}_f^{pl}$  foi especificado como zero (0) ou próximo de zero, o que faz que a degradação da rigidez do material seja muito mais rápida que a de um modelo que utiliza o início e propagação do dano.

Com relação aos modelos de dano usados neste trabalho, o modelo de ruptura dinâmico foi chamado de dano rápido e o modelo com início e evolução do dano foi chamado de dano progressivo.

Nos modelos de corte em rocha (Modelo de Drucker-Prager) somente os modelos com início e evolução de dano são implementados no programa Abaqus.



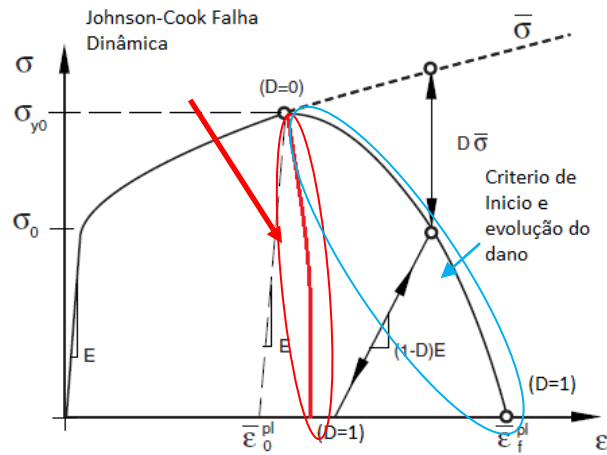


Figura 3.12: Curva tensão deformação representando o modelo de ruptura dinâmico (vermelho) e o modelo de dano progressivo. (ABAQUS, 2010 modificado).

O critério de início do dano dúctil foi usado para definir o início do dano no modelo de plasticidade de Drucker-Prager (\*Damage Initiation, criterion=Ductile), este critério é utilizado para especificar a iniciação do dano baseado na deformação dúctil. Assim, neste modelo constitutivo, a lei de início do dano dúctil é fornecida ao programa Abaqus através de tabelas, em que a primeira coluna contém a deformação plástica equivalente no início do dano, a segunda coluna a tensão triaxial  $\left(-\frac{p}{q}\right)$  e a terceira coluna a taxa de deformação.