6.
Análise de dados: organização, argumentação e avaliação na experiência de Lucas

Conforme anunciei no final do capítulo anterior, reservei este momento para apresentar a análise de dados da presente pesquisa em conformidade com a estrutura metodológica descrita anteriormente. Apresento, a partir deste ponto, uma narrativa articulada, identificando traços significativos de aprendizagens que evidenciam o desenvolvimento da formação profissional do futuro professor Lucas.

Minha expectativa foi, portanto, a de identificar por meio da reconstrução de cada uma das SAE/Entrevistas alguns traços para evidenciar a evolução da apreensão de saberes docentes típicos da prática profissional, ainda numa ambiência de formação inicial.

Procurei relacionar os fatores que contribuíram para esse desenvolvimento tendo em vista as atividades promovidas pelo Lema/Unama, acreditando que isto me forneceu elementos para responder, de modo adequado, a questão central desta investigação.

Os conteúdos de cada uma das SAE, com exceção da primeira, foram sempre escolhidos de acordo com a necessidade da grande maioria dos alunos escolares que frequentavam as atividades do tipo **F** aos sábados nas dependências da Unama.

Primeira Etapa (Orientações Mínimas)

6.1.
SAE (01) – Revisão da tabuada de multiplicação e operações com números naturais usando expressões numéricas

Os registros de vídeo mostraram que Lucas, muito embora não tenha utilizado planejamento escrito, organizou sua exposição em dois momentos. No primeiro momento, utilizou as ações introdutórias e, no segundo, as ações de condução propriamente ditas.

Essas ações introdutórias de organização foram utilizadas por Lucas para manter os primeiros contatos com a turma no início de cada SAE. Ele se dirigiu à turma para corrigir "atividades de casa", coletou informações dos alunos sobre os conteúdos trabalhados na escola naquela semana e conversou com eles durante alguns minutos com a nítida intenção de descontraí-los.

Dentre suas ações de condução, Lucas concedeu tempo aos alunos para resolução de alguma nova questão, fez revisão do conteúdo pertinente ao desenvolvimento de uma situação em foco, utilizou os registros diretos no quadro de escrever como suporte argumentativo do seu discurso e, finalmente, improvisou por intermédio da elaboração de atividades do tipo calcule e/ou efetue.

Essa ação de improvisar consistiu, naquele momento, em "criar" a expressão numérica $\{3.7-4-4+[3+6+(4+6)-6+]12\}$ e propô-la aos alunos. Não tem sentido o sinal do colchete "]" entre o "+" e o "12" no final da expressão. Quando corrigiu a atividade no quadro, Lucas optou pela adição -6+12, ignorando o sinal do colchete "]".

Quando perguntei durante a realização da entrevista subsequente a essa SAE sobre essa prática de improvisar, Lucas respondeu: "O professor tem que planejar suas aulas, mas é impossível o professor agir sem o improviso, até porque, às vezes, vem sem ele menos perceber".

No que diz respeito às ações de argumentação, Lucas adotou, por um lado, uma argumentação exclusivamente algorítmica, no sentido de ser meramente descritivo ao se limitar em anunciar a operação envolvida nas atividades propostas[1] e executá-la. Por outro lado, seu discurso assumiu uma argumentação egocêntrica, pois permaneceu focado em si mesmo e não buscou a participação ativa dos alunos.

Além dessas duas modalidades, Lucas ainda utilizou a argumentação focada sobre a repetição. Essa repetição, naquele momento, estava dirigida à memorização para a reprodução de procedimentos e constituiu-se numa consequência imediata da sua argumentação algorítmica.

[1] As atividades dessa SAE foram expressões numéricas do tipo: $\{2-1+[3.7-1+(4:2)+(3+4)]\}$.

Com relação à *avaliação*[2] nessa primeira SAE, Lucas adotou apenas duas modalidades de ações. A primeira, quando ele se deslocou silenciosamente por entre as carteiras durante o trabalho de resolução dos alunos, observando-lhes o desempenho, mas só interferindo mediante solicitação de algum deles. Na segunda modalidade, utilizou a repetição quando sugeriu uma lista de situações similares para a fixação dos conteúdos explorados.

6.2. SAE (02) – Fração e noção de probabilidade a partir do lançamento de um dado

Lucas não utilizou as ações introdutórias e as ações de condução foram mantidas sem a adoção de uma nova modalidade. Continuou utilizando um planejamento não escrito, uma espécie de sequência mental de ideias articuladas que abordou paulatinamente com os alunos.

Essa organização implícita, ao mesmo tempo em que revela a existência de um planejamento prévio não escrito, corrobora para que os argumentos utilizados na apresentação desses conteúdos estejam sujeitos a um nível muito acentuado de improvisos na elaboração de atividades durante a SAE. Quando o questionei pela segunda vez durante a entrevista subsequente sobre o improviso, Lucas verbalizou o seguinte: "[...] Sim, falta melhorar o conteúdo à abrangência do material [...] A improvisação é uma forma de ganhar tempo ou de tentar passar melhor o conteúdo. O improviso sempre vai existir na vida do professor".

Muito embora sua argumentação tenha sido substancialmente egocêntrica e algorítmica, nesse momento, Lucas fez um ensaio de afastamento do procedimento descritivo e sinalizou pontualmente preocupação com a reação dos alunos diante do seu discurso.

Um exemplo desse ensaio é a introdução tímida da argumentação conceitual quando procurou aproximar a noção de fração da noção de probabilidade. Partiu da exploração de uma situação na qual um dado usual de seis faces foi lançado e

[2] Considerei aqui como "ações de avaliação" adotadas por Lucas aquelas nas quais ele procurou se aproximar (andar por entre as carteiras) com a nítida intenção de observar o desempenho dos alunos diante de uma tarefa em andamento ou quando propôs uma lista de exercícios para a fixação de algum conteúdo ensinado.

passou a questionar os alunos sobre a "chance" de aparecer certo número na face voltada para cima.

Os alunos demonstraram dificuldades para compreender as suas ideias. Quando questionei o futuro professor sobre a repercussão desse argumento conceitual para introduzir a ideia de fração, ele disse que "realmente não foi uma boa escolha", apesar de ter adotado essa ideia de um livro didático.

Aqui, o futuro professor experimentou, pela primeira vez numa SAE, a dificuldade de articular argumentos visando levar os alunos a compreenderem um conceito. Nesse momento, o foco não foi algorítmico, isto é, não se deteve na aplicação de procedimentos automáticos.

Ele procurou estabelecer um significado para a fração. Ao lançar mão do argumento que aproxima fração do conceito de probabilidade, percebeu, na reação dos alunos, que essa opção não foi a mais adequada para um primeiro momento.

O recorte abaixo descreve o momento em que o futuro professor procurou levar os alunos, em uma de suas explicações, a associar o lançamento de um dado de oito faces (numeradas de 1 a 8) com a fração que correspondia ao aparecimento da face com o número 4 voltada para cima.

> *"Cai 4" dá .... - Os alunos respondem 4/8. - Ele completa [...] "Não! dá 1/8". Os alunos não atingem a lógica do seu argumento. Ele muda o dado de oito faces pelo convencional de seis faces e, além disso, substitui os números que identificam as faces do dado pelas letras "a", "b", "c", "d", "e", e "f" e, em seguida, retoma a questão: Qual a "chance" de cair uma das letras: "a", "b", "c" e "d". Os alunos respondem: [...] "4/6".*

Embora Lucas tenha mantido a natureza do seu argumento, que é sugerido por um livro didático, qual seja, a associação da fração com o conceito de probabilidade, esse recorte mostrou que, ao perceber a dificuldade dos alunos, ele reformulou seu discurso em três aspectos.

Essas reformulações argumentativas mostraram que ele percebeu exatamente o que os alunos estavam confundindo, ou seja, o número que correspondia à face do dado voltada para cima após o lançamento (quatro) com o número de ocorrências da "face quatro" dentre as oito existentes (uma).

O futuro professor sugeriu um dado mais simples com menor número de lados, com seis faces. Em seguida, substituiu a sequência numérica 1, 2, 3, 4, 5, 6, pela sequência das letras “a”, “b”, “c”, “d”, “e” e “f”. Foram duas ações simplificadoras.

Com a primeira, reduziu o espaço amostral do evento de oito para seis e, com a segunda, pretendeu eliminar o erro de confundir o número da face voltada para cima com o número de ocorrência dessa face dentre o total do espaço amostral disponível.

Além disso, ampliou o número relativo às possibilidades de ocorrência na face voltada para cima, após o lançamento, e pediu para que os alunos determinassem a fração que correspondia à “possibilidade” de, uma vez lançado o dado, uma das faces “a”, “b”, “c”, ou “d” ficasse voltada para cima. Mediante essas reformulações os alunos conseguiram responder corretamente.

Essa reformulação na rede de ações de ensino revelou dois ganhos na argumentação de Lucas. Introduziu um novo tipo de improviso e um novo tipo de avaliação. Ele fez uma avaliação instantânea a partir da resposta errada que os alunos deram para a situação que ele propôs. Seguiu-se a essa avaliação uma reformulação argumentativa.

A consequência dessa avaliação instantânea resultante do uso de uma abordagem conceitual foi uma reelaborarão argumentativa. Tal reelaboração se diferenciou da “criação” motivada pela falta de material planejado. Nesse ponto, ele improvisou um novo discurso reformulado em três aspectos distintos, mas manteve a essência do seu argumento conceitual – aproximando fração e probabilidade.

Em outros termos, o primeiro tipo de improviso estava focado sobre a produção de alguma atividade (exercícios) em função da quantidade que era inadequada ao tempo disponível de aula. O outro, diz respeito à reformulação da roupagem do argumento na apresentação do conteúdo mantendo, no entanto, sua natureza conceitual.

Em outro momento, ele explicitou aos alunos, para efeito de simplificação de frações, as diversas possibilidades de figurarem no numerador e no denominador, um número par ou ímpar na composição das frações, ou seja: par/par, par/ímpar, ímpar/par ou ainda ímpar/ímpar.

Muito embora seu discurso argumentativo ainda estivesse marcado fortemente pela perspectiva de reprodução de procedimentos, quando tratou da simplificação de frações, o futuro professor fez um ensaio no qual utilizou um dispositivo argumentativo de sistematização por exaustão quando afirmou que todas as frações podem ser visualizadas em termos de numeradores e denominadores pares ou ímpares.

Quando se voltou para explicitar a natureza da fração irredutível, o dispositivo argumentativo da sistematização por exaustão, que levou os alunos a efetuarem com sucesso várias simplificações, trouxe um novo obstáculo. Os alunos passaram a confundir uma fração irredutível com as que têm a forma par/ímpar ou ímpar/par.

Nesse ponto, o futuro professor chamou atenção e introduziu, pela primeira vez, o argumento do contraexemplo. Mostrou que existem frações como 9/12, que é do tipo (numerador ímpar/ denominador par), mas que podia ser simplificada dividindo o numerador e o denominador por 3 e, portanto, não é irredutível.

Em suma, apesar de Lucas não ter utilizado as ações de organização introdutórias nessa SAE, ele manteve as ações de condução e introduziu novas modalidades argumentativas e de avaliação. Ensaiou o afastamento da abordagem algorítmica/egocêntrica, na medida em que introduziu de forma tênue um argumento conceitual aproximando a idéia de fração da ideia de probabilidade. Reformulou o argumento, a partir de uma avaliação instantânea, diante das dificuldades apresentadas pelos alunos e utilizou as argumentações por exaustão e do contraexemplo.

6.3.
SAE (03) - Simplificação de frações, decomposição em fatores primos, mmc e operações com frações: adição, subtração de frações homogêneas e heterogêneas

As ações introdutórias e de condução foram fundamentalmente mantidas. Nessa SAE Lucas iniciou a aula perguntando se os alunos tinham feito a tarefa de simplificação que ele havia proposto no final da aula anterior: 2378/4372.

Normalmente, um professor experiente, para esse primeiro momento, selecionaria exemplos em que os alunos pudessem explorar decomposições que envolvessem números primos menores que 20, pois são mais facilmente reconhecidos.

Os alunos simplificaram a fração 2378/4372, dividindo simultaneamente os seus termos por "dois" e obtendo 1189/2186. A partir daí, tanto Lucas quanto os alunos manifestaram dificuldades para continuar a simplificação e posteriormente para justificar a necessidade de interrompê-la, declarando-a irredutível.

Com efeito, o conjunto dos divisores de 1189 é $\{1, 29, 41\}$ e o conjunto dos divisores de 2186 é $\{1, 2, 1093\}$. Não há divisores comuns úteis para a simplificação e, portanto, a fração 1189/2186 é irredutível.

Não foi sem razão que as crianças manifestaram dificuldades para encontrar uma simplificação da fração dada. O reconhecimento de números primos, nesse caso 1093, não é uma tarefa imediata, sobretudo para esse nível de ensino.

Durante a entrevista ficou claro que Lucas propôs a fração 2378/4372 sem levar em consideração os fatores primos envolvidos. Quando questionei sobre o fato ele respondeu: "[...] Eu não tinha essa visão da relação dos conceitos por trás dos procedimentos de simplificação". Lucas simplesmente colocou dois números pares e da ordem de milhar, acreditando que com isso os fatores primos mais usuais (menores que 20) apareceriam naturalmente.

No entanto, quando pedi a ele que identificasse qual das frações 2378/4372 ou 320/420 era a mais rica no sentido de explorar a decomposição em fatores primos, Lucas foi preciso: "[...] A segunda porque se consegue desmembrar mais vezes [...]". Lucas acabou percebendo, nesse momento, que a quantidade de primos utilizados na decomposição de um número não está ligada necessariamente à quantidade de dígitos que esse possui.

Sua abordagem argumentativa nessa SAE seguiu o padrão descritivo de procedimentos, levando em consideração a propriedade fundamental das frações sem explicar isso para os alunos. No entanto, manteve a tendência de afastamento da argumentação egocêntrica inicial e, considerando a participação dos alunos, formulou perguntas gerais dirigidas à classe.

Em função dessas perguntas, uma nova forma de avaliação surgiu. Lucas desprezou as respostas erradas dadas pelos alunos, acolheu imediatamente as corretas e pediu aos que acertaram para que justificassem suas respostas. Um exemplo desse comportamento ocorreu quando Lucas começou a explicação da simplificação de 2378/4372.

Sua primeira intervenção foi perguntar à turma por qual número ele poderia dividir o numerador e o denominador ao mesmo tempo. Algumas respostas foram dadas pelos alunos, dentre as quais: 1, 3 e 2. O futuro professor não comentou as respostas "1" e "3". Quando a resposta "2" apareceu, Lucas imediatamente acolheu: "isso! [...] 2!". Logo em seguida, questionou: por que 2? Um aluno respondeu "Porque é par". O futuro professor acolheu novamente a resposta e confirmou diante de todos, "porque os dois são pares!"

Esse foi um momento bastante significativo no desenvolvimento da rede de ações de ensino mobilizada por ele. Ao se afastar da argumentação egocêntrica, introduziu perguntas gerais dirigidas à turma e, com isso, adotou uma nova forma de avaliação. Isso sugere uma relação sistêmica de sua aprendizagem.

Por um lado, Lucas avançou porque saiu de uma relação argumentativa focada na sua própria exposição e passou a buscar um ambiente mais interativo, por outro lado, enfrentou obstáculos quando tentou organizar os conteúdos em sequência, partindo de situações mais complexas para as mais simples (soma de frações heterogêneas e depois as homogêneas). Além disso, Lucas revelou dificuldades na avaliação da aprendizagem dos alunos ao desprezar seus erros como fonte de reelaboração discursiva.

No entanto, quando propôs a simplificação de 1732/2232, Lucas acolheu pela primeira vez o erro dos alunos. Após duas simplificações sucessivas por "dois" os alunos obtiveram a fração 433/558 e a consideraram irredutível em função de 433 ser "ímpar" e 558 ser "par". De fato, a fração é irredutível, mas a justificativa dessa declaração estava equivocada. Diante dessa afirmação, Lucas fez nova intervenção.

Diante da afirmação dos alunos, ele utilizou novamente o argumento de existência de um contra-exemplo, ou seja, analisou a situação da fração 21/12. É uma fração cujo numerador é ímpar (21) e o denominador é par (12) e, no entanto, não é irredutível. Os alunos pareceram convencidos.

Muito embora Lucas tenha aparentemente resolvido o "equívoco das frações irredutíveis", ele não utilizou, em nenhum momento, os critérios de divisibilidade para articular com as simplificações de frações. Fez um trabalho de simplificação por tentativa[3].

[3] Lucas convenceu os alunos de que a fração 21/12 não é irredutível, pois os seus termos são divisíveis por 3, mas não disse aos alunos qual o motivo que o levou a "testar o 3" como divisor.

Ele sempre perguntou durante a simplificação: “[...] por qual número eu posso dividir?”. Lucas adotou um procedimento focado sobre os procedimentos algorítmicos (como fazer), deixando evidenciar muito provavelmente o tipo de ensino a que foi submetido nos níveis anteriores à formação acadêmica.

Antes de tratar da soma de frações heterogêneas, Lucas revisou o mmc (mínimo múltiplo comum) por intermédio da decomposição em fatores primos[4], mas não argumentou acerca da relação do mmc entre denominadores dessas frações e os menores denominadores comuns das frações equivalentes obtidas por meio de suas classes de equivalência. Lucas não percebeu, até esse ponto, que todo procedimento algorítmico é fundamentado em algum conceito que lhe serve de justificativa.

Quando indaguei se ele conhecia a propriedade fundamental das frações e o uso dessa propriedade para a simplificação, o futuro professor disse que não conhecia. Na verdade, ele utilizou essa propriedade na simplificação, mas não conhecia e/ou se lembrava dessa nomenclatura. Sua linguagem ainda era bastante precária e seu argumento mais enfático ainda era o algoritmo.

Em suma, nessa SAE, Lucas acrescentou na perspectiva avaliativa o acolhimento das respostas certas dos alunos em detrimento das erradas. Já na perspectiva argumentativa, fez ensaios às justificativas de procedimentos, muito embora tenha apoiado essas justificativas em descrições algorítmicas.

Por fim, no que diz respeito às ações de organização, manteve as ações anteriores e não conseguiu elaborar um roteiro que organizasse uma sequência em ordem crescente de complexidade.

As modificações mais significativas foram a adoção de perguntas gerais dirigidas à turma (distanciando-se da argumentação egocêntrica) e, como consequência, a introdução de uma nova forma de avaliação (o acolhimento das respostas corretas e o desprezo das incorretas), e, finalmente, um ensaio de uma abordagem apoiada em justificativas de procedimentos. Ficou notória a influência da cultura escolar sobre suas ações na condução dessas primeiras SAE.

Poderia ter usado tanto a decomposição em fatores primos quanto o critério de divisibilidade por 3, mas não o fez.

[4] Ele usou o dispositivo de decomposição em fatores primos, mas não usou essa designação em nenhum momento.

6.4.
SAE (04) - Operações com frações: adição e subtração (revisão)

Lucas introduziu uma nova modalidade de ação introdutória nessa SAE. Pela primeira vez, partilhou com a classe sua preocupação com as dificuldades que os alunos estavam tendo para operar as frações, levando em consideração a quantidade de aulas já ministradas sobre esse assunto.

Essa iniciativa do futuro professor aconteceu imediatamente após ter discutido comigo algumas imagens (filmes e fotos) que registrei na SAE anterior. Mostrei-lhe durante a entrevista anterior a essa SAE imagens nas quais alguns alunos efetuavam a operação de soma de frações homogêneas somando numerador com numerador e denominador com denominador. Lucas não havia percebido isso.

Ele ficou surpreso com as imagens e logo verbalizou balançando a cabeça: “Humm! Na próxima aula vai ser só exercício”. Na aula seguinte, em sua primeira intervenção, Lucas compartilhou com a turma sua preocupação sobre essas dificuldades e ratificou seu objetivo: “[...] hoje é só exercícios, só exercícios. Já estamos há três semanas e hoje vamos ter que aprender isso!”

Não havia, até então, uma preocupação mais explícita do futuro professor em relação às dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos. Mediante as observações/reflexões dirigidas pelas entrevistas, sobretudo da visão que teve do desempenho dos alunos por meio da análise dos registros de imagens, ele sinalizou, a partir desse ponto, uma preocupação maior com a aprendizagem e, com isso, passou a assumir algumas posturas diferentes.

Dentre essas novas posturas, Lucas passou a trabalhar ao mesmo tempo sob dois focos distintos e complementares que sinalizaram certa sistematização de ações típicas do fazer docente, que é característico do desenvolvimento de saberes práticos.

Essa argumentação se afastou nitidamente de um foco egocêntrico, passando a centrar explicitamente a interlocução nas dificuldades dos alunos. Essa postura já existia, mas sem muita ênfase. De um modo geral, seu discurso estava muito centrado em si mesmo, levando pouco em consideração a atenção dos alunos.

Por outro lado, ele passou a descrever passo a passo o algoritmo que solucionava a atividade proposta[5], dando ênfase para a importância de os alunos utilizarem a sequência dos primos. Esse enfoque é diferente, pois embora seja algorítmico, envolve o objeto de estudo com conceitos circunscritos[6] a ele.

Um exemplo dessa última postura adotada por Lucas aconteceu quando desenvolveu uma soma de frações heterogêneas, ou seja, quando reescreveu essa operação como soma de frações homogêneas e, após recorrer à decomposição de fatores primos para reduzir as frações ao mesmo denominador, relembrou junto com os alunos uma lista de números primos menores que 20 que eu sugeri em uma de minhas interferências no andamento da aula anterior (4 de abril de 2009).

Até essa última SAE, Lucas sempre recorreu ao mmc por decomposição, mas não se referiu aos fatores dessa decomposição como números primos, os alunos faziam, mas não sabiam de onde vinham aqueles números utilizados pelo professor para gerar o mmc.

Na verdade, os fatores comuns utilizados para a obtenção da soma de frações homogêneas não precisam ser primos. O enfoque na decomposição em fatores primos foi apenas uma forma que Lucas adotou para organização de trabalho.

Não lhe disse que tinha que usá-los, mas Lucas incorporou esse recurso em seu discurso e, a partir dessa aula, passou a chamar atenção da turma para recorrer à lista de números primos que foi sugerida por mim no desenvolvimento das decomposições.

Assim, em todas as somas de frações heterogêneas, durante a decomposição dos seus denominadores para o cálculo do mmc, Lucas recorreu explicitamente à sequência de números primos que ele disponibilizou no quadro de escrever e pediu, por várias vezes, para que os alunos registrassem em seus cadernos e consultassem sempre que houvesse necessidade.

---

[5] Nesse momento, as atividades desenvolvidas estavam focadas na soma de frações heterogêneas e Lucas descreveu o algoritmo de decomposição em fatores primos com vista à determinação do mmc. Lucas ainda atuava sob as orientações mínimas e provavelmente essa forma de abordar a soma de frações tem uma influência determinante da sua cultura escolar.

[6] O que estou chamando aqui de *conceitos circunscritos ao objeto de estudo* são exatamente os conceitos mobilizados na estruturação dos procedimentos algoritmos adotados. Por exemplo, considerei os conceitos de frações equivalentes, classe de equivalência de frações, mmc, números primos, decomposição de um número natural em fatores primos, como conceitos circunscritos ao estudo da *soma de frações heterogêneas.*

Com efeito, muito embora, sua argumentação ainda fosse algorítmica, ao incluir em seu discurso a utilização dos números primos como conceitos circunscritos ao seu objeto de estudo, Lucas também melhorou sua linguagem, que se mostrou bastante restrita nas primeiras SAE.

Essa inclusão não só contribuiu para afastar a crença dos alunos de que os números utilizados como fatores de decomposição eram colocados ao acaso, como também se constituiu num avanço significativo na aprendizagem do futuro professor que tornou sua rede argumentativa mais complexa.

Além de recorrer explicitamente aos números primos no contexto de decomposição dos denominadores das frações heterogêneas, Lucas mostrou que esses fatores primos só apareciam em ordem crescente[7] no dispositivo algorítmico para facilitar suas escolhas mediante os critérios de divisibilidade.

Essa análise se refere à sexta SAE, e, levando em consideração que Lucas nunca havia ministrado aulas antes dessa experiência com o Lema/Unama, considero que a aprendizagem de saberes práticos foi, até esse ponto, sobremodo significativa.

Os erros dos alunos, antes desprezados, foram utilizados pelo futuro professor, que passou a chamar com frequência atenção da turma para os erros cometidos na operação de adição e subtração de frações com denominadores iguais.

Ele revisou periodicamente todos os procedimentos, independentemente da manifestação dos alunos, e procurou continuamente, a partir desse ponto, a participação ativa da turma.

Entretanto, mais uma vez foi vitimado pelo improviso. Propôs à turma a operação $\frac{4}{6} - 3$. Os alunos utilizando o mmc encontraram a expressão: $\frac{4}{6} - \frac{18}{6}$. A diferença $4 - 18$, necessária para concluir a operação, trouxe dificuldade para eles. Ora, com efeito, $4 \quad 18 = \quad 14 \subset \mathbb{Z}$, e os alunos do 6º ano que colaboravam com Lucas desconheciam essa categoria de números, qual seja, os inteiros negativos.

[7] O número 30, por exemplo, muito embora tenha uma única decomposição em fatores primos, essa decomposição não precisa ser escrita necessariamente em ordem crescente. 30 = 2x3x5, da mesma forma que é igual a 3x2x5, ou 5x2x3, ou ainda 5x3x2. No algoritmo usual de decomposição em fatores primos esses fatores são dispostos em ordem crescente e Lucas chamou a atenção dos alunos nesse sentido.

Nesse caso, Lucas teve que refazer a questão, substituindo a subtração original por uma adição. Ele se mostrou resistente em planejar por escrito, ainda dirigiu as suas ações por intermédio de uma espécie de organização mental na qual as atividades propostas aos alunos eram, em geral, fruto de improviso.

Em suma, a análise dessa SAE mostrou que o rompimento de Lucas com uma argumentação egocêntrica acabou por desencadear algumas modificações extremamente benéficas para a aprendizagem dos seus saberes práticos.

Dentre essas práticas em desenvolvimento estão: a utilização de conceitos circunscritos ao objeto de estudo (isso pode não ocorrer se o discurso do professor for exclusivamente algorítmico), a utilização de linguagem técnica mais adequada, a utilização dos erros como fonte de reelaboração de perguntas que dirigiam seu discurso e as revisões periódicas sem solicitação prévia dos alunos.

6.5.
SAE (05) – Potências de frações

As ações de organização introdutórias utilizadas anteriormente foram mantidas e, além disso, ganharam uma nova modalidade. Essa nova modalidade eu chamei de *registros auxiliares*. Foram registros escritos efetuados no canto esquerdo do quadro, referindo-se, nesse momento, aos critérios de divisibilidade.

Tais registros serviram de aporte argumentativo para dar prosseguimento à simplificação. Era diferente daqueles que Lucas fazia desde o início das minhas observações. O registro no canto do quadro o auxiliou constantemente a resolver uma situação em andamento.

Para estudar as potencias de frações, Lucas inicialmente propôs potências de números naturais (2^3; 4^2; 5^4, dentre outras). Após corrigir no quadro os exemplos que propôs com potencias de números naturais em colaboração com os alunos, o futuro professor solicitou que efetuassem $\left(\frac{5}{3}\right)^2$.

Os alunos ficaram calados por alguns instantes e, logo em seguida, o futuro professor voltou aos exemplos de potencias com números naturais mostrando aos alunos que a operação era desenvolvida multiplicando-se “a base” por si mesma tantas vezes quantas indicava o expoente.

Dirigindo-se aos alunos, Lucas perguntou: “Em relação à operação $\left(\frac{5}{3}\right)^2$, quem é a base? Quem é o expoente?” Após manifestação dos alunos, Lucas completou: “Se a base é $\frac{5}{3}$, quantas vezes devo multiplicar essa fração $\frac{5}{3}$ por si mesma, para obter a potência?” Os alunos completaram: “duas vezes!”

Após repetir esse procedimento com exemplos similares, Lucas propôs aos alunos que efetuassem $\left(\frac{4}{6}\right)^3$ e, em seguida, pediu que os alunos simplificassem a fração resultante.

Sua argumentação se manteve afastada da postura egocêntrica, e, muito embora ainda adotasse uma exposição algorítmica, na medida em que se limitava a descrever procedimentos, conservava o diálogo com propriedades e conceitos circunscritos ao objeto em foco.

Um exemplo desse procedimento foi o tratamento dispensado à simplificação da fração $\frac{64}{216}$, resultado de $\left(\frac{4}{6}\right)^3$. Quando Lucas procurou em colaboração com os alunos os divisores comuns de 64 e 216 para efetuar a simplificação, ele chamou explicitamente a atenção dos alunos para o critério de divisibilidade por 2.

A estabilidade dessa abordagem comunicativa se configurou numa mudança importante na rede argumentativa de Lucas, que passou de uma abordagem de foco egocêntrico/algorítmico – discurso para si focado na descrição de procedimentos –, para uma abordagem de foco algorítmico/associado/descentrado[8] – discurso focado na reprodução de procedimentos com auxílio de propriedades e conceitos circunscritos ao objeto de estudo que levava em consideração o discurso para o outro.

O seu discurso se mostrou imbuído da ideia de divisibilidade que ele utilizou para encorajar os alunos à simplificação que os desafiava. Esse avanço argumentativo, no entanto, ainda não se manifestou estabilizado nesse momento.

Um efeito desse uso associado de conceitos circunscritos teve como desdobramento imediato a mobilização de esforços, por parte de Lucas, no sentido de usar uma linguagem mais apropriada. Há aqui potencialmente duas UDFP

[8] A descentração é o antídoto do egocentrismo. É a capacidade de se deslocar para a perspectiva do outro.

intimamente interligadas: uso associado de conceitos circunscritos e a linguagem apropriada.

Além disso, nessa SAE, ele introduziu pela primeira vez uma atividade no final da aula que lhe serviu como instrumento de avaliação do que foi tratado naquele dia. Propôs aos alunos que efetuassem (6/7)[7]. Mais uma vez a atividade foi dirigida aos alunos com base no improviso.

Muito embora tenha tomado a atitude de avaliar os alunos, por meio de uma atividade no final da aula, o futuro professor ainda manteve uma postura de resistência em realizar um planejamento mais detalhado (escrito) e adequado ao tempo destinado às SAE.

A "acidez" das operações envolvidas nessa atividade acabou fazendo com que os alunos desistissem dela. Refleti com Lucas durante a entrevista subsequente a essa SAE, sobre a necessidade de planejamento e adequação com relação ao tempo e à natureza objetiva das atividades propostas, para que não ficassem numa dimensão apenas do fazer por fazer.

Em suma, de um lado, no que diz respeito às ações de organização, Lucas introduziu os registros auxiliares, mas se manteve resistente na prática de improvisar atividades durante a SAE. De outro lado, sua argumentação, foi essencialmente algorítmica/associada/descentrada. Além disso, Lucas avaliou com mais regularidade a compreensão dos alunos durante sua exposição e identificou com precisão as articulações que não foram bem compreendidas pelos alunos, bem como introduziu uma atividade-desafio no final da aula.

As modificações mais significativas foram nesse recorte a introdução dos registros auxiliares e a avaliação a partir de uma atividade desafio no final da aula.

6.6.
SAE (06) – A raiz quadrada de frações (positivas)

As ações de organização introdutórias e de condução foram mantidas sem a introdução de uma nova modalidade. No entanto, Lucas Introduziu pela primeira vez um argumento que denominei "adoção para a reprovação", isto é, adotou um procedimento errado para testar a atenção dos alunos e incentivá-los a reprová-lo para, em seguida, adotar o procedimento correto.

Quando Lucas foi reprovado por um procedimento adotado ele parabenizou os alunos perguntando-lhes em seguida qual era o procedimento correto. Outras vezes os alunos não o reprovaram e ele os questionou sobre o procedimento adotado.

O seu discurso se mostrou mais denso na medida em que incluiu o aporte visual da representação das frações por meio das "barrinhas"[9], acionando com isso uma argumentação que muito embora não seja conceitual faz apelo à visualização geométrica possibilitando ao aluno o contato com uma perspectiva além da abordagem exclusivamente algorítmica.

Acredito que essa mobilização de Lucas espelhou-se na interferência que promovi, conduzindo a SAE anterior, na qual explorei sob observação do futuro professor a noção de fração como representando a parte de um todo. Evidentemente que essa representação pode não conduzir o aluno à concepção de fração como número.

Sua argumentação se manifestou, paulatinamente, mais complexa. Saiu de uma abordagem egocêntrica/algorítmica, adotou posteriormente uma argumentação descentrada/algorítmica, e, ainda, dialogando com os conceitos circunscritos, adotou a abordagem descentrada/algorítmica/associada.

Com o novo ensaio à visualização geométrica do objeto de estudo (frações), além da exploração dos conceitos circunscritos, o futuro professor mobilizou os primeiros passos rumo à adoção de uma argumentação mediante apresentação de justificativas geométricas. A consolidação dessa forma de argumentação se constitui numa significativa conquista nos saberes práticos de Lucas rumo ao desenvolvimento de sua formação profissional.

Um exemplo do efeito dessa complexidade argumentativa crescente na experiência de Lucas foi o fato de ele ter mantido, praticamente durante uma hora, a turma cadenciadamente participando ativamente da aula. Isso é bem diferente das ações de condução quando comparadas às suas ações iniciais. O nível de dispersão dos alunos nesse momento foi praticamente nulo.

Os registros de imagens desse recorte mostram uma cadeia de ações mobilizadas por Lucas distribuídas entre as organizacionais, argumentativas e

[9] As "barrinhas" são pequenos retângulos utilizados como aporte visual para representar fração como "parte de um todo". Muito embora Lucas não tenha deixado isso explícito esse recurso pode ser usado para representar uma fração como medida de área.

avaliativas. Dentre essas ações estão: fez revisões periódicas de conteúdos já tratados; efetuou o dispositivo de decomposição em fatores primos para efeito do mmc; fez perguntas gerais para a turma; chamou atenção dos alunos para um tipo de erro comum que eles cometiam; fez uma lista de ideias que já haviam sido tratadas até certo ponto da exposição; disponibilizou atividades para avaliação de aprendizagem durante a aula; fez atendimento individual a alunos que estavam com dúvidas; e corrigiu questões com a ajuda dos alunos.

Na verdade, o movimento de aprendizagem do futuro professor se mostrou extremamente complexo. A reformulação de um comportamento dele acabou por influenciar um conjunto de reformulações na postura dos alunos que, por sua vez, reconfiguraram as relações entre os atores e a própria ambiência na qual o processo de aprendizagem se desenvolvia.

A modificação mais significativa nesse recorte foi a introdução de uma argumentação geométrica e a apresentação de justificativas de procedimentos algorítmicos no contexto geométrico.

Com relação ao tratamento dispensado ao conteúdo de raiz quadrada de frações (positivas), Lucas, inicialmente, revisou a operação de potenciação a partir de vários exemplos sugeridos aos alunos e corrigidos em seguida com a colaboração de todos.

Em seguida, apresentou a raiz quadrada de um número natural positivo a partir de exemplos, dentre os quais estavam: $\sqrt{9} - 3$, pois $3^2 - 9$; $\sqrt{16} - 4$, pois $4^2 = 16$; $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

Lucas também mostrou aos alunos que 11 x 11 = 121; depois, mostrou que 121 também poderia ser escrito como 11^2, e, por isso, argumentou Lucas: $\sqrt{121} = 11$, pois $11^2 = 121$.

Repetiu esse procedimento mais algumas vezes e, logo em seguida, forneceu aos alunos uma lista de números naturais (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100) aos quais se referiu como “quadrados perfeitos”. Neste sentido, usando o método de tentativas procurou levar os alunos a perceberem que cada um dos números dessa lista podiam ser escritos em forma de potenciação com expoente igual a 2.

Antes de calcular a raiz quadra de algumas frações positivas, Lucas ainda fez uma revisão do produto de frações, dando ênfase para o procedimento algorítmico. Somente depois dessa revisão é que Lucas propõe aos alunos o desafio de extrair a raiz quadrada de uma fração. A fração sugerida por Lucas no desafio é $\sqrt{\frac{49}{64}}$. O argumento apresentado por Lucas foi que os alunos deveriam procurar uma fração que "elevada ao quadrado" resultasse como potência exatamente $\frac{49}{64}$. Por tentativas os alunos chegaram a $\frac{7}{8}$.

6.7. SAE (07) - Noção de área

Minha intervenção nessa aula foi prolongada. Teve duração de pouco mais de uma hora. Utilizei uma malha de quadrados (quadriculada) como uma espécie de "régua" para medir áreas. Para Van de Walle (2009), a malha quadriculada é um recurso tão importante para a reconstrução do conceito de medida de área quanto a régua numerada o é para o conceito de medida de comprimento.

A atividade que eu propus consistiu em pedir para os alunos desenharem o contorno de uma de suas mãos sobre a malha quadriculada e, em seguida, contarem quantas unidades de área havia no seu interior. Nessa atividade, adotei como unidade de medida um quadrado cuja área foi obtida pela soma das áreas de quatro "quadradinhos" dentre os de menor área da malha.

Quando o futuro professor assumiu a condução da classe, fez uma articulação daquelas que fazia quando utilizou as "barrinhas"[10] para representar frações. Nesse caso, Lucas elegeu como unidade de medida o "quadradinho" de menor área da malha.

Ao propor, por exemplo, a soma ½ + ½, estabeleceu uma associação de cada uma dessas frações com a metade da área de um desses "quadradinhos" (dentre os de menor área da malha). Nesse caso, utilizou a diagonal do quadradinho, dividindo-o em dois triângulos de mesma área.

Em todas às vezes que Lucas utilizou as "barrinhas", ele jamais havia relacionado essa representação, explicitamente com a ideia de área. Dividia, por exemplo, uma "barrinha" (retângulo) em três "partes iguais" e associava cada uma dessas partes com a fração 1/3, mas não se referia a 1/3 como medida de área.

[10] Utilizadas nesse momento como retângulos.

Essa noção de área implícita na representação de uma fração por meio da "barrinha" não estava clara para Lucas. Quando representava, por exemplo, um terço, ele dividia a "barrinha" em três "partes iguais" (sempre com traços na vertical) e tomava uma dessas partes. A expressão "partes iguais" não traduz o rigor matemático do que, na verdade, está se medindo – comprimento, área ou volume.

Nesse sentido, o que garante que as "partes sejam iguais" não é a forma como a "barrinha" é dividida, se com traços verticais, horizontais ou de outra forma qualquer. Como a "barrinha", na verdade, é um retângulo (figura plana), a expressão "partes iguais" só tem sentido matemático se for uma referência à noção de área. Embora Lucas utilizasse a representação da fração com o aporte das "barrinhas", ele não explorou antes dessa SAE a noção implícita de área.

Sua atuação nessa SAE foi breve, se limitando a uma única intervenção. Acredito que o ganho mais significativo nesse recorte foi um novo ensaio rumo à argumentação geométrica**.** Lucas já havia feito dois ensaios nesse sentido.

Se numa perspectiva, Lucas ainda demonstrou dificuldade com alguns conceitos básicos, quando, por exemplo, ao representar a fração 5/2 (cinco meios) na forma decimal, escreveu no quadro 5,5 e, em seguida, leu: "cinco meios". Confundiu "cinco e meio" com "cinco meios". O futuro professor misturou a leitura de fração ordinária com a leitura correspondente de sua representação decimal. Ele ainda tropeçou em sua linguagem técnica.

Em outra perspectiva, nessa SAE, Lucas ensaiou um avanço muito interessante, no que diz respeito à sua argumentação, apesar da sua breve atuação. Seu discurso argumentativo, que já havia atingido o estágio de descentrado/ algorítmico/associado, se mostrou embrionariamente descentrado/conceitual

6.8. SAE (08) – Operações com frações e conceitos circunscritos

Essa SAE ocorreu no retorno das atividades para o segundo semestre de 2009. É a última SAE na qual o Lucas atuou com orientações mínimas. Ele manteve fundamentalmente o padrão das ações introdutórias de organização e de condução sem modificações significativas.

A adoção de uma argumentação descentrada continuou visível. Lucas não avançava sem que tivesse a atenção da turma, fato que intensificou/amadureceu ainda mais a avaliação instantânea durante a exposição, que também se mostrou consistente.

Antes, no entanto, de iniciar a revisão de frações, Lucas perguntou sobre a tabuada. Os alunos ficaram um tanto retraídos e nesse momento ele passou a fazer perguntas diretas sobre as "casas" de 8 e 9.

Quando perguntei o porquê dessa revisão (da tabuada), ele disse: "Porque a fração tem a ver com a tabuada. A gente não pode fazer multiplicação de frações sem a tabuada. Foi por isso. Queria saber se eles traziam alguma coisa de experiências passadas".

Essa preocupação de Lucas, no início da aula, não aconteceu em suas primeiras atuações. Introduziu, com isso, a identificação de conhecimentos prévios das crianças que fundamentavam o desenvolvimento do seu objeto de estudo. Essa foi a primeira vez que ele mobilizou essa conduta explicitamente.

Essa capacidade de identificar que certo conteúdo é fundamental para o desenvolvimento de um objeto matemático (conhecimentos prévios necessários) já estava acontecendo na experiência de Lucas quando passou com regularidade, por exemplo, a utilizar o que chamei de conceitos circunscritos durante suas exposições.

A diferença aqui é que ele não o fez na hora da exposição do seu objeto de estudo, mas deu um tratamento "em separado" procurando certificar-se do domínio das crianças sobre essas "experiências passadas".

Com efeito, essa capacidade de identificação mobilizada por Lucas, exigiu cada vez mais, o domínio específico dos conteúdos e uma visão panorâmica dos currículos por série. É uma capacidade fundamental para a elaboração de um planejamento escrito e articulado com base na reconstrução conceitual dos objetos matemáticos.

Além disso, nesse recorte Lucas chamou a atenção dos alunos para a importância do conhecimento de certos conteúdos da Matemática em função de sua relação com situações do cotidiano. Esse argumento está ligado às necessidades curriculares e às aplicações em situações cotidianas, por exemplo: contratação de serviços e reajustes de salário. O recorte abaixo revela algumas convicções de Lucas nesses aspectos:

[...] sobre a questão das notas? Das porcentagens? Dos das coisas? [...] é para não ser enganado por ninguém [...] acho importante relacionar a matemática com as coisas do dia a dia [...] eu não aprendi assim [...] aprendi isso é assim [...] mas não diziam onde eu podia usar [...] por que é assim [...] às vezes até eu estudando fico me perguntando, mas prá que serve isso? [...] Não aprendi com base em justificativas [..] que eu me lembre não [...] é assim [...] eu não me lembro de perguntar "o porquê". Na verdade agente acaba fazendo uma coisa, mas não sabe por que agente ta fazendo [...], por exemplo, a criança chega com o pai e diz olha pai eu sei fazer essa operação com fração [...] sim, mas o que é uma fração? [...] como agente usa isso, como chegou nesse resultado? [...] porque tem que tirar o mmc só na adição e na multiplicação não?

O discurso de Lucas já sofreu uma significativa mudança desde o início das observações**.** Um exemplo desse desenvolvimento da rede argumentativa na apresentação de conteúdos é o recorte no qual conduziu os alunos à solução da soma: 4/2 + 2/4.

Na sequência argumentativa, buscou insistentemente a participação dos alunos, fez perguntas gerais à classe e, diante do silêncio da turma, fez perguntas diretas a alunos específicos. Ele não avançou mais sozinho numa perspectiva de argumentação egocêntrica e de reprodução algorítmica. Provocou os alunos para que respondessem qual o procedimento que deveria adotar para somar 4/2 + 2/4 até que algum deles respondeu: "é o mmc" e, a partir dessa resposta, continuou instigando os alunos, perguntado-lhes, então, o porquê desse procedimento. Depois de insistir mais um pouco, os alunos disseram "Porque os denominadores são diferentes" e Lucas perguntou novamente: "[...] mas o que significa o mmc?" Diante do silêncio dos alunos ele completou: "Olha! Mínimo Múltiplo Comum - tenho que achar um múltiplo comum entre eles".

Lucas já havia adotado a postura de buscar a participação da turma, mas, nesse recorte especificamente, ele se mostrou determinado a não avançar mais sem a companhia ativa dos alunos. O resultado imediato dessa postura, que já se mostrava consolidada nesse ponto, foi a quantidade de perguntas dirigidas à turma de um modo geral e de forma direta a alguns alunos.

Diante do silêncio dos alunos ele esperou. Acolheu respostas – certas e erradas – e continuou fazendo novos questionamentos. Quando o silêncio permaneceu, ele mesmo respondeu e fez novas elaborações.

Muito embora não tenha inserido no seu discurso, até esse ponto, uma argumentação focada sobre a reconstrução conceitual, ele estabeleceu, com certa desenvoltura, a relação de conceitos e/ou propriedades circunscritas ao objeto matemático. Um bom exemplo disso é a aproximação que ele fez quando tratou de simplificação de frações com os critérios de divisibilidade.

Quando coloquei Lucas em contato com alguns recortes dessa SAE durante a entrevista subsequente e lhe perguntei se ele tinha noção da estrutura argumentativa do seu discurso, ele se manifestou assim:

> (Sorri balançando a cabeça). *Não eu não tinha ideia. Eu simplesmente ia falando, mas não tinha consciência disso tudo. Não tinha noção de que eu na verdade estava tratando de "muitos conteúdos" com eles [...] na soma de duas simples frações tinha a questão do mmc, dos números primos [...] e da decomposição. [...] Não tinha noção dessa complexidade toda eu só ia falando as coisas que eu sabia [...] eu achei que para saber as frações eles precisavam saber tudo aquilo antes [...] foi por isso [...].*

As reflexões promovidas nas entrevistas pareceram levá-lo a tomar consciência da sua própria estrutura argumentativa. Ele reagiu com admiração diante da quantidade de articulações que ele mobilizou durante a exposição de uma "simples" soma de frações. Quando lhe perguntei sobre a responsabilidade do professor em proporcionar essa rede argumentativa para facilitar a aprendizagem do aluno, ele disse:

> *Acho que isso é realmente importante. [...] depende do aluno, mas também depende do professor [...] o professor tem uma parte significativa [...] não pode ser é assim, é assim [...] e dá teu jeito. Mas se o aluno "não se esforçar o professor não pode fazer a parte dele.*

Pareceu compreender a relação de responsabilidade da aprendizagem como uma via de mão dupla. Os atores têm responsabilidades distintas e complementares e o resultado ótimo desse processo depende do equilíbrio das atitudes de cada um. O aluno não pode ficar "jogado à própria sorte", mas o professor jamais poderá fazer a "parte dele" – do aluno.

Sua argumentação até esse ponto da análise se configurou sistematicamente como descentrado-algorítimico-associado, conforme já defini anteriormente. No entanto, mostrei a ele a necessidade de aprofundar o tratamento conceitual dispensado aos objetos matemáticos a partir de um planejamento mais diretivo em colaboração comigo. Nesse sentido, Lucas disse:

> *[...] sem dúvida que vai melhorar muito... Se bem que eu não sei mais nada sobre frações [...] o que e sabia [...] sem dúvida que essas coisas novas podem melhorar meus argumentos [...] vai ser uma coisa nova para a turma [...] acho que é o certo é isso: o que agente vai estudar?[...] é fração?[...] Mas, o que é uma fração? Prá que serve? Onde agente pode usar? Depois agente ia vê como é que resolve. Eu não estou preparado para falar [...], por exemplo, eu não sabia o que era o número π até eu ouvi o professor daqui explicar [...] se eu fosse dá uma aula para os alunos de segundo ano de trigonometria e desse na resposta de um problema, por exemplo, 2π ou 3π e alguém me perguntasse o que era o π ? [...] sorri! Eu não tinha informações suficientes [...], por exemplo, se alguém me perguntasse o que é o mmc(...) tudo bem! [...] Mas existem coisas que eu tenho um limite menor de conhecimentos [...] é isso [...] essa coisas ficam distantes daquilo que agente traz do ensino médio e fundamental [...] porque agente só aprende como faz [...] agente não aprende porque se faz daquele jeito [...] eu só vim aprender o que era colocar um número em evidencia só no ensino médio [...] e só agora (universidade) que eu vim aprender melhor [...].*

Essas reflexões de Lucas são extremamente significativas no contexto da reflexão sobre as contribuições do Lema/Unama para o seu desenvolvimento profissional. Inicialmente, ele tanto reconheceu a importância de uma abordagem focada sobre a reconstrução conceitual, como também, com naturalidade, assumiu a insuficiência dos seus conhecimentos. Lucas declarou sua certeza de que essa abordagem conceitual, em colaboração comigo, era um novidade tanto para a turma quanto para ele mesmo.

Sua fala transcendeu o mero reconhecimento da importância de uma abordagem conceitual. Ele materializou, na verdade, a visão de que uma abordagem dessa natureza deveria incluir perguntas do tipo: “o que a gente vai estudar? [...] é fração? [...] Mas, o que é uma fração? Prá que serve? Onde a gente pode usar?” Depois a gente ia vê como é que se faz os cálculos”.

O algoritmo, ligado ao “como é que se faz os cálculos”, na concepção revelada em sua fala, apareceu no final do processo, mas na sua prática, esse procedimento apareceu no início. A visão era correta, mas limitada pela falta de conhecimentos adequados para executá-la: “[...] Eu não estou preparado para falar”.

Da mesma forma ele materializou o reconhecimento dessa falta de preparação para ensinar na perspectiva conceitual quando deu exemplos de situações que, se precisasse ensinar, certamente não saberia o que dizer ou diria com dificuldade, como por exemplo, explicar a origem e/ou significado do número π, do mmc, ou ainda do artifício que permite colocar um termo algébrico em evidência.

Além disso, ele também identificou que essa falta de preparação tinha uma origem no tipo de ensino que recebeu em sua cultura escolar. A conduta de Lucas, revelada na primeira parte dessa análise, sobretudo no que diz respeito aos argumentos utilizados na apresentação de conteúdos, eram compatíveis com o tipo de ensino que ele descreveu ter recebido: “essas coisas ficam distantes daquilo que a gente traz do ensino médio e fundamental [...] porque agente só aprende como faz [...] agente não aprende porque se faz daquele jeito [...]”.

Com efeito, as reflexões que o incentivei a realizar sobre esta aula foram no sentido de instigá-lo a planejar ações de ensino selecionando argumentos e organizando sequências bem articuladas com os conceitos e/ou propriedades circunscritas. Também, de reconhecer a complexidade da rede de ações argumentativas utilizadas na apresentação de conteúdos e, finalmente, de introduzir nessa rede de argumentações, os aspectos conceituais do objeto matemático e sua relação com os procedimentos algorítmicos envolvidos.

A análise dos dados, até aqui, sugere que há uma relação sistêmica entre os componentes que promovem os saberes práticos do futuro professor de tal modo que ele nunca aprende uma “coisa” isoladamente.

A articulação entre o aprofundamento no domínio do conteúdo e a preocupação com a aprendizagem dos alunos parece funcionar como uma espécie de mola propulsora no desenvolvimento profissional do professor. Um motiva o outro sem que um deles tome sempre a iniciativa.

É interessante observar que são muitas mudanças ao mesmo tempo. Fica evidente que a atuação do professor em sala de aula é complexa. O professor muda ao refletir sobre sua dificuldade de comunicação com os alunos. Tal dificuldade inclui tanto a precariedade de seu conhecimento sobre o conteúdo, quanto o conhecimento prévio que os alunos têm sobre ele.

Assim, ele simultaneamente busca uma compreensão mais profunda do conteúdo do mesmo modo que se preocupa com a aprendizagem dos alunos.

Simultaneamente, desenvolve formas mais adequadas de apresentar o conteúdo e de manter a atenção, a participação e de avaliar a aprendizagem dos alunos.

Nessa primeira etapa da análise, eu acredito que já seja possível visualizar os meandros de como isso acontece e de como é importante a interlocução com um professor mais experiente.

Em suma, ao analisar o Eixo Transmissão na perspectiva de como o futuro professor organizou a apresentação dos conteúdos, como argumentou e como avaliou a aprendizagem dos alunos, acabei por identificar, nessa primeira etapa, algumas mudanças significativas que indicam traços do desenvolvimento de sua formação profissional sob a ótica dos saberes práticos na experiência de Lucas, são elas:

Quanto à organização - utilizou com regularidade os registros auxiliares efetuados no canto esquerdo do quadro de escrever (para tratar especificamente de conteúdos que lhe serviram de aporte argumentativo e para dar prosseguimento às suas ações de ensino); revisou com regularidade todos os procedimentos adotados na resolução de atividades independentemente da manifestação dos alunos; e, finalmente elaborou listas de ideias que já haviam sido tratadas até certo ponto da exposição procurando, com isso, dar uma ideia de conjunto aos conteúdos tratados.

Quanto à argumentação - utilizou com regularidade os erros cometidos e explorou esses erros como fonte de argumentação; manteve com regularidade um discurso dirigido por perguntas; adotou pontualmente uma argumentação descentrada e focada na apresentação de justificativas sobre os procedimentos algorítmicos adotados; descreveu com regularidade a sequência de passos do algoritmo que solucionava uma atividade, dando ênfase para o uso de conceitos e/ou propriedades circunscritas; utilizou com regularidade uma linguagem mais apropriada; utilizou aporte visual geométrico para representar frações como "parte de um todo".

Quanto à avaliação - avaliou o desempenho dos alunos ao circular por entre as carteiras durante os intervalos que reservou para que eles realizassem alguma atividade; avaliou na hora das exposições orais de um modo instantâneo a partir das respostas dos alunos; avaliou no final da aula propondo uma ou mais atividades-desafio; e, por fim, avaliou, mediante a correção de atividades em colaboração com os alunos.

A análise segue para um segundo momento no qual a minha interferência na aprendizagem do futuro professor foi intensificada**.** Procuro mostrar a origem e o desenvolvimento de cada aspecto da aprendizagem do professor. O desafio é fazer isso sabendo que tais aspectos se desenvolvem simultaneamente.

Segunda Etapa (Orientações Máximas)

6.9.
SAE (09) - Multiplicação de frações com apoio das "barrinhas"

As "barrinhas" mais uma vez foram utilizadas como retângulos. A SAE nesse dia foi iniciada por mim. Nesse período, eu estava interessado em exercer uma influência mais diretiva, sobretudo no que diz respeito ao aprofundamento da abordagem conceitual na prática de Lucas e, para isso, passei a planejar em colaboração com ele.

Discutimos após a última entrevista, 30 de agosto, como seria o andamento dessa SAE. Escolhemos a multiplicação de frações como tema a partir de uma abordagem diferente daquela utilizada por Lucas até então.

Iniciei a aula com a apresentação de um jogo com regras (O Jogo do Nim). Meu propósito com aquela atividade era chamar atenção dos alunos para o início da aula e deixá-los descontraídos.

Apresentei o jogo e convidei um aluno para jogar comigo no quadro enquanto os outros observavam atentamente. Durante os 10 primeiros minutos vários alunos participaram do jogo. Ao final desse tempo, discutimos a estratégia ótima desse jogo.

Meu objetivo era ratificar a conduta de Lucas que, sistematicamente, adotou esse procedimento, ou seja, chamar a atenção dos alunos para si com uma atividade/conversa inicial e estimular a participação dos alunos no início da aula (*ações de organização*).

Eu pretendia reforçar cada conquista em consolidação em sua prática e, ao mesmo tempo, levá-lo a avançar em aspectos menos desenvolvidos ligados a tríade organização-argumentação-avaliação.

Apresentei aos alunos, em seguida, o que eu havia planejado para aquela aula. Utilizei as "barrinhas" (retângulos) para representar as frações e, mais uma vez, utilizei esse aporte geométrico para representar as frações como medidas de área e, a partir dessa representação, articulei uma justificativa para o procedimento adotado no algoritmo que determina o produto de duas frações.

As "barrinhas" até então foram utilizadas por Lucas para representar frações, mas não para apresentar alguma justificativa do procedimento algorítmico de qualquer operação, como por exemplo, a multiplicação.

Durante a entrevista subseqüente, perguntei ao futuro professor como avaliava minha postura ao ter anunciado antecipadamente à classe o que seria feito naquela aula e, além disso, prometido aos alunos uma abordagem que pretendia apresentar uma justificativa para um procedimento algoritmico que eles já conheciam, ou seja, a multiplicação de frações.

> *É [...] a gente não pode ficar só na base do multiplica esse com esse e esse com esse!É uma coisa muito "seca". É isso! Muito "seca" [...] tem que explicar o porquê prá eles. Não é só decorar, mas aprender o que é uma fração, como se faz e porque se faz. [...] Acho que é para alertar eles que vai ser uma coisa nova [...] em cima do que agente já viu. Vamos ver produto de frações [...] mas de novo! Não! Agora é outra história: agente vai ver o porquê daquilo, de onde parte aquilo! [...] Ai agente mostra através das "barrinhas" [...] é isso aí! [...] Eu vejo assim [...] eu vou ensinar fração [...] produto de frações, mas de um jeito diferente [...] tenho que pensar nas coisas que eu vou dizer [...] tem que dá uma estudada "bacana" [...] dizer agente vai estudar isso, isso e isso [...] tem que planejar a aula [...] fazer um roteiro [...] não dá prá ser como coisa de novela [...] tudo direitinho isso, isso e isso (...) agente vai ter que improvisar com outros exemplos aqui [...] ali [...] e assim vai. [...] há sem dúvida a necessidade de se planejar.*

Lucas pareceu convencido de que avançar para uma abordagem que procura apresentar justificativas de procedimentos é uma necessidade para o exercício de uma prática de ensino "hidratada" de possibilidades. Essa, por sua vez, se diferencia de uma prática "seca" dirigida por um olhar unidimensional, qual seja: a exposição passo a passo de procedimentos algorítmicos desconectados de quaisquer justificativas.

É uma "nova história" que deve ser contada na perspectiva do estudo antecipado, da elaboração de um planejamento que deve orientar suas ações de ensino, muito embora, não elimine a possibilidade das inferências pertinentes e inevitáveis do improviso.

Com efeito, a fala de Lucas diante da provocação das reflexões dirigidas nesse recorte revelou sua concepção substancialmente mudada em relação às suas primeiras atuações. Pareceu convicto da necessidade de planejar ações de ensino selecionando argumentos e organizando sequências bem articuladas, ao mesmo tempo em que se mostrou cada vez mais consciente da complexidade da rede de ações argumentativas utilizadas na apresentação de conteúdos que se distanciavam da mera memorização.

Minha primeira iniciativa foi propor a multiplicação 2/3 x 3/5. Pedi aos alunos que determinassem o resultado dessa operação. Eles podiam utilizar os recursos que lembrassem. Os procedimentos adotados foram os mais diversos. A maioria dos alunos fez uma confusão entre produto e divisão. Os alunos foram quase unânimes: inverteram a segunda fração e em seguida efetuaram o produto (2/3 x 5/3 = 10/9).

A reação de Lucas foi de admiração/espanto. Essa operação foi ensinada exaustivamente por ele, durante várias aulas. A maioria dos alunos que estava presente já estava acompanhando o projeto há algum tempo. Isso pareceu, de alguma forma, chocá-lo.

Durante a entrevista subsequente a essa SAE. eu perguntei a Lucas como ele interpretou o erro cometido pelos alunos quando lhes propus a multiplicação 2/3 x 3/5. Por que ele achava que havia acontecido aquilo. Em sua resposta Lucas afirmou:

> *[...] Por dois motivos: Primeiro: Eles não estão estudando o quanto deviam, até porque é a mais fácil de todas e eles não souberam fazer [...] é o mais fácil! Segundo: É porque eles não viram o porquê da história [...] é aquela coisa: eles não aprenderam, mas gravaram. Até meu irmão mais novo que tem 11 anos me perguntou qual é a diferença de aprender e gravar. Eu disse que o aprender é você participar da história. Saber o antes, o meio – o porquê das coisas - e o depois. Isso é aprender. O gravar não! [...] é assim porque é assim e pronto! E é isso que eu estava fazendo com eles [...] eu não aprendi matemática assim [...] erro dos professores que não me diziam e erro meu que não perguntava [...] acho que temos que buscar as justificativas no cotidiano, mas não só nisso [...] existem coisas que são difíceis [...].*

"Aprender é participar da história. Saber o antes, o meio – o porquê das coisas - e o depois". Lucas identificou um dos grandes "nós" do ensino de matemática, qual seja a mera apresentação de procedimentos desprovida de significados conceituais. Nesse recorte, ele experimentou com espanto, e muito provavelmente, com uma "dose" de decepção, um aspecto negativo que esse tipo de ensino pode proporcionar.

Na entrevista que sucedeu, perguntei a Lucas: "Por que você acha que eu gastei um tempo considerável com a representação de uma fração com a utilização das "barrinhas"? Onde você percebeu que eles tiveram mais dificuldades?

> *Eles estavam com dificuldades para representar as impróprias porque faziam as duas "barrinhas" juntas, apesar de muitos terem feito tudo certinho. [...] Eu poderia só ensinar o algoritmo e eles iriam fazer [...] que maravilha! Mas daqui uma semana [...] e depois [...] por isso tem que ensinar o porquê se faz desse jeito. Acho que não tem a aula perfeita que o professor vai explicar e o aluno vai entender tudo! Vamos ter sempre que improvisar alguma coisa na hora. É como o professor Ivaldo falou na palestra sobre certo professor: "Hoje eu dei uma aula maravilhosa! E um colega pergunta: E alunos aprenderam? O professor responde: Se eles aprenderam, eu não sei, mas que foi uma maravilhosa foi!"*

A mudança na apresentação dos conteúdos que se afasta da mecanização e se aproxima de outra exposição que procura justificar os procedimentos adotados não elimina o aparecimento de novas dificuldades na aprendizagem dos alunos. A fala de Lucas nesse recorte é significativa em alguns aspectos de sua aprendizagem.

Por um lado, ele avaliou com precisão o procedimento utilizado pelas crianças e que provocou certa dificuldade na representação das frações impróprias, ao mesmo tempo em que, justificou o fracasso da abordagem anterior fundada nos algoritmos. Em outros termos, os alunos, na concepção de Lucas, reproduzem os algoritmos com certa facilidade, da mesma forma que os esquecem e/ou os confundem.

Por outro lado, eu acredito que, nesse ponto, parecem ter fortalecido sua convicção quanto à inexistência de uma abordagem de ensino perfeita. Justamente por isso, parece consolidar cada vez mais a certeza de que é preciso diversificar o cardápio metodológico.

Além disso, essa diversificação do discurso argumentativo pressupõe para Lucas espaços garantidos para as justificativas de procedimentos algorítmicos, o improviso e, sobretudo, uma atenção especial na aprendizagem dos alunos.

Com efeito, minhas interferências a partir de nossas discussões durante a entrevista correspondente a essa SAE foram promovidas como o bjetivo de fortalecer mais uma vez o desenvolvimento de certas aprendizagens de Lucas, levando-o a fazer elaborações sobre as necessidades de planejar ações de ensino selecionando argumentos e organizando sequências bem articuladas; reconhecer a complexidade da rede de ações argumentativas utilizadas na apresentação de conteúdos; e de introduzir justificativas para os procedimentos algorítmicos.

Os argumentos articulados e organizados em ordem cronológica, segundo a análise prévia dos dados, mostraram que utilizei oito ações progressivas para induzir os alunos a perceberem as regularidades entre os termos de duas frações associadas pela operação de multiplicação e os termos da fração resultante.

Primeiramente, revisei a relação entre o produto e a soma de números naturais a partir de exemplos do tipo 2x3 = 3+3 ou 2x3 = 2+2+2. Fiz uma série de atividades similares em colaboração com os alunos e logo em seguida lhes mostrei que a expressão 2x3, podia também ser entendida como sendo o "dobro *de* três", assim como 3x5 como o "triplo *de* cinco", 4x6 como o "quádruplo *de* seis" e assim sucessivamente.

Minha intenção com essa atividade foi tripla: resgatar informalmente (a partir de exemplos) o conceito de multiplicação de naturais como "soma de parcelas iguais", reativar na memória das crianças a propriedade comutativa dessa operação e, além disso, mostrar-lhes que poderíamos substituir, nesse contexto, o "sinal de vezes" (*x*) pela partícula "de", sem quaisquer prejuízo conceitual.

Minha próxima ação foi sugerir aos alunos o produto (2 x ½) - um natural por uma fração própria. Esperei que os alunos mobilizassem as argumentações que eu apresentei inicialmente para resolver essa nova situação. Com efeito, a expressão 2x ½ é igual a ½ + ½ (soma de duas parcelas iguais a ½), que por sua vez também pode ser escrita como sendo "o dobro *de* meio". Os alunos tiveram algumas dificuldades no início, mas com a proposição de atividades similares, as resistências praticamente se anularam.

Em seguida, sugeri aos alunos a multiplicação do tipo (1/2 x 1/3) – frações próprias e irredutíveis. Nenhum dos fatores é natural e a ideia de transformar essa multiplicação numa "soma de parcelas iguais" pareceu sobremodo estranha às crianças. No entanto, a possibilidade da substituição "*x* por *de*", que permitiu escrever (1/2 x 1/3) = 1/2 *de* 1/3, abriu uma nova possibilidade de argumentação novamente com o recurso das "barrinhas"[11].

Repeti o mesmo raciocínio a partir dos seguintes produtos: (1/3 x 2/4) - frações próprias com uma delas redutível - (1/2 x 4/3) - uma fração própria por uma imprópria - (3/2 x 5/4) - frações impróprias e irredutíveis. Em minha última ação desafiei os alunos a comparar as multiplicações e os produtos obtidos. Levá-los a perceber a regularidade que ocorre entre os numeradores e denominadores.

Lucas observou as minhas ações em silêncio. No final da aula, ele aplicou, em colaboração comigo, uma atividade de avaliação por meio de um jogo didático, um baralho de frações. Esse jogo envolvia a leitura de frações e as nomenclaturas "denominador" e "numerador".

Procurei, durante minha atuação nessa SAE, evidenciar quatro marcadores importantes para a consolidação dos saberes práticos de Lucas em prol do desenvolvimento de sua formação profissional.

Com relação à organização, por um lado, procurei ratificar uma postura que já estava praticamente incorporada em sua prática, isto é, de introduzir a aula com uma atividade e/ou conversa para descontrair os alunos, procurando a atenção para o início da aula. Considero isso fundamental, sobretudo, quando se lida com crianças.

Por outro lado, procurei mais uma vez mostrar-lhe a necessidade de um planejamento antecipado, na medida em que anunciei exatamente o que seria tratado naquele momento. O assunto era conhecido deles, mas seria apresentado com um enfoque diferente daquele já abordado anteriormente nas SAE e, muito provavelmente, do modo como as crianças haviam estudado na escola.

Além disso, em termos de argumentação, o marcador foi justamente a abordagem focada sobre a tentativa de apresentar uma justificativa para o procedimento algorítmico da multiplicação de frações. Essa abordagem já havia sido disponibilizada para Lucas a partir de duas referências bibliográficas[12] que eu forneci a ele.

[11] O que eu fiz nesse momento foi dividir a área de uma "barinha" em tres partes iguais (mesma área) utilizando cortes verticais, tendo, portanto, cada uma dessas partes retangulares, a medida de 1/3 da área da "barrinha". Logo em seguida também dividir a "barrinha" com cortes horizontais em duas partes iguais de mesma área, tendo cada uma delas a medida de 1/2 da área da barrinha. Com isso a "barrinha" acabou ficando dividida em seis partes retangulares de mesma área e, portando, cada uma dessa partes representa 1/6 da "barrinha"

[12] Cf. referências bibliográficas p.172.

E, finalmente, o quarto marcador se materializou na atividade avaliativa aplicada no final dessa SAE. Procurei com isso reforçar a necessidade de processar em cada unidade de aula um momento para avaliar o desempenho dos alunos em relação a tudo que foi tratado até aquele ponto. Ele já fazia isso, mas, em função de sua resistência em elaborar um planejamento mais detalhado, essa avaliação, por vezes, ficou prejudicada.

Um ciclo que se iniciou com a conquista da atenção das crianças passou pela declaração do objetivo que dirigiu os esforços de aprendizagem, avançou para a apresentação de justificativas para os procedimentos algorítmicos e, finalmente, se encerrou com um momento de avaliação.

As mudanças mais significativas na experiência de Lucas, de acordo com seu próprio depoimento, incluem: a quebra da visão ingênua de que ensinar é uma tarefa fácil; admissão dos "porquês" como propulsores de justificativas para os procedimentos adotados[13] ; maior responsabilidade na elaboração do planejamento que deve orientar suas ações em função do maior tempo necessário para apresentar os conteúdos, tendo em vista a complexidade da argumentação conceitual; respeito ao tempo de aprendizagem dos alunos que se revela na necessidade de ter paciência; diversificar as abordagens de ensino percorrendo "outros caminhos"; a percepção da relação de desigualdade entre aquilo que se ensina e aquilo que os alunos aprendem; a visão de que o bom ensino deve associar com equidade o domínio do conteúdo da disciplina que se ensina e os modos de comunicação entre os atores do processo; e, finalmente, também inclui a concepção de que o processo de "ensinar" e "aprender" são "jogos inacabados" pela natureza imperfeita dos seus atores.

6.10.
SAE (10) – Multiplicação de frações com apoio das "barrinhas" (Revisão e aprofundamento)

[13] Eu acredito que nesse estágio do desenvolvimento de sua formação profissional, Lucas ainda não tem como perceber as limitações de uma justificativa baseada na procura de padrões. Com efeito, a "demonstração" sob a ótica do rigor matemático é, sem dúvida, a maneira mais adequada para se constar/justificar um procedimento algorítmico. O tratamento que eu dispensei para "justificar" o produto de frações não é nada além de uma articulação de foco conceitual que, muito embora, estivesse longe do rigor matemático de uma demonstração, apresenta um distanciamento da exposição de conteúdos exclusivamente algorítmica – *reprodução de procedimentos*.

Lucas iniciou a SAE procurando ganhar a atenção da turma e perguntou inicialmente aos alunos o que estavam estudando na escola na disciplina de Matemática. Observou o caderno de alguns alunos e identificou alguns conteúdos que estavam sendo tratados. O estudo de frações ainda era o mais recorrente.

Perguntei a ele sobre essa atitude inicial. “Por que você perguntou aos alunos no início da aula o que eles estavam estudando na escola sobre Matemática?” Sua resposta evidenciou uma nítida preocupação em adequar as necessidades dos alunos naquele momento com aquilo que ele planejou antecipadamente[14].

Ao mesmo tempo em que chamou a atenção dos alunos para si, como marcador do início de sua condução, ele, também, procurou adequar suas ações de improviso por intermédio da fala dos alunos e dos cadernos que consultou no sentido de aproximar o conteúdo “planejado” ao conteúdo “adequado” às necessidades das crianças. Essas ações introdutórias tão necessárias como organizadores prévios da SAE já se mostram, nesse ponto da análise, substancialmente consolidadas.

> *[...] porque a gente pode estar ensinando uma coisa que eles já [...] ou eles podem tá vendo outra coisa e já foi até avaliado em uma prova [...] tem a ver sim com o planejamento [...] a gente vai vendo de acordo com o que eles estão vendo na escola [...].*

Lucas não declarou explicitamente o objetivo daquela SAE, mas iniciou sua condução comentando sobre as operações com frações, destacando a importância da representação por meio das “barrinhas”. Propôs aos alunos a multiplicação: 1/4 x 3/6 e não só perguntou *como*, mas também *por que* calculariam daquele jeito.

Os alunos participaram dizendo: “[...] multiplica o numerador pelo numerador e denominador pelo denominador”. E Lucas instigou: “[...] Mas porque é numerador com numerador e denominador com denominador? Por que tem que ser feito assim? De onde vem isso? - Alguns alunos respondem: [...] porque é multiplicação!”.

[14] Certamente que o ideal seria que Lucas tivesse essas informações antes de planejar e, em parte, ele de fato tinha, pois já estávamos trabalhando no segundo semestre e de um modo geral essas informações já estavam estabilizadas. A pergunta nesse contexto se explica em função de um caráter específico do grupo de alunos que frequentava as SAE, conforme descrevi na metodologia dessa pesquisa, fundamentalmente marcado pelo ecletismo de origem (escolas públicas e particulares de diversos bairros) e um nível baixo, mas significativo de rotatividade.

Os alunos das escolas públicas que assistiam as SAE não tiveram acesso a esse tipo de abordagem. Não foram estimulados a responder “o porquê das coisas”, a justificarem procedimentos. A forma “mais simples” de fazer ainda lhes parecia mais adequada. A mudança de uma cultura de “reprodução” para uma cultura de “justificação”, muito provavelmente, ainda não lhes fazia, naquele momento, muito sentido. A resposta que os alunos deram revelou bem essa realidade.

Durante a entrevista subsequente eu perguntei para Lucas por que ele insistiu para que os alunos justificassem o procedimento de multiplicar o numerador com numerador e denominador com o denominador, mesmo depois que as crianças já haviam determinado o produto. Eles já haviam dado a resposta, ponderei: “[...] isso não foi suficiente?”.

> *[...] Não! Porque eu queria que eles fizessem usando as “barrinhas” [...] e não ficassem na base do “decoreba” [...] prá mostrar que eles realmente sabiam o que estavam fazendo [...] prá eles descobrirem o porquê da “história” [...] se não fica uma coisa muito mecânica [...].*

Quando pedi a Lucas que estabelecesse uma relação entre argumentação algorítmica, focada na reprodução de procedimentos, a argumentação por justificavas focada sobre a reconstrução conceitual, o uso do livro didático, como fonte de consulta para seu planejamento, e a sua experiência de aprendizagem escolar, Lucas se pronunciou assim:

> *[...] usei livros sim e algumas coisas eu já sabia de cabeça [...] não seguia direto [...] não recebi na escola essa abordagem dos porquês [...]. Temos que buscar coisas mais específicas [...] o professor tem que se dar mais [...] até porque os alunos dizem: [...] eu já sei como é que faz, ou seja, prá eles, que não tem noção das coisas ainda, [...] acham que fazendo isso e isso já está tudo resolvido [...] e agente tem que formar de outra maneira [...]. O livro didático não tem muito essas informações [...] é importante, mas não podemos ficar presos só nele [...]*

Ao estabelecer as relações que eu sugeri, Lucas revelou que suas fontes primárias, circunscritas à tríade organização-argumentação-avaliação, alvo da presente análise, estavam comprometidas. Ele reconheceu as limitações do livro didático para subsidiar a mudança de cultura que se viu desafiado a realizar.

Reconheceu sua importância, mas também se mostrou convicto de que era "preciso ir além".

Além disso, sua reflexão o levou também a reconhecer que na sua "bagagem" escolar não encontrava essa ferramenta dos "porquês". Com efeito, as "coisas" que ele disse trazer na "cabeça" são frutos, sem dúvida, da cultura de "reprodução" de procedimentos.

Além disso, ele se mostrou consciente dessa nova realidade e da exigência de uma postura de ensinar diferente daquela a qual foi submetido e da necessidade de uma fundamentação argumentativa mais precisa. Nesse sentido, pareceu convicto de que seria preciso "formar de outro modo" e "buscar coisas mais específicas".

Diante desse quadro de informações, as expressões "o professor precisa dar mais de si" e "eles não têm noção das coisas ainda", verbalizadas por Lucas, assumem uma dimensão de aprendizagem bem significativa nesse contexto de análise.

"Dar mais de si", porque romper com a cultura da reprodução exige a conscientização da superficialidade desse modelo, de sua insuficiência e do reducionismo que provoca no ato-processo de ensinar e aprender. Exige o reconhecimento de sua própria formação deficitária, das limitações do livro didático, da necessidade de novas fontes de consulta e da elaboração de planejamentos mais adequados.

Além disso, Lucas pareceu reconhecer a necessidade da adoção de uma postura de ensino diretiva diante da conformação dos alunos que se mostraram resistentes à mudança cultural.

Assumir uma postura de organização, argumentação e avaliação diretivas, nesse contexto, significa, sobretudo, buscar o distanciamento adequado da reprodução monolítica dos algoritmos levando em consideração o trabalho de conquista que deve ser desenvolvido com os alunos para a adoção gradativa dessa nova visão.

Um elemento importante para a compreensão da aprendizagem dos saberes práticos de Lucas, no tocante ao seu desenvolvimento profissional, reside justamente na lógica de submissão de suas ações de ensino ao roteiro constituído por uma sequência articulada de ideias, materializado num planejamento escrito em colaboração comigo.

O material planejado em colaboração continha cinco questões. Na primeira explorava a representação de frações por meio das “barrinhas”[15]. Na primeira questão apresentou oito atividades dispostas em sequência, abordando as frações próprias, impróprias e, por fim, as frações aparentes.

Na segunda, abordou a possibilidade de escrever uma “adição” em forma de “produto”. Aqui foram cinco atividades, sendo três delas envolvendo apenas números naturais e duas envolvendo o produto de um natural por uma fração própria.

Somente a partir da terceira questão, Lucas passou a solicitar a representação, por meio das “barrinhas”, de expressões como, por exemplo, 1/3 de 1/4. Eram situações que envolviam duas frações próprias e foram cinco atividades similares a essas.

As duas últimas atividades foram propostas como forma de avaliar a aprendizagem da SAE. Por um lado, Lucas propôs um problema[16] que exigiu a execução de três etapas. Utilizando uma única “barrinha” (unidade), os alunos foram levados, primeiramente, a representar “um terço da metade” da área de um terreno, em segundo lugar, “dois terços da metade” da área do mesmo terreno e, finalmente, em terceiro lugar, a comparar as frações resultantes dessas duas primeiras representações em relação à parte restante da unidade.

Por outro lado, Lucas finalmente avaliou a aprendizagem da turma a partir de uma questão-desafio. O futuro professor solicitou a representação da operação $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, por meio das “barrinhas”. Todas as atividades desse tipo haviam sido sugeridas sempre envolvendo duas frações e Lucas, nessa última atividade, propôs a atividade envolvendo um conjunto com três frações.

Perguntei a ele durante a entrevista subsequente como ele havia aprendido na escola a multiplicar frações, se poderia descrever isso, e como ele estava avaliando essa abordagem com o uso das “barrinhas”. Sua aprendizagem mecanizada ficou evidente: “[...] Numerador com numerador e denominador com

[15] Algumas dessas frações foram: 1/3 (fração própria), 5/2 (fração imprópria) e 8/4 (fração aparente). Nesse último exemplo, o que caracteriza a fração aparente é o fato de o “numerador” ser sempre múltiplo do “denominador”.

[16] Três colegas de classe receberam de herança um terreno retangular: Emerson recebeu um terço da metade do terreno, Erick recebeu dois terços da metade do terreno, e Fabrício recebeu o restante. Quem recebeu a maior parte do terreno como herança?

denominador [...] o professor não explicava o porquê [...] e eu também não perguntava [...]".

Ainda durante a entrevista referente a essa SAE, eu lhe perguntei: "Quando você explicou a representação de (2/3 de 1/5) por meio das "barrinhas" os alunos tiveram um pouco de dificuldade, você lembra exatamente o que eles estavam confundindo e como você tentou ajudá-los?"

Ele respondeu com precisão:

> *Foi na hora de fazer a divisão das barrinhas na horizontal e depois na vertical. É uma coisa que causou um impacto. [...] Depois que fiz vários exemplos parecidos eu mostrei aos alunos que a representação geométrica de fração de fração, tipo (2/3 de 1/5), com auxílio das "barrinhas", coincidia sempre com a multiplicação delas (numerador com numerador e denominador com denominador, nesse caso (2/3 x 1/5).*

Minha intenção era fazê-lo refletir sobre o fato de que mesmo as explicações "bem articuladas" podem gerar dúvidas para alunos e, em função dessa realidade, ele deveria permanecer atento às manifestações de dúvidas dos alunos e mobilizar abordagens alternativas além da repetição do mesmo argumento.

Lucas se mostrou consciente dessas ações de ensino. Ele identificou a dificuldade dos alunos e ao mesmo tempo reconheceu que a nova forma de abordar o conteúdo os impactou. Com efeito, essa é uma postura de quem avaliou durante o processo. Esteve atento às reações dos alunos diante de suas argumentações.

Lucas procurou com frequência, mediante um discurso cada vez mais denso, aproximar o seu pensamento, que era dirigido pelo planejamento escrito, do pensamento das crianças, mantendo-as atentas para cada detalhe. Ele fez sínteses do que já havia tratado e utilizou os registros auxiliares com frequência. Uma consequência imediata dessa densidade discursiva bastante evidente, nesse recorte, foi a diminuição considerável dos momentos de dispersão, bastante comuns nesse nível de ensino.

Um momento bastante interessante dessa nova prática argumentativa que se distancia da pura reprodução algorítmica se deu quando Lucas fez uma intervenção diante da dificuldade de algumas crianças quanto à compreensão do conceito de fração própria.

Ele não repetiu mais a expressão: “a fração própria é aquela em que o numerador é menor que o denominador”. Não há nenhum problema com o enunciado dessa frase. O problema é torná-la a única forma de argumentação diante dos alunos, o que caracteriza, efetivamente, o discurso da reprodução de procedimentos.

Os registros mostraram que os alunos confundiam a ideia de “parte de um inteiro” associada às frações próprias com a ideia de “metade”. Em outros termos, eles não percebiam que “uma parte de um inteiro” não era, necessariamente, “a sua metade”.

Para tentar ajudar os alunos Lucas lançou mão da representação das “barrinhas” e as frações como medidas de área para fazê-los perceber que existiam outras possibilidades, além da “metade”, que podiam ser associada à “parte de um inteiro”. Representou a “barrinha” e achurou com um corte vertical um pequeno filete e arguiu a turma: “[...] o que é isso? [...] É uma fração?” A turma em coro respondeu: “SIM!” - Lucas prosseguiu: “Isso é a metade da barrinha?” A turma: “NÃO!” Lucas encerrou: “Não é metade, mas é uma fração. Não precisa ser metade!”.

Outro recorte interessante dentro dessa perspectiva aconteceu quando utilizou conceito de multiplicação como soma de parcelas iguais e a propriedade comutativa da multiplicação em situações envolvendo naturais, como por exemplo: (2x3), (3x6) entre outros, e logo em seguida, propôs a multiplicação (3 x 2/3).

Lucas mostrou aos alunos, por analogia, que se (3x6) pôde ser representado pela soma (6+6+6), então, (3x2/3) poderia ser representado por (2/3 + 2/3 + 2/3). No seguimento, propôs outras atividades similares a essas e os alunos responderam quase que imediatamente.

Um novo argumento foi introduzido no discurso do Lucas nesse recorte: a analogia. Ele não havia utilizado esse recurso antes. As crianças olhavam as frações com certa desconfiança, muito provavelmente em função da falta de uma abordagem conceitual, típica da cultura escolar.

Os registros mostraram que Lucas tinha dificuldades pontuais de utilizar o planejamento escrito para dirigir suas ações. Ele precisava instigar as crianças para a percepção de “regularidades” e para o estabelecimento de “generalizações”.

Tínhamos discutido a organização das atividades e a concepção vinculada a essa nova abordagem, na qual a apresentação de articulações para a justificação de procedimentos antecede a apresentação do algoritmo pronto, no início de uma nova seção. Apesar disso, ao calcular uma multiplicação, a partir da associação com a partícula *de*, repetiu o mesmo procedimento adotado antes do planejamento em colaboração comigo, qual seja: fez primeiro o algoritmo e depois pediu para que os alunos fizessem a representação com as “barrinhas”.

Ele usou, na verdade, os dois argumentos. No entanto, priorizou a abordagem algorítmica possivelmente como manifestação de uma resistência à mudança de abordagem, naturalmente associada à cultura escolar de sua formação.

A análise das ações cronológicas de aprendizagens do recorte em que Lucas apresentou a solução de (1/3 de 1/4) mostrou que seu discurso estava estruturado por meio de um conjunto de ações de ensino distribuídas na forma de organização, argumentação e avaliação.

Inicialmente, Lucas apresentou aos alunos uma situação, que, para ser resolvida, exigia o cálculo do tipo *fração de fração*, nesse caso específico, 1/3 de 1/4 (*ação de organização*). Em seguida, passou a problematizar procedimentos perguntando aos alunos quais os recursos que poderia utilizar para achar a resposta, o que significava 1/3 de 1/4, como os alunos estavam compreendendo essa expressão, se as "barrinhas" podiam ajudar de alguma forma, etc. (*ação de argumentação*).

À medida que os alunos foram respondendo suas indagações, ele dava andamento aos procedimentos de resolução a partir dessas respostas, (*ação de organização/avaliação*), como, por exemplo, na hora que representou as frações com auxílio das "barrinhas". Ele, por vezes, interrompeu seu discurso na expectativa de que os alunos completassem suas frases inacabadas de forma correta (*ação de argumentação*).

Finalmente, Lucas comparou resultados oriundos da abordagem com a utilização das "barrinhas", para encontrar 1/3 de 1/4 com a forma que os alunos já conheciam, qual seja: multiplicar numeradores e denominadores respectivamente. Lucas procurou mostrar aos alunos que o procedimento que eles conheciam (só o algoritmo) podia, de algum modo, ser justificado geometricamente (*ação de argumentação*).

Acredito que o conjunto dessas ações mobilizadas por Lucas, especificamente nesse recorte, evidencia o desenvolvimento de sua formação profissional, na medida em que seu discurso argumentativo, bem distante do caráter egocêntrico/algorítmico, que marcou suas primeiras atuações, se mostrou aqui descentrado/conceitual.

Essa modificação é um ensaio à busca de regularidades e ao estabelecimento de generalizações, ainda que de forma embrionária. Em suma, a rede de ações de ensino é indubitavelmente mais complexa tanto pela quantidade quanto pela qualidade de ações discursivas realizadas por Lucas.

6.11.
SAE (11) – A representação decimal de uma fração

Lucas, nessa SAE, por meio do planejamento em colaboração comigo, procurou apresentar às crianças a representação decimal de uma fração. Os registros mostraram que ele começou a aula procurando chamar a atenção da turma para sua condução e, quando atingiu um nível aceitável de colaboração dos alunos, anunciou o conteúdo da aula: "a gente vai aprender a dividir. Sim, mas com um aspecto diferente".

O planejamento escrito realizado em colaboração sugeria, naquele momento, a utilização das "barrinhas" já utilizadas anteriormente por Lucas na representação frações como parte de uma unidade, para suscitar a construção de subdivisões sucessivas da unidade em dez partes iguais (os décimos), de um décimo em dez partes iguais (os centésimos), e assim por diante.

Durante a entrevista subsequente, eu solicitei a Lucas que descrevesse o modo como procedeu para justificar o procedimento que adotou para encontrar a representação decimal de uma fração. Lucas relembrou que utilizou as "barrinhas" como aporte visual para justificar procedimentos adotados no algoritmo da divisão.

O futuro professor justificou primeiramente porque no início da divisão há a necessidade de se começar o quociente com o *zero vírgula* - Lucas argumentou: "Olhem! Tenho um inteiro – apontando para a *barrinha***,** e quero dividir para dois meninos, *quanto devo dar* para cada um? – Os alunos: [...] metade. Lucas prossegue: Posso dar *uma barrinha* para cada um? Quantas "barrinhas" posso dar para cada um dos meninos?"

Os registros mostram que mesmo depois que os alunos responderam a sua pergunta, Lucas continuou insistindo: "posso dar uma "barrinha" par cada um? Quantas "barrinhas" posso dar para cada um dos meninos?" Diante da sua insistência, os alunos ficaram em silêncio por alguns instantes. Lucas procurou com isso se certificar da segurança dos alunos em relação à resposta que deram.

Quando utilizou a expressão *quanto devo dar*, a resposta foi imediata, *metade*, no entanto, apesar de correta, pareceu não satisfazer as expectativas do futuro professor.

Por isso ele insistiu apresentando duas questões: "Posso dar *uma barrinha* para cada um? Quantas "barrinhas" posso dar para cada um dos meninos?" Com isso, Lucas elaborou uma cadeia de perguntas que visavam à identificação de um procedimento chave para justificar um procedimento, isto é, "o aparecimento da vírgula" no quociente (*ação de argumentação*).

Diante de um momento de hesitação dos alunos, Lucas interrompeu a sequência de perguntas que dirigia seu discurso e deu a resposta que esperava (*ação de avaliação*).

Quando propôs a divisão de 1 por 4, considerando a fração 1/4, Lucas perguntou com insistência aos alunos, usando a "barrinha" para representar a unidade, quantas "barrinhas" inteiras poderia dar se tivesse que dividi-la em partes iguais para 4 alunos.

Lucas pareceu tentar levar os alunos a perceberem que não era possível dar a cada aluno uma barrinha inteira, e, portanto, só poderiam receber "uma parte" da "barrinha". É justamente essa percepção que lhe dava a oportunidade de construir junto com os alunos as subdivisões da "barrinha" para o surgimento dos décimos, etc.

O fragmento da transcrição abaixo deixa claro que "nenhum" era a resposta esperada. Era a palavra *chave* que Lucas precisava ouvir para justificar o aparecimento do *zero vírgula*. Os alunos ficaram em silêncio e Lucas prosseguiu: "[...] nenhum! Não posso dar a barrinha toda só para um deles. Por isso a gente precisa colocar o zero no quociente. Nenhuma unidade inteira pode ser dada para cada aluno. Por isso aparece "*zero vírgula*".

E Lucas então concluiu: “[...] isso significa que para cada menino só há uma parte da barrinha”. Com isso, Lucas anunciou o fim de um ciclo de argumentos com o qual procurou justificar um procedimento (*ação de organização*).

Lucas prosseguiu se referindo à divisão de 1 por 4: “E agora o que diz o algoritmo da divisão? (problematizou procedimento – *ação de argumentação*)”.

Os alunos ficaram em silêncio e Lucas completou: “Não tem que acrescentar um zero do lado do “1*”?* Os alunos pereciam convencidos de que não era possível dar uma “barrinha” para cada aluno. Nessa situação, o algoritmo da divisão determinava duas ações.

Retomando o primeiro exemplo proposto por Lucas, 1 dividido por 2 a partir da fração 1/2, em primeiro lugar, deve-se escrever “0,” no quociente para indicar o fato de que cada um dos alunos levaria apenas uma parte menor que a unidade e, em segundo lugar, deveria acrescentar “0” ao lado do divisor “1” para representar a transformação da unidade em 10 décimos:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} & 0, \end{array}$$

Lucas chamou a atenção dos alunos: “Olhem! Na verdade, eu vou dividir a barrinha em 10 partes e como tenho que dividir para os dois meninos, então, vou dar a metade para cada um. Se eu peguei um inteiro e dividi em 10 partes iguais, quanto vale cada uma delas?” (problematizou procedimento – *ação de argumentação*). Após um breve silêncio, um dos alunos respondeu: “um décimo”.

Portanto, o que o algoritmo da divisão representa, nessa etapa, é o fato de que existem 10 décimos para serem divididos entre dois alunos. Com efeito, cada um deve receber exatamente 5 décimos. Logo:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} & 0,5 \end{array}$$

Finalmente, Lucas relembrou que terminou a aula propondo uma atividade final – avaliou a capacidade das crianças em mobilizar o argumento apresentado para solucionar uma situação nova. (*ação de avaliação).*

Também procurei identificar, durante a entrevista, como Lucas avaliou a experiência de ensinar de um jeito diferente daquele como aprendeu e se ele tinha aprendido uma justificativa para o aparecimento do "*zero vírgula*" enquanto estudante do Ensino Fundamental.

> *Como assim?(...) Nãaaaooo! Que coisa nenhuma! (sorri) [...] é assim e acabou! Quando eu for ensinar? [...] "o porquê" [...] dá prá fazer?[...] prá que? [...] como funciona a coisa [...]? É que nem o Andersom, o nosso colega. Ele disse que sabe tudo de logaritmo e quando ele estava explicando uma propriedade lá na sala que saia do produto para a soma eu perguntei por que e ele não soube me dizer [...] e eu disse, pois é [...].*

Sua compreensão do processo de aprendizagem se revelou, nesse recorte, condicionada à capacidade da criança de apresentar justificativas para os procedimentos adotados nas operações.

Sua resposta veio ratificar uma significativa mudança da sua concepção inicial sobre a aprendizagem que implicava memorização, em função do tipo de ensino de *reprodução* ao qual havia sido submetido em sua trajetória escolar.

6.12.
SAE (12) – A representação de fração como medida de comprimento

Nessa SAE, o roteiro utilizado por Lucas foi elaborado com base[17] em Wu (2001) e organizado com cinco questões, abordando os seguintes aspectos: a representação geométrica de números do tipo m/n, com m e n inteiros positivos, como produto de m. (1/n); a representação de uma fração na reta numerada a partir de um segmento unitário, isto é, com medida de comprimento 1 ; a representação de uma fração em sua forma decimal na reta numerada; e, finalmente, o produto de uma fração por um número inteiro.

Suas ações de organização (introdutórias e de condução) se mostraram estabilizadas. Quando perguntei a ele sobre a importância dessas ações de organização, Lucas se manifestou assim:

> *Sim. Tive alguns professores que chegavam e [...] "primeira questão!". Direto assim [...] eu acho que isso é muito chato. Então agente pode chegar e perguntar o que foi que agente tratou na aula passada [...] vocês estão entendo? Com isso vai distraindo [...] depois começa a aula [...] até prá gente se firmar também.*

Na exploração desse roteiro, Lucas assumiu um discurso descentrado/conceitual. Propôs aos alunos no início uma questão e os instigou à participação por meio de perguntas focadas sobre o conceito de fração e não mais sobre procedimentos algorítmicos (*ação argumentativa*). O fragmento de transcrição abaixo exemplifica esse procedimento:

> *Vocês sabem o que significa um terço? [...] não? (ninguém responde). O futuro professor insiste mais um pouco dirige-se para as alunos e um deles(Éder) responde:* **divide** *e ele, imediatamente, repete essa resposta e prossegue: assim [...]se fosse 10/2 então seria 10:2? Como ficaria? Quanto dá?.Os alunos respondem: cinco. Lucas prossegue: Cinco né? Cinco vezes duas dá 10, para 10? [...]. Os alunos completam: nada. Aí, nesse ponto, volta a sua primeira proposição (1/3). E isso aqui (se referindo à fração 1/3), como é que fica?[...].*

[17] Conforme tratei na introdução deste capítulo.

No planejamento que elaboramos em colaboração, Lucas deveria abordar isso a partir da reta numerada conforme sugestão de Wu (2001), mas, na hora de utilizar a resposta do aluno como fonte de reelaboração – “divide” – (*ação argumentativa*), ele não voltou para o exemplo inicial (1/3), sugerindo outra fração (10/2) para dar continuidade.

Na entrevista subseqüente, eu pedi a Lucas que avaliasse esse episódio. O trecho abaixo da transcrição mostra parte dessa avaliação:

> *[...] É porque 1/3 para eles é 1/3 e pronto. Eu queria mostrar que a fração era um número! [...] O que é fração? [...] é uma divisão! [...]. Aí eu coloquei uma fração qualquer [...] 1/3 no caso. Aí ele falou tem que dividir [...]. Então a gente vai para uma “fração exata” (10/2). 10:2 dá 5, mas o que o que é o “5”? [...] “Um Número”. Então, é a mesma coisa que 10/2 [...] a fração é um número só que um pouco diferente. “cinco” é um número e com 1/3 eu ia ter que voltar para os decimais de novo!Isso é difícil prá eles.*

A intenção do futuro professor era clara: “mostrar que fração é um número”[18]. Diferente do que planejamos (utilização da reta numerada) Lucas partiu da idéia de que os alunos aceitavam a fração como divisão. Ele não tratou essa passagem 10/2 para 10:2 em termos conceituais.

Seu raciocínio foi exatamente esse: “10:2 dá 5, mas o que o que é o “5”? [...] “Um Número”. Então, é a mesma coisa que 10/2 [...] a fração é um número só que um pouco diferente”.

Na verdade Lucas optou em não lançar mão da divisão apresentada na SAE anterior, que era uma possibilidade para atingir seu objetivo. Essa opção de Lucas revelou o motivo pelo qual ele trocou a fração inicial (1/3) por (10/2): “[...] com 1/3 eu ia ter que voltar para os decimais de novo! Isso é difícil para eles”. Muito embora tivesse feito uma opção diferente daquela que planejamos juntos, sua preocupação com a aprendizagem dos alunos é evidente (*ação de avaliação*).

Essa conduta de Lucas revelou sua compreensão, substancialmente amadurecida no que diz respeito a necessidade de manter o seu discurso focado sobre as aprendizagens dos alunos. Não digo isso em função da opção que ele tomou de evitar a divisão de 1 por 3, mas, sobretudo, pela motivação que o levou a tomar essa decisão, qual seja: encontrar um caminho mais próximo à

[18] Isso pode parecer óbvio, mas infelizmente não é. È freqüente, entre estudantes, inclusive de Nível Superior, a dificuldade em aceitar frações como números.

compreensão dos alunos, muito embora não tenha mostrado que uma fração pode ser olhada como uma divisão.

Sistematicamente manteve o seu discurso dirigido por perguntas de continuidade[19] à classe e/ou diretamente a algum aluno, problematizando continuamente todos os procedimentos (*ação argumentativa*), além de retroalimentá-lo com as respostas dos alunos, utilizando-as como fonte de novas argumentações (*ação de avaliação*).

Quando ele, por exemplo, percebia alguma dificuldade por parte dos alunos, recorria, a exemplo desse último fragmento, com frequência, a uma situação similar com um grau menor de dificuldade, retomando, em seguida, à situação inicial, avaliando o avanço das crianças (*ação de avaliação/argumentação*).

Seu discurso sofreu uma significativa mudança. Saiu da condição de egoncentrico/algoritímico para um discurso descentrado/conceitual, no entanto, as dificuldades de aprendizagens continuavam. Perguntei ao futuro professor se essa mudança fazia realmente alguma diferença, já que os alunos continuavam manifestando dificuldades para entender o seu discurso. Lucas respondeu o seguinte:

> *Faz! Com certeza faz diferença. Porque fica muito fácil pegar uma coisa e mostrar. [...] Olha! É isso! Mas de onde vem isso?[...] prá que serve isso? Fica tudo como se estivesse fazendo uma coisa muito mecânica [...] no caso a fórmula de Báskara, por exemplo. Vai e coloca é isso! [...] Sim? [...] O que é um "delta"? De onde veio isso? Por quê? - sorri prolongadamente [...]. Explicação perfeita não existe!*

Outro momento significativo foi quando o futuro professor tentou mostrar aos alunos que a fração imprópria 7/3 podia ser escrita na forma produto. Lucas perguntou aos alunos: "[...] o que é 7/3 transformado em produto?" (*ação de argumentação*).

Como os alunos não responderam, Lucas fez nova intervenção (*ação de avaliação*) e propôs: "se eu tiver, por exemplo, 4x5. O que é isso? Como posso

[19] Essas perguntas tinham como objetivo a manutenção do diálogo entre Lucas e as crianças em torno do objetivo didático da atividade em desenvolvimento. Um exemplo dessas perguntas de continuidade pode ser visto no seguinte trecho de transcrição: "[...] Hum! Sim lembro, é verdade! Não era a resposta que eu esperava [...] mas, eu disse ta certo! Tá certo! Sim é parte de alguma coisa, mas que parte é essa? É uma parte grande? Pequena? [...] De fato o que eu queria era dizer a eles que a fração é um número. Isso porque dependendo do número é que a gente vai ver a *medida*, o *tamanho* da fração?"

escrever esse produto de outra maneira?” (*ação de argumentação*). Como os alunos permaneceram em silêncio, Lucas se antecipou e deu prosseguimento: “podemos escrever 5 + 5 + 5 + 5” (*ação de avaliação*).

Sugeri a Lucas que pedisse aos alunos para que representassem 4x5 com parcelas iguais a 4. O futuro professor propôs aos alunos e eles responderam em coro: “4+4+4+4+4”. Lucas concluiu: “É isso! Então podemos fazer o mesmo para as frações” (*ação de argumentação* – o produto como soma de parcelas iguais).

Muito embora seja uma aproximação intuitiva, o efeito pareceu positivo para as pretensões de Lucas. Quando ele voltou a pedir aos alunos que aplicassem o resultado obtido para representar a fração 7/3 (proposta inicial) em forma de produto, os alunos complementaram quase imediatamente: “1/3 + 1/3+ 1/3 + 1/3+ 1/3 +1/3 +1/3”.

Lucas propôs ainda aos alunos para que fizessem o mesmo para as seguintes frações: 8/5, 3/2 e 2/3 (*ação de avaliação*). Com isso, os alunos estavam generalizando, ainda que intuitivamente, que o número m/n, com m e n inteiros e n diferente de zero, pode ser escrito na forma m x 1/n.

Só após essas ponderações, Lucas introduziu a fração no contexto da reta numerada representando frações com o auxílio do segmento unitário (0 a 1). Essa abordagem aconteceu numa ordem diferente daquela planejada em colaboração comigo. Quando perguntei ao futuro professor o porquê dessa decisão, ele disse:

> *Porque eu queria preparar primeiro eles [...] queria dizer que fração era um número [...] (não era mais fácil mostrar isso na reta?). Pois é, de fato é [...] só depois eu queria mostrar a reta [...] de fato a escolha da reta poderia ter sido melhor [...] Eu não utilizei a reta no inicio [...] não planejei assim... Fiz uma opção errada [...], pois é era para ter feito (uso da reta) desde o começo [...] ai fui querer usar só no final [...] era prá ter feito no comecinho [...] ia dá tudo certo (isso tem haver com o planejamento?). Sim tem, claro que tem.*

A partir do momento em que Lucas introduziu a ideia de fração como medida de comprimento, ele seguiu com mais rigor o planejamento elaborado em colaboração. O futuro professor consultou a lista de atividades previamente planejada para essa SAE, e disse: “É o seguinte [...] vamos rever algumas coisas sobre isso [...] eu tenho algumas atividades sobre isso em minha lista. Vamos lá!” (*ação de organização*).

Fez, inicialmente, a representação de 3/2. Mostrou que, ao dividir o segmento unitário de 0 a 1, em duas partes "iguais', para totalizar os 3/2 teria que, de mesma maneira, dividir o segmento adjacente, de 1 a 2, também em duas partes "iguais". Assim, mostrou aos alunos que a representação de 3/2 continha as duas partes do segmento de 0 a 1, mais uma parte do segundo segmento de 1 a 2. Lucas enfatizou que 3/2 ficou sendo a medida do comprimento do segmento de 0 a 3/2.

Convencido de que os alunos tinham entendido o procedimento, Lucas começou a explorar algumas possibilidades desse ambiente. Perguntou aos alunos "quem é maior: 3/2 ou 1?". De posse da representação na reta numerada, os alunos responderam imediatamente e sem problemas.

Em seguida, pediu aos alunos que representassem, na mesma reta, a fração 2/2. A representação dos alunos 2/2 coincidiu com a representação da unidade (2/2 = 1). Depois, solicitou que os alunos fizessem o mesmo para 3/3, 4/4 e 5/5. Com efeito, isso é uma forma intuitiva (ensaio) de explorar regularidades. "O número 1 pode ser representada por uma infinidade de frações desde que tenham seus termos iguais?", instigou Lucas (*ação de argumentação*)[20].

Outro investimento de Lucas nesse momento foi pedir aos alunos que localizassem dois grupos de frações. De um lado, as frações 1/2, 2/3 e 3/4 e por outro lado, as frações 4/3, 5/4 e 6/5. Depois das representações, o futuro professor utilizou as representações na reta numerada para comparar essas frações aos pares, entre o mesmo grupo, e em grupos diferentes. Além disso, desafiou os alunos a perceberem alguma "semelhança" entre as frações que foram representadas entre 0 e 1 e as que foram representadas entre 1 e 2 (*ação de argumentação*).

O ambiente da reta numerada, palco da noção de fração como medida de comprimento, é rico em possibilidades para a exploração das frações. Mesmo com a pequena experiência, Lucas conseguiu fazer várias mobilizações importantes nesse contexto, experimentando, ainda em processo de formação inicial, a

[20] Lucas explorou também as frações 4/2 = 2, 6/2 = 3, 8/2=4 e 15/3 (*ação de argumentação – foco na repetição para a percepção de regularidades*). Procurou mostrar que, além da unidade, os demais números naturais (2, 3, 4, 5...) também podiam ser escritos como frações. Essa frações que podiam ser representadas por um dos termos da sequência (1,2,3,4,5...) eram chamadas de "aparentes".O que ele quis fazer os alunos perceberem no início de suas argumentações, podia, conforme as sugestões de Wu (2001), acontecer com mais facilidade nesse ambiente da reta numerada que permite apresentar a noção de fração como medida de comprimento.

complexidade do discurso argumentativo que será parte integrante do seu labor cotidiano.

Outra atitude de Lucas, diante da percepção de alguma dificuldade na compreensão por parte dos alunos, foi a revisão ressaltando aspectos relevantes. Fez isso, por exemplo, quando precisou comparar os resultados obtidos da noção de fração enquanto quociente (divisão) e a noção de fração enquanto medida de comprimento. Assim que percebeu a dificuldade de alguns alunos no ato de efetuar a divisão do numerador pelo denominador, fez revisão da divisão para toda turma (*ação de avaliação*).

Num outro recorte, ele procurou justificar os procedimentos do produto de frações utilizando a noção de fração de uma fração já articulado anteriormente através do aporte das "barrinhas". Seu argumento continuou sendo a noção de fração enquanto medida de comprimento, temática dessa SAE. Propôs à turma inicialmente que os alunos calculassem 2/3 de 60 utilizando a reta numerada.

Em suma, por um lado, as ações de organização e avaliação se mostraram estabilizadas sem a inclusão de uma modalidade distinta. Por outro lado, Lucas se mostrou suficientemente convencido da necessidade e dos benefícios da mudança de uma "cultura de reprodução algorítmica" para uma "cultura de justificação de procedimentos" que pressupõe a adoção de um discurso descentrado/conceitual que valoriza o aluno como ator ativo do processo de aprendizagem e a compreensão do conceito do objeto matemático envolvido.

Uma analogia dessa nova perspectiva de ensinar traz à tona o que Lucas chamou de "contar a história [...] só que com números". Tal analogia traduz a concepção de um ensino focado sobre personagens principais (os objetos matemáticos na ótica conceitual), e coadjuvantes (os conhecimentos prévios necessários). Esses personagens se relacionam dentro de um enredo (as diversas articulações estabelecidas entre o objeto e os conhecimentos prévios que justificam procedimentos) e, finalmente, como toda boa história, o epílogo (a observação de regularidades que possibilita conjecturar generalizações).

6.13.
SAE (13) – A resolução de problemas

Nessa SAE, o conteúdo explorado foi o produto de frações e as atividades foram propostas a partir da resolução de problemas. Lucas adotou como estratégia de organização para a apresentação desse conteúdo, a leitura do problema em voz alta para toda a turma ouvir, o registro simultâneo dos dados no quadro de escrever e avaliou a compreensão da turma em relação à questão levantada pelo problema.

Essa foi a primeira vez que Lucas abordou um conteúdo com uma ênfase na resolução de problemas. Durante a entrevista que sucedeu esta SAE eu lhe perguntei se havia percebido alguma diferença entre abordar o assunto na perspectiva do "calcule e/ou efetue" e da abordagem através da resolução de problemas.

Procurei nesse recorte levá-lo a refletir sobre a necessidade de adequar ações metodológicas à exploração de certos conteúdos sobre os quais os alunos já haviam demonstrado dificuldades persistentes selecionando argumentos e organizando sequências bem articuladas, sobretudo aquelas que surgem da resolução de situações problemas e aplicadas a situações da vida cotidiana. Em sua resposta ele afirmou que:

> *Quando a gente coloca através de um problema eles vão vendo devagar aonde é que aquelas continhas vão se encaixando [...] uma visão do todo [...] o que é que eles têm que fazer de fato. Eu acho que fica ruim explicar tudo só de um jeito. Ei professor eu não entendi! [...] aí o professor vai e explica do mesmo jeito! Isso não adianta nada!Tem que ir por outro caminho, mas que dê o mesmo sentido. Existem coisas mais difíceis de entender do que outras [...] aí é que eu digo que tem que ter o plano B. Quanto às coisas relacionadas ao cotidiano deles eu acho que ajuda. É claro que isso não é tudo, mas ajuda [...] falar de dinheiro [...] tem sim que planejar [...] aula planejada é outra história [...] e com problemas com certeza vai ajudar bastante: primeiro ele tem que ler depois ele tem que interpretar aquela situação [...] depois ele tem que pegar os dados e organizar os dados/selecionar [...] perceber qual é a pergunta que o problema faz [...] aí vem às continhas [...], mas ainda tem mais uma coisa: ele tem que interpretar a resposta. Eu concordo que a situação problema dá mais oportunidades.*

Há pelo menos quatro aspectos interessantes nessa resposta de Lucas. O primeiro aspecto está relacionado às crianças “que aprendem”, o segundo aos professores “que ensinam”, o terceiro aos “resultados desse ensino” e, finalmente, em quarto lugar, o aspecto relacionado ao “objeto matemático que se ensina”.

Quanto às crianças, Lucas considerou que a exploração de problemas facilitou o desenvolvimento do sentido prático para as operações, na medida em que “as continhas vão se encaixando”. Diferente de uma abordagem isoladamente algorítmica, desenvolvida em suas primeiras atuações, Lucas percebeu que o contexto da resolução de problemas tanto explorou quanto ampliou a “visão de mundo da criança”.

Em relação aos professores, ele revelou duas convicções quando refletiu sobre as possibilidades da resolução de problemas. Lucas pareceu convicto da necessidade de se pluralizar a metodologia. É preciso buscar “outro caminho”, o “plano B”.

Além disso, também demonstrou convicção de que essa pluralidade metodológica está associada irremediavelmente às ações de ensino forjadas mediante planejamento. Muito embora não tenha assumido, em sua fala, a natureza escrita desse planejamento, ficou bastante evidente durante minhas observações, o papel que esse tipo de planejamento trouxe para o desenvolvimento dos seus saberes práticos.

Já em relação aos resultados do ensino, Lucas revelou acreditar numa estreita ligação com a metodologia adotada. Ele pareceu convencido de que a abordagem monolítica que explica tudo de um único jeito tem pouco ou nenhum resultado diante das dificuldades persistentes de aprendizagem. Na mesma ótica adotou uma postura de equilíbrio quando avaliou o poder das abordagens ligadas ao cotidiano quando reconheceu sua ajuda, mas não sua exclusividade.

Além disso, destacou pontualmente seis aspectos enriquecedores da abordagem, a partir da resolução de problemas responsáveis pela diversificação das possibilidades de aprendizagem para as crianças, são eles: precisavam ler o problema, interpretar a situação gerada num contexto, organizar e/ou selecionar dados, identificar a pergunta que o problema fez, identificar e executar as operações envolvidas e, finalmente, verificar a coerência da resposta numérica com o contexto construído.

Essa abordagem a partir da resolução de problemas levou Lucas a fazer algumas adaptações de livros didáticos na elaboração do material escrito que lhe orientou. Durante a entrevista subsequente eu lhe perguntei sobre a coerência desses problemas com a realidade. Fiz essa pergunta com o objetivo de fazê-lo refletir sobre a necessidade da manutenção da coerência entre os conteúdos e a realidade cotidiana.

Um dos problemas continha o seguinte enunciado: "[...] um carro de passeio tem um tanque de gasolina de 100 litros. Para o carro percorrer 30 km, ele precisa de ¾ de gasolina do tanque. Quantos litros o veículo precisa para percorrer os 30 km?". Quando o questionei a presença de dados, no enunciado, em contradição com a realidade**,** ele respondeu:

> *[...] Eu pensei só nos números. É como se eu tivesse arranjado um "pingo" e depois o "i", foi isso. Foi isso. Não pensei em outras consequências [...] consumo do carro. Tudo isso era o de menos prá mim, eu queria resolver a questão para os meninos entenderem. Eu não fiz cópia do livro, peguei a ideia e fiz umas adaptações. Sim eu concordo que são importantes [...] eu não pensei nisso [...] às vezes, a gente quer mostrar a realidade e acaba ficando fora dela (sorri!). Se eu parasse para pensar [...] é verdade mesmo [...] que carro é esse?[...] mas foi válido porque eles entenderam o problema.*

Muito embora ele tenha avançado na complexidade de sua rede argumentativa, ao ensaiar os primeiros passos rumo à exploração do problema, ainda tropeçou no sentido de aproximar os resultados desses problemas à realidade. O consumo do veículo sugerido no problema é de 2,5 litros por km. Lucas não teve essa preocupação na hora da elaboração, mas reconheceu que essa coerência é importante para o processo de ensino.

A resposta de Lucas é substancialmente significativa, na medida em que revelou, mais uma vez, a sua compreensão sobre a complexidade do discurso embebido da intenção de ensinar. Acredito que sua fala revelou traços de desenvolvimento da sua formação profissional.

Lucas mais uma vez pareceu convencido de que o planejamento é mais que um amontoado de anotações desconectadas. É preciso estabelecer articulações, fazer antecipações e prever consequências. Também pareceu convencido de que a lógica de "arranjar o pingo e depois o i" deve ser superada. "Tudo isso era o de menos para mim".

Além disso, ele declarou que utilizou o livro didático fazendo certas adaptações. Essa afirmação revelou uma evolução significativa no que diz respeito ao uso de algum material de apoio para a sua condução de ensino. Ele saiu de uma fase em que trazia alguns exercícios colocados no bolso e anotados num pedaço de papel, passando para uma fase em que planejou em colaboração comigo. Nessa segunda fase, ele teve mais dificuldade em seguir o roteiro planejado do que em elaborá-lo. Pareceu convicto de que tanto a "elaboração" quando "o uso" do planejamento fazem parte integrante das ações de ensino. São duas faces da mesma moeda.

Muito embora ele tenha avançado na complexidade de sua rede argumentativa, ao ensaiar os primeiros passos rumo à exploração de problemas para o ensino de Matemática, ainda tropeçou no sentido de aproximar os resultados desses problemas à realidade.

A análise dos registros de imagens dessa SAE mostrou diversas ações mobilizadas por Lucas que evidenciaram traços do seu amadurecimento no que diz respeito às formas de organização, argumentação e avaliação dos conteúdos ministrados:

Quanto à organização - Leu o problema em voz alta mantendo a turma atenta a sua leitura e retirou os dados que julgou importantes organizando-os no quadro de escrever; dividiu a solução do problema em etapas articulando a primeira ao conceito de fração como medida de comprimento e cada etapa subsequente à etapa imediatamente anterior; promoveu o trabalho de colaboração entre os alunos. Não deu sequência às argumentações enquanto não tinha atenção da turma; elaborou e utilizou material escrito com certa coerência metodológica na sequência dos argumentos e na unidade do objeto de estudo a partir de orientações colaborativas com o professor formador; mobilizou ações introdutórias para o início e o fim da aula com nítida intenção de organizar o ambiente para anunciar o tema da aula e, finalmente, utilizou o quadro de escrever para fazer registros sistemáticos que tanto orientou seu discurso quando auxiliou o pensamento dos alunos.

Quanto à argumentação - Fez muitas perguntas, ora diretas a alunos específicos, ora gerais à turma, sempre buscando alimentar seu discurso com as respostas dos alunos. Acolheu e elogiou respostas corretas; identificou erros em respostas incorretas e manteve um discurso contínuo com pausas regulares, mas sempre objetivo; adotou uma rotina na exploração dos problemas associada ao conceito de fração como medida de comprimento ao utilizar inicialmente a representação de frações com auxílio do segmento unitário (0 a 1) e se manteve circunscrito a esse conceito ao longo das atividades desenvolvidas; adotou procedimentos errados esperando manifestação dos alunos; chamou a atenção dos alunos para fatos e/ou passagens importantes na construção da solução do problema; explorou representações de um mesmo objeto matemático; e, por fim, instigou os alunos a buscarem/perceberem regularidades e estabelecerem generalizações.

Quanto à avaliação - Procurou com regularidade se certificar se os alunos haviam percebido o que o problema estava pedindo. Somente quando se sentiu convencido disso deu prosseguimento; interferiu sobre dificuldades na aprendizagem ao retomar uma explicação sem uma solicitação direta, expressa e/ou verbal de qualquer aluno; reformulou argumentação até perceber uma nova postura/semblante dos alunos em relação ao objeto de estudo; pediu para que os alunos lessem e interpretassem em voz alta; dirigiu perguntas frequentes durante a SAE e, no final da aula, a partir de uma atividade desafiadora;

Um dos últimos registros dessa SAE mostrou Lucas como um “maestro frente a sua orquestra”. Os alunos envolvidos num nível de atenção e produção bem interessantes. Perguntei a ele se acreditava que esses momentos aconteceram ao acaso ou foram frutos de certas posturas que ele vinha assumindo já há algum tempo.

> *Não é nada ao acaso não. Não sei se por causa das duplas [...] das formas de organizar as carteiras [...] pela forma como eles estavam distribuídos na sala. Tem a ver com a explicação das coisas, uso do conceito, a exploração dos problemas [...] eu procuraria repetir as coisas que fiz para tentar reproduzir o que aconteceu [...] foi uma aula diferente eu acredito que foi por causa disso. Não tinha muitas contas longas para fazer [...] o próprio material que eu utilizei também ajudou, pois eles não tiveram que copiar muitas coisas do quadro e isso ajudou [...].*

Na avaliação final de Lucas, ele se sentiu um “grande ganhador” por todas as experiências que passou frente às SAE. O diálogo que manteve por intermédio das atividades do Lema/Unama, sobretudo pelo breve diálogo com Wu (2001), trouxe-lhe uma contribuição, no sentido de elucidar uma concepção mais rigorosa de fração e, a partir dessa concepção, pôde compreender as frações como medidas de comprimento (reta numerada) e como mediada de área (uso da barrinha).

Mostrou-se motivado a lançar mão dos argumentos justificativos e continuar ensinando na base dos “porquês”. Mesmo reconhecendo as resistências dos alunos pela ausência dessas práticas em função do tipo de ensino que, em geral, recebem na escola, e pelas lacunas de conteúdos que percebeu em si mesmo, pareceu disposto a ensinar de uma forma diferente daquela que aprendeu.

Com efeito, essa fala trouxe reflexões que revelaram o amadurecimento da visão do Lucas sobre a complexidade do trabalho docente. São aspectos voltados para o seu próprio desenvolvimento profissional nas formas de agir diante das situações de ensino, sobretudo elaboração de um planejamento escrito no qual passou a organizar os conteúdos de um modo mais articulado, nas formas de argumentar de um nível de pura reprodução para um nível de justificação com foco conceitual e nas formas de avaliação.