

4 Validação da simulação

Para validar o modelo descrito nos capítulos anteriores, algumas comparações com resultados publicados na literatura serão apresentadas neste capítulo. Inicialmente, a influência dos filtros absorventes nos resultados será discutida na Seção 4.1. É também importante, desde o início, ressaltar a grande dificuldade envolvida no processo de validação, uma vez que a literatura relativa à propagação de campos vetoriais em ambientes tridimensionais é relativamente escassa. Adicionalmente, alguns dos trabalhos relacionados a esta classe de problema são baseadas em suposições e ambientes que restringem ainda mais o conjunto de referências que poderiam ser utilizadas nas comparações entre resultados. Desta forma, o presente modelo tridimensional será aplicado a ambientes bidimensionais, supondo, em todos os casos, que não existem variações azimutais nos valores iniciais dos campos e nos ambientes. Seus resultados serão comparados com os fornecidos pelo método *Split-Step* de Fourier bidimensional de ângulo amplo, também implementado pelo autor com base em formulações existentes na literatura [8], [30], [31] e [34], e com resultados correspondentes apresentados nas referências originais. O método *Split-Step* de Fourier bidimensional de ângulo amplo será revisto na seção 4.2, antes das comparações citadas.

4.1. Filtro

Tanto o filtro superior como os filtros laterais devem ser aplicados a regiões de intensidade de campo reduzidas, de modo a diminuir as reflexões espúrias para dentro da região de interesse. Nas seções seguintes, a influência do filtro na intensidade de campo será avaliada.

4.1.1. Filtro superior

Uma análise qualitativa do comportamento da distribuição da intensidade de campo devido a uma fonte situada sobre Terra esférica será feita para validar o uso do filtro superior como condição de contorno absorvente no modelo proposto. Para essa análise, será suposto que o campo inicial apresenta uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação em azimute, com largura de feixe de meia potência igual a 3° . A antena transmissora está localizada na origem a 30 m acima do solo de permissividade relativa e condutividade respectivamente iguais a 80 e 4 S/m, sendo a frequência de transmissão igual a 1 GHz.

Para avaliar a influência do filtro superior no comportamento do campo, a altura máxima (h_{max}) de interesse será gradativamente acrescida de 30 m, partindo da altura de 60 m até 240 m. Para o exemplo proposto, o filtro corresponde a um quarto da altura máxima ($h_{max}/4$), compreendido entre $3h_{max}/4$ e h_{max} .

As figuras 4.1 a 4.7 mostram a vista lateral da distribuição da intensidade de campo em decibéis. Pode-se observar que, quanto mais afastada da fonte a região do filtro estiver, menores serão as reflexões espúrias para dentro da região de interesse. O filtro funciona bem em regiões distantes da fonte, pois a intensidade de campo diminui com a distância.

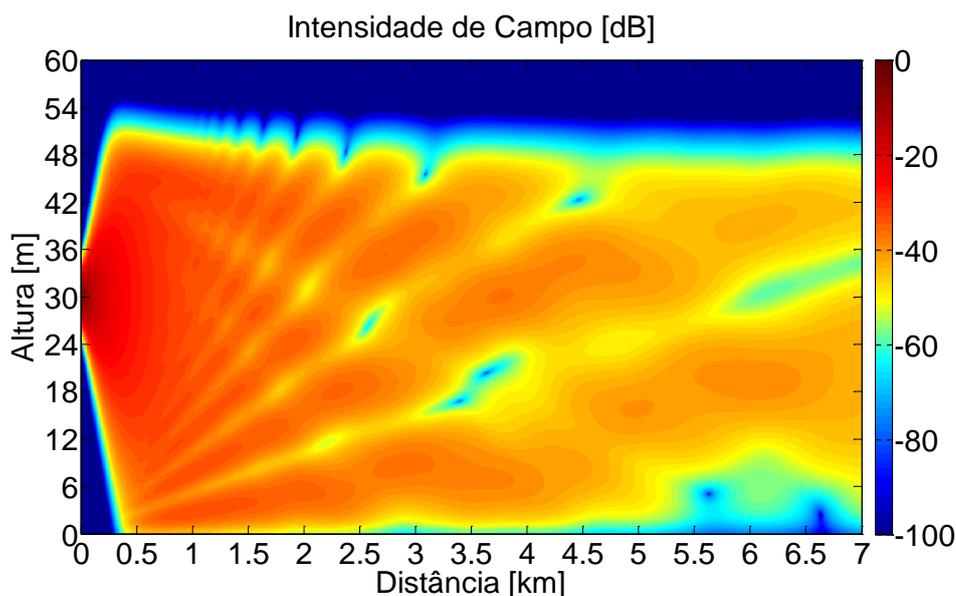


Figura 4.1 – Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 60 m

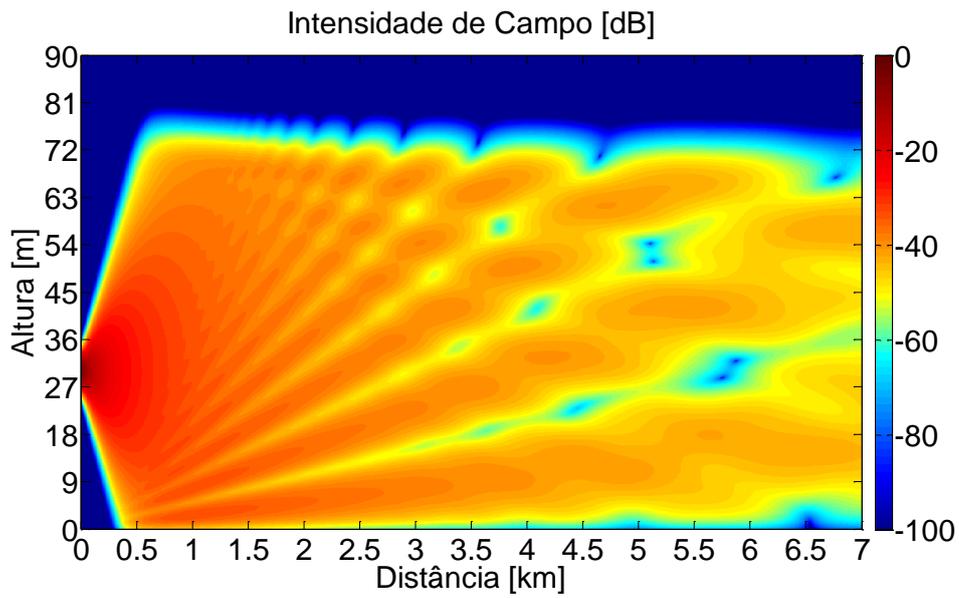


Figura 4.2 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 90 m

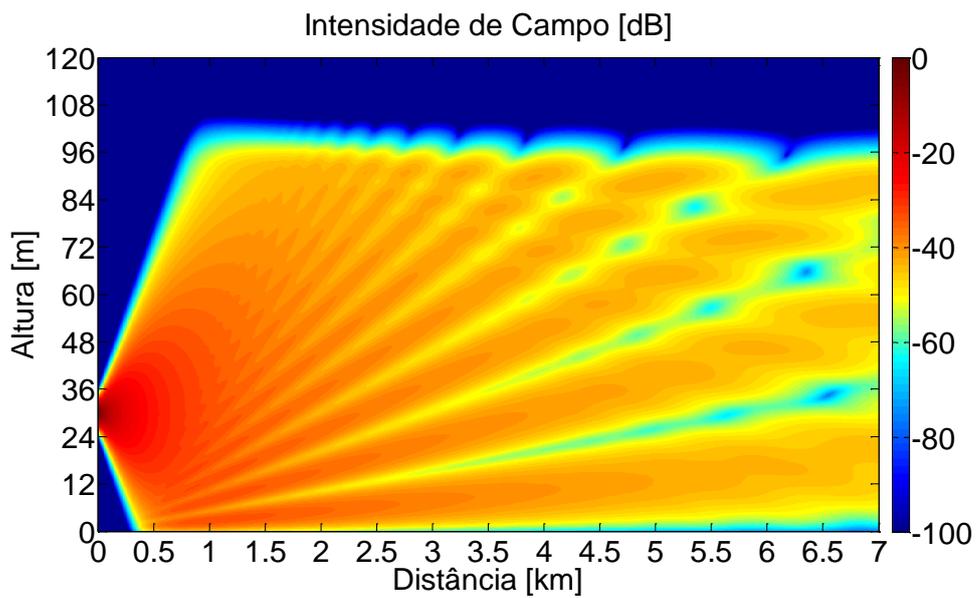


Figura 4.3 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 120 m

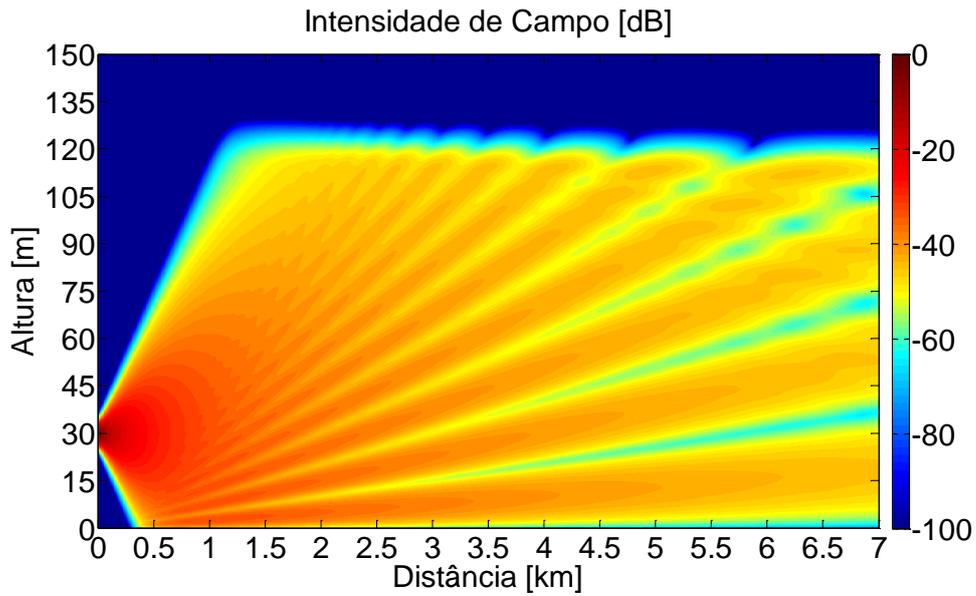


Figura 4.4 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 150 m

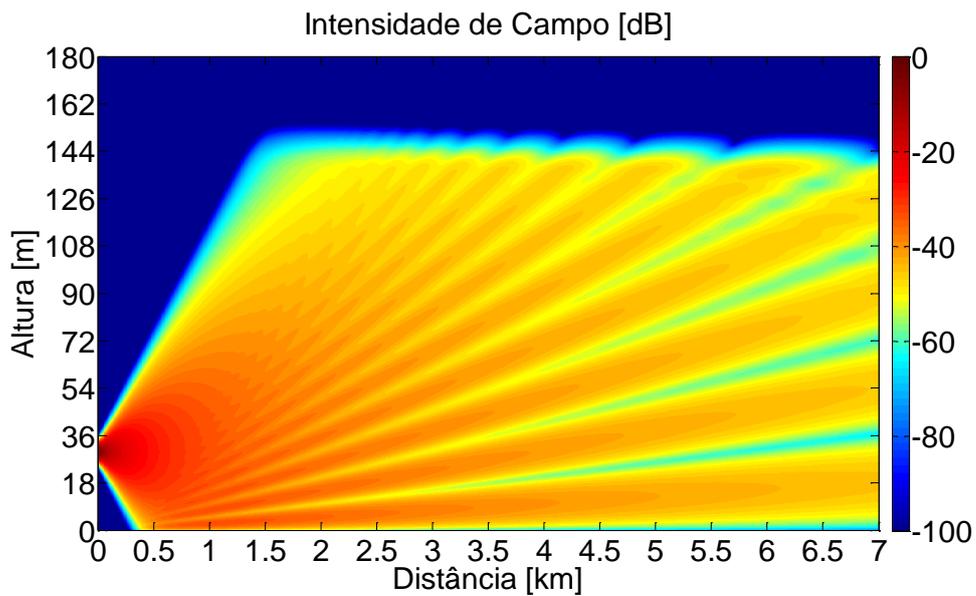


Figura 4.5 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 180 m

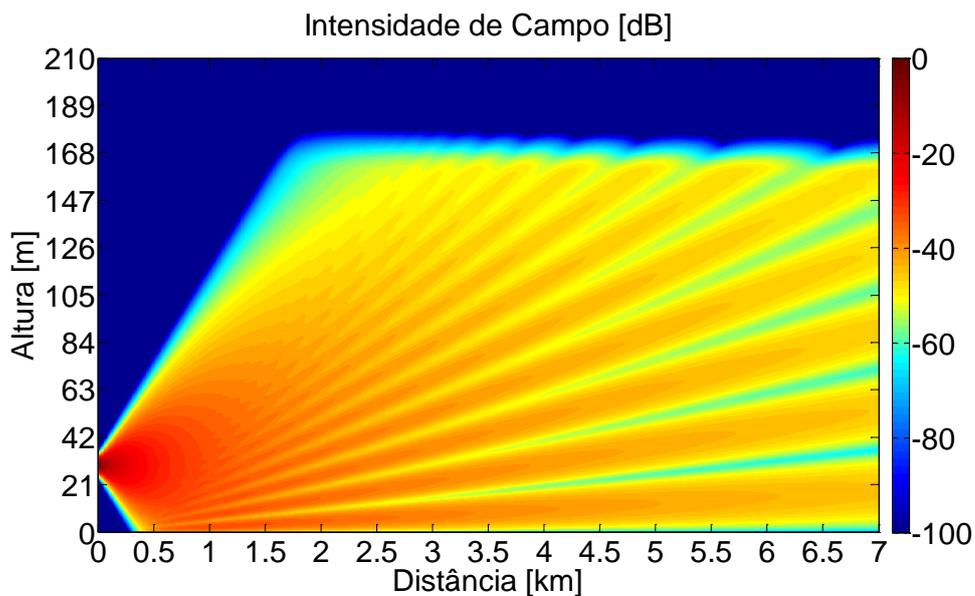


Figura 4.6 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 210 m

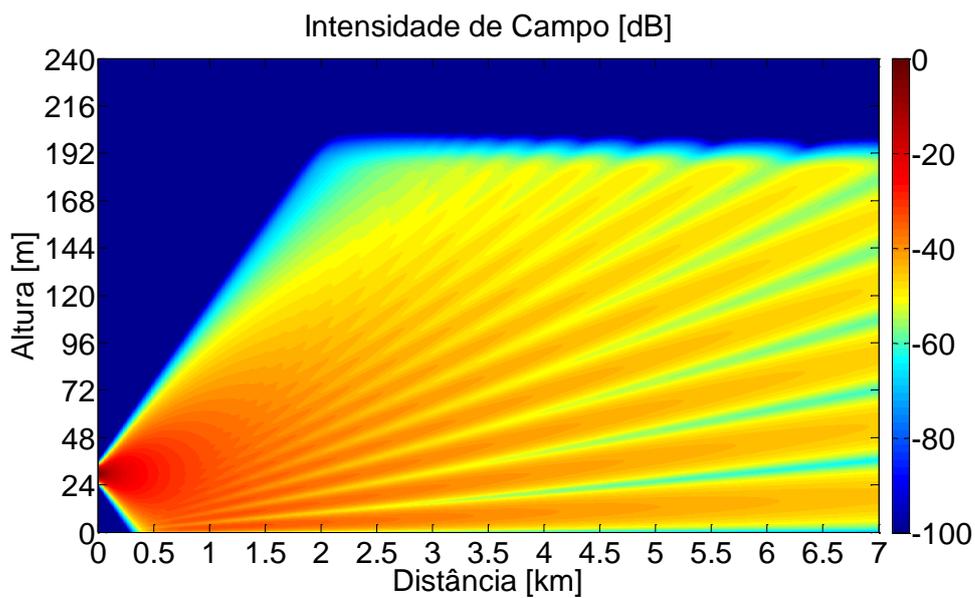


Figura 4.7 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro superior com altura máxima de 240 m

A Figura 4.8 mostra a distribuição da intensidade de campo em decibéis somente na região de interesse, ocultando a região do filtro, compreendida entre 200 m e 250 m.

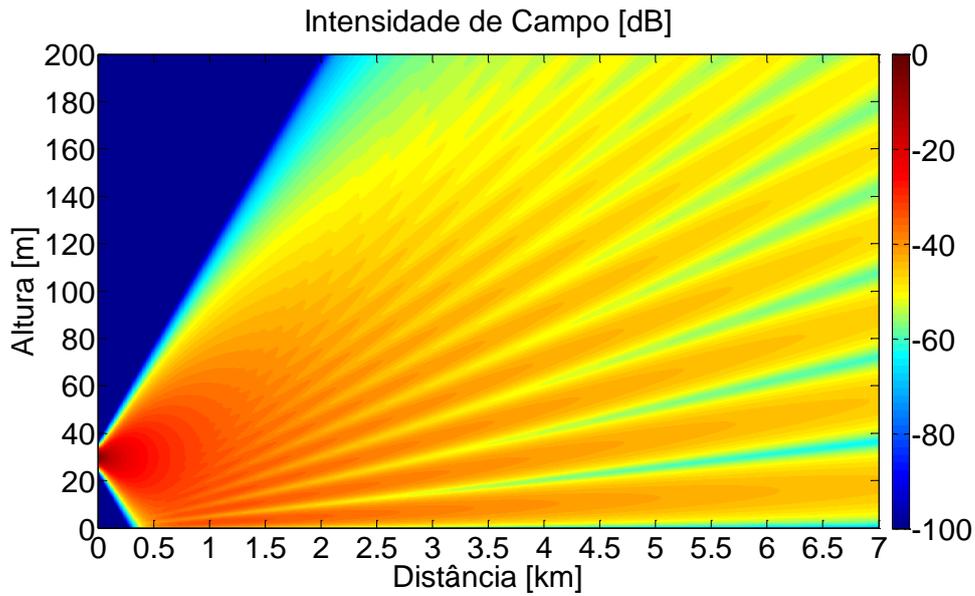


Figura 4.8 - Região de interesse com filtro superior

A Figura 4.9 mostra a distribuição da intensidade de campo em decibéis na região de interesse sem a aplicação do filtro superior. Está claro nesta figura que, por mais fraca que seja a intensidade de campo no limite superior, a ausência de uma condição de contorno absorvente produz reflexões indesejadas na região de interesse e que, portanto, tal procedimento não deve ser aplicado na simulação.

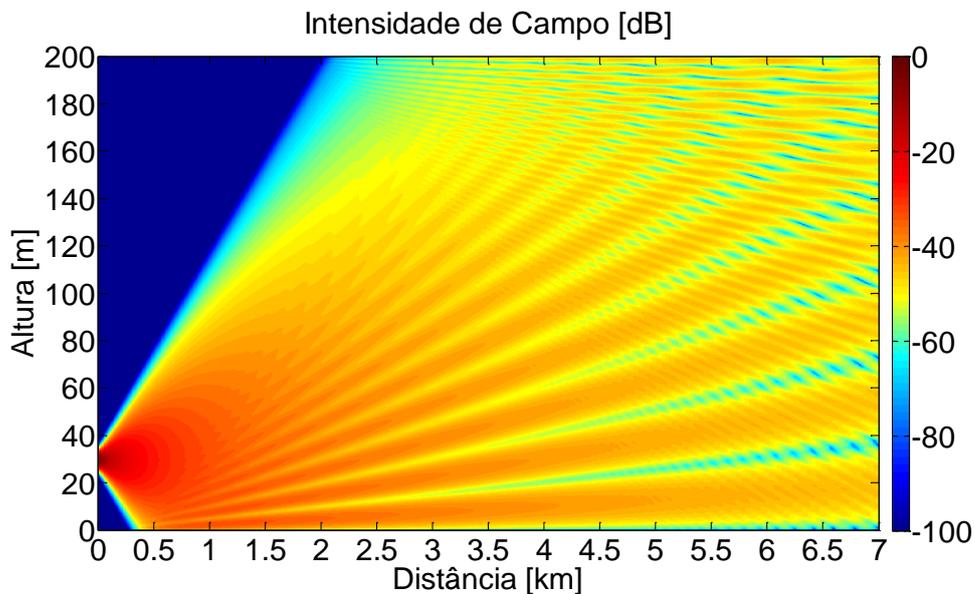


Figura 4.9 - Região de interesse sem aplicação do filtro superior

4.1.2. Filtros laterais

Da mesma forma que na seção anterior, uma análise qualitativa do comportamento da distribuição da intensidade de campo devido a uma fonte situada sobre Terra esférica será feita para validar o uso do filtro lateral como condição de contorno absorvente no modelo proposto. Para essa análise, será suposto que o campo inicial apresenta distribuições Gaussianas tanto em elevação como em azimute. A largura de feixe de meia potência é de 3° em elevação e de 8° em azimute. A antena transmissora está localizada na origem a 30 m acima do solo de permissividade relativa e condutividade respectivamente iguais a 80 e 4 S/m, sendo a frequência de transmissão igual a 1 GHz.

Para avaliar a influência do filtro lateral no comportamento do campo, o ângulo de abertura máximo (ϕ_{max}) de interesse será gradativamente acrescido de 10° , partindo do ângulo de abertura de 10° até 50° . Para o exemplo analisado, cada filtro lateral corresponde a um oitavo do ângulo de abertura máximo ($\phi_{max}/8$). Sendo assim, tem-se um filtro lateral compreendido no intervalo $[-\phi_{max}/2, -3\phi_{max}/8]$ e outro filtro no intervalo $[3\phi_{max}/8, \phi_{max}/2]$.

As figuras 4.10 a 4.14 mostram a vista superior da distribuição da intensidade de campo em decibéis na altura do transmissor ($h = 30$ m). Em cada gráfico, os eixos horizontal e vertical correspondem, respectivamente, à largura e à distância, ambas em quilômetros. Pode-se observar que, quanto mais afastada do feixe a região do filtro estiver, menores serão as reflexões espúrias para dentro da região de interesse.

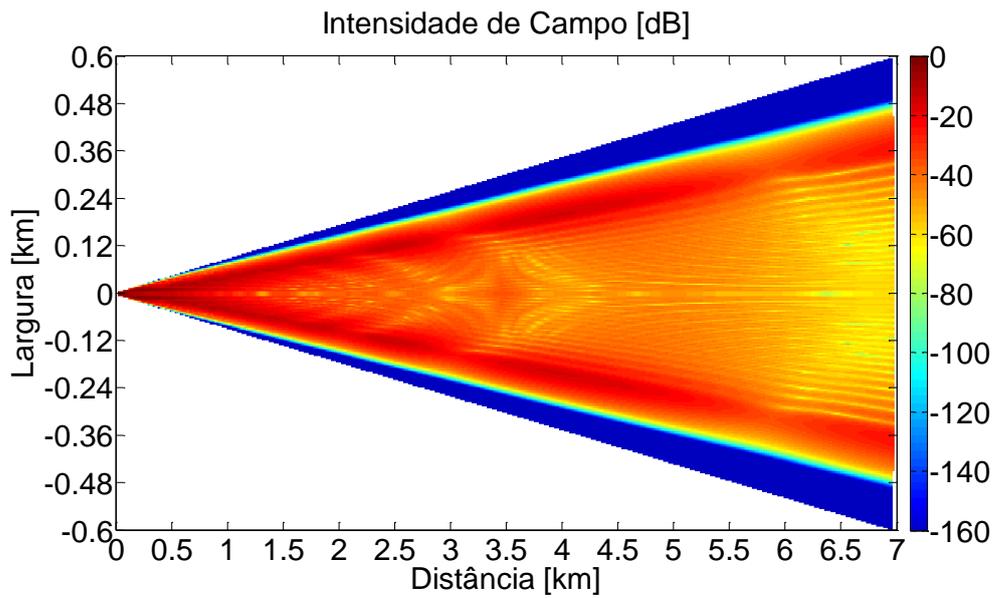


Figura 4.10 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro laterais com $\phi_{\max} = 10^\circ$ (coordenada retangular)

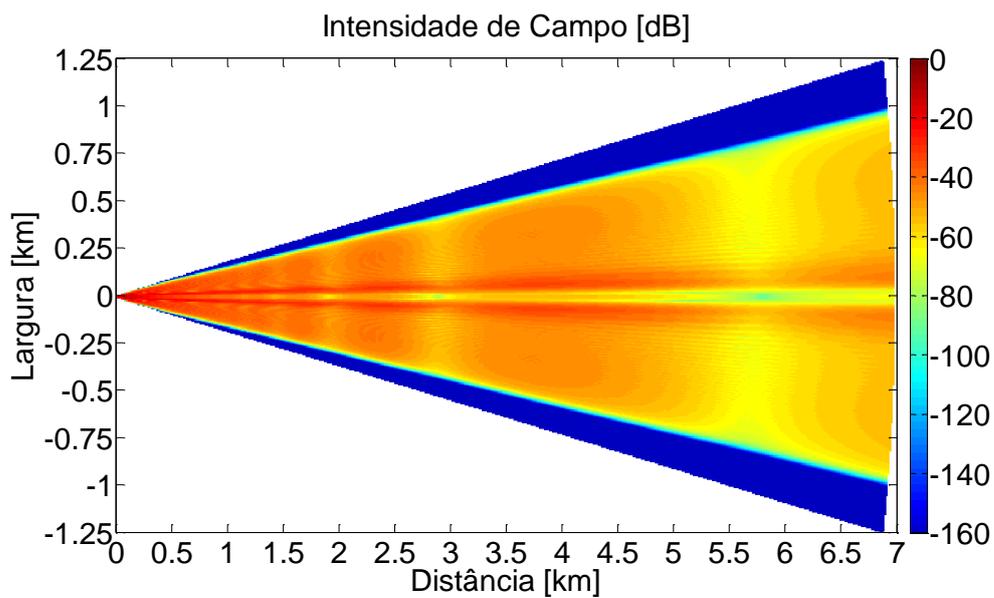


Figura 4.11 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro laterais com $\phi_{\max} = 20^\circ$ (coordenada retangular)

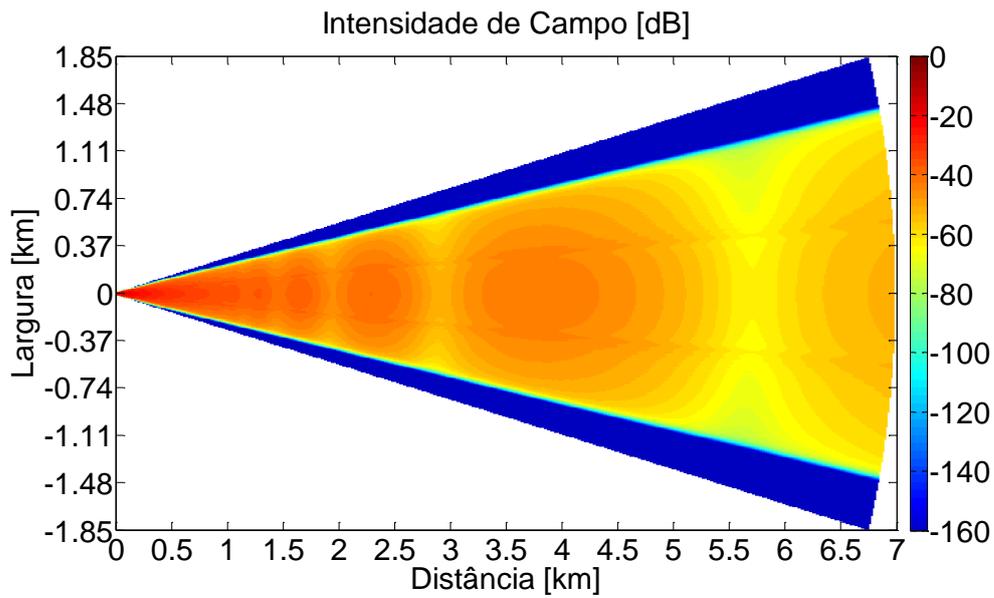


Figura 4.12 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro laterais com $\phi_{\max} = 30^\circ$ (coordenada retangular)

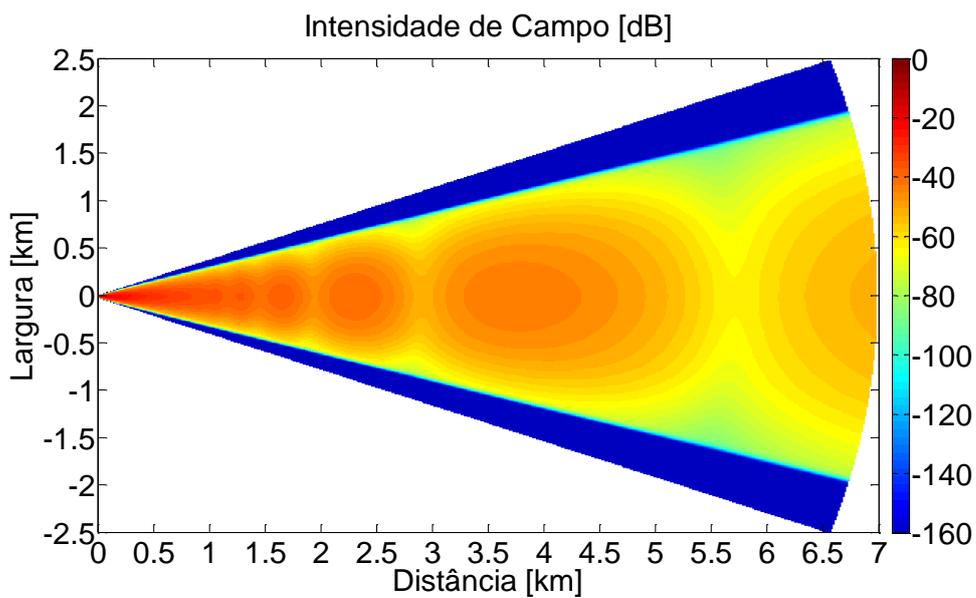


Figura 4.13 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro laterais com $\phi_{\max} = 40^\circ$ (coordenada retangular)

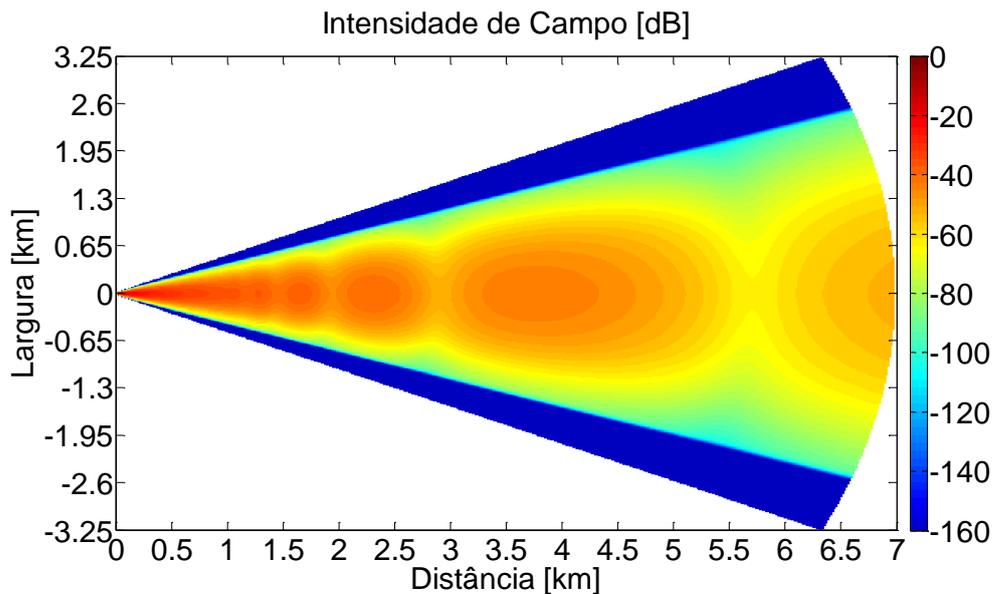


Figura 4.14 - Distribuição da intensidade de campo sobre Terra esférica supondo filtro laterais com $\phi_{\max} = 50^\circ$ (coordenada retangular)

Pode-se observar, nos exemplos apresentados, a influência do uso do filtro como uma condição de contorno absorvente na intensidade de campo dentro da região de interesse. Os exemplos deixam claro que para minimizar as reflexões espúrias oriundas dos limites da grade, há a necessidade de aumentar a região de interesse além do domínio computacional realmente necessário. A utilização de uma condição de contorno absorvente mais eficiente diminuiria o domínio computacional.

4.2. Método *Split-Step* de Fourier

O método *Split-Step* de Fourier de ângulo amplo será usado como modelo bidimensional de referência para comparação com alguns resultados apresentados a seguir. A solução da equação parabólica bidimensional por intermédio do algoritmo *Split-Step* de Fourier é de fácil implementação e demonstra ser numericamente eficiente, tendo sido muito bem desenvolvido na literatura. Adicionalmente, segue uma formulação diferente da utilizada no método de diferenças finitas. Esta característica foi considerada atraente e justificou sua escolha como modelo bidimensional de referência.

Explicações mais detalhadas desse modelo podem ser encontradas nas referências [8], [30], [31] e [34]. Em particular, as derivações da equação

parabólica bidimensional começam com as equações de Maxwell envolvendo os rotacionais do campo elétrico \vec{E} e do campo magnético \vec{H} , que são facilmente combinadas para obter uma equação de Helmholtz vetorial. Na ausência de variações azimutais, todas as quantidades envolvidas podem ser supostas independentes desta direção e o problema se reduz ao caso bidimensional escalar. Desprezando-se o retroespalhamento, chega-se à equação parabólica bidimensional [8], [30], [31] e [34].

A equação parabólica de ângulo amplo é apresentada a seguir

$$\frac{\partial u}{\partial x} = ik_0 \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}} u \quad (4.1)$$

onde x e z são as coordenadas horizontal (distância) e vertical (altura), k_0 é o número de onda do espaço livre e $n(x, z)$ é o índice de refração.

Para a polarização horizontal, a função de envoltória complexa $u(x, z)$ está relacionada à componente transversal do campo elétrico como segue

$$E_y(x, z) = \frac{1}{\sqrt{x}} u(x, z) e^{ik_0 x} \quad (4.2)$$

Para a polarização vertical, componente transversal H_y do campo magnético se relaciona a $u(x, z)$ de forma similar.

Para incluir os efeitos do terreno irregular, uma transformação no sistema de coordenadas original (x, z) é feito por intermédio da seguinte mudança de variáveis:

$$\chi = x \quad (4.3)$$

$$\zeta = z - H(x) \quad (4.4)$$

onde

$$H(x) = h(x) - \frac{x(d-x)}{2a} \quad (4.5)$$

A função $h(x)$ na Equação (4.5) descreve a altura real do terreno, acima do nível médio do mar e pode ser representada por qualquer série de pontos representando o perfil do terreno digitalizado (distância e altura). O termo $x(d-x)/2a$ nesta equação leva em consideração a curvatura da Terra. Adicionalmente, a componente escalar do campo no novo sistema de coordenadas (χ, ζ) é representada pela função:

$$\psi(\chi, \zeta) = u(x, z) e^{-i \left[k_0 \zeta H'(\chi) + \frac{1}{2} k_0 \int_0^\chi [H'(\chi)]^2 d\beta \right]} \quad (4.6)$$

Procedendo-se desta forma, a Equação (4.1) fica:

$$\frac{d\psi}{d\chi} = i \left[\sqrt{k_0^2 - \frac{d^2}{d\zeta^2}} - k_0 \right] \psi + i k_0 (n - 1 - \zeta H''(\chi)) \psi \quad (4.7)$$

A solução *split-step* de Fourier é facilmente deduzida a partir da solução para a transformada de Fourier da Equação (4.8) após a transformação do sistema de coordenadas. Assim, a solução da Equação (4.8) no plano $(\chi + \Delta\chi)$ em termos da solução no plano χ imediatamente anterior é dada por:

$$\psi(\chi + \Delta\chi, \zeta) = e^{\frac{ik_0\Delta\chi}{2} m_{mod}(\chi, \zeta)} F^{-1} \left\{ e^{i\Delta\chi \left(\sqrt{k_0^2 - p^2} - k_0 \right)} F \left[e^{\frac{ik_0\Delta\chi}{2} m_{mod}(\chi, \zeta)} \psi(\chi, \zeta) \right] \right\} \quad (4.8)$$

A quantidade $m_{mod}(\chi, \zeta)$ na Equação (4.8) pode ser considerada como equivalente a um novo índice de refração modificado, apresentado pela Equação (4.9).

$$m_{mod}(\chi, \zeta) = n(\chi, \zeta + H(\chi)) - 1 + \frac{\zeta}{a} - \zeta h''(\chi) \quad (4.9)$$

Conceitualmente, este índice de refração modificado incorpora um termo adicional para considerar o raio de curvatura de cada elemento do terreno. A segunda derivada $h''(\chi)$ é determinada usando a fórmula de diferença central de segunda ordem, com o intervalo de distância correspondendo ao passo $\Delta\chi$ utilizado na solução da equação parabólica.

O primeiro termo exponencial entre parênteses na Equação (4.8) é o fator de propagação de espaço livre para ângulos grandes, usado aqui pela necessidade de incluir grandes ângulos quando a propagação é sobre terreno irregular. Quanto mais íngreme for o terreno, maior o ângulo de propagação.

Por último, as transformadas de Fourier direta (F) e inversa (F^{-1}) são definidas por:

$$\Psi(\chi, p) = F\{\psi(\chi, \zeta)\} = \int_0^\infty \psi(\chi, \zeta) [\alpha \operatorname{sen}(p\zeta) - p \cos(p\zeta)] d\zeta \quad (4.10)$$

$$\psi(\chi, \zeta) = F^{-1}\{\Psi(\chi, p)\} = K e^{-\alpha\zeta} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \Psi(\chi, p) \frac{\alpha \operatorname{sen}(p\zeta) - \zeta \cos(p\zeta)}{\alpha^2 - p^2} dp \quad (4.11)$$

onde

$$K = \begin{cases} 2\alpha \int_0^\infty \psi(\chi, \zeta) e^{-\alpha\zeta} d\zeta; & \operatorname{Re}(\alpha) > 0 \\ 0; & \operatorname{Re}(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

onde p é a variável de transformação frequentemente referida como o número de onda vertical ou frequência espacial. O coeficiente α está relacionado com a impedância de superfície η como segue:

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_V = -i\omega\varepsilon_s\eta_V & (\text{polarização vertical}) \\ \alpha_H = \frac{i}{\mu_0\omega}\eta_H & (\text{polarização horizontal}) \end{cases} \quad (4.13)$$

onde ϵ_s é a permissividade da superfície, μ_0 é permeabilidade do vácuo e ω é a frequência angular.

4.3. Cunha

Considere o perfil de terreno idealizado representado na Figura 4.21 pela cor branca. Essa figura mostra uma cunha (terreno triangular simétrico) de 5 km de extensão com pico de 50 m de altura acima do nível do mar situado no centro do lance. A antena transmissora está localizada na origem, na altura de 10 m acima do solo.

Deseja-se determinar a perda de propagação como uma função da altura da antena receptora situada a 5 km do transmissor, da mesma forma descrita na referência [54]. Para isso, será suposto que o terreno e o campo inicial são azimutalmente uniformes e as curvas mais características do comportamento do campo serão apresentadas aqui. A análise será feita na frequência de 1 GHz, para polarização vertical e horizontal. O campo inicial corresponde a uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação azimutal e com largura de feixe de meia potência igual a 3° . Primeiramente, considera-se um solo altamente condutor. Em seguida, o solo tem permissividade relativa e condutividade respectivamente iguais a 15 e 0,012 S/m.

A perda de propagação pode ser calculada com a ajuda do fator de propagação, definido como a razão entre a intensidade de campo num ponto do espaço e aquela que deveria existir na mesma posição sob a condição de espaço livre [34]. De acordo com a formulação apresentada, o fator de propagação pode ser calculado como segue

$$FP_{dB} = 20 \log \left(\left| \frac{\vec{E}}{\vec{E}_0} \right| \right) \quad (4.14)$$

onde \vec{E} é campo elétrico e \vec{E}_0 é o campo elétrico no espaço livre, ambos no mesmo ponto de observação. A perda de propagação é dada por

$$loss = 20 \log \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right) - FP_{dB} \quad (4.15)$$

onde λ é o comprimento de onda em metros e d é a distância ao ponto de observação em metros.

Para melhor comparação, os resultados exibidos nas figuras a seguir correspondem ao valor negativo da perda de propagação, da mesma forma que a referência [54].

Pode-se observar nas figuras 4.15 a 4.18 a semelhança entre os gráficos apresentados aqui e aqueles exibidos na referência [54], reproduzidos nas figuras 4.19 e 4.20 para a frequência de 1 GHz, tanto em solo condutor elétrico perfeito como em solo com condutividade finita.

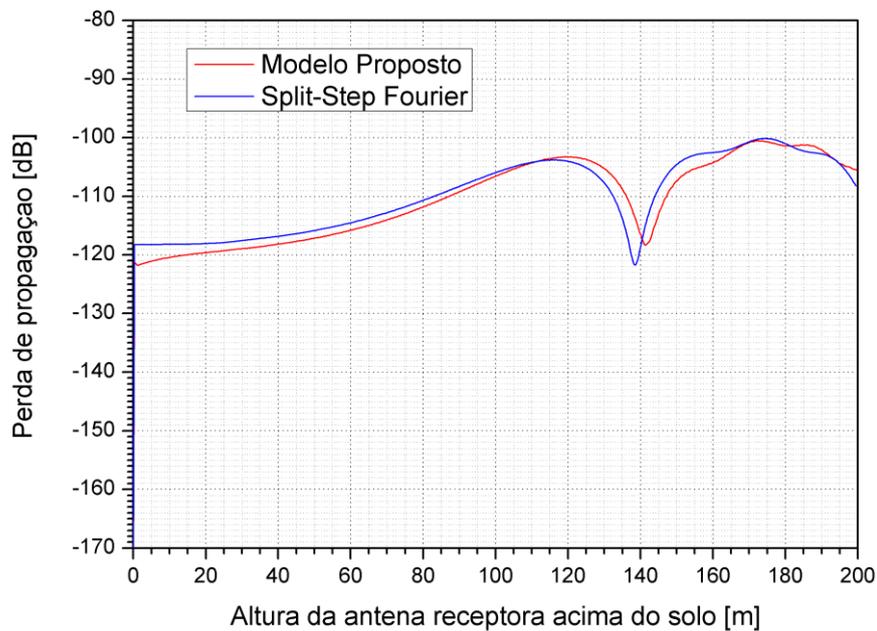


Figura 4.15 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora (polarização vertical - condutividade infinita)

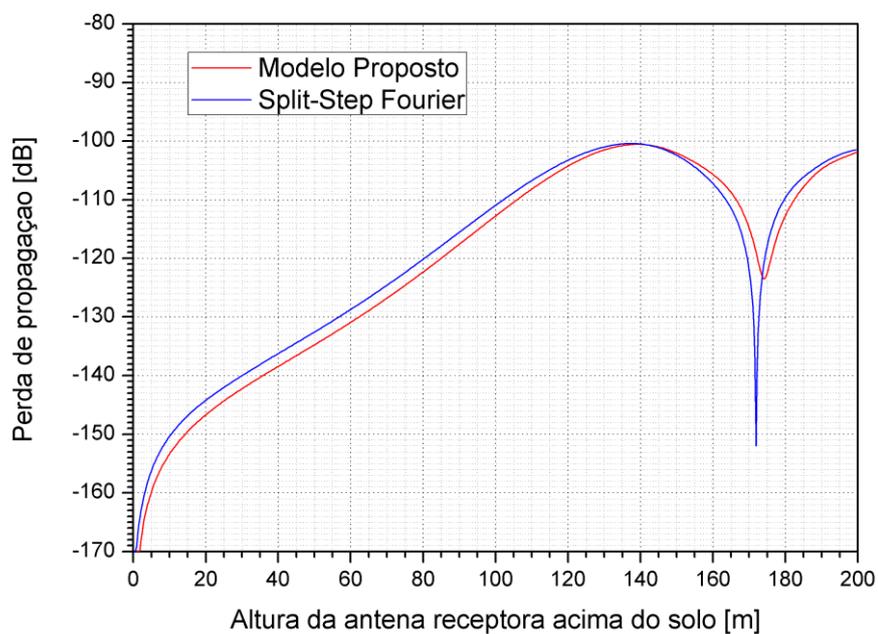


Figura 4.16 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora (polarização horizontal - condutividade infinita)

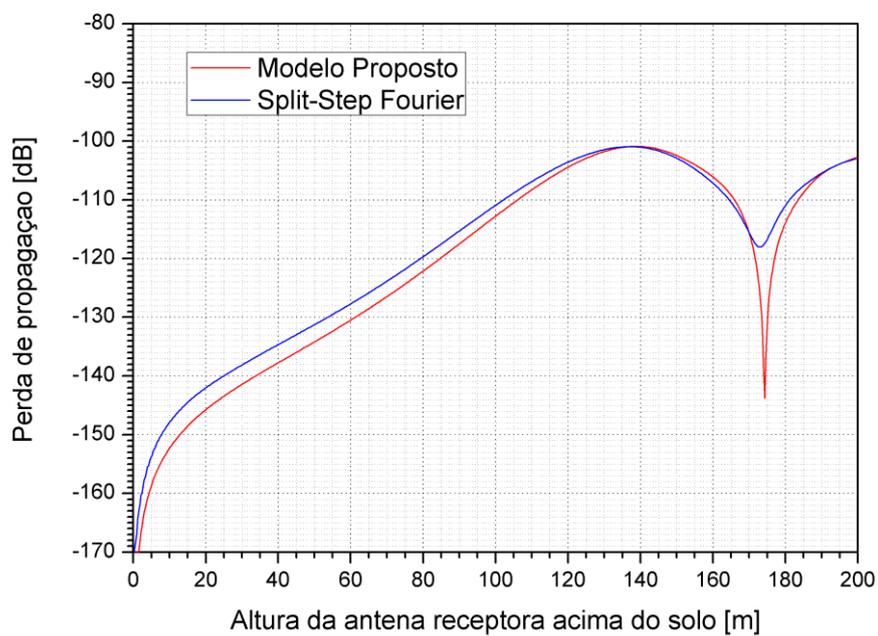


Figura 4.17 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora (polarização vertical - condutividade finita)

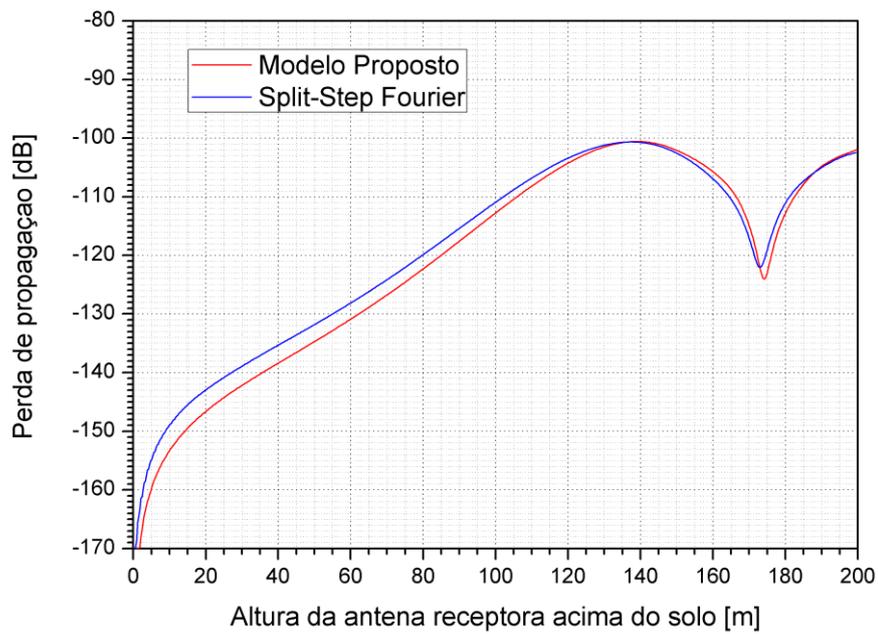


Figura 4.18 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora (polarização horizontal - condutividade finita)

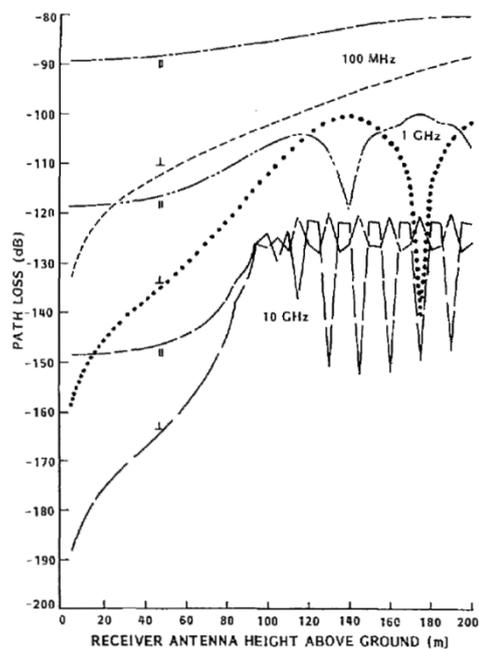


Figura 4.19 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora - condutividade infinita (reproduzida de [54])

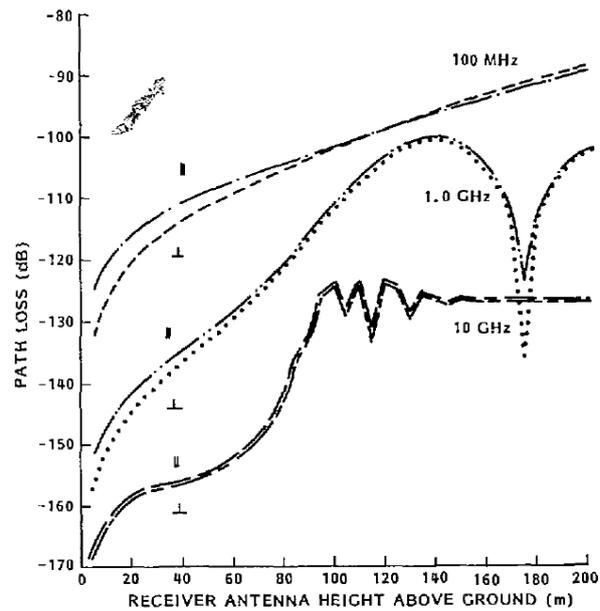


Figura 4.20 - Perda de propagação em decibéis em função da altura da antena receptora - condutividade finita (reproduzida de [54])

As figuras 4.21 a 4.24 mostram a distribuição da perda de propagação em decibéis no plano vertical contendo o transmissor e receptor.

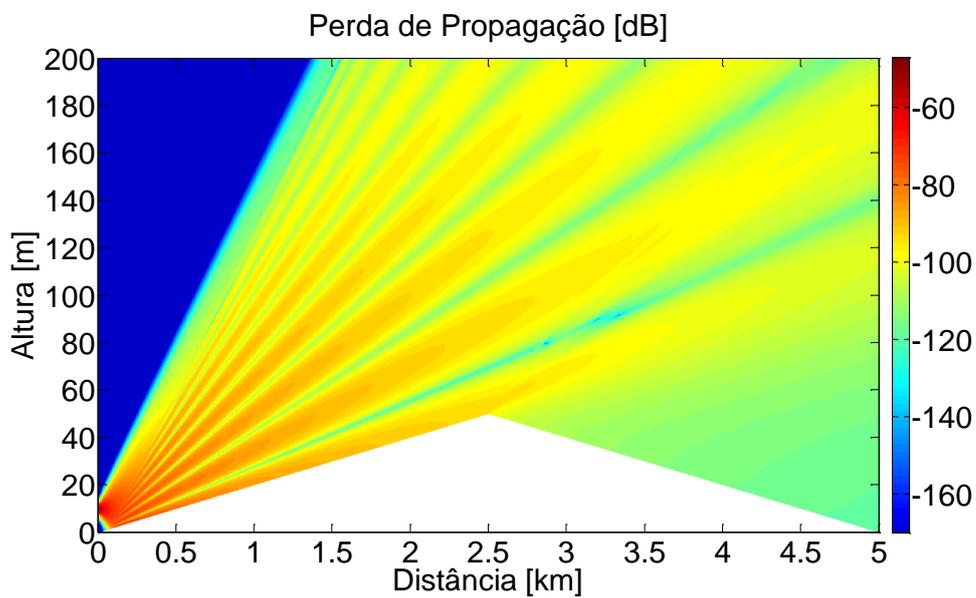


Figura 4.21 - Distribuição da perda de propagação em decibéis (polarização vertical - condutividade infinita)

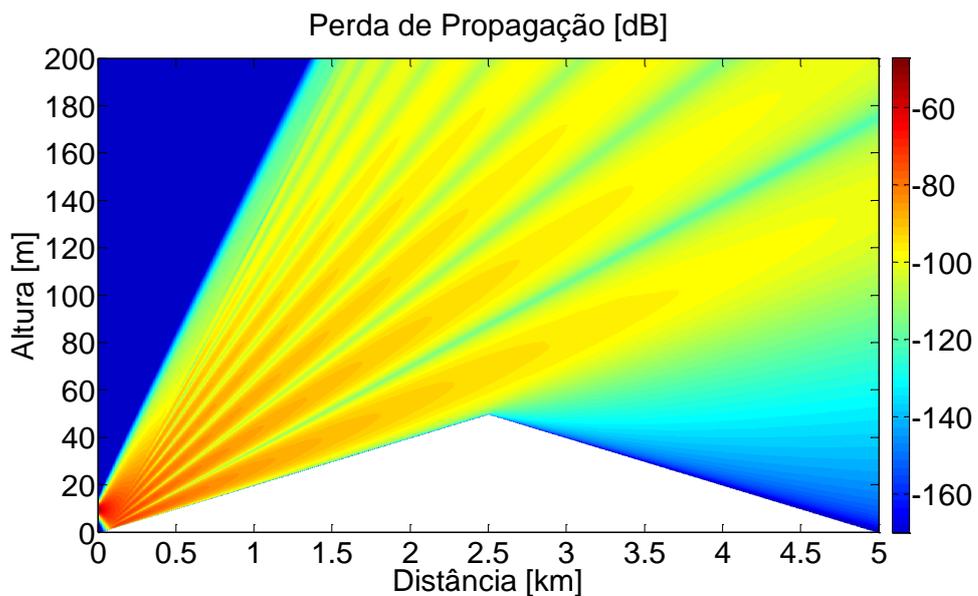


Figura 4.22 - Distribuição da perda de propagação em decibéis (polarização horizontal - condutividade infinita)

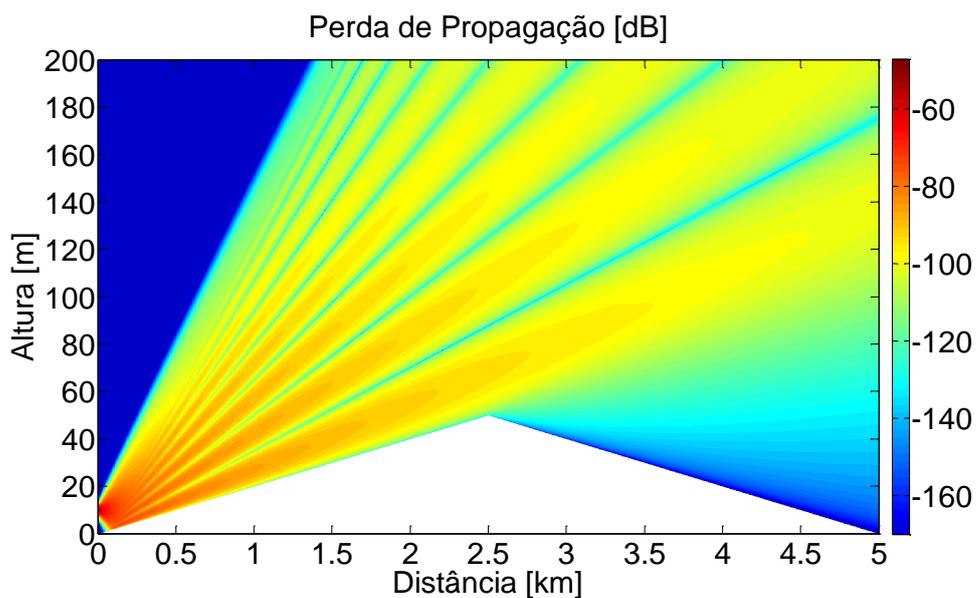


Figura 4.23 - Distribuição da perda de propagação em decibéis (polarização vertical - condutividade finita)

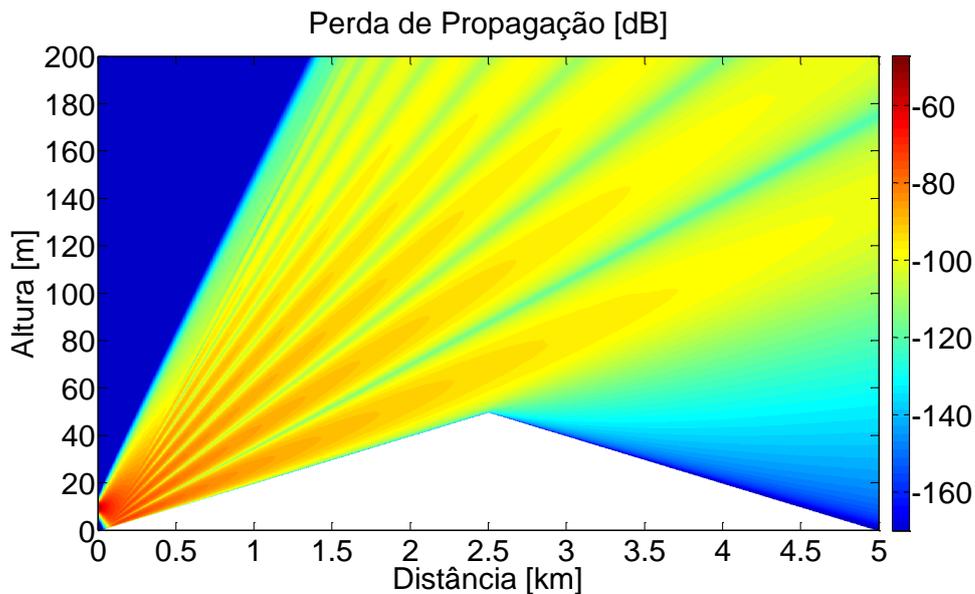


Figura 4.24 - Distribuição da perda de propagação em decibéis (polarização horizontal - condutividade finita)

Pode-se observar que o comportamento do modelo proposto corresponde ao esperado. Primeiramente, para um solo perfeitamente condutor, observam-se diferenças consideráveis entre resultados correspondentes a polarizações distintas: na região de sombra, há uma forte atenuação para polarização horizontal; na região de interferência, os resultados mostram um perfil de interferência esperado. Por outro lado, para um solo com condutividade finita, as diferenças entre os resultados correspondentes às polarizações vertical e horizontal são bem menores, o que está de acordo com a maioria das informações experimentais.

4.4. Dutos troposféricos

O modelo proposto para equação parabólica tridimensional é capaz de explicar a distribuição da intensidade de campo na presença de dutos troposféricos. A fim de demonstrar essa característica, o modelo será aplicado a perfis de refatividade que simulam dutos. O exemplo discutido abaixo é o mesmo apresentado na referência [55].

A antena transmissora, polarizada verticalmente e operando na frequência de 100 MHz, está localizada na origem, a uma altura de 150 m acima da Terra esférica com permissividade relativa e condutividade respectivamente iguais a 15 e 0,01 S/m. O diagrama de radiação da antena corresponde a um campo na

abertura inicial definido por uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação em azimute, com largura de feixe de meia potência igual a 6° .

As figuras 4.25 a 4.30 apresentam a distribuição da intensidade de campo em decibéis sob várias condições troposféricas. Na Figura 4.25, a condição atmosférica é considerada padrão, com gradiente do módulo M do índice de refração igual a $116,8 \text{ km}^{-1}$. Para a obtenção dos resultados apresentados nas figuras 4.26 a 4.30, um duto de superfície de altura máxima igual a 300 m foi introduzido. Para alturas acima de 300 m, a condição atmosférica padrão foi considerada, ao passo que o gradiente do módulo do índice de refração foi acrescido de $-0,5 \text{ m}^{-1}$, partindo do gradiente $-0,5 \text{ m}^{-1}$ até $-2,5 \text{ m}^{-1}$. Esses valores de gradiente do módulo do índice de refração, muito mais intensos que os realmente observados na troposfera (principalmente em camada tão espessa), foram selecionados apenas para permitir a comparação dos presentes resultados com os apresentados no trabalho original [55]. De fato, pode-se observar, tanto nas figuras 4.26 a 4.30 quanto na Figura 2 da referência [55], o mecanismo de captura típico dos dutos, canalizando as ondas eletromagnéticas, atingindo distâncias muito além de seus limites normais de recepção.

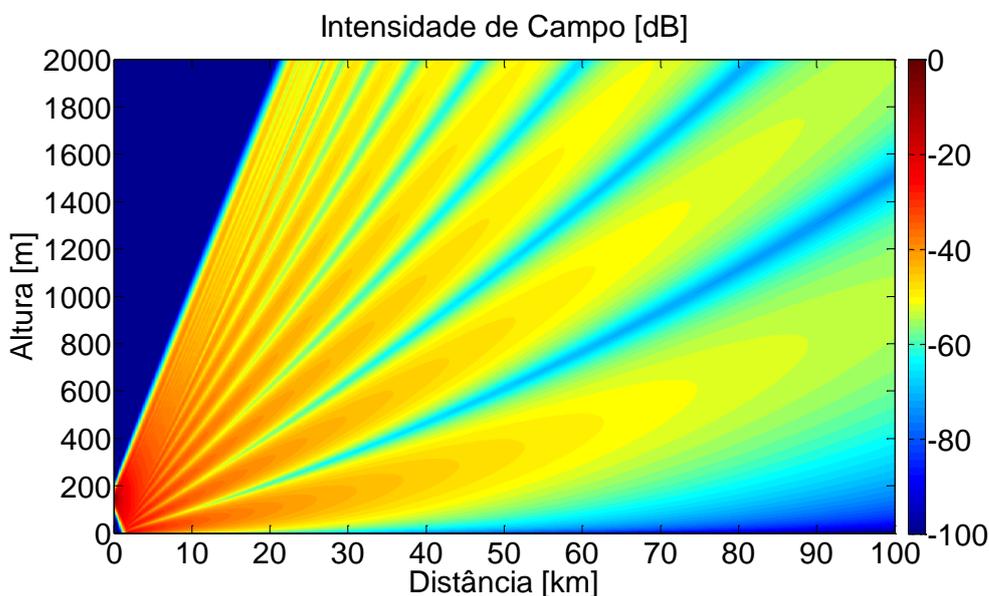


Figura 4.25 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis acima de Terra esférica, supondo uma atmosfera padrão

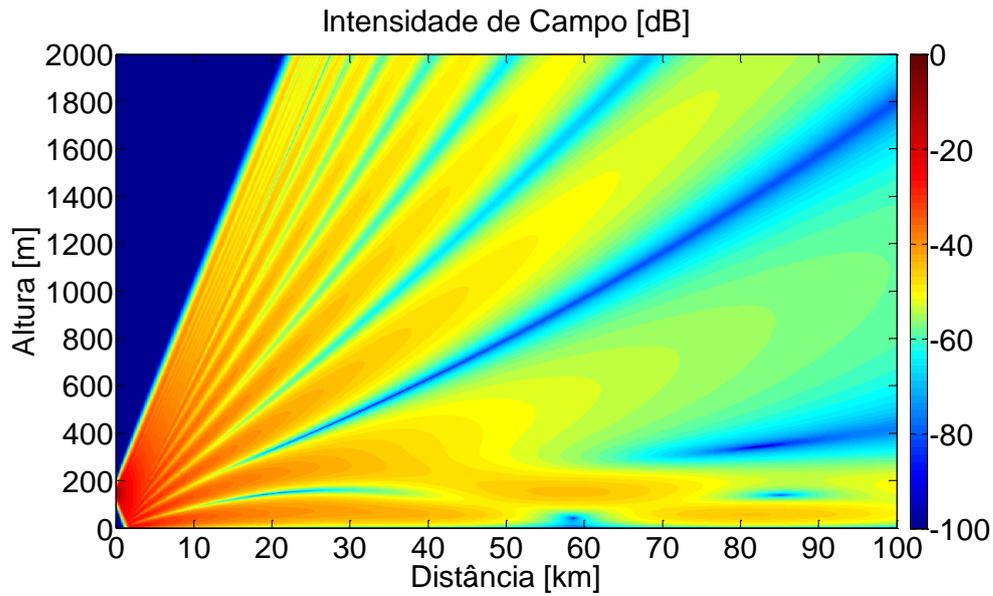


Figura 4.26 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis com duto de superfície (gradiente de refratividade modificada $-0,5 \text{ M/m}$ abaixo de 300 m)

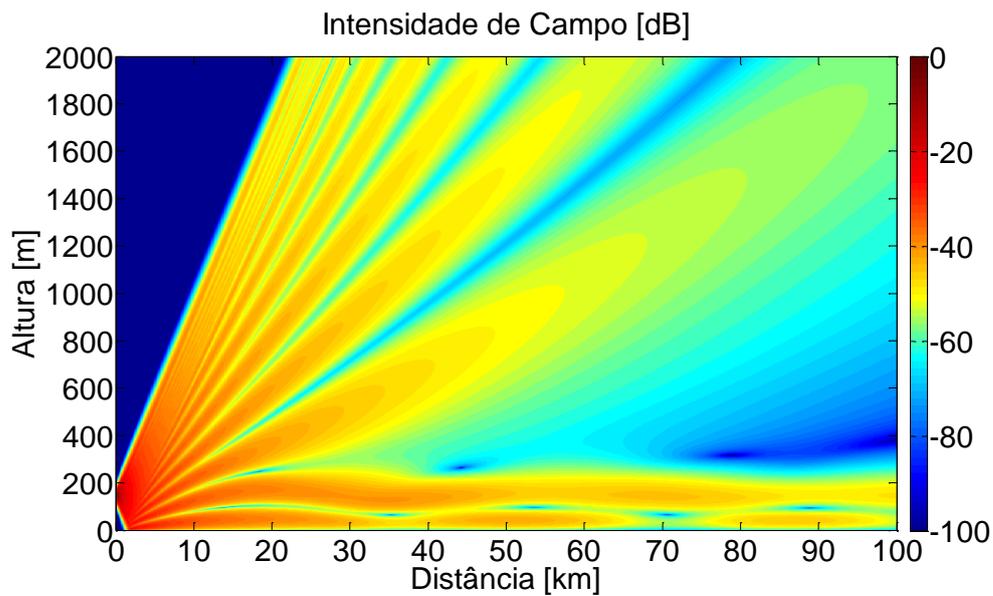


Figura 4.27 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis numa atmosfera padrão com duto de superfície (gradiente de refratividade modificada -1 M/m abaixo de 300 m)

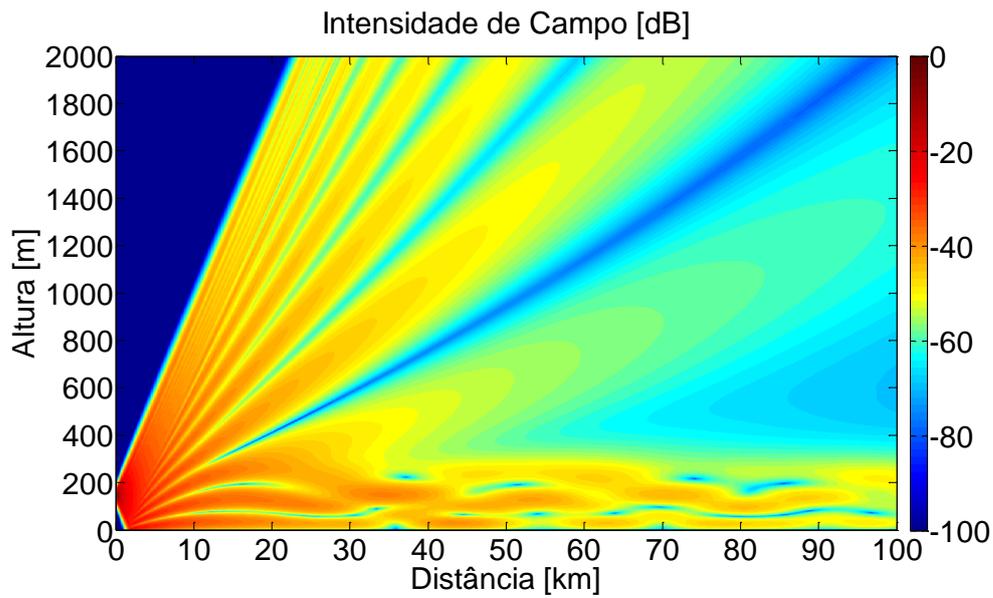


Figura 4.28 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis numa atmosfera padrão com duto de superfície (gradiente de refratividade modificada $-1,5$ M/m abaixo de 300 m)

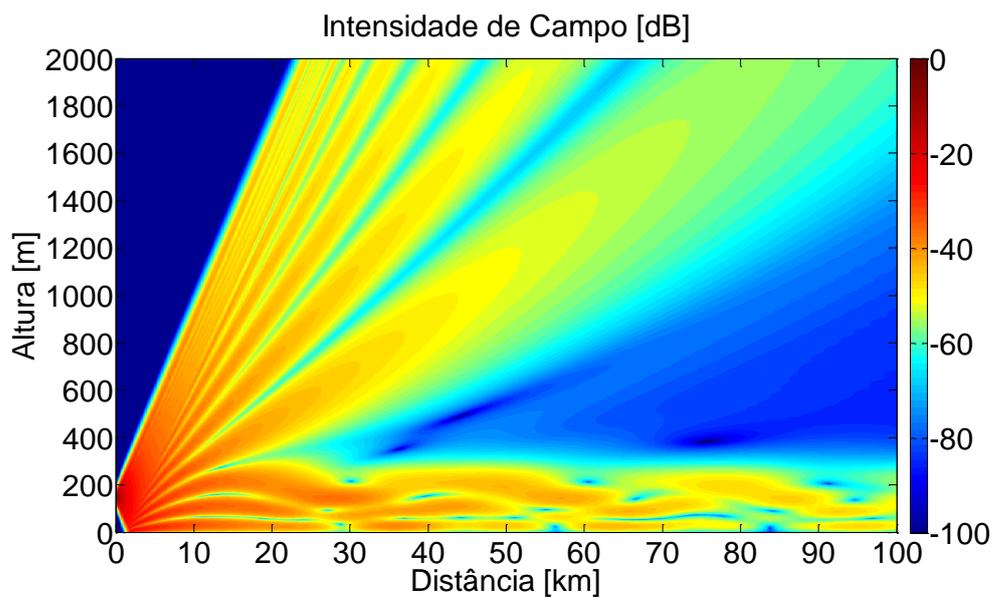


Figura 4.29 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis numa atmosfera padrão com duto de superfície (gradiente de refratividade modificada -2 M/m abaixo de 300 m)

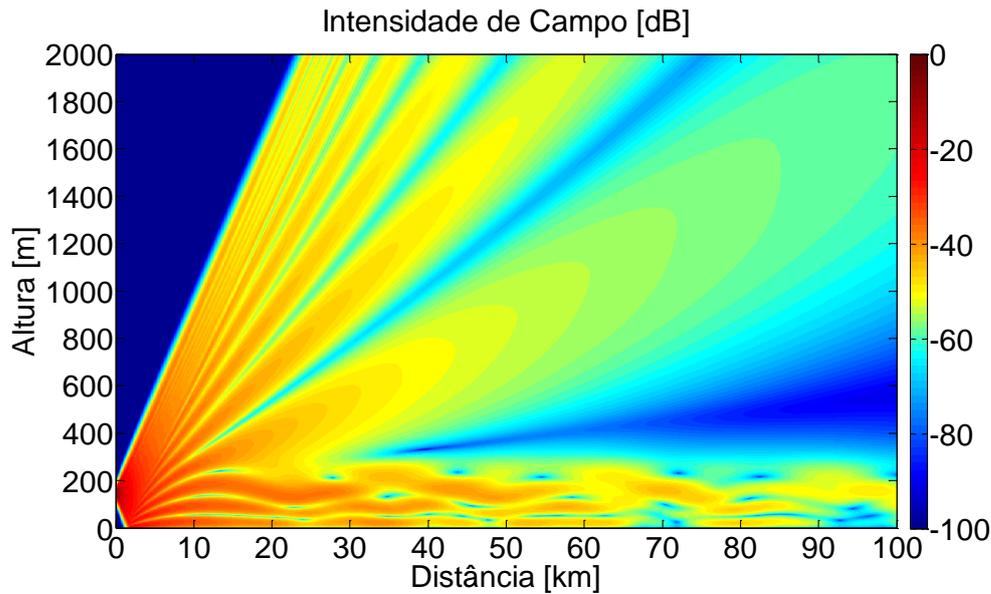


Figura 4.30 - Distribuição da intensidade de campo em decibéis numa atmosfera padrão com duto de superfície (gradiente de refratividade modificada $-2,5 \text{ M/m}$ abaixo de 300 m)

O exemplo a seguir é o mesmo apresentado na referência [31]. Considera-se a propagação na frequência de 10 GHz sobre Terra esférica com permissividade relativa e condutividade iguais respectivamente a 80 e 4 S/m na presença de um duto de superfície. Em termos do gradiente do módulo M do índice de refração, o duto de superfície é descrito por um perfil vertical com gradiente de -243 km^{-1} abaixo de 50 m e 118 km^{-1} acima de 50 m. A antena transmissora, polarizada verticalmente, e o ponto de observação estão em uma altura de 25 m. O diagrama de radiação da antena corresponde a um campo na abertura inicial definido por uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação em azimute, com largura de feixe de meia potência igual a 1° .

A Figura 4.31 apresenta o fator de propagação em decibéis na altura de observação de 25 m ao longo do percurso. Pode-se observar que o resultado do modelo proposto coincide com os obtidos na referência [31], reproduzido na Figura 4.32.

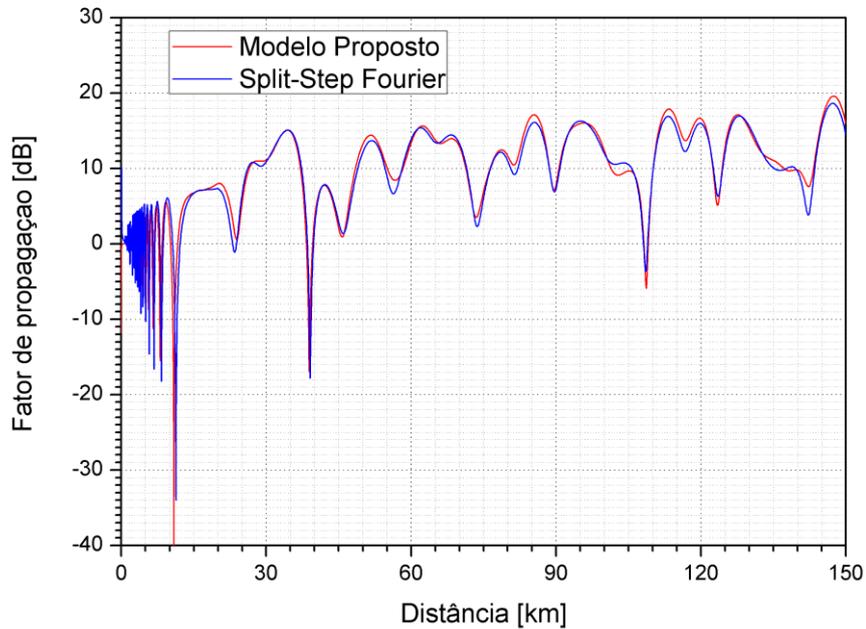


Figura 4.31 - Fator de propagação para 10 GHz na presença de duto de superfície sobre Terra esférica calculado em 25 m de altura

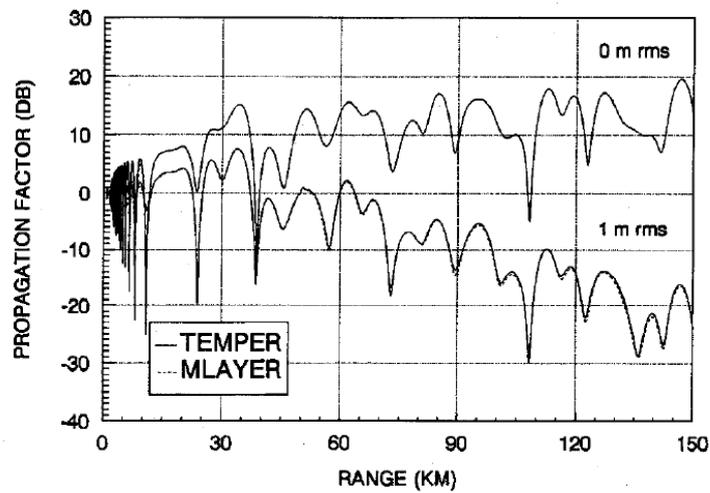


Figura 4.32 - Fator de propagação para 10 GHz na presença de duto de superfície sobre Terra esférica calculado em 25 m de altura (reproduzido de [31])

A Figura 4.33 mostra a distribuição do fator de propagação em decibéis na presença do duto de superfície de 50 m. Pode-se observar nessa figura que o mecanismo de captura das ondas eletromagnéticas devido ao duto é capaz de

confinar a energia nesta camada de 50 m por um percurso muito além do esperado na ausência do duto troposférico.

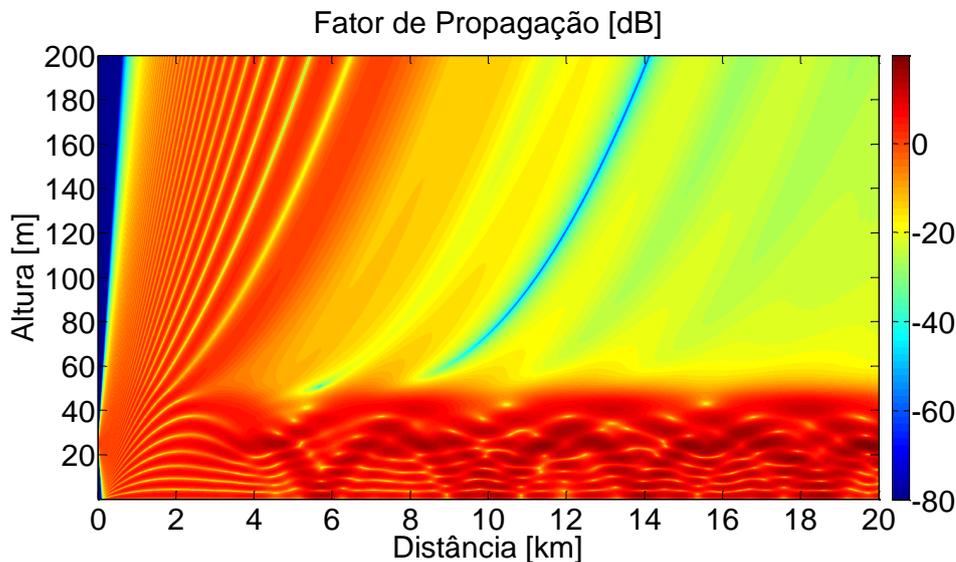


Figura 4.33 - Distribuição do fator de propagação para 10 GHz na presença de duto de superfície sobre Terra esférica

4.5. Ângulo estreito e parâmetros de entrada

A formulação proposta para a equação parabólica considera a aproximação dada pela Equação (2.29). Essa aproximação, chamada na literatura como aproximação de ângulo estreito, limita o modelo apresentado aqui a ângulos de propagação pequenos com respeito à direção principal de propagação que, nos exemplos do presente capítulo, está aproximadamente contida em superfície de altitude constante. Para analisar e avaliar os efeitos dessa aproximação e dos gradientes do terreno no desempenho do modelo proposto, uma comparação com os resultados exibidos na referência [56] será considerada aqui.

Primeiramente, considera-se a propagação do campo na presença de terreno suave e continuamente diferenciável, que tem a seguinte forma analítica

$$h(x = a\theta) = \begin{cases} \frac{h_0}{2} \left[1 + \operatorname{sen} \left(\frac{\pi(x-x_0)}{2w} \right) \right]; & -w < x - x_0 < 3w \\ 0; & \text{fora do intervalo} \end{cases} \quad (4.16)$$

onde x_0 simplesmente translada o perfil em relação à origem e h_0 e w são respectivamente a altura de pico e a meia largura do perfil senoidal. O segundo perfil é uma cunha ou pirâmide e tem a seguinte forma analítica

$$h(x = a\theta) = \begin{cases} \frac{h_0(x-x_0)}{w}; & x_0 < x < x_0 + w \\ \frac{h_0(x_0+2w-x)}{w}; & x_0 + w < x < x_0 + 2w \\ 0; & \text{fora do intervalo} \end{cases} \quad (4.17)$$

Deve ser lembrado que os dois perfis são azimutalmente uniformes e estão situados sobre Terra esférica.

A Figura 4.34 ilustra a aplicação do modelo proposto ao perfil senoidal dado pela Equação (4.16), onde $x_0 = 10$ km, $h_0 = 229$ m e $w = 10$ km. Essa figura apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis na frequência de 3 GHz e numa atmosfera padrão. A antena transmissora está localizada na origem a 30,5 m acima do solo perfeitamente condutor. O campo inicial, polarizado horizontalmente, corresponde a uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação azimutal, com largura de feixe de meia potência igual a 3° . Pode-se observar que os resultados mostram fortes reflexões da face frontal do perfil senoidal e um profundo sombreamento do campo incidente a partir do pico. O sombreamento é quase geométrico, ou seja, a intensidade de campo é significativamente reduzida na zona de sombra, delimitada pela reta que contém a antena transmissora e tangencia o perfil senoidal e a parte posterior do mesmo.

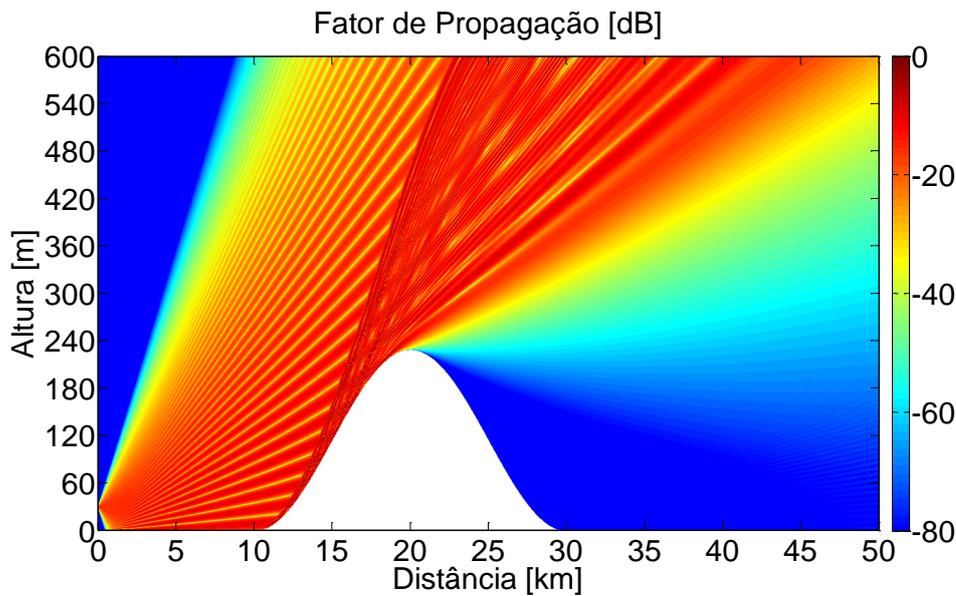


Figura 4.34 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para o perfil senoidal

A Figura 4.36 mostra a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis quando o modelo proposto é aplicado ao perfil de terreno dado pela Equação (4.17), onde $x_0 = 10$ km, $h_0 = 229$ m e $w = 10$ km. Exceto o terreno, todas as outras características permanecem as mesmas do exemplo anterior. A diferença mais significativa entre as figuras 4.34 e 4.36 está na região de sombra. Nessa região, há uma forte difração do campo incidente no vértice da pirâmide, resultando num aumento significativo da intensidade de campo.

Como discutidos na referência [56], pode-se observar nas figuras 4.34 e 4.36 os mesmos perfis de interferência secundários na região de sombra, assim como os efeitos do raio de curvatura do topo na intensidade de campo, como indicado nas figuras 4.35 e 4.37 que são a reprodução dos resultados apresentados na referência [56].

A pirâmide apresentada na Figura 4.36 tem inclinação de $\pm 1,31^\circ$ e o perfil senoidal tem uma variação semelhantemente suave na inclinação. Para esses exemplos, os resultados apresentados aqui estão de acordo com os exibidos na referência [56].

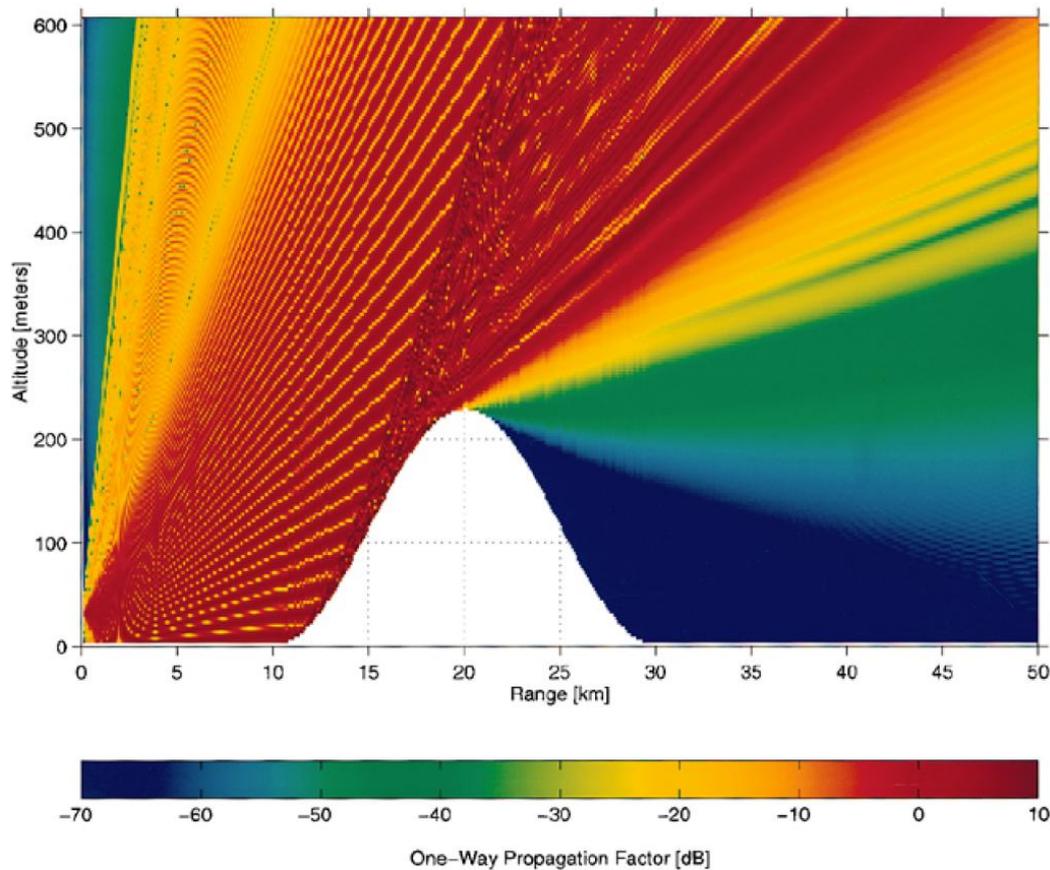


Figura 4.35 - Distribuição do fator de propagação em decibéis para o perfil senoidal (reproduzido de [56])

Por outro lado, para ângulos de inclinação maiores, ou seja, terrenos muito íngremes, o modelo proposto não apresenta resultados coerentes dependendo dos parâmetros de entrada. A Figura 4.38 mostra um conjunto de quatro pirâmides com alturas de pico ascendentes. Todas as pirâmides têm inclinações de $\pm 8,67^\circ$, com alturas de pico iguais a 76 m, 152 m, 229 m e 305 m, respectivamente e distâncias dos picos à fonte iguais a 10,5 km, 21 km, 31,5 km e 42 km, respectivamente. A fonte opera na frequência de 3 GHz e está localizada a 152 m acima do solo perfeitamente condutor. O campo inicial, polarizado horizontalmente, corresponde a uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação azimutal, com largura de feixe de meia potência igual a 3° .

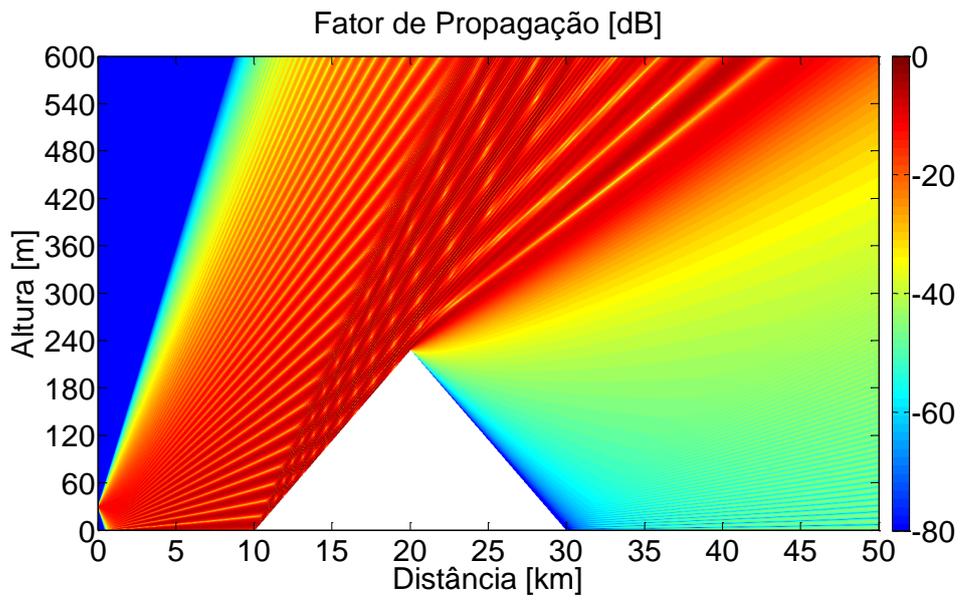


Figura 4.36 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para a cunha

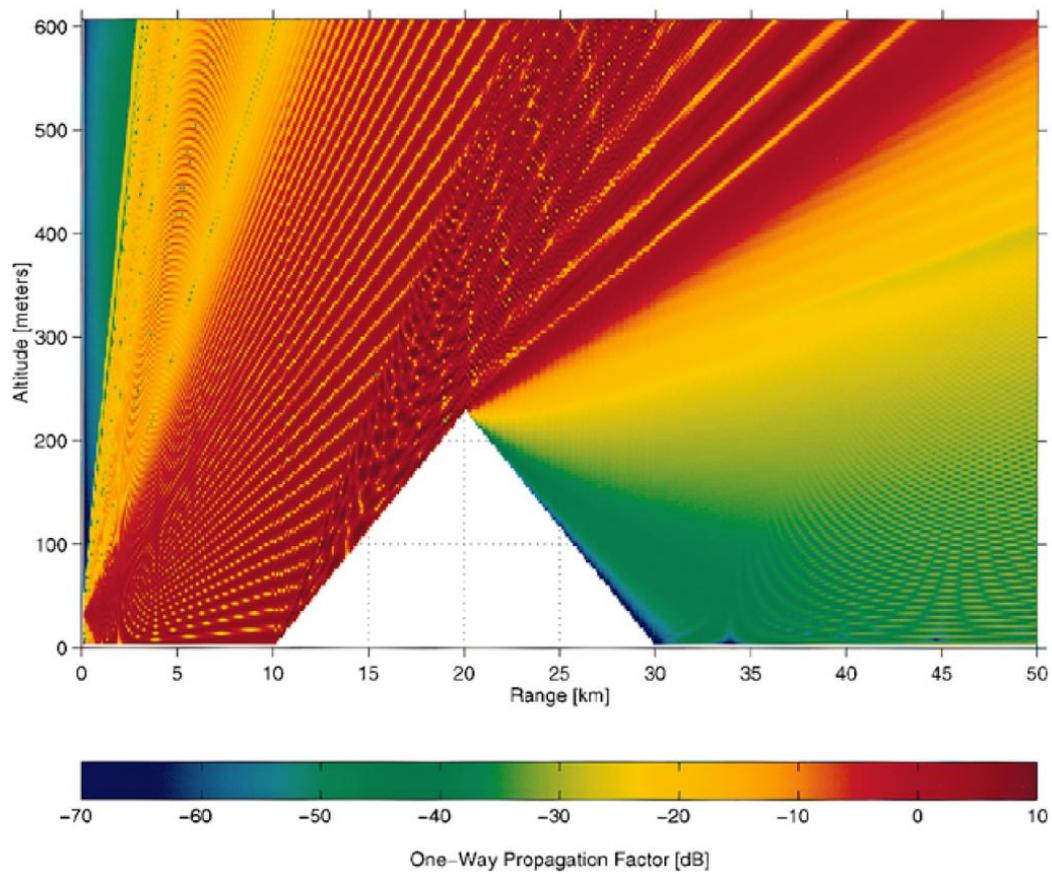


Figura 4.37 - Distribuição do fator de propagação em decibéis para a cunha (reproduzido de [56])

A distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis, apresentada na Figura 4.38, indica claramente que, para o conjunto de parâmetros utilizados para discretizar a região de interesse, o modelo proposto não produz os resultados esperados. Esse mesmo exemplo é discutido na referência [56] e, diferentemente, os resultados apresentados são mais coerentes em termos físicos, como observado na Figura 4.39 que reproduz os resultados da referência [56].

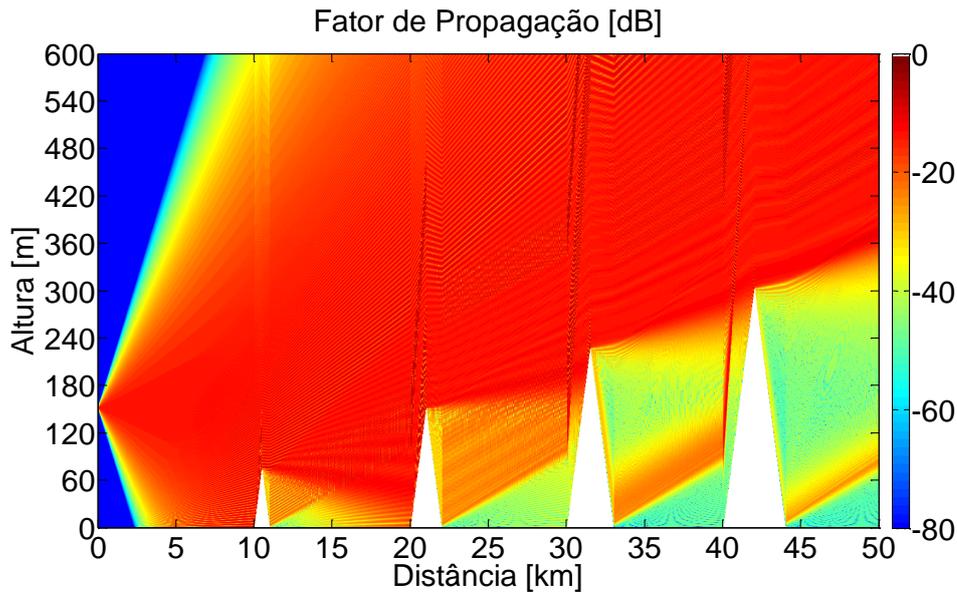


Figura 4.38 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para um conjunto de pirâmides

Para elucidar essa possível limitação da aplicabilidade do modelo a terrenos muito íngremes, considera-se a propagação do campo na presença de terreno suave e continuamente diferenciável que tem a seguinte forma analítica

$$h(x) = h_0 e^{-\left(\frac{x-x_0}{dx}\right)^2} \quad (4.18)$$

onde

$$dx = w / \sqrt{\ln(10)}, \quad (4.19)$$

x_0 simplesmente translada o perfil em relação à origem e h_0 e w são, respectivamente, a altura de pico e a largura da montanha Gaussiana correspondente a $h(x) = h(x_0)/10$.

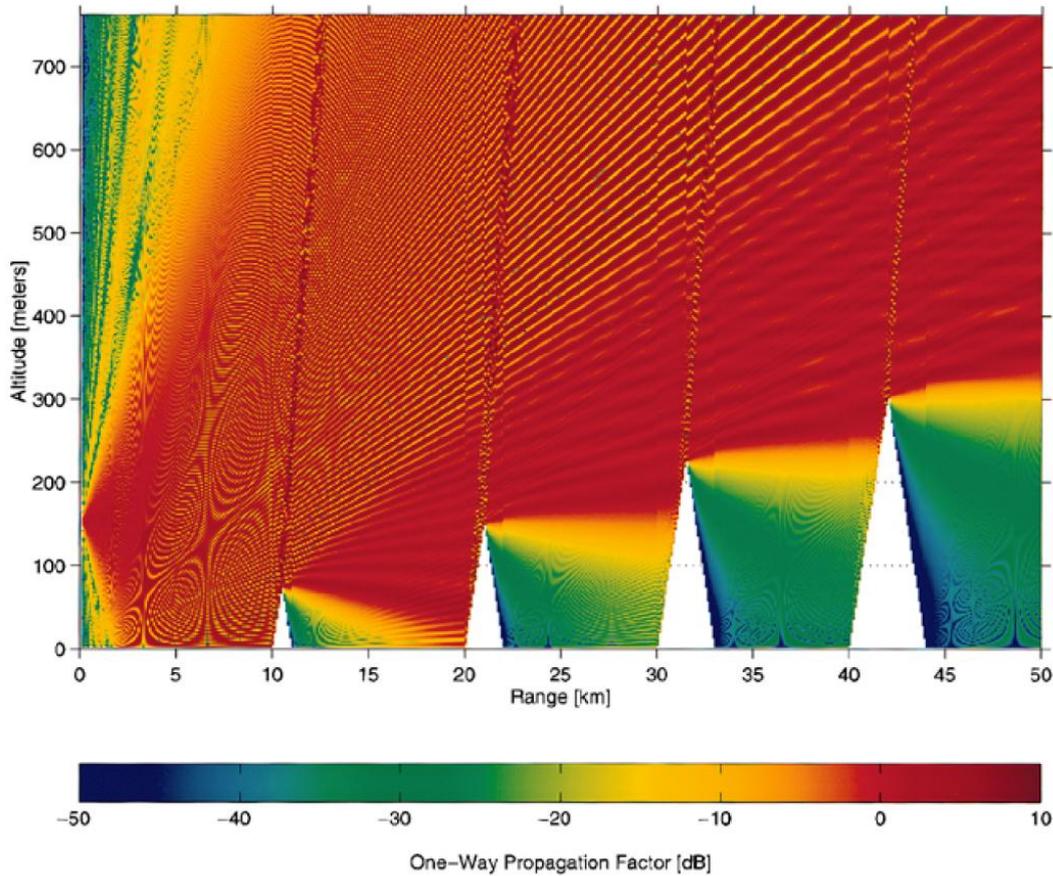


Figura 4.39 - Distribuição do fator de propagação em decibéis para um conjunto de pirâmides (reproduzido de [56])

A análise compara os resultados gerados pelo modelo proposto aqui e o modelo *Split-Step* de Fourier de ângulo amplo descrito na seção 4.2 [31]. Para isso, considera-se um percurso de 20 km contendo um conjunto de seis obstáculos Gaussianos, sem variação azimutal, com alturas de pico ascendentes e todas com largura igual a 1 km. As alturas de pico são iguais a 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m e 60 m e as distâncias dos picos à fonte iguais a 2 km, 5 km, 8 km, 11 km, 14 km e 17 km, como mostrado na Figura 4.40. A antena transmissora está localizada na origem a 50 m acima do solo com permissividade relativa e condutividade iguais respectivamente a 15 e 0.01 S/m. O campo inicial, polarizado verticalmente, corresponde a uma distribuição Gaussiana em elevação, sem variação azimutal. A

análise será feita para três frequências: 300 MHz, 600 MHz e 1 GHz. Para essas frequências a largura de feixe de meia potência do campo inicial são respectivamente iguais a 12°, 9° e 6°. Os principais parâmetros de entradas que serão analisados são a discretização horizontal $\Delta x = a\Delta\theta$, onde a é o raio da Terra, e discretização vertical Δz . Para o primeiro conjunto de exemplos, considerados a seguir, esses parâmetros são respectivamente iguais a 5,0 m e 0,1 m. Para o segundo exemplo, esses parâmetros são respectivamente iguais a 2,00 m e 0,04 m.

Para o modelo *Split-Step* de Fourier, a discretização vertical obedece à seguinte relação

$$\Delta z = \frac{\lambda}{2\text{sen}\theta_M} \quad (4.20)$$

onde λ é o comprimento de onda e θ_M é o ângulo máximo de propagação, igual a 45° no presente exemplo.

A Figura 4.40 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo proposto nesta tese de doutorado para 300 MHz. Por outro lado, a Figura 4.41 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo *Split-Step* de Fourier para a mesma frequência. Pode-se observar, comparando-se as duas figuras, que o modelo proposto apresenta comportamento semelhante ao modelo *Split-Step* de Fourier. A Figura 4.42 apresenta a distribuição do erro em decibéis resultante da diferença entre os valores dos dois modelos correspondentes à mesma posição. Deve-se observar que existe uma diferença entre as resoluções verticais dos dois modelos. Os valores do fator de propagação normalizado correspondentes ao modelo *Split-Step* de Fourier foram determinados com resolução $\Delta z = 0,1$ m por intermédio de interpolação bilinear. Por último, a Figura 4.43 apresenta o histograma da distribuição do erro em decibéis.

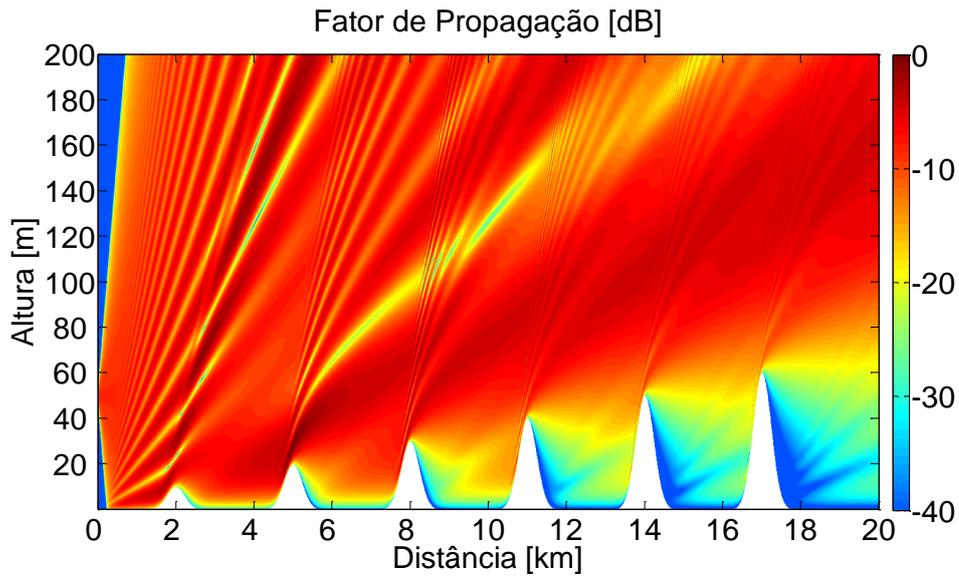


Figura 4.40 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 300 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$ considerando o modelo proposto

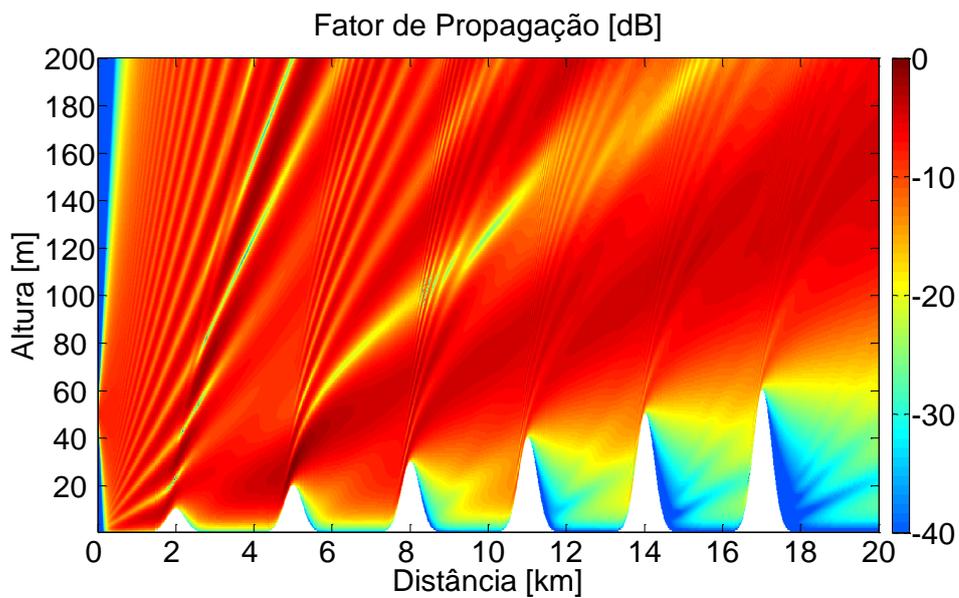


Figura 4.41 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 300 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,71m$ considerando o modelo *Split-Step* de Fourier

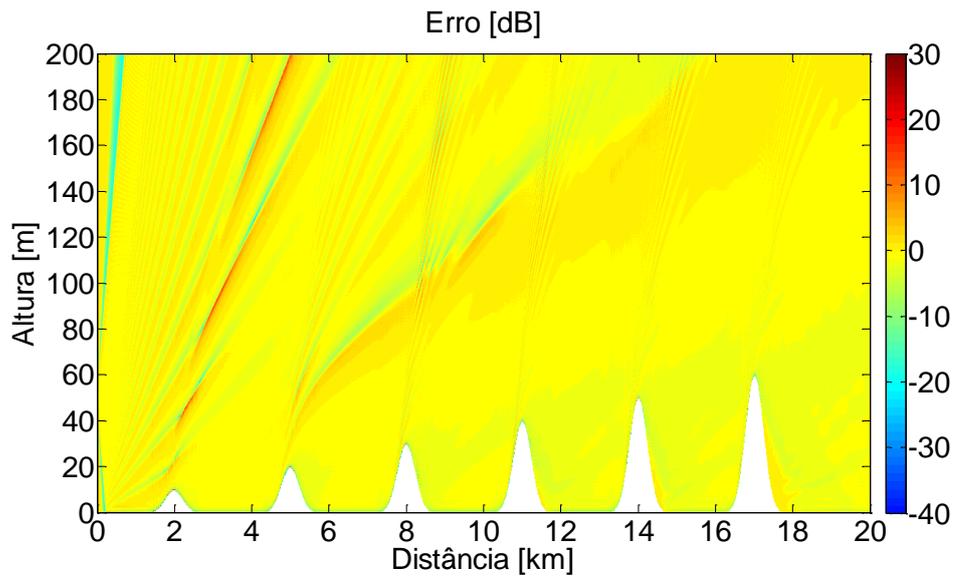


Figura 4.42 - Distribuição do erro em decibéis para 300 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$

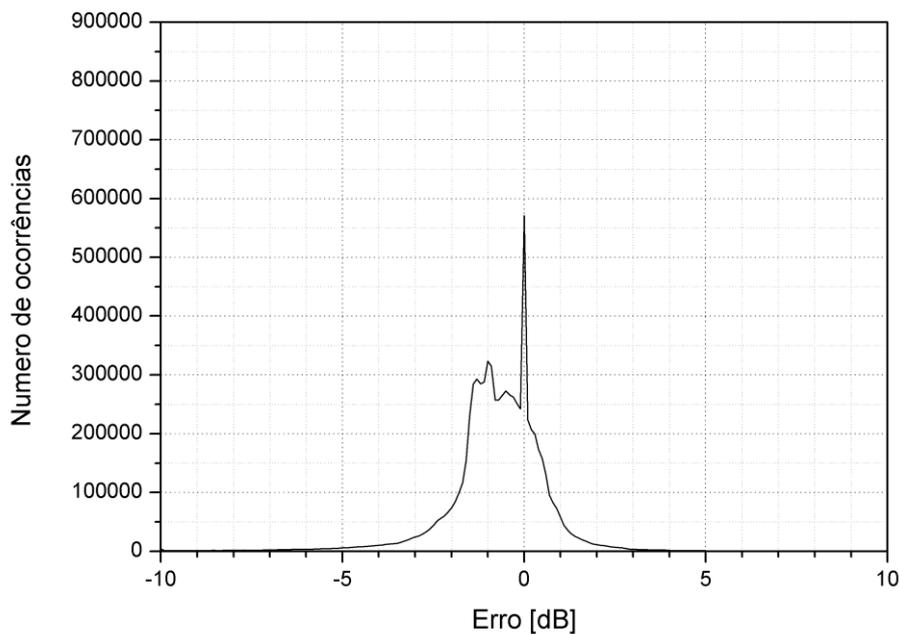


Figura 4.43 - Histograma da distribuição do erro em decibéis para 300 MHz com erro médio igual a $-0,81$ dB e desvio padrão igual a $1,77$ dB

A Figura 4.44 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo proposto para 600 MHz. Por outro lado, a Figura 4.45 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo *Split-Step* de Fourier para a mesma frequência.

Como pode ser observado na Figura 4.46, que representa a distribuição do erro em decibéis, o comportamento do campo é bastante similar em ambos os modelos. Igualmente, a Figura 4.47 apresenta o histograma da distribuição do erro em decibéis para 600 MHz.

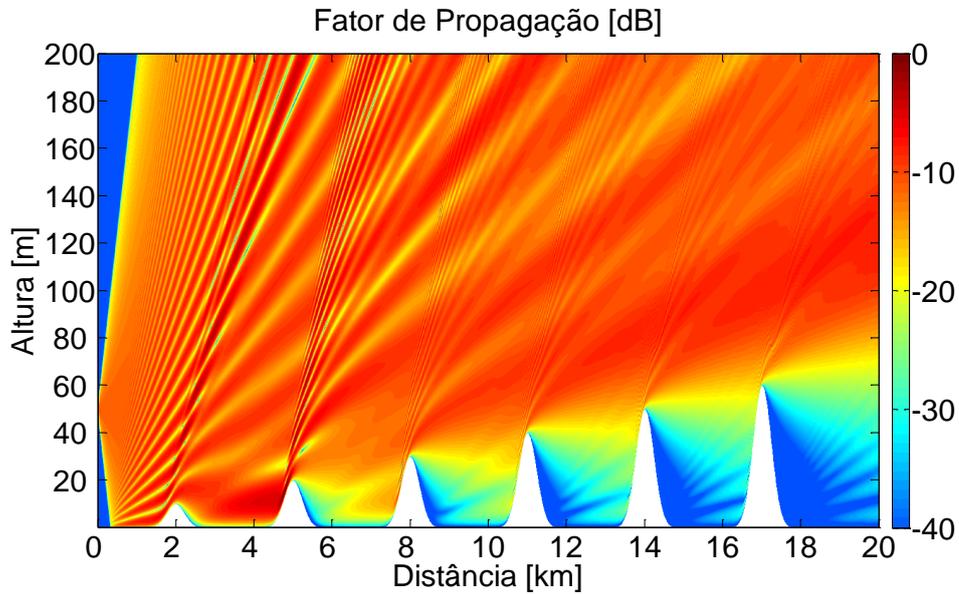


Figura 4.44 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 600 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$ considerando o modelo proposto

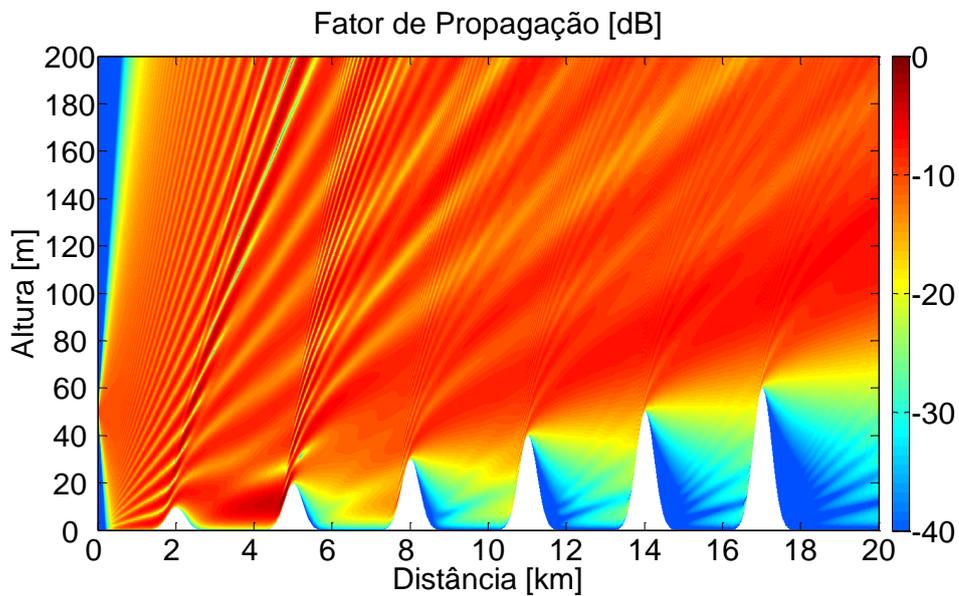


Figura 4.45 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 600 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,35m$ considerando o modelo *Split-Step* de Fourier

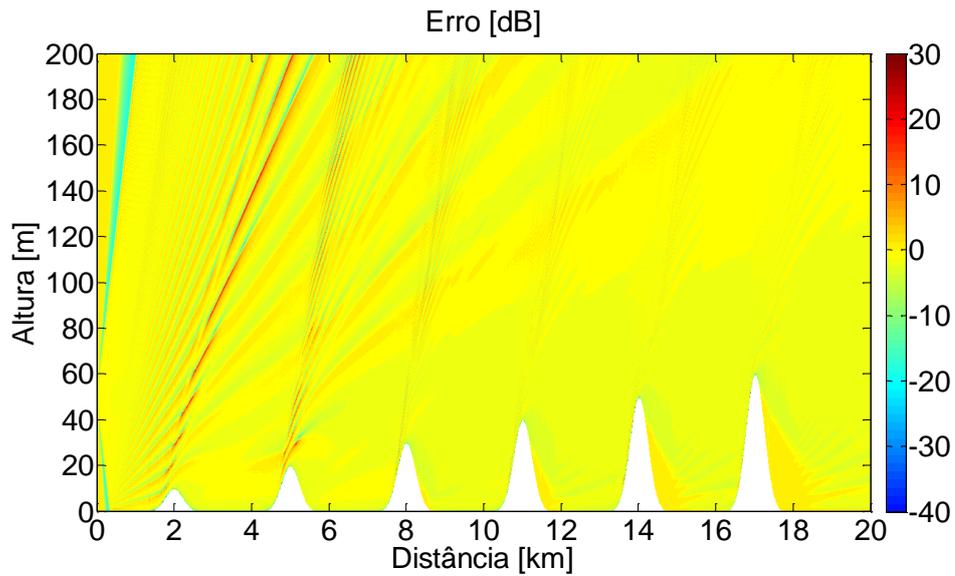


Figura 4.46 - Distribuição do erro em decibéis para 600 MHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$

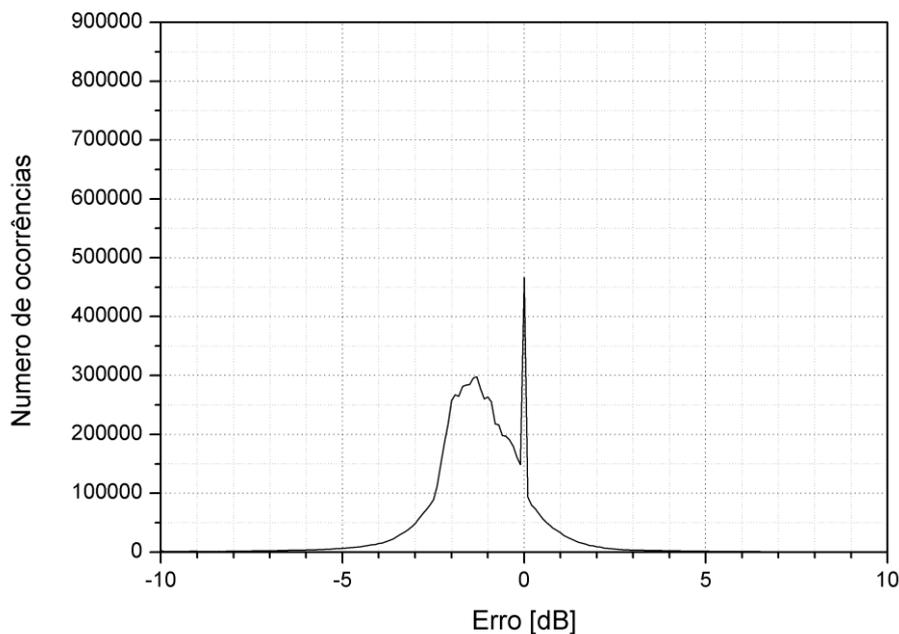


Figura 4.47 - Histograma da distribuição do erro em decibéis para 600 MHz com erro médio igual a -1,32 dB e desvio padrão igual a 1,98 dB

A Figura 4.48 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo proposto nesta tese de doutorado para 1 GHz. Por outro lado, a Figura 4.49 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo *Split-Step* de Fourier para a

mesma frequência. Pode-se observar, comparando-se as duas figuras, que o modelo proposto apresenta perturbações crescentes nas vizinhanças dos picos das montanhas à medida que a inclinação do terreno em relação à horizontal aumenta. A partir da terceiro obstáculo Gaussiano na Figura 4.48, o comportamento do campo obtido pelo modelo proposto apresenta uma variação diferente da obtida pelo modelo *Split-Step* de Fourier, que representa o resultado esperado. A Figura 4.50, que apresenta a distribuição do erro em decibéis, ajuda a identificar essas perturbações nas vizinhanças dos obstáculos mais íngremes. Estes erros são particularmente visíveis imediatamente após o sexto obstáculo. Por último, a Figura 4.51 apresenta o histograma da distribuição do erro em decibéis. As figuras 4.52 e 4.53 destacam as variações do campo nas vizinhanças do último obstáculo.

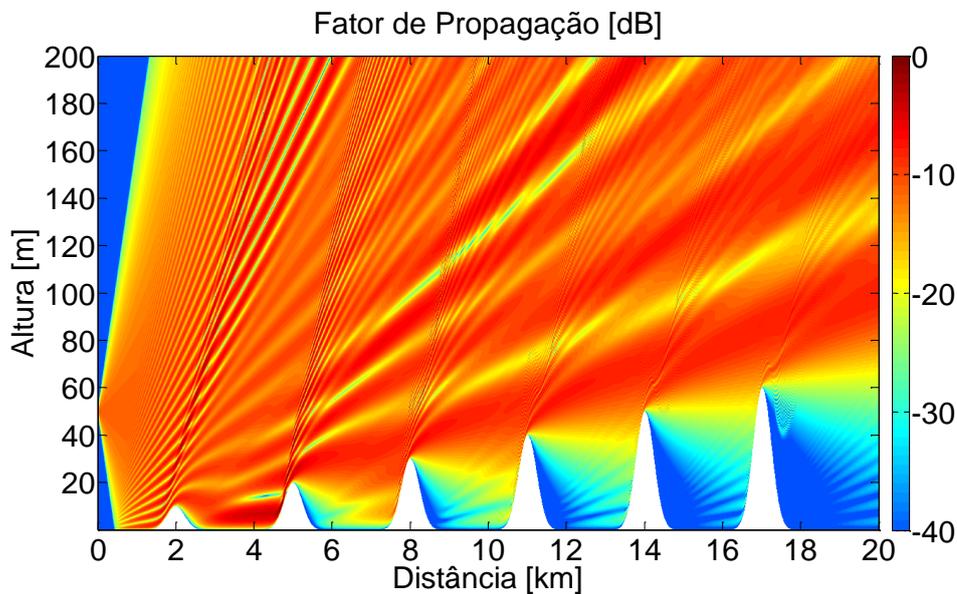


Figura 4.48 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 1 GHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$ considerando o modelo proposto

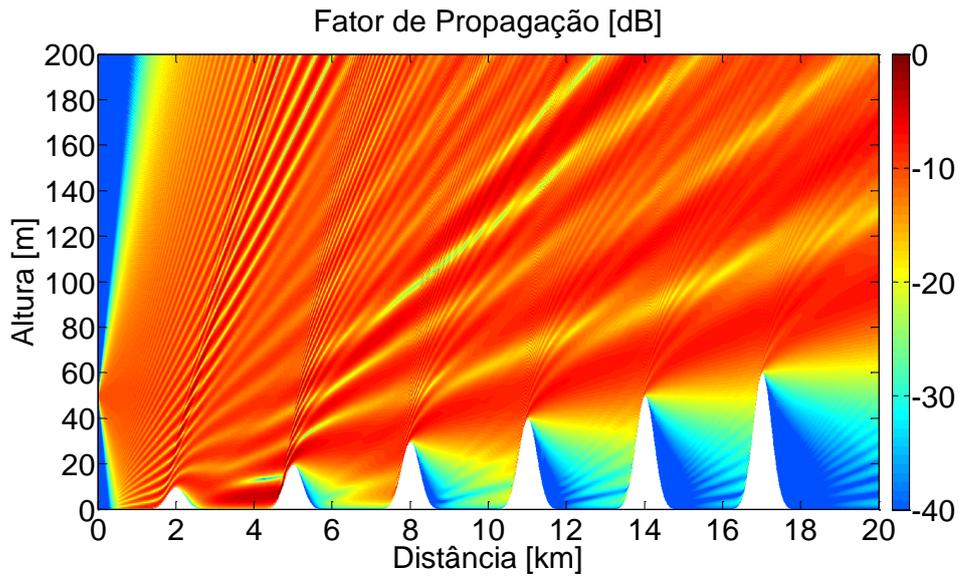


Figura 4.49 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 1 GHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,21m$ considerando o modelo *Split-Step* de Fourier

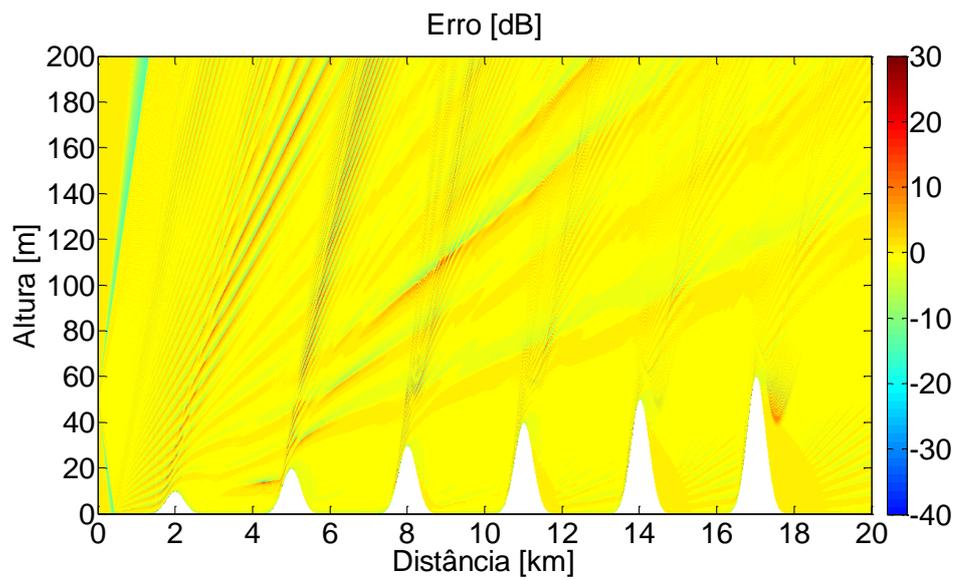


Figura 4.50 - Distribuição do erro em decibéis para 1 GHz com $\Delta x = 5m$ e $\Delta z = 0,1m$

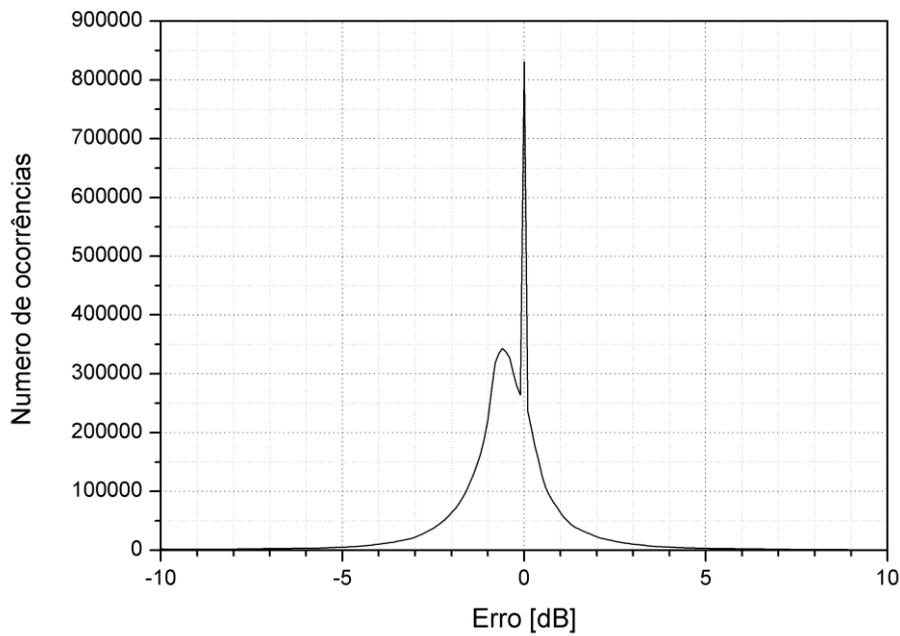


Figura 4.51 - Histograma da distribuição do erro em decibéis para 1 GHz com erro médio igual a -0,55 dB e desvio padrão igual a 2,02 dB

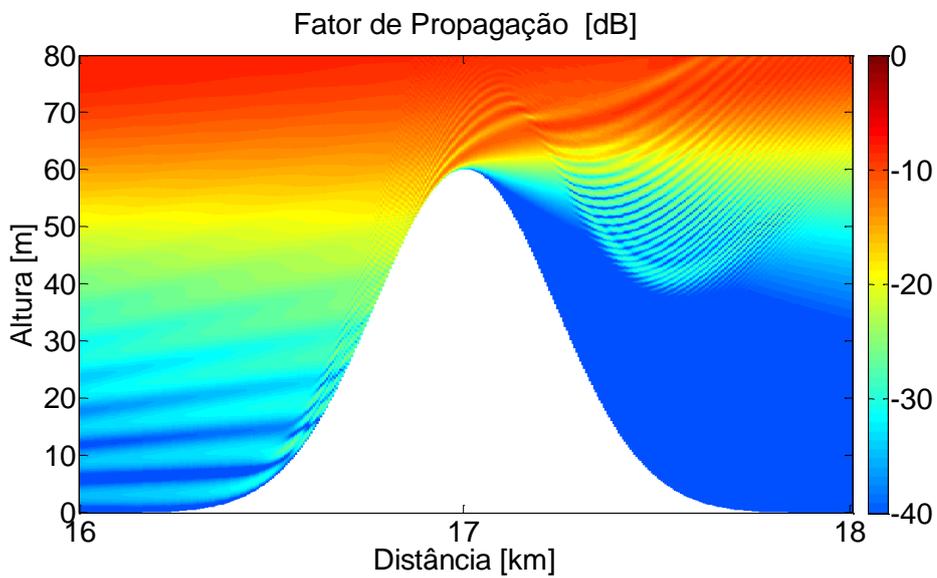


Figura 4.52 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 1 GHz, destacando a região da Figura 4.48 entre 16 km e 18 km

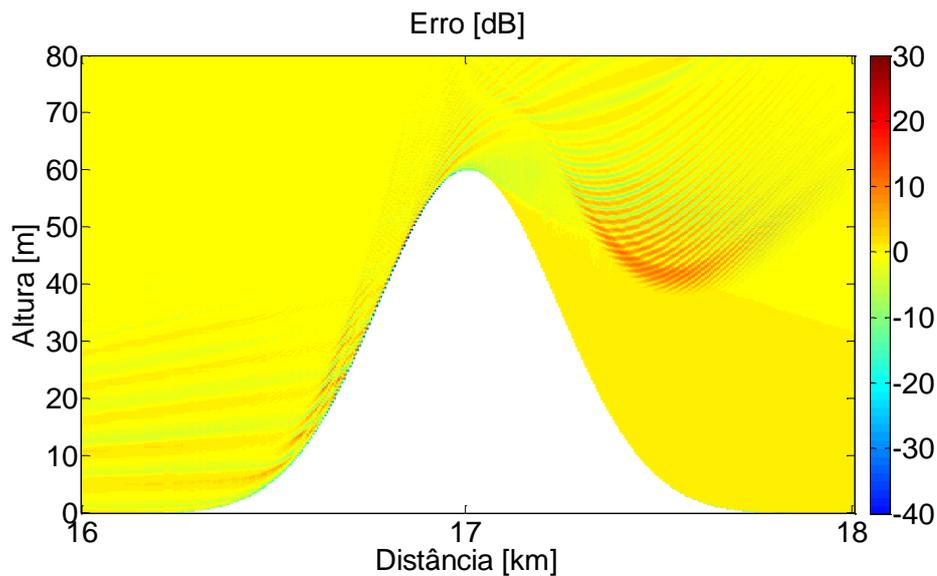


Figura 4.53 - Distribuição do erro em decibéis para 1 GHz destacando a região da Figura 4.50 entre 16 km e 18 km

Para ilustrar a sensibilidade do modelo proposto aos parâmetros de entrada, o próximo exemplo considera a propagação em 1 GHz com discretização horizontal $\Delta x = 2m$ e discretização vertical $\Delta z = 0,04m$. Todas as outras configurações permanecem as mesmas. A Figura 4.54 apresenta a distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis considerando o modelo proposto. Pode-se observar que o comportamento do campo é mais coerente e condizente com o modelo *Split-Step* de Fourier, apresentado na Figura 4.49. Este resultado parece indicar que, para se obter um resultado melhor que aquele apresentado na Figura 4.38, dever-se-ia escolher uma discretização horizontal e vertical ainda mais refinada. Infelizmente, tal procedimento não foi possível, pois os recursos de hardware disponíveis não permitem a utilização de grades mais refinadas que a utilizada.

Portanto, a definição de terreno muito íngreme, capaz de introduzir instabilidades numéricas nos resultados do modelo, depende claramente da frequência de operação, conforme indicam os exemplos apresentados. Estes efeitos se acentuam à medida que a frequência aumenta, desde que a resolução da grade permaneça inalterada. Assim, torna-se difícil definir a partir de que inclinação o terreno pode ser considerado muito íngreme e determinar como contornar seus efeitos com o refinamento da malha.

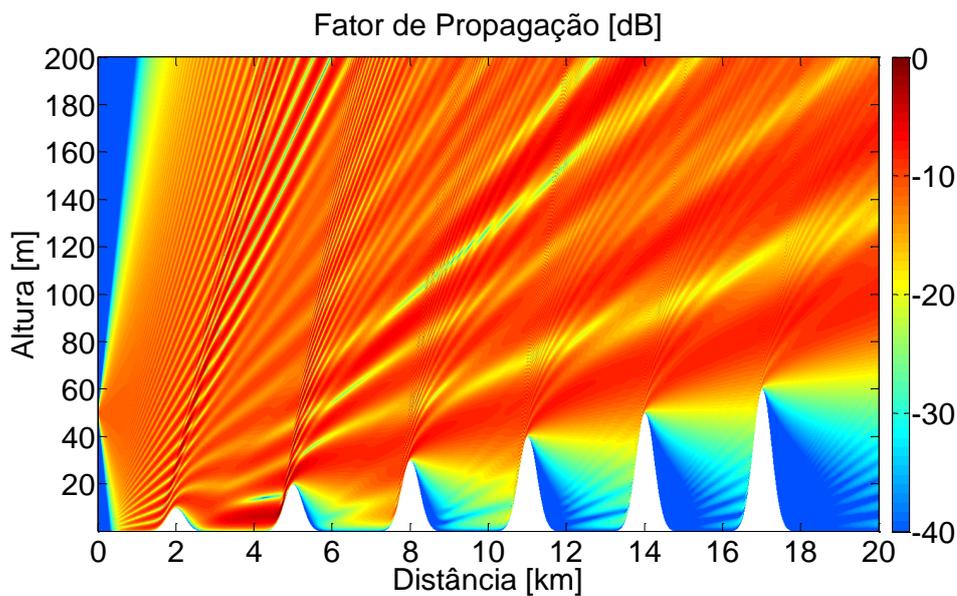


Figura 4.54 - Distribuição do fator de propagação normalizado em decibéis para 1 GHz com $\Delta x = 2m$ e $\Delta z = 0,04m$ considerando o modelo proposto

Considerando todas as observações desta seção, pode-se afirmar que o modelo proposto pode apresentar bons resultados, que reproduzem a maioria daqueles originados dos artigos selecionados. Por outro lado, existem indicações que as perturbações observadas nas vizinhanças de terrenos muito íngremes podem ser minimizadas com o refinamento da malha que discretiza a região de interesse, ao custo do aumento dos recursos computacionais necessários à simulação. Este importante aspecto da aplicação do modelo deve ser investigado mais detalhadamente, juntamente com a possibilidade de que os problemas apresentados decorram da utilização de uma aproximação parabólica de ângulo estreito à equação de onda. Entretanto, deve-se lembrar que mesmo as aproximações parabólicas mais sofisticadas serão incapazes de representar os campos nos casos em que o retroespalhamento é importante.